BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXII
F
23
NAPOLI

XXXIII
1
22.

R. P. ANDREÆ
TACQVET
E SOCIETATE IESV
OPERA
MATHEMATICA.

Digitized by Google

Digitized by Google



VLIVM SIDVS
LEGATVS
ARDINALIS
STORIENSIS
ACOBVS ROSPIGLIO


PROPVGNABO
OPERA MATHEMATICA
R.P. ANDREÆ TACQVET
ANTVERPIENSIS
E SOCIETATE IESV
DEMONSTRATA ET PROPVGNATA
A
SIMONE LAVRENTIO VETERANI
EX COMITIBVS MONTIS CALVI,
IN COLLEGIO SOCIETATIS IESV
LOVANII ANNO M.DC.LXVIII.
MENSE NOVEMB:
HINC OMNIA
ANTVERPIÆ, APVD IACOBVM MEVRSIVM ANNO M.DC.LXIX.

Digitized by Google

EMINENTISSIMO PRINCIPI

IACOBO

S. R. E. PRESBYTERO

CARDINALI

ROSPIGLIOSIO

DEmonſtraturus propoſitiones eas PRINCEPS EMINENTISSIME, quas hoc opere complexus eſt *Andreas Tacquet è Societate* IESV Mathematicus orbi notus, demonſtratam ante omnia volui obſeruantiam erga TE meam, æmulam eius, quam Tibi à ſe debitam profitetur, *D. Patriarcha Altouiti* Auunculus meus in hoc totus Tibi pridem deuinctus, vt etiam ex me obligarer, nuper in Belgio feciſti. Admiſſum inter clientes tuos (quod ſatis beneficij erat) non modò ſingulari curâ complexus es, ſed etiam domo & Societate Tuâ dignatus. Hoc quoniam ita benignitati Tuæ debeo, vt etiam Auunculo acceptum

referam,

referam, vtinam ſicut ab Illo beneuolentiam Tuam ad me extendiſti, ita quò animum erga Te teſtificer meum, aliquid Ille in me transfunderet ſui! Studioſior Tui nemo eſt, certò ſcio. Quando aliud modò non ſuppetit, patieris hoc à me opus Tibi dedicari, & aliquod gratitudinis meæ monumentum eſſe. Nullum aptius, vt, quod vnum cupio, Tibi deuotus agnoſcar. Vti ob auctoris famam toto orbe exſpectatiſsimum eſt, & vbique vulgandum, ita cultus erga Te mei teſtimonium quaquauerſum circumferet. Nuſquam quidem perueniet, quò non præceſſerint cum PATRVI laudibus Tuæ: dum tamen nomini Tuo inſcriptum legetur, ſic ab illius ſplendore lucem accipiet, ſimul vt virtutum Tuarum fulgentiſsimum iubar eruditorum oculis ingerat, memoriam mentibus infigat. Hoc ego conſilio illud defendendum ſuſcipio, non vt famam parem, ſed vt obſequium teſter. Sequatur auctorem, quæ debet, commendatio & gloria, ſatis ego laudatus fuero, ſi honorandi Tui ſtudium probauero. Optaueram voluntatis huius, dum hîc adhuc eſſes, Te coram ſpecimen dare, & *Academiam Louanienſem*, teſtem habere. Bene habet, quod

ea opportunitas mihi erepta ſit, vt eſſet amplius quod in Te venerarer. Euectus intereà eſt, quò merebatur, & Caput Orbis effectus PATRVVS TVVS Tu ab ILLO Romam euocatus, & Cardinalium Collegio adſcriptus. Ita Tibi & qui debuit honor obtigit & locus. Locus; quia Orbis theatrum: nullum aliud virtuti Tuæ par. Honor; nec enim ſanguini ſed meritis datus. Dubium vtrius bono maiore, Tuone qui accepiſti, an ILLIVS qui contulit? Tuo decore, an ILLIVS commodo? Habes Tu vnde celebreris, ILLE vnde leuetur. Tu nactus, à quo rerum ſummæ adhibearis, ILLE, qui cum onus diuidat. Tibi PATRVVS eſt, quo glorieris, ILLI *Nepos* cui fidat, & curarum, quibus publica ſalus nititur, partem imponat. Nouit & qualis à Te ſis, & quem Te formarit. Quid ab indole & ſtudio, quid ab ILLIVS inſtitutione habeas. Fuit, cum VRBANUS VIII *Pontifex Maximus* Tibi diceret, in PATRVO TVO, tunc *Iulio Roſpiglioſio* viuum Te habere librum, quem identidem lectitares, inſpiceres, obſeruares. Toti nunc Eccleſiæ liber ILLE propoſitus eſt; nec quis adeò doctus, quin in ILLO ſit, quod diſcat. Bone Deus! quantum ex ILLO didiciſti? EIVS aliquid ſi

ego

ego mundo exhibere velim, citius quidquid in Matheſi abſtruſum, & adhuc irrepertum eſt, demonſtrem. Cælum & terra ſi metienda ſint, non ita magnitudine vincar. Rogaui Auunculum, ſuggereret quid proferre poſſem. Sufficere reſpondit, quæ priùs ego hinc ad Illum de Te ſcripſeram. Eodem Te ſplendore Romam illuſtrare, quo Belgium repleras. Rapere Te illic omnes, vti hîc feceras. Quod in Belgium attuleras, in Vrbem, retuliſſe. Attuleras nimirum, quidquid laudari poteſt. Honoratior nunc virtus Tua eſt, non maior. Accepit præmium non incrementum. Addebat tamen Auunculus; vti dignitas Tua campum Tibi aperuit, vbi magis Te exeras, & orbi terrarum vtilior ſis, ita modeſtiam Tuam illuſtriorem feciſſe. Vti ſtellæ lucem habent, calorem non habent, ita cum merearis omnia, nihil Te ambire, niſi, vt quantò eminentior, tantò facilior ac benignior ſis. Veteres amicos & clientes tuos, & imprimis ſe, eo apud Te loco eſſe, quo fuerant. Eoſdem illos, eundem Teipſum Te putare. Humanitatem magnitudinis tuæ menſuram videri. Cum vndequaque ſis ſummus, inde tamen haberi maximum, quod cum ſupremo vertici proximus

ximus

ximus ſis, ceteris parem Te putes. Mirentur hæc alij, Belgis nota ſunt. Meminerunt moderationis, quâ, de ſumma re, quam in terris optare poteras, hoc eſt, de CLEMENTIS PATRVI TVI electione nuntiũ accepiſti. Geſtiebant gaudio omnes, eò magis, quòd, qualis eſſet, non tantùm indicio famæ cognoſcerent, ſed etiam in Te velut in imagine quadam viderent. Tu, cum rapi extra Te debuiſſes, ne vultum quidem mutaſti. Si quæ lætitiæ ſigna dabas, apparebat Eccleſiæ gratulari Te, non Tibi. Publico bono lætum eſſe, non priuato. Credere Te de PATRVI faſtigio nihil tuum eſſe, niſi Te demittere: de ſumma EIVS poteſtate nihil ad Te deriuari, niſi materiam obtemperandi. Nec alium Te Roma vidit, quàm Belgium conſpexerat. Tota ad aduentum Tuum commota eſt, atque in plauſus effuſa: Tu immobilis permanſiſti. Inter Italiæ atque Orbis (cũius ſummarium Vrbs eſt) gratulationes ſibi conſtitit æquabilitas Tua. Magnificentia, quâ exceptus es; nihil aliud fecit, niſi vt ſciretur, quàm ſupra illam eſſes. Palatium PATRVI Maieſtatis ſedem velut priuatam domum ſubiuiſti. Erat tamen non IPSIVS tantùm causâ, ſed etiam Tuâ,

cur triumphantis in morem excipereris Feceras in via, quod magnis victorijs æquiualeret. *Regis Chriſtianiſſimi* animum ad pacem inflexeras. Nemo bellando de Chriſtiano orbe meliùs meritus eſt. Plus quibuſcumque armis profuit ſapientia Tua. Tantum in illâ pace momenti eſt. Dabis tamen veniam, ſi ita Tibi hanc laudem tribuam, vt & alterius putem eſſe. Illuminant mundum ſidera, ſed à ſole illuſtrata. Vt ſua ipſis virtus inſit, ab hoc, quo maximè proſunt, habent. Fallor: ſupra ſolem & ſidera, ſupra quidquid in cælis beneficum nobis ac ſalutare conſpicitur, quærendum eſt quod dicam. Operam Tu, vt pax fieret, feliciter nauaſti: ſed PATRVI mandato & auſpicijs. Tu conatum, ILLE auctoritatem contulit. Multum effecit prudentia Tua, ſed ab ILLO hauſta, adiuta, directa. Non parum Tuæ, (quantùm par eſt) plus eius voluntati eſt tributum. Quid hîc aliud niſi vices geſſit eius, qui eſt pax noſtra; & fecit vtraque vnum, nec eſt diſſenſionis Deus, ſed pacis? At pacis adminiſtros Deus angelos habet: vti Deus pacis, ſic & angeli pacis ſunt. Quod angeli Deo, hoc Tu PATRVO fuiſti. Beauit ILLE populos, pacauit terras, conciliauit

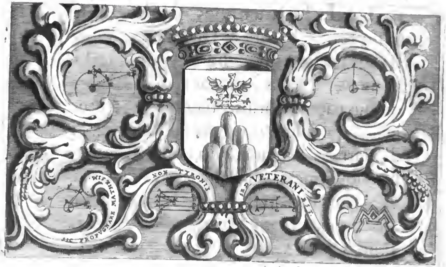
reges,

Reges, quorum diſcordia mundi eſt ruina. Ad hoc Te Legatum, hoc eſt, Angelum ſuum fecit. Viuat, & Deum pacis nobis ILLE repræſentet diu, diu Tu pro Angelo pacis ſis. Nobis, inquam, Chriſtianis, quibus pacem Chriſtus reliquit. Petantur bello, qui ipſum oppugnant. Vertantur in illos arma, ſanguine quo non debuerunt, hucvſque tincta. Videat victos CLEMENS, vt pacatos, quos voluit, videt. Notentur eius anni, non temporum ſpatijs, ſed beneficijs. Primus pace Chriſtianis datâ ſignatus eſt, alter victoriâ de Turcis inſignis ſit. Similes viuat plurimos. Tu PRINCEPS EMINENTISSIME, vt facis, in tantorum operum, vigiliarum, ſollicitudinis, laborum partem veni. Felicitatis, quam in terris ſperes, apex eſto, in Eccleſiâ & *in Euangelio laborare cum* CLEMENTE.

EMINENTIÆ TVÆ

Seruus humillimus & obſequentiſſimus

SIMON LAVRENTIVS VETERANI.



ILLVSTRISSIMO
D. SIMONI LAVRENTIO
VETERANI
EX COMITIBVS MONTIS-CALVI

OPERA MATHEMATICA
R. P. ANDREÆ
TACQVET
PVBLICE PROPVGNANTI.

ESſe quid hoc dicam, Grudijs Veteranus *in aruis*
Quodnoua, nec vulgo cognita, bella paret?
En iterum clypeis[a] *Aquilæ, Mauortia fulgent*
Symbola, militiæ ſymbola Roma tua.
En iterum aggeſtis ſtant propugnacula glebis,

a *Inſignia Domus Veterana*

Multa-

Multaq; vix cœptum linea ſcindit opus.
Quid ſibi tanta volunt belli molimina? numquid,
Qui rurſum Grudios impetat, hoſtis adeſt?
[b]Dilia *ponemetum, Phœbo gratiſſima Nympha,*
Non tibi, ceu quondam, decolor unda fluet.
Bella quidem fateor, miles Veteranus *& arma,*
Sed media voueas qualia pace gerit.
Aſpice, nil Aquila, nil ſcutum hoſtile minantur;
Symbola ſunt belli, catera pacis habent.
Qua ſtruitur moles, & qui deſcribitur agger,
Si neſcis, urbi ſeruiet ille tua.
Hoc Elementa docent, tibi qua Tacquetius *offert,*
Grande Mathematici deficientis opus.:
O quos non libros, qua non monumenta reliquit!
Omnia qua retrò voluere ſacla volent!
Occidit ille quidem fato ſublatus acerbo;
Sed non ars Domino contumulata ſuo eſt.
O bene, quod ſtudio quiſquam rapiatur eodem,
Et tam ſublimi geſtiat ire via!
Perge, age, tam facilem cui ſe Regina Matheſis
Exhibet, inq; artes erudit ipſa ſuas;
Securus belli (tuus hoc pro Caſare Frater
Tentet, & oppreſſo quarat ab hoſte decus)
Imbue Tu ſtudijs animum Veterane, *Mineruam*
Primus & ingenium ſit coluiſſe labor;
Non minus idcirco Veterani *nomen adimples,*
Quod pra Marte tibi culta Minerua placet,
Scilicet & curas, animoſq;, acreſq; labores,
Gnaraq; militia pectora Pallas alit.
Militis officium eſt, urbi deſcribere valla,
Et formam caſtris, aggeribuſq; dare;
Et campum immenſos ſinuat Veteranus *in arcus,*
Et monſtrat tutus quis ſit ab hoſte locus;
Peruigilant ambo: curis agitatur uterque.
Hic tabulis acies ordinat, ille ſolo;
Alter ut Euclydem tueatur, & alter ut urbes
Dimicat; hic verbis rem gerit, ille manu.
Cur igitur Te non Veterani *nomine digner,*
Tyronem, quiſquam, Te licet eſſe velit?

[b] *Fluuius qui Louanium interſecat*

 Prima

Prima (fatebor enim) ſtudij tibi labitur ęſtas,
Vixq́; rudimentis addita ſumma tuis.
Et tamen Oceanum iam nunc metiris, & arua,
Quaque Geometris cognita mente tenes.
Quàm celeres fluuij, quàm celſo vertice montes,
Quantaq́; ſint rerum corpora, quique ſitus:
Quàm procul Auſoniâ Grudij diſtemus ab vrbe,
Quàm vaſtas habitet gens Veterana domos:
Quà ducat remos, quà ventis carbaſa laxet
Nauita, quà dubiam temperet arte ratem.
Parua loquor; trans & cęlos & ſidera cęli,
Te tuus, vt ne quid neſciat, ardor agit.
Hic tibi Mercurij ſpectatur in ęthere ſidus,
Hic Venus ingenio ſubditur ipſa tuo.
Hic quid ſint Hyades, Geminiq; & Cancer, & Hœdus,
Et quâ ſint cęli parte locata vides.
An turpi macula vel Sol, vel Luna laboret,
Cur media lateant ille vel illa die:
Sintne (quod affirmant) Phœbeo in ſidere montes,
An ſecum ęquoreas Cynthia mutet aquas:
Hæc tibi cum pateant, Iuuenum cultiſſime, cur non
Quod meruit nomen ſtirps Veterana, geras?
Cur non emeriti laudem tibi militis addam,
Tam bene qui certas, & quod es, eſſe ſtudes?
Quin ſimul adijciam; ſic propugnare Matheſim
Non Tyronis opus, ſed VETERANE tuum eſt.

FACVLTAS R. P. PRÆPOSITI PROVINCIALIS.

PROVINCIÆ FLANDRO-BELGICÆ SOC. IESV.

EGo infra-ſcriptus Societatis IESV per Flandro-Belgicam Præpoſitus Prouincialis, poteſtate mihi ad hoc factâ à P. N. Ioanne Paulo Oliua Præpoſito Generali eiuſdem Societatis, concedo Iacobo Meurſio Typographo Antuerpienſi Facultatem typis mandandi librum, cui titulus: OPERA MATHEMATICA R. P. ANDREÆ TACQVET *Societatis noſtræ Sacerdotis*, à tribus ex eâdem Societate Patribus ad id deputatis examinatum & approbatum. In quorum fidem has manu meâ ſubſcriptas, officij mei ſigillo muniendas curaui. Bruxellæ 11 Septembris M. DC. LXVIII.

THOMAS DEKENS.

APPROBATIO CENSORIS.

OPERA MATHEMATICA R. P. ANDREÆ TACQVET *Soc.* IESV poterunt typis excudi & publicari, vtpote nihil continentia, quod Fidei Orthodoxæ Romanæ aduerſetur. In quorum fidem hiſce ſubſcripſi Antuerpiæ XXVI. Iunij M. DC. LXVIII.

AVBERTVS VANDEN EEDE *J. V. L. Proton. Apoſt. Can. & Archidiac. Antuerp. Librorum Cenſor.*

SVMMA PRIVILEGII REGII.

CAROLVS Dei gratiâ Hiſpaniarum Indiarumque, &c. Rex Catholicus, Archidux Auſtriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Sereniſſimus Belgarum Princeps, Diplomate ſuo ſanxit; ne quis *librum, cui titulus eſt*, OPERA MATHEMATICA R. P. ANDREÆ TACQVET *Societatis* IESV, citra Iacobi Meurſij voluntatem, proximis nouem annis imprimat, aut alibi terrarum impreſſum, in has Germaniæ Inferioris ditiones importet, venalemúe habeat: qui ſecùs faxit, confiſcatione librorum & aliâ graui pœnâ mulctabitur; vti latiùs patet in litteris datis Bruxellæ XXIX Auguſti M. DC. LXVIII.

Signat

LOYENS.

SYNOPSIS OPERVM.

ASTRONOMIÆ LIBRI OCTO CVM APPENDICE.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBRI TRES.

OPTICÆ LIBRI TRES.

CATOPTRICÆ LIBRI TRES.

ARCHITECTVRÆ MILITARIS LIBER VNVS.

CYLINDRICORVM ET ANNVLARIVM LIBRI QVINQVE.

DISSERTATIO PHYSICO-MATHEMATICA DE CIRCVLORVM VOLVTIONIBVS.

Quid ſingulis libris contineatur tertia ab hac pagina indicabit.

Digitized by Google

Si cui viſum fuerit adhuc aliter laminas compingere, quàm in admonitione ad Compactorem explicuimus: poterit id fieri ſeruato ſemper hoc quod de figurarum extra librum explicatione iſthic monuimus, in hunc modum.

ASTRONOMIÆ.

Lamina 1	inſeratur ad paginam 12
2	58
3	78
4	84
5	118
6	148
7	162
8 & 9	188
10	220
11	240
12	260
13	280
14	284
15	294
16	312
17	330
18	340
19	356

GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

Lamina 1.2.3	Pag. 62
4.5.6.7	106
8.9	132

OPTICÆ.

Schema 1.2.3	Pag. 156
4	158
5.6.7	168
8.9.10.11	170
12.13.14	176
15	184
16	188
17	190
18.19.20	212

CATOPTRICÆ.

Schema 21	Pag. 220
22	230
23	238
24.25	244
26	252
27.28.29	264

ARCHITECTVRÆ MILIT.

Schema 30	Pag. 276
31	284
32	288
33.34	292
35.36	296
37.38	302

CYLINDRICORVM ET ANNVLARIVM.

Schematiſmus I	Pag. 10
II	16
III	20
IV	24
V	30
VI	40
VII	46
VIII	58
IX	60
X	62
XI	66
XII	72
XIII	78
XIV.XV	80
XVI.XVII	82
XVIII	146

CYLINDRICORVM ET ANNVLARIVM lib. V.

Figura XIX	Pag. 122
XX	132
XXI	142

Digitized by Google

AD LECTOREM.

EN tibi, Candide Lector, Opera Mathematica Patris Andreæ Tacquet Geometræ, ſcriptis ſuis iam pridem clari. Virum non commendo, quem & ſua in inueniendo ſubtilitas, & in explicando claritas omni commendatione fecit maiorem. Cylindricorum & Annularium quinque, quos conſcripſit libros & quæ iam eduntur opera poſthuma, conſule; dictis meis fidem facient. Certè Stephanus de Angelis Ordinis Ieſuatorum, inſignis geometra, in præfatione ad ea, quæ de infinitis parabolis ſolerter inuenta edidit, typis venetis anno 1659, non dubitauit Tacquetij noſtri Cylindrica & Annularia OPVS AVREVM *nuncupare. Acutiſſimus verò ille & cùm Elementis ſuis tetragoniſmicis, tum ſeptem de Cycloïde ſubtiliſſimis vulgatis libris, atque vſque ad Aduerſariorum non vulgarium notam inuidiam ingenioſis, Antonius Lalouera è Societate Noſtrâ in præfatione ſua ad lib. ſuum VI. de Cycloide ita cenſet:* Serò, quod ægrè ferimus, venerunt in manus noſtras R.P. Tacquet libri IV Cylindricorum & Annularium, OPVS CENSEMVS ABSOLVTISSIMVM, ATQVE SVO MERITO NVMQVAM INTERITVRVM, eiuſque auctori, qui primus hac de re ſuas lucubrationes vulgauit, iſtam coronam debitam eſſe cognoſcimus &c. *Quintum eiuſdem operis librũ hîc Author nondũ viderat, qui ſeorſim editus anno 1659 cum priores quatuor vulgati ſint anno 1651; hos ſimul iunctos iam damus editione altera. Nec dubito, Candide Lector, quin iudicaturus ſis cùm his præſtantiſſimis Geometris, & eiuſdem notæ aliis pluribus, quorum vulgata typis de Authore noſtro iudicia in promptu mihi eſt proferre. Hoc puto futurum vt admireris, tantum Geometram eo ſe demiſiſſe, vt tirones manu duceret. Elementa conſcripſit: noſti illa, credo: iam bis prælum Meurſianum fatigarunt. Quantus etiam in Elementis Geometra emicuit! Sed quid elementa dico, quibus illa miſcuit & addidit quæ ſublimes etiam animos detineant? ab elementis per vniuerſam, quanta quanta eſt, matheſin animum explicuit, illa methodo eam traditurus, qua iſta conſcripſerat, non tam ſui nominis commendandi, quam diſciplinarum Mathematicarum & diſcere cupientium cauſa. Totam itaque Aſtronomiam, rem ſanè pulchrã ſed arduam, in octo libros ordine ſcientifico, quod nemo hactenus, ita digeſſit, vt iam etiam, ſine magiſtro perdiſci poſſit, in quam non niſi admodùm difficulter, quamuis præeunte doctore, dabatur penetrare.*

Geometriam practicam, Opticam, Catoptricam, ſcientias iucundas & ingenioſas eodem ſtylo, ad eundemque finem elucubrauit. Dioptricam dum tractat, iturus porro per omnes, quas Geometriæ ſcientias ſubalternas dicimus, egregios conatus mors intercepit, ea ætate quæ ſanè immatura, ad quam tamen mirandum inter difficilia ſtudia, & afflictiſſimam valetudinem peruenisse.

niſſe. Quos iam enumerauimus limati ingenij labores tibi Lector exhibemus. Adiunximus & eiuſdem Authoris Architecturam Militarem, non quia illam prælo deſtinarat, ſed quia Authoris ſtylo, materia & compendio exiſtimauimus placituram ijs, quos iuuat hiſce ſtudijs initiari. Boni conſule ſtudia Authoris & iam vita functo bene precare, qui tuo & Matheſeos bono ſe totum mancipauit, ita tamen, vt nec ſuum nomen, nec tuam ſcientiam, ſed diuinæ Sapientiæ in abditiſſimis veritatibus reconditæ maiorem gloriam ac manifeſtationem, ſuorum laborum, tuique ſtudij finem eſſe voluerit. Quo ſi etiam ſpectaueris, næ tu feliciter ex ipſius voto, & tuo bono te ſtudijs Mathematicis tum denique profuturis, & laudabilibus impenderis.

SYLLA-

SYLLABVS CAPITVM ET NVMERORVM ASTRONOMIÆ.

ASTRONOMIÆ

LIBER I.

DE MOTV SOLIS.

CAPVT I.

Definitiones primæ, quibus primus ad Aſtronomiam aditus aperitur.

Numerus. I. *Sequuntur definitiones ſingulæ.*

CAPVT II.

Figuræ cæli & terræ. Terra ad cælum puncti inſtar. Locus terræ.

Num. II. *Figura cæli ſphærica eſt, & motus aſtrorum circularis.*

III. *Figura terræ ſphærica eſt.*

IV. *Superficies maris, imo cuiuſuis humidi quieſcentis ſphærica eſt.*

V. *Vnde fiat vt Terra & mare quamuis ſint ſphærica, appareant eſſe plana.*

VI. *Conſectaria ad rotunditatem terræ & aquæ.*

VII. *Sphæra cuius ſemidiameter eſt diſtantia oculi noſtri à centro Firmamenti, ſe habet ad firmamentum puncti inſtar, quemcumque dederis Terræ locum in vniuerſo.*

VIII. *Terra quoad ſenſum eſt in centro firmamenti.*

CAPVT III.

Per hypotheſim duplicis motus Solis dantur cauſæ eorum, quæ circa varietatem dierum ac noctium & tempeſtatum anni vbiuis gentium obſeruantur.

Num. IX. P*Henomena communia; hoc eſt quæ in omnium oculos incurrunt.*

X. *Prima hypotheſis Aſtronomiæ de duplici Solis motu proponitur.*

XI. *De motibus compoſitis.*

XII. *Qualis ſit motus qui ex Solis motu primo ac ſecundo componitur, quẽque Sol non ex hypotheſi, ſed verè & realiter percurrit.*

XIII. *Quem circulum quoad ſenſum Sol quotidie percurrat.*

XIV. *Notantur quædã ad ſequentia.*

XV. *Cauſæ dantur eorum, quæ apparent in ſphæra rectâ.*

XVI. *Cauſæ eorum, quæ apparent in ſphæra obliqua.*

XVII. *Cauſæ eorum, quæ apparent in ſphæra obliqua, cuius dies longiſſima 24 horas æquat vel excedit; & eorum denique quæ in ſphæra parallela contingunt,*

 CAPVT

CAPVT IV.

De parallaxi; de refractione Aſtronomicâ; de crepuſculis.

XVIII. *DEfinitiones parallaxeos altitudinis.*

XIX. *Affectiones primæ parallaxeos altitudinis.*

XX. *Affectiones primæ refractionis Aſtronomicæ.*

XXI. *De crepuſculis quædam breuiter indicata.*

CAPVT V.

De inæqualitate motus ſecundi ſiue annui, & quâ hypotheſi ſaluetur.

XXII. *QVæ circa inæqualitatem motus annui Solis ſint ab Aſtronomis obſeruata.*

XXIII. *Statuitur hypotheſis, quâ Solis annui motus inæqualitas explicatur.*

XXIV. *Definitiones ad hypotheſim Eccentrici pertinentes, quarum pleræque non tantum Soli ſed etiã Lunæ cæteriſque planetis conueniunt.*

XXV. *Proprietates Eccentrici referuntur ac demonſtrantur.*

CAPVT VI.

A fundamentis traditur modus ſupputandi motũ Solis tũ mediũ, tum verũ, ad tempus datũ.

XXVI. *LIneam meridianam, & inſtans meridiei inuenire.*

XXVII. *Altitudinem poli & æquatoris inuenire.*

XXVIII. *Meridianam, vel non meridianam Solis altitudinẽ inuenire.*

XXIX. *Diem ſolſtitij inuenire.*

XXX. *Horam & momentum ſolſtitij inuenire.*

XXXI. *Obliquitatem, ſeu maximam declinationem Eclipticæ inuenire.*

XXXII. *Reijcitur mutatio obliquitatis Eclipticæ.*

XXXIII. *Momentum æquinoctij inuenire.*

XXXIV. *Parallaxis Solis in motuũ cæleſtium determinatione tutò contemnitur.*

XXXV. *Anni ſolaris medij quantitatem inuenire.*

XXXVI. *Ex anno ſolari medios Solis motus, annuos, menſtruos, diurnos &c. inuenire.*

XXXVII. *Locum aliquem Solis verum obſeruando cognoſcere.*

XXXVIII. *Solis Eccentricitatem, & locum Apogei inuenire.*

XXXIX. *Temporis momento, quo locus Solis verus per obſeruationẽ innotuit, motum mediũ competentem inuenire.*

XL. *Æquationes ad ſingulos Anomaliæ gradus inuenire.*

XLI. *Mutatio Eccentricitatis reijcitur.*

XLII. *Reiicitur inæqualitas apparens motus Apogei.*

XLIII. *Quantitatem annuam motus Apogei definire.*

XLIV. *Locum Apogei ad tempus datum ſupputare.*

XLV. *Dato tempore æquinoctij veri, æquinoctij medij tempus inuenire.*

XLVI. *Reijcitur apparens inæqualitas præceſſionis æquinoctiorum, ſiue motus firmamenti.*

XLII. *Reiicitur annorum ſolarium ſenſibilis inæqualitas.*

XLVIII. *Anni ſolares tamen verè ſunt inæquales, ſed differentiâ inſenſibili.*

XLIX. *Anni ſolaris medij quantitatem vltimò determinare.*

L. *Inæqualitas dierum naturalium oſtenditur.*

LI. *Gradus & minuta æquatoris in tempus tum primi mobilis, tum ſolare conuertere: & contra.*

LII. *Ad datum tempus Solis aſcenſionem rectam, ſeu longitudinem æquatoriam reperire.*

LIII. *Radicem motuum Solis ad quamuis Epocham conſtituere.*

LIV. *Solis motum medium ad datum tempus ſupputare.*

LV. *Solis motum verum, ſiue locum in Zodiaco, ad datum tempus ſupputare.*

LVI. *Ex dato motu vero, medium colligere.*

LVII. *Regulæ temporis æquandi & inæquandi.*

L VIII *Quando & quomodo æquatio temporis ſit adhibenda.*

LIX. *Quando tempus æquale conuerti debea*

Digitized by Google

debeat in apparens.
LX. *Motum Planetæ ad meridianum vnius loci inuentum, cuius meridiano accommodare.*

ASTRONOMIÆ
LIBER II
De motu Lunæ.

CAPVT I.

Qui motus in Luna, & quomodo ſint obſeruati.

Num. I. *Lunæ motus primus & ſecundus, ſiue motus diurnus, & motus in longitudinem.*
II. *Motus Lunæ in longitudinem, denominationes & ſpecies.*
III. *Motus Lunæ in longitudinem prima inæqualitas.*
IV. *Locum Lunæ in Zodiaco obſeruare.*
V. *Secunda Lunæ in longitudinem inæqualitas.*
VI. *Tertia Lunæ inæqualitas.*
VII. *Motus Apogei Lunæ.*
VIII. *De duplici Apogeo.*
IX. *Motus Lunæ in latitudinem.*
X. *Motus nodorum.*
XI. *Motus Lunæ in altitudinem.*
XII. *Libratio Lunæ multiplex.*

CAPVT II.

Proponuntur hypotheſes Lunæ in longitudinem.

Num. XIII. *Hypotheſis prima longitudinis Lunæ exponitur.*
XIV. *Quomodo phænomenis ſatisfaciat.*
XV. *In quo deficiat.*
XVI. *Hypotheſis ſecunda longitudinis Lunæ exponitur.*
XVII. *Definitiones ad hanc hypotheſim pertinentes.*
XVIII. *Forma calculi motus veri Lunæ in hac hypotheſi.*
XIX. *Secunda hypotheſis meliùs ſatisfacit phænomenis, quàm prima.*

CAPVT III.

A fundamentis traditur, quo artificio motus Lunæ æquales inueniantur.

XX. *Definitiones ad ſequentia.*
XXI. *Demonſtratur curſus lunaris tota inæqualitas prima, quam Luna in ☌ & ☍ ſubit.*
XXII. *Inæqualitas menſium Lunæ tam ſynodicorum quàm periodicorũ.*
XXIII. *Notitia motuum Lunæ per Eclipſes acquiritur.*
XXIV. *Ex duabus Eclipſibus, in quarum vtrâque non ſunt æquales Anomaliæ tam Solis quam Lunæ, non elicitur certò quantitas menſis ſynodici.*
XXV *Ex duabus Eclipſibus ſatis magno interuallo diſtantibus, in quarum vtraque æquales ſint Anomaliæ Lunæ, itemque Solis æquales, certò elicitur quantitas, menſis tam ſynodici, quam periodici.*
XXVI. *Quo indicio reditus Anomaliæ Lunaris deprehendatur.*
XXVII. *Aliud indicium reſtitutionis, ſiue reditûs Anomaliæ.*
XXVIII. *Æqualium motuum Lunæ prima inueſtigatio.*
XXIX. *Attingitur hypotheſis epicyclica Lunæ in Syzygiis.*
XXX *Lemmata ad ſequentia.*
XXXI. *Datis tribus Eclipſibus tadium ſeu Epicycli Eccentricitatem ſyzygialem; item Lunæ Anomaliam mediam & locum medium ad Eclipſium momenta inuenire.*
XXXII. *Eadem per viam Eccentrici aliis duobus modis inuenire.*
XXXIII. *Æqualium Lunæ motuum examen & emendatio.*

XXXIV. *Æqualium Lunæ motuum determinatio ſuprema.*

XXXV. *De periodis Luni-ſolaribus.*

XXXVI. *Radicem motuum Lunæ ad quamuis epocham ſtatuere.*

XXXVII. *Ad datum tempus quodcumque motus Lunæ æquales ſupputare.*

CAPVT IV.

Modus inueſtigandi verum motum & locum Lunæ in ſyzygiis.

XXXVIII. *Eccentricitatem Lunæ in ſyzygiis exactè inuenire.*

XXXIX. *Æquationes Lunæ in ſyzygiis ad ſingulos Anomaliæ gradus inuenire.*

XL. *Ad datum quoduis tempus in Syzygiis Lunæ verum motum & locum ſupputare.*

CAPVT V.

Modus inueſtigãdi verum motum & locum Lunæ extra Syzygias.

XLI. *Maximam Lunæ tum proſthaphæreſim, tum Eccentricitatem, quæ nimirum ipſi competunt, in quadraturis, inuenire.*

XLII. *Æquationem centri maximam, & gradum Anomaliæ, ad quem contingit, inuenire.*

XLIII. *Ad ſingulos Anomaliæ centri gradus Eccentricitates & Æquationes centri inuenire.*

XLIV. *Cùm datâ Eccentricitate temporaneâ, æquationes orbis ad ſingulos gradus Anomaliæ orbis veræ inuenire.*

XLV. *Quo compendio condantur tabulæ æquationum orbis.*

XLVI. *Ad datum quoduis tempus extra Syzygias, Lunæ verum motum & locum ſupputare.*

XLVII. *Modus alter ſupputandi verum motum & locum Lunæ extra Syzygias.*

CAPVT VI.

Motus Lunæ in latitudinem inueſtigatur.

XLVIII. *Definitiones ad latitudinem Lunæ pertinentes.*

XLIX. *Reſtitutionem motus Lunæ in latitudinem cognoſcere.*

L. *Quomodo motus nodorum notitia prima acquiratur.*

LI. *Aliâ viâ motus nodorum, eiuſque periodi notitiam primam acquirere: eâdemque operâ ad epocham ſeu momentũ alicuius Eclipſis diſtantiam veram & mediam Lunæ à nodo, & locum nodi in Zodiaco reperire.*

LII. *Motus medios latitudinis Lunæ inuenire.*

LIII. *Ad datam Epocham radicem Æqualis motus Lunæ in latitudinem conſtituere.*

LIV. *Motuum æqualium Lunæ in latitudinem & radicis eorumdem determinatio exacta.*

LV. *Ad datum tempus motum æqualem latitudinis Lunæ, ſiue diſtantiam Lunæ mediam à nodo boreo ſupputare.*

LVI. *Ad datum tempus in Syzygiis, motum verum latitudinis Lunæ, ſiue veram eius à nodo boreo diſtantiam ſupputare.*

LVII. *Ad datum tempus extra Syzygias motum verum latitudinis Lunæ ſupputare.*

LVIII. *Ad datum tempus locum nodi borei in Zodiaco per motum latitudinis ſupputare.*

LIX. *Idem independenter à latitudinis motu efficere.*

LX. *Ad datum tempus, ſiue in Syzygiis, ſiue extra, verum motum Lunæ in latitudinem aliter quàm n. 56. & 57 ſupputare.*

CAPVT VII.

Inquiritur latitudo Lunæ.

LXI. *Diſtantiam limitum ab Eclipticâ in Syzygiis & quadra-*

quadraturis patefacere.

LXII. *Ad datum tempus extra Syzygias & quadraturas diſtantiam limitum ab Ecliptica reperire.*

LXIII. *Ad datum tempus in Syzygiis & quadraturis veram Lunæ latitudinem ſupputare,*

LXIV. *Ad datum tempus extra Syzygias & quadraturas latitudinem veram Lunæ ſupputare.*

LXV. *Reductio Lunæ ad Eclipticam.*

CAPVT VIII.

De inuentione Lunæ in gradu Eclipticæ nonageſimo ab Horizonte: atque ea occaſione rudimenta quædam doctrinæ ſphæricæ.

LXVI. *Definitiones ſphæricorum triangulorum.*

LXVII. LXVIII. LXIX. LXX. LXXI. } *Theoremata ſphærica.*

LXXII. *Tempus, quo Luna in gradu ab horizonte nonageſimo exiſtet, reperire.*

ASTRONOMIÆ

LIBER II.

De Solis & Lunæ parallaxi, refractione, diametro apparenti, diſtantia, magnitudine.

CAPVT I.

Dimenſio temporis vibrationibus perpendiculi.

Num. I. *Perpendiculi ad menſuram temporis accommodati forma.*

II. *Eiuſdem perpendiculi vibrationes æquè multæ æqualibus temporibus abſoluuntur.*

III. *Eiuſdem perpendiculi quot vibrationes vnâ horâ, vel aliâ quâuis diei naturalis parte notâ abſoluantur, inuenire.*

IV. *Datum quoduis temporis ſpatium notum facere.*

V. *Exhibere tempus æquale vni horæ vel cuiuis parti diei naturalis.*

VI. *Temporis momentum exactiſſimè notum facere.*

CAPVT II.

Modus inueniendi parallaxim Lunæ in circulo altitudinis, & ex eâ diſtantiam Lunæ à centro terræ.

VII. *De triplici loco Solis & Lunæ.*

VIII. *Lunæ declinationem veram ab æquatore ad datum tempus inuenire.*

IX. *Parallaxis Lunæ in circulo altitudinis, prima inueſtigatio.*

X. *Lunæ Apogeæ & Perigeæ in □ & ☍ tum diſtantia à centro terræ, tum parallaxis horizontalis ſtatuitur.*

XI. *Certum eſt Lunæ & Solis à terrâ diſtantiam variari.*

XII. *Diſtantia Lunæ à centro terræ nunquam minor eſt terræ ſemidiametris 50, nunquam maior ſemidiametris terræ 72.*

XIII. *Diſtantiam Lunæ à centro terræ ad tempus datum inuenire.*

XIV. *Datâ altitudine Lunæ, ſiue verâ, ſiue viſâ, Lunæ parallaxim in altitudinem ad datum tempus inuenire.*

XV. *Altitudinem Lunæ veram conuertere in viſam, & viſam in verã.*

CAPVT III.

Inquiritur diſtantia Solis à Terra, & ex ea parallaxis.

XVI. *MOdus inueſtigandi diſtantiam Solis à Terra per dichotomiam Lunæ.*

XVII. *Prorſus certum eſt diſtantiam Solis à Terra, continere diſtantiam Lunæ plus quàm decies-nouies, hoc eſt plus quàm Terræ ſemidiametros 950. adeóque plus quàm 3(101, 750 milliaria Bononienſia. Imo ex recentioribus dechoton iæ obſeruationibus certum eſt diſtantiam Solis excedere diſtantiam Lunæ plus quàm quinquagies-ſepties, hoc eſt ſemidiametros Terræ 2850, ſeu milliaria Bon. 9(315,250.*

XVIII. *Datâ aliquâ Solis diſtantiâ cum gradu Anomaliæ, eiuſdem diſtantiam ad quemuis Anomaliæ gradum inuenire.*

XIX. *Diſtantia Solis à Terra nunquam minor 7000 ſemidiametrorũ Terræ, hoc eſt milliarium Bon. 22. millionibus & 855 millibus; & parallaxis Solis horizontalis nunquam maior eſt dimidio minuto.*

XX. *Deducuntur Corollaria, ex quibus liquet luminarium motus & parallaxes à nobis ritè hactenus fuiſſe conſtituta*

XXI. *Parallaxim Solis in circulo altitudinis ad datum tempus inuenire.*

CAPVT IV.

Modus inueſtigandi refractiones Solis & Lunæ.

XXII. *DEfinitiones ad ſequentia.*

XXIII. *Diſtantiam Solis æquatoriam à Meridiano & diei tempus inuenire, cum Sol ſaltem gradus 40 altus eſt.*

XXIV. *Diſtantiam Solis æquatoriam à Meridiano & tempus diei, licet Sol infra horizontem, aut ei vicinus ſit incognitâ adhuc refractione inuenire.*

XXV. *Diſtantiam Lunæ æquatoriam à Meridiano inuenire.*

XXVI. *Refractionem Solis horizontalem tam ſimplicem quàm compoſitam inuenire.*

XXVII. *Solis ſupra horizontem apparentis refractiones tam ſimplices quàm compoſitas inuenire.*

XXVIII. *Refractiones Lunæ tam in horizonte quàm ſupra horizontem apparentis inuenire.*

XXXIX. *Notæ ad refractiones.*

CAPVT V.

Inquiruntur apparentes diametri Solis ac Lunæ.

XXX. *DIametrum Solis apparentem obſeruare.*

XXXI. *Solis Apogei diameter apparens eſt min. 30′, 36″; Perigei min. 33′.8″; medij min. 31′.56″. Et certum eſt diametrum Solis Perigei apparentem non eſſe minorem minutis 30′.*

XXXII. *Diametrum Lunæ apparentem obſeruare.*

XXXIII. *Diameter apparens Lunæ Apogeæ in ☌ & ☍ eſt min. 28; in □□ min. 27: Perigeæ verò in ☌ & ☍ min. 33′. 30″; in □□ min. 35′.6″. In diſtantia media min. 30′. 30″.*

XXXIV. *Veram Solis ac Lunæ diametrum inuenire.*

XXXV. *Ad datum tempus diametrum apparentem Solis vel Lunæ inuenire.*

CAPVT VI.

De magnitudine Solis & Lunæ.

XXXVI. *SOl eſt maior Terrâ plus quàm millies & ſeptingenties. Imo nouiſſimæ & accuratiſſimæ Lunaris dichotomiæ obſeruationes Solem exhibent plus quàm vigintiſepties millies Terrâ maiorem.*

XXXVII. *Luna eſt ad Terram vt 1 ad 55.*

CAPVT

CAPVT VII.

Modus inueniendi parallaxes longitudinis & latitudinis.

XXXVIII. *Deſiniuntur parallaxium ſpecies omnes.*

XXXIX. *Affectiones primæ parallaxium longitudinis, & latitudinis, ac cæterarum.*

XL. *Aſcenſionem rectam medij cæli ad datum tempus inuenire,*

XLI. *Ad datum tempus punctum Eclipticæ culminans inuenire.*

XLII. *Ad datum tempus punctum Eclipticæ Oriens & Occidens, vnà cum angulo Eclipticæ ac horizontis inuenire.*

XLIII. *Ad datum tempus gradum Eclipticæ nonageſimum, eiuſque ſitum reſpectu meridiani inuenire.*

XLIV. *Ad. d. t. altitudinem nonageſimi & diſtantiam à vertice inuenire.*

XLV. *Ad. d. t. reperire diſtantiam luminarium à vertice, angulum in ipſorum centro factum, à verticali & Ecliptica, angulum factum in Lunæ centro à verticali & circulo latitudinis.*

XLVI. *Ad. d. t. luminarium parallaxes longitudinis ac latitudinis reperire.*

XLVII. *Ad. d. t. parallaxim longitudinis Lunæ à Sole inuenire.*

ASTRONOMIÆ

LIBER IV.

De Eclipſi Solis ac Lunæ.

CAPVT I.

Quo artificio vera Nouilunia ac Plenilunia, tam præterita, quàm futura inueniantur.

Num. I. *Medium ☌ & ☍ tempori dato proximum, & ex eo omnia tam antecedentia, quàm conſequentia inuenire.*

II. *Ad datum tempus verum motum horarium, tam Lunæ, quàm Solis, & verum motum horarium Lunæ à Sole inuenire.*

III.
IV.
V.
VI.
VII.
VIII. } *Sex regulæ demonſtrantur, ex quibus cognoſcitur an & quantùm vera Syzygia mediam præcedat vel ſequatur.*

IX. *Summa præcedentium regularum.*

X. *Omnia vera Nouilunia & Plenilunia, tam præterita, quàm futura, inuenire.*

XI. *Maxima temporis differentia inter veram & mediam Syzygiam eſt horarum circiter 14: ſed inter quadraturam veram & mediam horarum circiter 18.*

XII. *Inuenire tempus, quo Sol vel Luna in dato Zodiaci loco erit.*

CAPVT II.

Vmbræ Lunam obſcurantis dimenſio.

XIII. *Exponitur & definitur Eclipſis Lunæ cum vmbra Terræ & Atmoſphæræ.*

XIV. *Ad tempus datum angulum & axem, tam vmbræ Atmoſphæræ, quàm vmbræ terreſtris fictæ, inuenire.*

XV. *Reperire ſemiangulum vmbræ terreſtris veræ.*

XVI. *Vmbræ terreſtris veræ axem inquirere.*

XVII. *Luna Eclipſatur ab vmbra,* non

non Terræ, ſed Atmoſphæra.
XVIII. *Quantùm Terræ Sol vltrà hemiſphærium illuminet.*
XIX. *Vmbræ terreſtris Atmoſphericæ in loco tranſitus Lunæ diametrum tam veram, quàm apparentem inuenire ad tempus datum.*

CAPVT III.

Eclipſes Lunæ tam præteritas, quàm futuras inuenire.

XX. TErminos Eclipticos reperire tam poſſibiles, quàm neceſſarios.
XIX. *Ecliptica Plenilunia tam præterita, quàm futura inuenire.*
XXII. *Quantitatem Eclipſis Lunæ inuenire.*
XXIII. *Lunaris Eclipſis momentum medium, ſeu maximæ obſcurationis, eiuſque diſtantiam à momento Ecliptici Plenilunij inuenire.*
XXIV. *Lunaris Eclipſis non centralis, initium, finem, durationem ac durationis partes inuenire.*
XXV. *In Eclipſi centrali eadem reperire, & quanta ſit Eclipſium Lunæ duratio maxima.*
XXVI. *Vtrùm in loco dato Eclipſis ſpectanda ſit, inuenire.*
XXVII. *Quibus in Terris Eclipſis Lunæ ſpectanda ſit inuenire.*

CAPVT IV.

Via ſternitur ad Eclipſim Solis.

XXVIII. DEfectum Solis cauſat Luna inter Solem & viſum noſtrum interpoſita.
XXIX. *Luminarium Synodus viſa ſeu apparens quæ ſit.*
XXX. *Exponitur vmbra & penumbra Terræ, ex qua ſpecies varia defectuum ſolarium.*
XXXI. *Eclipſis Terræ viſa ex Luna, eiuſque connexio cum Eclipſi Solis.*

CAPVT V.

Lunaris vmbræ & penumbræ dimenſio.

XXXII. ANgulum & axem vmbræ Lunaris ad tempus datum reperire.
XXXIII. *In Ecliptico Nouilunio inquirere, an vmbra Lunæ ad Terram pertingat, an vltra porrigatur.*
XXXIV. *In Eclipſi Solis totali magnitudinem vmbræ Lunaris in Terram projectæ metiri.*
XXXV. *In Solis Eclipſi magnitudinem penumbræ Terram inſuſcantis inuenire.*
XXXVI. *Terræ ex Luna viſæ apparens ſemidiameter eſt Lunæ parallaxis Horizontalis.*
XXXVII. *Vmbræ Lunaris in Terram incidentis, ex Luna ſpectata apparens ſemidiameter habetur quàm proximè, ſi dimidius angulus coni Lunaris apparenti ſemidiametro Lunæ ſubducatur.*
XXXVIII. *Lunaris penumbræ ex Luna viſæ ſemidiameter apparens æqualis eſt ſummæ ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ, cum ſemiſſe circiter parallaxeos Solis Horizontalis.*

CAPVT VI.

An & qualis, & quantæ durationis futura ſit Eclipſis Solis, independenter à parallaxi inuenitur.

XXXIX. TErminos Synodi Eclipticæ tam poſſibiles, quàm neceſſarios inuenire.
XL. *An fuerit vel futura ſit Eclipſis Solis, & cuius ſpeciei, inquirere.*
XLI. *Durationem Eclipſis Terræ ex Luna viſæ, atque inde durationem integram Eclipſis Solaris inuenire.*

CAPVT

CAPVT VII.

Quibus in Terris Eclipſis Solis apparitura ſit, independenter à parallaxi definitur.

XLII. *Inuenire poſitionem puncti in ſuperficie Terræ, cuius ad certum tempus innotuerint diſtantia ab Ecliptica, & longitudo ſeu locus in Ecliptica.*

XLIII *Inuenire punctum Terræ, in quod tempore veræ Synodi incidit centrum penumbræ.*

XLIV. *Inuenire punctum Terræ, in quod momento medio Eclipſis terreſtris incidit centrum penumbræ.*

XLV. *Inuenire punctum Terræ, in quo penumbra Terram primò contingit, & punctum in quo vltimò.*

XLVI. *Inuenire punctum Terræ, quod à penumbræ centro primum inſidebitur, & punctum quod vltimò.*

XLVII *Quibus in Terris defectus Solis appariturus ſit inuenire.*

XLVIII. *Quibus in Terris Solis defectus centralis ſpectandus ſit reperire.*

XLIX, *Qualis linea ſit, quam in Terra Lunaris penumbræ centrum deſcribit.*

L. *Penumbra Lunæ abſolutè mouetur ab Occaſu in Ortum: vnde Occidentaliores citiùs vident Eclipſim Solis, quàm Orientaliores.*

LI. *Primo Solaris Eclipſeos ſpectatori Sol ad Eclipſis initium oritur, ſpectatori vltimo occidit ad finem Eclipſis.*

CAPVT VIII.

Qui tempus, duratio, quantitas Solaris Eclipſis reperiantur in loco dato.

LII. *Motum horarium apparentem ſeu viſum Lunæ à Sole in Nouilunio inuenire.*

LIII. *Synodi veræ ac viſæ interuallum.*

LIV. *Dato tempore Synodi veræ inuenire tempus Synodi viſæ.*

LV. *Ad tempus Synodi viſæ latitudinem viſam Lunæ à Sole reperire.*

LVI. *Defectus Solaris quantitatem in loco dato reperire.*

LVII. *Defectus Solaris medium, initium, finem, durationem ac durationis partes in loco dato reperire.*

CAPVT IX.

Reliqua ad Solis ac Lunæ Eclipſes pertinentia.

LVIII. *Typum Eclipſis Lunæ deſcribere.*

LIX. *Typum Solaris Eclipſis deſcribere.*

LX. *De numero Eclipſium Solis & Lunæ.*

LXI. *Eclipſium Solis ac Lunæ antitheſes.*

CAPVT X.

De modo obſeruandi Eclipſes tam Solis, quàm Lunæ.

LXII. *Magnitudinem Eclipſis partialis obſeruare.*

LXIII. *Initium ac finem Eclipſis obſeruare.*

LXIV. *Tempus initij ac finis, & durationem Eclipſis, ac durationis partes obſeruare.*

ASTRO-

SYLLABVS CAPITVM

ASTRONOMIÆ

LIBER V.

De Stellis Fixis.

CAPVT I.

De locis & motu Fixarum.

Num.I. STellæ fixæ non ſunt obnoxiæ parallaxi ſenſibili.

II. Declinationes fixarum ab æquatore inuenire.

III. Solis declinationem & aſcenſionem rectam innenire.

IV. Aſcenſiones rectas fixarum reperire.

V. Ex nota vnius fixæ aſcenſione recta, inuenire aſcenſiones rectas aliarum.

VI. Refractiones fixarum reperire.

VII. Fixarum longitudines & latitudines reperire.

VIII. Longitudinem & latitudinem ſtellæ, per duas alias notæ longitudinis & latitudinis inuenire.

IX. Innenire longitudinem & aſcenſionem rectam ſtellæ, ad tempus datum præteritum, ad quod nota ſit declinatio ſtellæ, & quadrans ad quem pertinet.

X. Inuenire declinationem & aſcenſionem rectam ſtellæ ad tempus datum, ad quod nota ſit eius longitudo.

XI. Stellæ fixæ ſenſim mouentur ab Occaſu in Ortum.

XII. Fit motus ille ſupra polos Eclipticæ: vnde fixarum latitudines non mutantur.

XIII. Fixarum motus æqualis eſt.

XIV. Annuus fixarum motus eſt ſecundorum 50 vel 51.

XV. Quantitas anni ſyderij.

XVI. Fixarum longitudines ad aliquod tempus inuentas cuinis tempori accommodare.

XVII. Declinationes fixarum & aſcenſiones rectas ad aliquod tempus inuentas, ad alia tempora ante vel poſt, intra vnum ſeculum extendere.

XVIII. Fixarum intra p lares circulos exiſtentium aſcenſiones rectæ aliquando decreſcunt, quamuis longitudo creſcat.

XIX. Earum aſcenſiones maximam & minimam repetire. Item tempus inuenire, quo creſcente licet longitudine aſcenſiones ipſarum rectæ incipient vel inceperint decreſcere.

XX. De acceſſu ſtellarum ad polos mundi, & de ſtella polari.

CAPVT II.

De fixarum magnitudine diſtantia, lumine, numero, ſp.ciebus, formis.

XXI. DIſtantia fixarum à centro Terræ excedit, 70.000, imo 100,000 ſemidiametrorum Terræ.

XXII. Velocitas fixarum quanta,

XXIII. Fixarum diametros apparentes inquirere.

XXIV. Fixarum magnitudines inquirere.

XXV. Magnitudo firmamenti.

XXVI. In hypotheſi Terræ motæ, Orbis magnus eſt ad firmamentum puncti inſtar.

XXVII. In hypotheſi Terræ motæ, ſtellæ fixæ eam habent proportionem ad orbem magnum, quam habent in Terræ ſtantis hypotheſi ad Terram.

XXVIII.

XXVIII. *In hypotheſi Terræ motæ ſtellæ fixæ ſunt orbe magno maiores.*

XXIX. *Vnde lux & ſcintillatio fixarum.*

XXX. *Stellarum fixarum numerus, ſpecies figuræ ſeu conſtellationes: Via lactea.*

CAPVT III.

De Ortu & Occaſu ſtellarum.

XXXI. *Quotuplex ſit Ortus & Occaſus ſtellarum.*

XXXII. *Reſpectu horizontis dati, quæ ſtellæ dato ſæculo ſemper appareant, quæ ſemper lateant, quæ quotidie oriantur & occidant, reperire.*

XXXIII. *Sæculo dato Eclipticæ punctum, cum data ſtella culminans, inuenire.*

XXXIV. *Tempus quo ſtella data cum Sole culminat, inuenire in ſæculo dato.*

XXXV. *Aſcenſionem & deſcenſionem obliquam ſtellæ, aut dati in cælo puncti inuenire in ſæculo dato.*

XXXVI. *Stellæ aut dati in cælo puncti amplitudinem ortiuam reperire in dato ſæculo.*

XXXVII. *Arcum diurnum vel nocturnum ſtellæ aut dati in cælo puncti, atque inde ſpatium, quo ſtella ſupra vel infra horizontem eſt inuenire in dato ſæculo.*

XXXVIII. *Punctum Eclipticæ, cum quo ſtella dato ſæculo oritur, & punctum cum quo occidit, reperire.*

XXXIX. *Horam, quâ Sol die datâ oritur, & occidit, reperire.*

XL. *Horam quâ die dato ſtella in ſæculo dato oritur, culminat, occidit; inuenire.*

XLI. *Tempus culminationis, Ortus & Occaſus ſtellarum quotidie anticipat, ſeu retrocedit verſus horarum initia.*

XLII. *Tempus quo ſtella anno dato coſmicè oritur, occiditúe, item tempus quo oritur vel occidit acronicè, inuenire.*

XLIII. *Tempus quo ſtella anno dato heliacè oritur vel occidit, reperire.*

XLIV. *Attinguntur quædam de effectis ſtellarum.*

CAPVT IV.

Problemata nonnulla circa ſtellas.

XLV. *Temporis momentum per ſtellas cognoſcere.*

XLVI. *Lineam Meridianam reperire per ſtellas.*

XLVII. *Altitudinem poli per duas ſtellas, (quarum notæ ſint declinationes & aſcenſiones rectæ) ſimul orientes, inuenire.*

XLVIII. *Altitudinem ſtellæ abſque inſtrumento reperire, ſi alia ſtella in eodem verticali appareat.*

ASTRONOMIÆ

LIBER VI.

De motu quinque minorum Planetarum in longitudinem.

CAPVT I.

Præambula & phœnomena.

Num. I. *Planetarum numerus, nomina, characteres.*

II. *Modus obſeruandi loca Planetarum.*

III. *Quæ circa motum in longitudinem quinque minorum Planetarum ſint hactenus obſeruata.*

CAPVT II.

Proponitur & exponitur hypotheſis Ptolemaica ♄, ♃, ♂ in longitudinem.

IV. DEfinitiones hypotheſeos Ptolemaicæ ♄, ♃. ♂.
V. Hypotheſis Ptolemaica exponitur.
VI. Per eam quomodo phænomenis ſatisfiat.
VII. Modus Geometricè ſupputandi ad tempus datum vera loca ♄, ♃, ♂ in hac hypotheſi.
VIII. Quare Ptolemæus introducto æquante Eccentricitatem biſecuerit.
IX. Quæ in hypotheſi Ptolemaica videantur deſiderari.

CAPVT III.

Proponitur & exponitur hypotheſis noua ♄, ♃, ♂, in longitudinem.

X. NOua hypotheſis ♄, ♃, ♂.
XI. Forma ſupputandi Geometricè ad tempus datum loca vera ♄, ♃, ♂ iuxta hanc hypotheſim.
XII. Iudicium de hac hypotheſi.
XIII. De alijs hypotheſibus.

CAPVT IV.

Vtraque inæqualitas ♄, ♃, ♂ inueſtigatur.

XIV. MEdiorum motuum ♄, ♃, ♂ prima inueſtigatio.
XV. Ex obſeruatione facta paulò ante vel poſt oppoſitionem veram ♄, ♃. ♂ cum ſole, momentum ipſum veræ oppoſitionis & verum locum Planetæ quàm proximè colligere.
XVI. Mediorum motuum ♄, ♃, ♂ exactior determinatio.
XVII. Ex tribus veris ♄, ♃, ♂ cum Sole oppoſitionibus, Eccentricitatem, locum Apogei, locum medium Planetæ, ad ipſam oppoſitionum momenta inuenire.
XVIII. Eadem aliter reperire.
XIX. Locum Apogei & Planetæ locum medium ad alicuius oppoſitionis momentum exactiùs determinare.
XX. Motus medios ♄, ♃ ♂ denuo ad limam reuocare, atque vltimò tandem determinare.
XXI. Radicem motus medij ♄, ♃, ♂ ad datam Epocham ſtatuere, atque inde motum medium eorumdem ad datum tempus inuenire.
XXII. Motum Apogei ♄, ♃, ♂, diurnum, annuum &c. inuenire.
XXIII. Radicem motus Apogei ♄, ♃, ♂, atque inde motum Apogei eorundem ad datum tempus inuenire.
XXIV. Eccentricitatem maximam, mediam, minimam ♄, ♃, ♂ reperire.
XXV. Locum verum ♄, ♃, ♂ in coniunctionibus & oppoſitionibus veris Geometricè ſupputare.
XXVI. Radium Epicycli ♄, ♃, ♂ maximum, medium, minimum reperire.
XXVII. Locum verum ♄, ♃, ♂ extra coniunctiones & oppoſitiones cum Sole Geometricè ſupputare ad tempus datum.
XXVIII. De maximos æquationibus ♄, ♃, ♂ deque tabulis æquationum, conſtruendis.

CAPVT V.

Veneris & Mercurij phœnomena & hypotheſes.

XXIX. PHænomena, quibus ♀ & ☿ differunt à ♄, ♃, ♂.
XXX, Phænomena, quibus ☿ differt à ♀.
XXXI. Hypotheſis antiqua ſeu Ptolemaica Veneris in longitudinem, & ſupputationis Geometricæ iuxta eam forma.
XXXII Hypotheſis Ptolemaica longitudinis Mercurij.
XXXIII. Proprietates huius hypotheſeos, per quas phænomenis ☿ peculiaribus ſatisfit.
XXXIV. Forma calculi Geometrici longi-

longitudinis veræ ☿ ad tempus datum. iuxta hanc hypotheſim.

XXXV. *Veneris noua Hypotheſis.*

XXXVI. *Forma calculi Geometrici veræ longitudinis ♀ in hac Hypotheſi.*

XXXVII. *Hypotheſis noua Mercurij.*

XXXVIII. *Forma calculi Geometrici longitudinis veræ ☿ in hac Hypotheſi.*

XXXIX. *Satisfit phænomenis ☿ per hanc hypotheſim.*

CAPVT VI.

Mercurij & Veneris vtraque inæqualitas inueſtigatur.

XL. *De maximis ☿ ac ♀ digreſſionibus à Sole inueſtigandis.*

XLI. *Modus inquirendi Apogeum Eccentrici ♀ & ☿.*

XLII. *Locus & Motus Apogei ♀ ac ☿ vtcunque ſtatuitur.*

XLIII. *Veneris Eccentricitatem & Epicycli radium iuxta hypotheſim Ptolemæi inuenire.*

XLIV. *Eccentricitatem Mercurij maximam ac minimam, & radium Epicycli eius iuxta Ptolemei hypotheſim inuenire.*

XLV. *Quid in alijs hypotheſibus de ♀ ac ☿ Eccentricitate & radio Epicycli ſtatuendum videatur.*

XLVI. *Præambula ad motum Anomaliæ orbis ☿ ac ♀.*

XLVII. *Anomaliam orbis mediam ♀ ac ☿ ad notum aliquod temporis momentum inuenire.*

XLVIII. *Medios motus Anomaliæ orbis ♀ & ☿ reperire.*

XLIX. *Radicem Anomaliæ orbis mediæ ♀ & ☿ conſtituere ad Epocham datam.*

L. *Anomaliam orbis mediam & veram ad tempus datum pro ♀ & ☿ inuenire.*

LI. *Ad tempus datum longitudinem veram ♀ ac ☿ geometricè ſupputare.*

LII. *De maximis æquationibus ☿ ac ♀, deque tabulis æquationum conſtruendis.*

ASTRONOMIÆ

LIBER VII.

De latitudine cæteriſque paſſionibus Planetarum quinque minorum.

CAPVT I.

De latitudine quinque minorum Planetarum.

I. *Phænomena latitudinum ♄♃♂.*

II. *Quâ hypotheſi Ptolemæus ſaluet latitudinum ♄♃♂ phænomena.*

III. *Phænomena & hypotheſes latitudinum ♀ & ☿ iuxta Ptolemæum.*

IV. *Quid de latitudine quinquè minorum Planetarum ſentiant recentiores Aſtronomi.*

V. *De motu & loco nodorum quinque minorum Planetarum.*

VI. *Hypotheſis recentior & vera latitudinum ♄♃♂.*

VII. *Latitudines maximæ ♄♃♂.*

VIII. *Inclinationem Eccentrici ♄♃♂ ad Eclipticam inuenire.*

IX. *Latitudinem apparentem ♄♃♂ ad tempus datum geometricè ſupputare.*

X. *Hypotheſis recentior & vera latitudinum ☿ ac ♀.*

XI. *Proprietates huius hypotheſeos & cum phænomenis conſenſio.*

XII. *Inclinationem Epicycli ♀ ac ☿ ad commune Eccentrici & Ecliptica planum inuenire.*

XIII. *Declinationes punctorum Epicycli ♀ ac ☿ à plano Eclipticæ inuenire, datâ eorum à nodis mobilibus diſtantiâ.*

XIV. *Diſtantiam ♀ ac ☿ à nodo boreo mobili ad datum tempus inuenire.*
XV. *Latitudinem ♀ ac ☿ ad tempus datum Geometricè ſupputare.*

CAPVT II.

De directione, ſtationibus, & retrogradatione quinque minorum Planetarum.

XVI. *Definitiones.*
XVII. *Ad datum tempus ſiue ad datum gradum mediæ Anomaliæ centricæ, quam proportionem habeat velocitas veri motus centri Epicycli, ad velocitatem motus Planetæ in Epicyclo, inuenire.*
XVIII. *Poriſmata ad ſequentia.*
XIX. *Quâ ex causâ nunquam retrogradi appareant Planetæ aliqui.*
XX. *Quâ ex causâ nobis retrogradus apparere Planeta poſſit.*
XXI. *Cur quinque minores Planetæ ſtationarij & retrogradi appareant, Sol autem & Luna minimè.*
XXII. *Puncta ſtationum, adeoque etiam quantitas arcuum directionis & regreſſus aſſiduè variantur.*
XXIII. *Ad ſingulos gradus Anomaliæ centri mediæ arcum ſtationis primæ, & ſecundæ inuenire.*
XXIV. *Dato arcu ſtationis primæ, arcum ſtationis ſecundæ proximè ſequentis, atque indè arcum tam regreſſionis quàm directionis inuenire.*
XXV. *Arcum ſtationis primæ, reſpectu dati temporis proximè futuræ vel præteritæ, & debitos illi arcus tam ſecundæ ſtationis, quàm regreſſionis ac directionis, inuenire.*
XXVI. *Ad datum tempus vtrùm Planeta ſit directus, ſtationarius, vel retrogradus, & quando horum quidlibet proximè fuerit vel futurus ſit, inquirere. Item quamdiu ſint duraturæ regreſſio ac directio, inuenire.*

CAPVT III.

De diſtantijs Planetarum à Terra.

XXVII. *Certum eſt Planetarum à Terra diſtantiam variari.*
XXVIII. *Saturni diſtantia mediocris à centro Terræ continet ſaltem 70,000 ſemidiametrorum Terræ.*
XXIX. *Radium Epicycli, radium Eccentrici, Eccentricitatem quinque minorum Planetarum data in partibus radij Eccentrici, in Terræ ſemidiametris exhibere.*
XXX. *Diſtantiam à Terra quinque minorum Planetarum, maximam ſuprimis ac minimam, in Terræ ſemidiametris inuenire.*
XXXI. *Diſtantiæ Planetarum inter ſe comparatæ.*
XXXII. *Parallaxes Planetarum inuenire.*

CAPVT IV.

Planetarum figura, illuminatio, comites.

XXXIII. *Figura Veneris & Mercurij.*
XXXIV. *Martis Figura.*
XXXV. *Figura Iouis.*
XXXVI. *Iouis Comites.*
XXXVII. *Saturni Figura & Comites.*
XXXVIII. *Planetæ lumen à Sole recipiunt.*

CAPVT V.

De magnitudine Planetarum.

XXXIX. *Apparentes Planetarum diametros determinare.*
XL. *Magnitudines Planetarum inuenire.*

CAPVT

CAPVT VI.

De Ortu & Occaſu Planetarum.

XLI. *Saturno, Ioui, Marti, qui Ortus Occaſuſque, quando, & quo ordine conueniant.*

XLII. *Mercurio & Veneri qui Ortus Occaſuſque, quando, & quo ordine conueniant.*

XLIII. *De Ortu & Occaſu ſignorum ſiue arcuum Zodiaci.*

XLIV. *De interuallo Ecliptico emerſionis & occultationis planetarum & ſtellarum.*

CAPVT VII.

De Aſpectibus Planetarum.

XLV. *Attingo quædam, atque vnico hoc numero ex vanitatibus Aſtrologicis me expedio.*

ASTRONOMIÆ

LIBER VIII

Varios Tractatus complectens.

TRACTATVS I

DE HYPOTHESI TERRÆ MOTÆ.

CAPVT I.

Duplex Terræ Motus exponitur.

Num. I. *Totum caput vno numero expeditur.*

CAPVT II.

Quomodo per duplicem Terræ Motum phœnomenis ſatisfiat.

II. *Reſtantur phænomena primi Mobilis & varietas tempeſtatum anni.*

III. *Saluantur phænomena planetarum.*

CAPVT III.

Quid de varietate abſoluta Motus Terræ ſentiendum.

IV. *Poriſmata ad ſequentia.*

V. *Demonſtratio contra motum Terræ proponitur.*

VI. *Paralogiſmus oſtenditur.*

VII. *De alijs contra Terræ motum argumentis.*

VIII. *Statuitur nihilominus immobilitas Terræ.*

TRACTATVS II.

DE COMETIS ET NOVIS STELLIS.

CAPVT I.

Quæ circa Cometas & nouas ſtellas ſint obſeruata.

I. *Phænomena Cometarum.*

II. *Nouarum ſtellarum phænomena.*

CAPVT II.

Modus inquirendi diſtantiam Cometæ vel nouæ ſtellæ à Terra.

Complectitur hoc caput numeros octo.

CAPVT III.

An Cometæ & nouæ ſtellæ, quę ab anno 1572 apparuerunt, ſupra vel infra Lunam extiterint.

XI. *Satis conſtat nouam ſtellam, quæ anno 1572 in Caſſiopæa apparuit, longè ſupra Lunam extitiſſe.*

XII. *Satis etiam conſtat ſtellam nouam, quæ ab anno 1600 vſque ad 1621 & fortè vltra, in cygno apparuit, & illam quæ anno 1604 viſa eſt in Serpentario, parallaxi ſenſibili caruiſſe, adeoque ſupra Lunam fuiſſe.*

XIII. *De ſede Cometarum, qui ab anno 1577 apparuerunt.*

TRACTATVS III.

DE LVCE ET MACVLIS SOLIS AC LVNÆ.

I. *De Lumine primario Lunæ.*

II. *Modus quo Luna & Planeta lumen Solis ad nos tranſmittunt.*

III. *De lumine ſecundario Lunæ.*

IV. *Lunarium macularum phœnomena.*

V. *Luna non eſt æqualis, ſed aſpera montibus, vallibuſque diſtincta.*

VI. *Multiplex libratio Lunæ per maculas detecta.*

VII. *Macularum ſolariũ phœnomena.*

VIII. *De motu macularum & facularum.*

IX. *Maculæ ſunt in ipſo* Sole *aut prope eum.*

APPENDIX.

Trigonometria Sphærica.

SVMMA-

SVMMARIVM GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER I.

De linearum rectarum dimenſione.

CAPVT I.

De Menſuris.

CAPVT II.

Quid ſinus tangentes ſecantes, & quomodo inueniantur.

poriſmata tria

Probl.1 S*Innm arcus* 45 *gradnm inuenire.*

Probl.2. *Sinus arcuum gr.*60 *&* 30 *innenire.*

Probl.3. *Sinum* 36 *grad. inuenire.*

Probl.4. *Sinum gr.* 12 *inuenire.*

Probl.5. *Sinus omnium arcnum quadrantis vno ſe minuto ſnperantinm inuenire.*

Probl.6. *Secantes & tangentes quaſcumque inuenire.*

Probl.7. *Sinnm vnius vel plnrinm ſecundorum inuenire,*

Probl.8 *Jnnenire ſinum arcns qui præter gradus & minnta etiam ſecnnda contineat.*

Probl.9. *Dato ſinui arcnm aßignare.*

Scholium. *Quo ſinunm theoria amplius exponitur.*

CAPVT III.

Triangulorum rectilineorum analyſis.

Annotationes qnædam in gratiam tyronum.

Analyſis trianguli rectanguli.

Probl. 1. D*Atis omnibus angulis laternm proportionem inuenire.*

Probl.2. *Datis baſi & acuto vno, reliqna latera inuenire.*

Probl 3. *Datis vno latere & acnto vno, reliqunm latus & baſim inuenire.*

Probl.4. *Datis baſi & vno latere, acntos angulos & reliqnum latus inuenire.*

Probl.5. *Datis lateribus baſim & acutos angulos innenire.*

Analyſis trianguli obtuſanguli.

Probl.6. *Datis omnibns lateribus, lateris ſegmenta facta à perpendiculari ex oppoſito angulo ducta, & ipſam perpendicnlarem inuenire.*

Probl.7. *Datis omnibus angnlis laterum rationem innenire.*

Probl.8. *Datis omnibns lateribus angulos inuenire.*

Probl.9 *Datis duobus angulis & latere vno, reliqua latera inuenire.*

Probl.10. *Datis dnobus lateribns & angulo ijs contento, reliqnos angulos & latus reliqnum inuenire.*

Probl.11. *Datis duobus lateribus & angulo iis non contento reliquos angulos, & latns reliquum inuenire.*

CAPVT IV.

Fabrica inſtrumenti menſorij & ſcalæ.

F*Abrica circnli & qnadrantis.*

Artificioſa inuentio minntornm; licet in inſtrumento deſcripta non ſint.

Scala conſtrnctio.

Alterius ſcalæ exactioris conſtrnctio.

CAPVT V.

Diſtantiarum & altitudinum dimenſio.

Definitiones.

Poriſma 1. *ALtitudinis angulum inuenire.*

Poriſma 2. *Diſtantiæ angulum inuenire.*

Poriſma 3. *Jnterualli angulum inuenire.*

Schol. *Iudicium de inſtrumentis.*

Probl. 1. *Diſtantiam inacceſſam montis vel turris per duas ſtationes metiri.*

Scholia.

I. *Sub angulo altitudinis valde paruo, incerta eſt diſtantiæ dimenſio.*

II. *Quantum eſſe debeat interuallum ſtationum.*

III. *Quæ ſit proportio altitudinis ad diſtantiam ſub variis angulis.*

IV. *Quanta diſtantia poſſit praxi iam traditâ menſurari.*

V. *Vtrum rotunditas terræ officiat huic menſurationi diſtantiæ.*

Probl. 2. *Diſtantiam inacceſſam aliter per duas ſtationes metiri.*

Scholia.

I. *Cur etiam hic magno opus ſit ſtationum interuallo.*

II. *Cur expediat, vt angulus quem ſtationum intercapedo facit cum radio viſuali, ſit rectus, aut recto proximus.*

III. *Quanto ſit opus ſtationum interuallo, vt interualli angulus exiſtat lubitæ magnitudinis.*

IV. *Longè minori opus eſt ſtationum interuallo, dum vna ſtatio lateralis eſt, quàm dum vtraque directa.*

V. *Ad quantam diſtantiam menſurandam hoc problema ſe extendat.*

VI. *Quando contemni poſſit differentia inter diſtantiam verticis & diſtantiam horizontalem.*

Probl. 3. *Diſtantiam duorum locorum, per tres (quando aliter non poteſt) aut plures ſtationes metiri.*

Probl. 4. *Diſtantiam inacceſſam turris vel montis datâ eius latitudine metiri.*

Probl. 5. *Longitudinem mediocrem horti, areæ porticus &c latitudinem fluminis &c. metiri.*

Probl. 6. *Latitudinem fluminis, ſeu lacus aliter metiri.*

Probl. 7. *Altitudinem inacceſſam turris, ſeu montis metiri.*

Schol. *Ex quâ diſtantiâ ſecuriſſima ſit altitudinum dimenſio.*

Probl. 8. *Altitudinem inacceſſam aliter metiri.*

Scholia.

I. *Ex quantâ diſtantiâ poſſint altitudines vtcumque, certò iuxta modum huius problematis determinari.*

II. *An rotunditas terræ officiat altitudinum dimenſioni iam traditæ.*

Probl. 9. *Altitudinem inacceſſam metiri, cum ſtatio altera in plano non conceditur.*

Probl. 10. *Altitudinem ex diſtantiâ metiri.*

Probl. 11. *Altitudinem acceſſibilem metiri.*

Probl. 12. *Idem Aliter.*

Probl. 13. *Soli libramentum & inæqualitatem metiri.*

Probl. 14. *Altitudinem montis ex monte metiri.*

Probl. 15. *Altitudinem nubis metiri.*

Probl. 16. *Altitudinem iridis inuenire.*

Scholia.

I. *Quantus ſit error, qui ex perpendiculi defectu oritur.*

II. *An diſtantiæ & altitudines inacceſſæ vnicâ poſſint ſtatione menſurari.*

CAPVT VI.

Qua arte inueſtigetur ambitus & diameter orbis terræ.

Probl. 1. *SEmidiametrum orbis terræ inuenire.*

Probl. 2. *Orbis terræ circumferentiam inuenire.*

Probl. 3. *Ambitum orbis terræ aliter inueſtigare.*

Probl. 4.

Probl.4. *Tertius modus inueſtigandi ambitum terræ. Quanta demum ſit tam circumferentia, quàm diameter orbis terræ.*

Prob. 5. *Amplitudinem horizontis ex altitudine datâ oculi aſpectabilis inuenire.*

Prob.6. *Ex quantâ diſtantiâ vertex montis, aut ſummitas mali nauis conſpici poſſit.*

CAPVT VII.

Ex inuenta ſemidiametro, terræ, prodigioſæ quorumdam montium altitudines demonſtrantur.

Probl. 1. *Altitudinem montis inaceſſi, datis ſemidiametro terræ & alterius montis altitudine, inuenire.*

Probl.2. *Altitudinem montis, cuius apex apparet in margine horizontis, datis ſemidiametro terræ & menſoris ab eo diſtantiâ, inuenire.*

Probl.3. *Inquiritur altitudo Æthnæ.*

Probl 4. *Inquiritur altitudo Pici.*

Probl.5. *Inquiritur altitudo Caucaſi.*

CAPVT VIII.

Quo artificio Lunæ à terra diſtantiam Aſtronomi inueſtigarint.

Præambula quædam.

Probl. 1. *Diſtantiam Lunæ à terra inquirere.*

Probl.2. *Lunarium montium altitudinem inquirere.*

CAPVT IX.

Quâ viâ indagari poſſit diſtantia Solis à terra.

Quædam præambula.

Probl. 1. *Diſtantiam Solis à terra inquirere.*

Probl.2. *Altitudinem Solis veræ propinquiorem determinare.*

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER II.

De ſuperficie plana.

CAPVT X.

Problemata, quorum vſus ad ſequentia.

Probl. 1. *Ex date in terra recte puncto dato perpendicularem ducere.*

Probl.2. *Ad rectam in terra datam ex dato extra eam puncto perpendicularem ducere.*

Probl.3. *Angulum in terra datæ quantitatis deſignare ad datæ rectæ punctum datum.*

Probl.4. *Quemuis viſualem angulum metiri.*

Probl.5. *Ad datam in terra rectam per datum punctum parallelam ducere.*

Probl.6. *Regularium figurarum angulos, tam centri, quàm circumferentiæ inuenire.*

Probl.7. *Figuram quamuis regularem in charta delineare, etiam radio vel latere dato.*

Probl.8 *Figuram quamuis ordinatam in terra deſcribere, etiam dato radio vel latere.*

Probl.9. *Rectilineo irregulari dato in charta, ſimile in terra deſcribere.*

Prob. 10. *Dati loci ichnographiam deſcribere.*

CAPVT

CAPVT XI.

Figurarum rectis lineis comprehenſarum dimenſio.

Probl. 1. *A Ream quadrangularem rectam metiri, Corollaria practica.*
Probl. 2. *Aream parallelogrammi inuenire.*
Probl 3. *Aream quadranguli habentis duo inæqualia latera parallela inuenire.*
Probl. 4. *Metiri aream triangularem, quæ peruia ſit.*
Probl. 5. *Aream trianguli in peruiam inuenire.*
Probl. 6. *Aream trianguli inperuiam ex ſolis notis lateribus inuenire.*
Probl. 7. *Aream ſuperficiei irregularis multangulæ, quæ peruia ſit, inuenire.*
Probl. 8. *Aream inperuiam ſuperficiei irregularis multangulæ inuenire.*
Probl. 9. *Areas figurarum regularium inuenire.*
Probl. 10. *Quæ ſit proportio inter latera regularium figurarum eidem circulo inſcriptarum, indagare.*
Probl. 11. *Quæ ſit proportio inter areas figurarum regularium eidem circulo inſcriptarum, inuenire.*

CAPVT XII.

Circuli dimenſio & quadratura veræ propinqua.

Prob. 1. *R Ationem circumferentiæ ad diametrum tam propinquam veræ, quàm libuerit, inuenire.*
Probl. 2. *Ad proportionem veræ proximam circumferentiæ cum diametro, aliâ faciliori viâ peruenire.*
Probl. 3. *Ex diametro circumferentiam, & ex circumferentia diametrum inuenire.*
Probl. 4. *Areæ circularis dimenſio veræ propinqua.*
Probl. 5. *Datæ circumferentiæ rectam proximè æqualem exhibere.*
Probl. 6. *Dato arcui rectam proximè æqualem exhibere.*
Probl. 7. *Dato circulo quadratum proximè æquale exhibere.*
Schol. *An quadratura & dimenſio circuli abſoluta, poſsibilis ſit? Demonſtratur eſſe, & argumenta contraria ſoluuntur.*
Probl. 8. *Quadratura partium circuli veræ propinqua.*
Probl. 9. *Partium circuli dimenſio veræ proxima.*
Probl. 10. *Ellipſis & parabolæ dimenſio.*

CAPVT XIII.

Figurarum planarum transformatio, additio, ſubtractio, auctio vel diminutio, comparatio.

Probl. 1. *F Iguras alias in alias tranſformare.*
Probl. 2. *Datas quotuis figuras rectilineas in vnam ſpeciem datam colligere.*
Probl. 3. *Datis quotcumque figuris ſimilibus vnam omnibus æqualem ac ſimilem exhibere.*
Probl. 4. *Progreſsioni infinitarum ſimilium figurarum vnam omnibus æqualem exhibere.*
Probl. 5. *Figuræ datæ aliam ſimilem in datâ proportione maiorem vel minorem exhibere.*
Probl. 6. *Similium figurarum proportionem cognoſcere.*
Probl. 7. *Arearum diſsimilium proportionem cognoſcere.*

Deinceps de ſectione planorum.

CAPVT XIV.

De ſectione trianguli per punctum datum à nullo hactenus plenè datâ.

P Ropoſitiones 16, *quibus* 8 *problemata ſunt.*

CAPVT

CAPVT XV.

Cuiuſcumque rectilinei ſectio per punctum datum.

PRoblemata octo.

CAPVT XVI.

Rectilinearum figurarum ſectio per lineas parallelas.

PRoblemata quatuor.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER III.

De Corpore.

CAPVT XVII.

Dimenſio corporum planis ſuperficiebus comprehenſorum.

Probl. 1. *SOliditatem parallelepipedi recti inuenire Corollaria practica.*

Probl. 2. *Soliditatem priſmatis cuiuſcumque inuenire.*

Probl. 3. *Cuiuſcumque pyramidis ſoliditatem inuenire.*

Probl. 4. *Quinque corporum regularium ſoliditatem inuenire.*

CAPVT XVIII.

Dimenſio corporum ſuperficie curuâ aut plano-curuâ comprehenſorum.

Probl. 1. *CYlindrum metiri.*

Probl. 2. *Curuam cylindri recti ſuperficiem metiri.*

Probl. 3. *Trunci à cylindro circulari recto obliquè abſciſſi, tam ſoliditatem, quàm ſuperficiem metiri.*

Probl. 4. *Coni ſoliditatem inuenire.*

Probl. 5. *Curuam coni recti ſuperficiem metiri.*

Probl. 6. *Trunci conici duobus parallelis circulis intercepti ſoliditatem inuenire.*

Probl. 7. *Datæ ſphæræ diametrum metiri.*

Probl. 8. *Sphericæ ſuperficiei dimenſio.*

Probl. 9. *Sphericæ ſuperficiei ſegmenta, axis ſegmentis datis, metiri.*

Probl. 10. *Dimenſio ſphæræ.*

Probl. 11. *Sphæræ ſectorem metiri.*

Probl. 12. *Sphæræ ſegmenta data eorum altitudine metiri.*

Probl. 13. *Sphæroïdis tam longæ, quàm latæ dimenſio.*

Probl. 14. *Sphæroïdis ſegmenta circulo ad axem recto ſecta metiri.*

Probl. 15. *Truncum ſphæroïdis, circulis ad axem rectis vtrimque terminatum metiri.*

Probl. 16. *Conoïdis parabolicæ tam obtuſæ, quàm acutæ dimenſio.*

Probl. 17. *Conoïdis hyperbolicæ obtuſæ dimenſio.*

Probl. 18. *Dimenſio corporum & ſuperficierum annularium.*

CAPVT XIX.

Dimenſio liquidorum.

Menſuræ liquidorum.

Quæ requirantur ad dimenſionem liquidi.

Probl. 1. *CApacitatem vaſis ex duobus conicis truncis compoſiti aliter, quàm probl. 6. cap. 18. notam facere in cubis policaribus.*

Probl. 2. *Vnam aliquam liquidi menſuram, ex. gr. chopinam vel pintam, notam facere in cubis policaribus.*

Probl. 3.

Probl. 3. *Dati liquidi quouis vaſe contenti dimenſio.*

CAPVT XX.

Dimenſio corporum mundanorum.

Probl. 1. *Orbis terræ ſuperficiem metiri.*
Probl. 2. *Quantam ſuperficiei terrenæ partem occupatura ſit tota hominum collectio, in extremo iudicio.*
Probl. 3. *Quanta orbis terræ pars aliquod regnum vel prouincia ſit, licet tam eius quàm terræ quantitas ignoretur, facili coniecturâ explorare,*
Probl. 4. *Quæ ſit inter zonas frigidam, torridam, temperatam magnitudinis proportio, licet tam earum, quàm terræ quantitas ignoretur, inuenire.*
Probl. 5. *Orbem terræ metiri.*
Probl. 6. *Soliditatem Oceani explorare.*
Probl. 7. *Modus generalis inueſtigandi magnitudinem cuiuſuis aſtri.*
Probl. 8. *Inquiritur magnitudo Lunæ.*
Probl. 9. *Inquiritur magnitudo Solis.*
Prob. 10. *Inquiritur magnitudo orbis magni.*

CAPVT XXI.

Solidorum auctio, & diminutio, transformatio, comparatio.

Probl. 1. *Dato ſolido aliud ſecundum datam rationem maius minuſue exhibere.*
Probl. 2. *Priſmati pyramidem, cylindro conum, ſphæræ cylindrum exhibere æqualem, & contra.*
Probl. 3. *Dato cylindro ſphæram æqualem exhibere.*
Probl 4. *Superficies ſphæricam, cylindricam, conicam ad circulum reducere.*
Prob. 5. *Dato parallelepipedo cubum æqualem exhibere.*
Prob. 6. *Dato cylindro parallelepipedum, ſiue aliud priſma, vel dato cono pyramidem proximè æqualem exhibere.*
Probl. 7. *Datæ ſphæræ cubum proximè æqualem exhibere.*
Probl. 8. *Dato annulo circulari cylindrum vel ſphæram proximè æqualem exhibere.*
Probl. 9. *Dati annuli circularis ſuperficiem ad ſphæram reducere quàm proximè.*
Probl. 10. *Quoduis annulare ſolidum in rectum extendere.*
Probl. 11. *Annulo parabolico obtuſo cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.*
Probl. 12. *Annulo parabolico acuto cylindrum aut ſphæram abſolutè æqualem exhibere.*
Probl. 13. *Solido annulari hyperbolico ſphæram abſolutè æqualem exhibere.*
Probl. 14. *Similium corporum proportionem cognoſcere.*

SYLLA-

SYLLABVS PROPOSITIONVM

OPTICÆ

LIBER I,

DE APPARENTIIS RERVM SIMPLICIBVS AC DIRECTIS.

Propoſitio I. *QVantitatem diſtantię ſecundùm ſe viſus non percipit.*

II. *Quomodo diſtantiam viſus percipiat.*

III. *Quę ſub ęquali angulo videntur apparent ęqualia; quę ſub maiori, maiora; minora ſub minori, & qualis eſt angulorum opticorum, talis eſt magnitudinum apparentium proportio.*

IV. *Amplitudo tota angulorum, ſub quibus diſtantię & altitudines ſpectari poſſunt, intra limites recti anguli continetur.*

V. *Longitudo ęqualis diſtantię viſus ab ipsâ, ſub maiori ſpectatur angulo, quàm reliqua longitudo tota in infinitum extenſa.*

VI. *Longitudines diſtantię ab oculo ſpectatoris, non niſi paruas & mediocres viſus comprehendit, ingentes minimè.*

VII. *Nullius obiecti dimenſiones apparent eâ partium proportione, quâ ſunt.*

VIII. *Circumferentia circuli eâ partium proportione apparet, qua eſt, cum viſus in centro, vel quouis circumferentię puncto exiſtit.*

IX. *In paruis diſtantiis minori proportione decreſcunt apparentes rerum magnitudines, quàm diſtantię.*

X. *In diſtantijs maioribus proportio decrementi apparentium magnitudinum, non differt ſenſibiliter à proportione incrementi diſtantię.*

XI. *Oculo poſitione dato, reperire altitudinem, ex qua data longitudo appareat ęqualis minori longitudini datę.*

XII. *Oculo poſitione dato, altitudinem reperire, ex qua latitudo data appareat ęqualis minori datę latitudini.*

XIII. *Oculo poſitione dato, reperire longitudinem, quę ex datâ altitudine appareat paruitatis datę.*

XIV. *Oculo poſitione dato latitudinem reperire, quę ex altitudine datâ, appareat datę paruitatis.*

XV. *Parallelorum interuallorum non ſemper quod remotius eſt apparet minus.*

XVI. *Datę ſint duę parallelę, & oculus extra eas, ſed in eodem plano. Oporteat inuenire interuallum, quod ex omnibus parallelis interuallis maximum appareat.*

XVII. *Determinato interuallo quod apparet maximum, datóque alio interuallo à maximo quantumuis remoto, oporteat huic ad partem alteram interualli apparentis maximi, aliud interuallum apparentiâ ęquale inuenire.*

XVIII. *Interuallum parallelarum indefinitè vtrimque protractarum, duobus locis apparet maximum; ab ijſque duobus locis cuicumque diuerſo interuallo, tria interualla alia apparent ęqualia.*

XIX. *Fieri poteſt vt obiecto ab oculo recedente vel accedente, apparentia vnius partis aſſiduò creſcat, alterius verò decreſcat. Rurſum fieri poteſt, vt quamuis obiecti totius apparentia aſſiduè decreſcat: partis ta-*

 men

men longè maximè apparentia aſſiduè creſcat.

XX. *Data ſit obiecti cuiuſpiam longitudo, & parallela ipſi linea infinita: oporteat in hac inuenire punctum, in quo data obiecti longitudo appareat maxima.*

XXI. *Data ſit obiecti alicuius longitudo, extraq́ue eam linea infinita non parallela, quæritur in quo huius rectæ puncto maxima appareat data longitudo.*

XXII. *Yſdem poſitis dato puncto quantumuis remoto à maximæ apparentiæ loco, reperire ad partem alteram punctum, in quo data longitudo apparet æquè magna, ac in dato puncto quantumuis remoto, à maximæ apparentiæ loco.*

XXIII. *Yſdem poſitis ac conſtructis, quæ in duabus præcedentibus: ſi data longitudo ſit perpendicularis ad lineam infinitam extra eam, data longitudo in duobus locis apparet maxima: & dari poſſunt infinita puncta ad vnam rectam, in quibus appareat æquè magna tribus diuerſis locis, ac apparebat in puncto, in præcedente propoſitione dato.*

XXIV. *Cur parallelæ longitudines oculo inter eas poſito, ſenſim coire videantur.*

XXV. *Plana horizontalia infra oculũ poſita videntur in fine attolli, poſita ſupra oculum deprimi: & terminus eleuationis ac depreſſionis eſt recta linea per oculum horizõti parallela.*

XXV. *Templorum frontiſpicia ac turres ad perpẽdiculum extructæ, propè aſpectanti videntur antrorſum inclinare.*

XXVI. *Subtenſa in circulo per totum ſegmenti arcum, diameter verò per totam circuli circumferentiam æqualis apparet.*

XXVII. *Recta circulo inſcripta per totam peripheriam circumducta, ſemper æquè magna apparet oculo in aliquo peripheriæ puncto perſiſtenti.*

XXVIII. *Forma theatris aptiſſima, eſt circuli ſegmentum, in quo arcus ſpectatoribus, ſubtenſa ſpectaculis tribuitur.*

XXIX. *Fieri poteſt vt ad obiectum per ſpatium longiſſimum accedas, vel recedas, & tamen æquè magnum ſemper appareat.*

XXX. *Quiuis arcus maximi in cælo circuli, duplo maior apparet in terrâ quàm in cælo.*

XXXI. *Datur locus quem videri totum eſt impoſſibile.*

XXXII. *Diameter ſphæræ per totam ſphæræ ſuperficiem æqualis cernitur.*

XXXIII. *Maximus ſphæræ circulus per totam ſphæræ ſuperficiem æqualis apparet.*

XXXIV. *Circuli quantumuis obliquè viſi, omnes diametri æquales apparent ex diſtantiâ à centro, quæ ſemidiametro ſit æqualis. Non tamen circulus eo caſu apparet vt circulus directè ſpectatus.*

XXXV. *Circulus obliquè viſus ex diſtantiâ à centro maiore vel minore quam ſemidiameter apparet alterâ parte longior: non tamen vt ellipſis directè ſpectata.*

XXXVI. *Quemadmodũ circulus quãtumuis obliquè viſus, numquam apparet vt ellipſis, ita nec ellipſis quantumuis ſpectetur obliquè apparebit vnquã vt circulus directè ſpectatus.*

XXXVII. *Quo longius abes à ſphærâ, eò maiorem partem conſpicies; eò minorem quo propius, ſed quo pars conſpecta fuerit maior, eo apparebit minor; quo minor eo maior apparebit.*

XXXVIII. *Sphæræ pupillâ minoris dimidium videri nequit oculo vno: videbitur autem dimidium, ſi pupillæ æqualis fuerit, & plus quàm dimidium, ſi maior,*

XXXIX. *Cùm ſphæræ diameter maior eſt vtriuſque oculi interuallo, ne quidem vtroque oculo hæmiſphærium integrum videri poteſt: poteſt autem ſi ſphæræ diameter ſit interuallo oculorum par, & pluſquam hæmiſphærium ſi minor.*

XL. *Sol plus illuminat quàm dimidiũ terræ, Luna minus dimidio. Fieri poteſt vt Lunæ numquam minor portio illuminetur quam dum nobis apparet plena. Sol numquam minorem terræ partem illuminat quàm*

æſtate

æſtate media, numquam maiorem quàm media hyeme.

XLI. *Cylindro & oculo poſitione datis, portionem Cylindri vno oculo viſam exhibere.*

XLII. *Detur conus quiſpiam, cui alter ſit oppoſitus ad verticem, vterquè infinitus, ſi oculus ponatur in quouis puncto ſuperficiei coni oppoſiti, vel quouis puncto intra eam, ſpectabitur totus conus datus.*

XLIII. *Cono atque oculo poſitione datis, portionem coni vno oculo viſam exhibere.*

XLIV. *Per coni verticem ducatur recta vtrimque infinita, baſi non æquidiſtans, oculus incedens per dictã infinitam, ab vna à vertice coni parte, eamdem ſemper portionem coni intuebitur, incedens verò per partem alteram ſpectabit ſemper portionem quæ complementum eſt prioris.*

XLV. *Si oculus fuerit infra lineã quæ per coni verticem ducitur baſi parallela, quo radius ab oculo ad coni verticem emiſſus, maiorem cum axe angulum effecerit, eo plus de cono intuebitur. Si autem fuerit ſupra parallelam & extra conum oppoſitum, quò radius ab oculo ductus ad verticem, cum axe producto maiorem fecerit angulum, eo ſpectabit de cono minus.*

XLVI. *Oculus à cono recedens per lineam baſi parallelam infra verticem, quò recedit longius, eò plus de cono intuebitur, eò autem minus quò recedet longius per baſi parallelam ſupra verticem.*

XLVII. *Oculus à cono dato verſùs conum ſibi oppoſitum aſcendens, quò aſcenderit altius, eò plus de cono dato intuebitur.*

XLVIII. *Datæ ſint duæ hyperbolæ oppoſitæ, ex quarũ centro ſit erecta perpendiculariter recta quæpiam potens quartam partem figuræ: hyperbolæ quantumcumque productæ atque ab inuicem diuaricatæ, ſi conſpiciantur ex termino dictæ rectæ potentis quartam partem figuræ, æquidiſtantes apparebunt.*

XLIX. *Phaſes Lunæ exponere.*

OPTICÆ

LIBER II.

DE PERSPECTIVA SIVE PROIECTIONIS SCENOGRAPHIA THEORIA ET PRAXI.

CAPVT I.

Definitiones & hypotheſes ponuntur & explicantur.

CAPVT II.

Proiectionis ſcenographicæ theoria.

Prop. I. *Ei proiectio, ſiue imago in vitro expreſſa eodẽ modo apparet quo res ipſa.*

II. *Omnium directarum linearum inter ſe parallelarum, ſiue infra oculum, ſiue ſupra exiſtentium imagines concurrunt in eo vitri puncto, in quo linea ab oculo directis ipſis æquidiſtans vitrum ſecat.*

III. *Si à puncto diſtantiæ ducatur in plano horizontali recta directis parallela occurrens ſectioni, & ex puncto occurſus in vitro ducatur perpendicularis ad ſectionem & æqualis altitudini oculi, extremum eius punctum erit in centro proiectionis.*

IV. *Directarum perpendicularium imagines*

gines ad reliquas radialium partes, eam habent proportionem, quam directæ ipſæ ad diſtantiam oculi.

V. *Directarum obliquarum tam ſupra, quàm infra oculum exiſtentium imagines, ita ſe habent ad reliquas radialium partes, vt diſtantia extremi puncti directæ à vitro, ad diſtantiam oculi à vitro.*

VI. *Altitudo vera eſt ad apparentem, vt diſtantia eiuſdem à ſectione, cum diſtantiâ oculi, ad diſtantiam oculi.*

CAPVT III.

Proiectionum Scenographicarum praxis.

VII. *Pauimenti proiectio.*

VIII. *Planorum lateraliter erectorum & tabulati proiectio.*

IX. *Directarum longitudinum proiectio.*

X. *Interuallorum tranſuerſis lineis contentorum proiectio.*

XI. *Interualla tranſuerſis lineis contenta aliter proijcere.*

XII. *Proiectio lapidum pauimenti.*

XIII. *Porticum nullis datis ſcenographicè delineare in tabulâ aut plano dato.*

XIV. *Cuiuſuis planæ ſuperficiei perſpectiuam deſcribere.*

XV. *Cuiuſcumque ſolidi perſpectiuam delineare.*

XVI. *Datæ proiectionis centrum inuenire.*

XVII. *Ex datâ oculi diſtantiâ à ſectione, rei proiectæ longitudinem inuenire.*

XVIII. *Ex datâ longitudine rei proiectæ, diſtantiam oculi à ſectione inuenire.*

XIX. *Efficere vt data porticus duplo, imo decuplo appareat longior quàm ſit.*

XX. *Proiectio ſcenographica in planum ſupra oculum horizonti parallelum.*

CAPVT IV.

De Proiectionibus monſtroſis.

XXI. *Demonſtratur quomodo recta quæpiam in partes quotcumque & qualeſcumque ſecta & ad planum ſubiectum proiectionis recta tota cum ſuis partibus proiiciatur, datis altitudine oculi & diſtantiâ.*

XXII. *Demonſtratur quomodo parallelogrammum aliquod rectangulum dato plano rectum, in minora ſectum parallelogramma, ſiue cancellatum, totum cum ſingulis parallelogrammis minoribus proiiciatur in datum planum, datis altitudine oculi & diſtantiâ.*

XXIII. *Datam lineam vtcumque ſectam, ex datâ diſtantiâ in datam longitudinem cum ſuis partibus proiicere.*

XXIV. *Datum parallelogrammum rectangulum in quotuis rectangula ſiue quadrata ſectum, ex datâ diſtantiâ & ſitu in figuram datæ longitudinis proiicere.*

XXV. *Monſtroſam in dato plano figuram delineare, quæ certo ſpectata loco, formoſæ inſtar imaginis appareat.*

XXVI. *Datam imaginem in dati coni conuexâ ſuperficie deformare & reformare.*

XXVII. *Imaginem datam in conuexâ ſuperficie conicâ, aliter ita deformare, vt ex certo puncto reformata appareat.*

XXVIII. *Datam imaginem in concauâ coni ſuperficie deformare & reformare.*

OPTICÆ
LIBER III.
DE PROIECTIONE ASTRONOMICA.

CAPVT I.

Exponitur ac demonſtratur artificiũ generale proiectionis Aſtronomicæ oculo in ſphæræ ſuperficie conſtituto.

Prop. I. *Hemiſphærij oculo oppoſiti proiectura eſt maximus ſphæræ circulus in proiectionis plano exiſtens, circa hunc verò vndequaque in infinitum extenditur proiectura hemiſphærij oculum continentis.*

II. *Linea recta per oculum tranſiens proiicitur in punctum, in quo occurrit plano proiectionis.*

III. *Circuli maximi per oculum tranſeuntis medietas oculo oppoſita proiicitur in ſuam & ſphæræ diametrum, medietas verò altera in rectas ad vtramque diametri partem infinite extenſas.*

IV. *Circuli maximi per oculum tranſeuntis, & graduum eius proiecturas deſcribere.*

V. *Circuli proiectionis plano paralleli proiectura circulus eſt, cuius centrum idem eſt cum centro ſphæræ, in quod primitiui circuli centrum proiicitur, & partes proiecturæ ſunt primitiui circuli partibus proportionales.*

VI. *Dati in ſphærâ circuli proiectionis plano paralleli; & in partes, ſeu gradus ſecti proiecturam deſcribere.*

VII. *Circuli ad proiectionis planum nõ paralleli proiectura etiã circulus eſt, cuius centrum diuerſum à puncto in quod primitiui circuli cẽtrũ proiicitur.*

VIII. *Situm obliqui in ſphærâ circuli determinare.*

IX. *Dati in ſphærâ circuli ad planum proiectionis non paralleli eiuſque cẽtri ac polorũ proiecturam deſcribere.*

X. *Proiecturas graduum maximi in ſphærâ circuli ad proiectionis planum non paralleli, deſcribere.*

XI. *Proiecturas graduum non maximi in ſphærâ circuli & ad proiectionis planum non paralleli deſcribere.*

CAPVT II.

Proiectio ſphæræ in planum æquatoris oculo in alterutro polorum conſtituto; ſiue deſcriptio Aſtrolabij Polaris ad datam altitudinem poli.

XII. *Meridianum loci, cæteroſque meridianos & horarios circulos in planum proiicere.*

XIII. *Æquatorem, Tropicos, & Eclipticam eiuſque polos proiicere.*

XIV. *Horizontem obliquum datum cum ſuo polo, ſiue Zenith, & circulos altitudinum horizonti parallelos proiicere.*

XV. *Gradus tam obliqui horizontis dati, quam Eclipticæ proiicere.*

XVI *Circulos Azimutales, ſeu Verticales proiicere.*

XVII. *Circulum crepuſculinũ proiicere.*

XVIII. *Stellas fixas proiicere.*

XIX. *Planiſphærium, ſeu Aſtrolabium polare ad datam poli altitudinem conſtruere.*

CAPVT III.

Vſus Aſtrolabij Polaris ad datã poli altitudinem conſtructi.

XX. *Stellæ & puncta graduum Eclipticæ, licet diurno motu circumferantur, in Retis proportionaliter ad diurnum cæli motum circũacti puncta ſemper eadem proiiciuntur.*

XXI. *Si rete Aſtrolabij ab ortu per meridiem in occidentem circumagatur, motus diurnus cæli & omnium aſtrorum repræſentabitur.*

XXII. *Qua horâ ſol oriatur & occidat, item diei ac noctis quantitatem quotidie inuenire.*

VI. *Ad planam ſuperficiem reflexio à puncto dato in punctum datum, breuiſſimâ fit viâ.*

VII. *Etiam ad conuexam quamcumque ſuperficiem, reflexio à puncto dato, in punctum datum breuiſſimâ fit viâ.*

VIII. *Ad concauam ſuperficiem ſphæricā reflexio à puncto in punctum viâ fieri poteſt longiſſima.*

IX. *In planam quampiam ſuperficiem incidat ex puncto aliquo ſpecies, ſiue lux ſub figurâ quacumque, quæ reflectatur per viam ſolidam. In peripheriâ baſis incidentiæ, ſume quoduis punctum, per quod & per punctum ex quo propagatur ſpecies: ſeca ſolidā reflexionis viam plano ad ſuperficiē in quam ſpecies incidit recto. Dico in viæ ſolidæ ſuperficie gigni, lineas quæ cum lineâ, ex eâdem ſectione in plano reflectente genitâ faciant æquales angulos.*

X. *Quæ hactenus demonſtrata ſunt de ſuperficiebus æquabiliter extenſis, tā planis, quàm curuis cuiuſmodi ſunt Sphærica. Conica. Cylindrica, Elliptica, Parabolica, Hyperbolica & aliæ infinitæ, eadem omnia particulis ſuperficierum aſperarum conueniunt,*

XI. *Radius obliquè in quoduis ſpeculum incidens, ad maioris anguli partes reflectitur, vltra perpendicularem, ex incidentiæ puncto erectam.*

XII. *Punctum reflexionis in quouis ſpeculo exiſtet, inter incidentiæ ac reflexionis perpendicula.*

XIII. *In ſpeculo quocumque angulus ab radio incidente & reflexo comprehenſus ſecatur bifariam ab eâ quæ ad reflexionis punctum perpendicularis eſt ſpeculo.*

XIV. *Ab vno ſpeculi cuiuſuis puncto non poſſunt reflecti duo radij ad punctum vnum.*

XV. *Radius vnus in ſpeculo quocumque non reflectitur in duo puncta.*

XVI. *In planis & conuexis ſpeculis non poſſunt ex puncto vno duo radij reflecti ad punctum vnum. Siue non poſſunt duo puncta reflecti ad inuicē à pluribus ſpeculi plani aut conuexi punctis, quàm ab vno.*

XVII. *In planis & conuexis ſpeculis, ſi plura puncta ad vnam incidētiæ Cathetum exiſtentia ad vnum viſum reflectantur, punctum à ſpeculo remotius reflectetur à ſpeculi puncto diſtante minus à viſu, quàm punctum à quo reflectitur punctum ſpeculo vicinius.*

XVIII. *In planis & conuexis ſpeculis ſi lineæ cuiuſpiā extremitates reflectantur ad viſum à ſpeculi duobus punctis, tota linea reflectetur ad viſum, à totâ lineâ rectâ quæ inter dicta puncta interijcitur.*

XIX. *In omni ſpeculo plano ac conuexo rectæ lineæ ad ſpeculum perpendicularis eſt imaginis ſuæ in directū.*

XX. *In omni ſpeculo plano & conuexo vnumquodque punctum obiecti, appart in ſuâ Catheto incidentiæ.*

XXI. *In omni ſpeculo, obiecti punctum vnumquodque apparet in radio reflexio,*

XXII. *In omni ſpeculo plano & conuexo obiecti punctū vnumquodq̃, nō alibi apparet, à quam in concurſu radij reflexi cum catheto incidentiæ.*

CATOPTRICÆ

LIBER II.

DE PLANIS SPECVLIS.

AFFECTIONES PRIMÆ PLANORVM SPECVLORVM.

Prop. I. IN *planis ſpeculis vnius obiecti tātum vna eſt imago, non ſolum reſpectu vnius oculi, ſed etiam vtriuſque.*

II. *Obiectum eò poſt planum ſpeculum apparet interuallo quo diſtat ante ſpeculum.*

III. *In plano ſpeculo diſtātia imaginis ab oculo via reflexionis æqualis eſt.*

IV. *Imagines in planis ſpeculis ſunt obiectis*

Google

obiecti æquales & ſimiles, & ſimiliter poſitæ.

V. *In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra & contra.*

VI. *Obiecti plano ſpeculo perpendiculariter obuerſi, punctū ſpeculo vicinius apparet etiam vicinius poſt ſpeculum quàm punctum obiecti remotius.*

VII. *In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, teipſum videbis horizonti parallelum.*

VIII. *Fieri poteſt ut in plano ſpeculo teipſum quaſi volantem conſpicias.*

IX. *In ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, obiecta quæuis ſupra terram erecta, apparent terræ parallela.*

X. *In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, oculo infra eius planum conſtituto ſuperficies terræ apparet perpendiculariter erecta ſurſum. oculo autem ſupra ſpeculi planum exiſtenti cælum & laquearia apparent erecta deorſum.*

XI. *In duobus planis ſpeculis videbis teipſum in oppoſitas partes eodem tempore moueri.*

XII. *In reflexione planâ perpendicula incidentiæ ſunt, ipſorum à reflexionis puncto interuallis proportionales.*

XIII. *Datis pūcto, oculo, lineâ, rectâ reflectente punctū reflexionis inuenire.*

XIV. *Partem plani ſpeculi reflectentem determinare.*

XV. *Radij à plano ſpeculo in vnum punctum reflexi, ſi poſt ſpeculum producantur, concurrunt cum perpendiculo incidentiæ in eodem puncto.*

XVI. *Radij à ſuperficie plano ſpeculo parallelâ incidentes, ſuis quique reflexis ſunt proportionales.*

XVII. *Cum longitudo plano ſpeculo parallela, ad vnū punctum reflectitur, linea reflectens ad ipſam eam habet proportionē, quam radius quilibet reflexus ad ſuam reflexionis viam.*

XVIII. *Cum ſpecies ſuperficiei plano ſpeculo parallelæ, ad vnum punctum reflectitur, proportio ſuperficiei reflectentis, ad ipſam eſt duplicata proportionis, quam habet radius quiuis reflexus ad reflexionis viam.*

XIX. *Vt in plano ſpeculo teipſum à vertice ad pedes contemplari poſſis eius longitudo debet eſſe tuæ dimidia.*

XX. *Longitudines etiam aliorum obiectorum plano ſpeculo parallelorum, & æqualem cum oculo diſtantiam à ſpeculo habentium, vt totæ apparere poſſint in ſpeculo debet, huius longitudo eſſe illarum dimidia.*

XXI. *Cum teipſum aliaque obiecta ſpeculo parallela, & eodem interuallo diſſita, quo tu tota vides in ſpeculo, portio ſpecularis reflectens obiecti ſubquadrupla eſt.*

XXII. *Cum teipſum in aliquo ſpeculo vides præciſè totum, ſiue accedas, ſiue recedas perges te ſemper totū videre.*

Pari modo ſi obiecta, quæ tecum æqualiter à ſpeculo remota vides tota, tecum accedant vel recedant, perges ſemper videre tota.

XXIII. *Ponatur obiectum præciſè totū ab oculo videri in ſpeculo. Si obiectum manente oculo propius ad ſpeculum parallele admoueatur, deſinet videri totum ab oculo; & quo erit propinquius eo pars eius videbitur minor; ſemper tamen maior dimidiâ longitudinis, & maior quàm quartâ ſuperficiei.*

XXIV. *Iiſdē poſitis, quæ in præcedenti; Si oculo manente obiectum longius remoueatur, poterit in eodem ſpeculo apparere totum licet augeretur in infinitum.*

XXV. *Eiuſdem determinati ſpeculi obiectum adæquatum, ſi obiecti augeatur diſtantia, fit quocumque dato maius; imminutâ verò diſtantiâ etiam ipſum minuitur quidem, ſemper tamen manet ſpeculo maius.*

XXVI. *Datis oculo, ſpeculo, & obiecti longitudine, quæ longitudine ſpeculi ſit maior, locum reperire in quo longitudo data fiat obiectum ſpeculi adæquatum in longitudinem.*

DE REFLEXIONE AD MVLTA PLANA.

XXVII. *Planis quotcumque poſitione datis, dato quoque reflexionis principio ac termino, puncta reflexionis inuenire.*

XXVIII. *Diſtantia apparens obiecti; per reflexionem ad vnum vel plura ſpecula plana viſi, toti viæ reflexionis æqualis eſt.*

XXIX. *Cũ res per plures reflexiones cernitur dextra apparent ſiniſtra. ſi numerus reflexionum eſt impar, ſi autem par fuerit dextra apparent dextra.*

XXX. *Si in polygono quocumque ordinato, ex lateris alicuius medio puncto obiecti ſpecies, aut pila quæpiam dirigatur, in lateris vicini medium punctum, idem, eritq; reflexionis via polygonum ſimile ordinatum priori inſcriptum.*

XXXI. *Oculo & obiecto poſitione datis, datum numerum ſpeculorum ita diſponere, vt obiectũ ad omnia ſpecula reflexum in vno ſpeculo videatur.*

XXXII. *Oculo & obiecto poſitione datis efficere, vt diſtantia imaginis ab oculo ſit multiplex, ad libitum diſtantiæ datæ oculi ab obiecto.*

PLANORVM SPECVLORVM ÆQVIDISTANTIVM AFFECTIONES.

XXXIII. *Si duo plana ſpecula ſibi fuerint parallelã; in ſingulis apparent vnius obiecti inter ſpecula conſtituti duæ ſeries rectæ imaginum infinitarum in longitudinem infinitam excreſcentes.*

XXXIV. *Iiſdem poſitis dico quamlibet imaginum ſupradictarum tanto interuallo diſtare ab oculo, quanta eſt tota via reflexionis ſuæ,*

XXXV. *Iiſdem poſitis ſtet loco quopiam homo facie conuerſus ad ſpeculum quod intueatur: oſtenditur vbi imagines ſint futuræ conuerſæ ad oculum, vbi auerſæ; ſiue vbi apparitura ſit facies, vbi tergum.*

XXXVI. *Iiſdem poſitis oſtenditur quæ facies ſint futuræ conuerſæ ad inuicem, quæ auerſæ.*

XXXVII. *Iiſdem poſitis, oſtenditur quid accidat ſi obiectum moueatur versùs vnum ſpeculum.*

AFFECTIONES PLANORVM SPECVLORVM INCLINATORVM SIVE DE REFLEXIONE INTRA ANGVLVM.

XXXVIII. *Intra rectum angulum vel obtuſum plures fieri reflexiones non poſſunt quam duæ.*

XXXIX. *In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum conſtitutis, ſi oculus exiſtat extra rectam lineam, quæ ab anguli vertice ducitur per punctum obiecti datum, ſemper tres puncti dati imagines apparent, & non plures.*

XL. *In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum poſitis, ſi oculus exiſtat in rectâ per verticem & punctum datum tranſeunte duæ ſolùm poſſunt puncti imagines apparere.*

XLI. *Acuto angulo & binis intra eum punctis poſitione datis, maximum numerũ reflexionum, quibus puncta ad inuicem poſſunt reflecti, cum primus radius in latus ſiniſtrum incidit, inuenire.*

XLII. *Iiſdem poſitis, quæ in præcedenti, inuenire maximum reflexionum numerum primâ incidentiâ factâ in latus anguli dexterum.*

XLIII. *Intra acutum angulum punctis poſitione datis, datum reperire numerum reflexionum, ſed maximo minorem.*

XLIV. *Duo plana ſpecula ſe mutuò tangant ſub angulo acuto, cuius latera vltra verticem ſint producta infinitè; intra angulum ſit poſitione datum alicuius obiecti punctum: oculus autem intra angulum, ſit vbi-uis.*

Oporteat demonſtrare quot in binis hiſce ſpeculis puncti dati imagines appareant: item loca imaginum, & quot ſingulæ reflexionibus videantur, exhibere.

XLV. *Pilam in anguli acuti latus ita ex puncto intra angulum dato immittere, vt per datum numerum reflexionum, qui maximo non ſit maior, ad punctum idem redeat.*

XLVI. *Pilam ex puncto intra acutum angulum dato latus in anguli ita dirigere, vt poſt aliquot reflexiones versùs anguli verticem peractas eâdem viâ regrediatur.*

CATOP-

CATOPTRICÆ.

LIBER III.

De ſpeculis curuis.

CONVEXORVM SPHÆRICORVM AFFECTIONES PRÆCIPVÆ.

Prop. I. *IN ſpeculis ſphæricis conuexis vnius obiecti, vni viſui apparet imago tantùm vna.*

II. *Sola portio ſphæræ conſpicua radios ſibi incidentes poteſt ad oculum reflectere.*

III. *Cathetus infinita portioni conſpicuæ ſpecularis ſphæræ inſiſtens apparet intra ſphæram tota, & minor quartâ parte diametri.*

IV. V. VI. *Sphæra ſpecularis per oculum & centrum ſecta reflexionis plano exhibeat circulum reflectentem, cuius ac ſphæræ idem ſit centrum, eumq́ tangant ducta ab oculo rectæ infinita. Eumdem circulum ex oculo ita ſecet recta quæpiam, vt intercepta inter circulum ſit æqualis ſphæræ radio, ſiue lateri hexagoni; deinde in arcus abſciſſi punctum quoduis incidat cathetus infinita tangentem ſecans.*

Oſtenditur quæ catheti partes appareant, quæ non appareant, quæ intra, quæ extra ſpeculum appareant, quæ cathetus omnino non appareat.

VII. *Quæ obiecta intra ſpecularem ſphæram appareant, quæ extra determinare.*

VIII. *Quò puncta in eâdem catheto exiſtentia à ſpeculo diſtant longius, eò imagines ipſorum ad ſpeculi centrum propius accedunt, nullius tamen obiecti quantumlibet diſtantis imago ad quartam diametri partem ſpeculi ſphæram ingreditur.*

IX. *Limitem imaginum intra conuexum ſpeculum aſſignare.*

X. *Cur res in conuexis ſpeculis paruæ appareant.*

XI. *Cur recta in ſpeculis conuexis curua appareant.*

XII. *Data ſint duo puncta quæcumque à ſpeculo ſphærico ſiue conuexo, ſiue concauo ad ſe mutuo reflexo, ſi illis tamquam polis deſcribatur Ellipſis ſpeculi circulum contingens: Dico reflexionis punctum idem eſſe quod contactus.*

AFFECTIONES PRÆCIPVÆ SPHÆRICORVM CONCAVORVM.

XIII. *Oſtenditur quando duo puncta poſitione data intra datum circulum, à dato peripheriæ puncto reflectantur ad inuicem, quando non reflectantur.*

XIV. *Centrum ſphæræ à totâ ſuperficie ſphæricâ in ſeipſum reflectitur.*

XV. XVI. XVII. XVIII. XIX. XX. XXI. *Sit ſpeculi caui ſphærici circulus maximus quiſcumque, in cuius diametris ſint puncta duo æqualiter aut inæqualiter à centro diſtantia: demonſtratur quibus & quot locis ad inuicem in dicto circulo reflecti poſſint data puncta; & à quibus reflecti non poſſint.*

XXII. *Longitudo perpendiculariter inſiſtens ſpeculo cauo ſphærico, apparet poſt ſpeculum infinitè longa, quamuis ipſa neceſſariò ſemper radio ſpeculi minor exiſtat.*

XXIII. *Res ante ſpeculum diſtantes interuallo minore quam radij, apparent diſtare poſt ſpeculum interuallo quantumuis magno.*

XXIV. *Cur obiecta in cauis ſpeculis tam prodigioſæ magnitudinis appareant.*

XXV. *Imaginum poſt caua ſpecula apparentium partes ordinatim reſpondent partibus quas repræſentant.*

XXVI. *Oſten-*

XXVI. *Oſtenditur quî fieri poſſit vt lineæ finitæ imago ſit infinita in ſpeculo cauo ſphærico.*

XXVII. *Poteſt imago extra cauum ſpeculum prodire vſque ad ipſum oculum.*

XXVIII. *Res vltra centrum caui ſpeculi conſtitutæ, ſi etiam viſus vltra centrum exiſtat ſemper apparent inter centrum ac ſpeculum & ſitu inuerſo.*

XXIX. *Si viſus exiſtat inter centrum ac ſpeculum, obiecta vltra centrum conſtituta, quandoque apparent inter centrum ac ſpeculum ſitu inuerſo, quandoque poſt ſpeculum ſed ſitu erecto.*

XXX. *In cauis ſpeculis imago ſubinde apparet extra concurſum radij reflexi cum catheto incidentiæ.*

DE SPECVLIS VSTORIIS.

XXXI. *In cauam ſphæræ portionem gradibus 120 minorem radius incidens axi parallelus poſt reflexionem axi occurrit inter centrum & verticem portionis.*

XXXII. *Inter radios axi parallelos in cauam portionem ſphæræ minorem gradibus 120 incidentes, qui axi propinquior eſt, is maiorem axis partem reflexus abſcindet quam remotior; ſemper tamen minorem radij ſemiſſe.*

XXXIII. *Portio caua ſphæræ 18 graduum, omnes radios ſibi incidentes axi parallelos reflectit in ſpatiolum lineare minus parte centeſimâ ſexageſimâ radij quod à puncto biſectionis radij ad verticem portionis porrigitur.*

XXXIV. *Specula caua ſphærica Soli expoſita circa punctum quo radius biſecatur, ignem accendunt.*

XXXV. *Euclidis & veterum error circa focum ſpeculi caui ſphærici.*

XXXVI. *Portio caua conoidis parabolicæ omnes radios ſibi incidentes axi parallelos reflectit in axis punctum diſtans à vertice quartâ parte lateris recti; vbi proinde vehementiſſima vſtio.*

XXXVII. *Si flamma candelæ in foco caui ſpeculi ſphærici vel parabolici collocetur, totum ſpeculum quaſi ardens apparebit, & lumen ad ſpatium longiſſimum reflectetur eâ intenſione, quæ ad legendum ſufficiat.*

XXXVIII. *Poteſt reflexione lumen colligi ad diſtantiam à ſpeculo quantumuis magnam; non ſic tamen vt vrat.*

XXXIX. *Sphæroïs caua radios omnes à polo vno egreſſos, in polum alterum reflectit.*

XL. *Conois hyperbolica conuexa omnes radios tendentes in focum reflectit in conoidis oppoſitæ focum, & conois hyperbolica caua omnes radios tendentes in conoidis oppoſitæ focum reflectit ad focum ſuum*

XLI. *Caua conois hyperbolica vrit non Soli expoſita, ſed igni.*

XLII. *Dantur ſpecula quorum focus ſit linea recta vel curua quæcumque.*

XLIII. *Conuexa conois parabolica, imo & ſphæra conuexa radios tendentes in focum axi parallelos reflectit,*

Digitized by Google

ELENCHVS CAPITVM ARCHITECTVRÆ MILITARIS.

PARS I.

De Munitione Regulari.

CAPUT I.

Architecturæ Militaris definitio, initia, progreſſus, perfectio.

CAPVT II.

Termini Architecturæ Militaris explicantur.

CAPVT III.

Munitionum Canones.

CAPVT IV.

Canones iam traditi declarantur.

CAPUT V.

Munimentorum Regularium conſtitutio.

CAPVT VI.

Munimentorum Regularium delineatio, in chartâ, & in campo.

CAPVT VII.

Termini orthographici explicantur.

CAPVT VIII.

Munimentorum orthographicæ dimenſiones deinceps terminantur, ac primo Valli, & Loricæ Vallo impoſitæ.

CAPVT IX.

Orthographia promuralis.

CAPVT X.

Foſſa.

CAPVT XI.

Lorica ſuburbana, & Via Tecta.

CAPUT XII.

Tabula Orthographica Munimentorum Regularium.

CAPVT XIII.

Munitionum externarum fabrica.

I. Propoſitio. *De Rauelino.*
II. Propoſitio. *De Mediâ Lunâ ſiue Caſtide.*
III. Propoſitio. *De Opere Cornuto.*
IV. Propoſitio. *De Forcipulis.*
V. Propoſitio. *De Opere Coronato.*

PARS II.

De Munimentis Irregularibus.

CAPVT XIV.

Partes Munitionis Irregularis.

CAPVT XV.

Quomodo locus irregularis regulariter muniatur.

I. Problema. *Datum locum irregularem, propoſitum ſit regulariter munire.*

CAPUT XVI.

Quomodo locus irregularis habens angulos & latera apta irregulariter muniendus.

I. Problema. *Datus ſit locus irregularis, angulos & latera habens apta, quem oporteat irregulariter munire.*
II. Problema. *Idem aliter efficere.*
III. Problema. *Idem adhuc aliter efficere.*

CAPUT XVII.

Quomodo locus irregularis habens angulos & latera incpta, muniri debeat.

I. Problema. *Loci irregularis, angulos ineptos munire.*

II. Pro-

II. Problema. *Loci irregularis angulos externos munire.*
III. Problema. *Dati irregularis loci latera nimis longa munire.*
IV. Problema. *Dati loci irregularis latera nimis breuia munire.*
V. Problema. *Vrbes antiquæ qui muniendæ.*

CAPVT XVII.

Reliqua ad munitiones irregularium pertinentia.

PARS III

De oppugnatione & defenſione.

CAPVT XIX

De circumuallatione.

I. Propoſitio. *Caſtrorum diſpoſitio.*
II. Propoſitio. *De Lineis, vulgo Trencheis*
III. Propoſitio. *Reductum ſiue Turriculam exſtruere.*
IV. Propoſitio. *Stellam delineare.*
V. Propoſitio. *Caſtellum quadratum, dimidiata habens propugnacula delineare.*
VI. Propoſitio. *Caſtellum alterâ parte longius, cum dimidiatis propugnaculis delineare.*
VII. Propoſitio. *Aliud Caſtellum quadrilaterum cum dimidiatis propugnaculis, & duplici forcipe delineare.*
VIII. Propoſitio. *Caſtellum trilaterum cum dimidiatis propugnaculis delineare.*

CAPVT XX.

De ſuggeſtis tormentorum & acceſſibus.

I. Propoſitio. *Suggeſtum offenſiuum & defenſiuum exſtruere.*
II. Propoſitio. *Acceſſus, ſiue Brachia ad locum oppugnationi deſtinatum dirigere.*

CAPVT XXI.

Perforatio Loricæ extimæ.

CAPVT XXII.

De aggere & vineâ.

CAPVT XXIII.

De Cuniculo.

CAPVT XXIV.

De defenſione.

FINIS.

ANDREÆ TACQVET

E SOCIETATE IESV

ASTRONOMIA

METHODO SCIENTIFICA

OCTO LIBRIS

A FVNDAMENTIS EXPLICATA

AC DEMONSTRATA.

PRÆFATIO
AD LECTOREM,
Quâ mens & ſcopus Authoris exponitur.

INter Mathematicas diſciplinas, quæ Geometriæ, & Arithmeticæ ſubalternantur, ſiue obiecti dignitatem, ſiue tractationis ipſius ſubtilitatem modumque ſpectes, principem locum Aſtronomia obtinet. Idego, ſi hoc loco adſtruendum mihi ſumpſero, meritò videar actum agere: adeò clara in luce, atque omnium in oculis manibuſque eſt huius ſcientiæ præſtantia, varietas, acumen, iucunditas, vſus. Illud potiùs curandum mihi video, vt artis tam præclaræ perdiſcendæ viam, ſi poſſim, faciliorem planioremque aperiam. Dolui enim perſæpe ad nobiliſſimam ſcientiam, adeo perplexos tyronibus eſſe aditus, tam difficiles acceſſus, vt ex illis non pauci vel deſperent in ipſo limine, vel ſi vltrà tetenderint, niſi peritus inſtructor ad manum ſit, ferè tantùm in ſuperficie hæreant, nunquam ad fundamenta ipſa, atque intima ſcientiæ penetralia peruenturi. Hæc à me ita dici erit fortaſſe, qui mirabitur. Quid enim? excultâ tot iam ſæculis Aſtronomiâ, tot libris vaſtiſſimis doctiſſimiſque in lucem editis, quis addiſcere volentibus, modò ingenium adſit, non ſatis credat eſſe proſpectum? equidem fateor monumenta Aſtronomorum & plurima extare, & eximia prorſus; ipſamque adeò Aſtronomiam ad eam hoc tempore perfectionem eſſe deductam, quâ ſperari haud multò maior poſſit. Nihilominus vt hanc artem tyrones abſq; magno labore perdiſcant, quid adhuc deſiderari videatur, dicam paucis.

Vt à principe omniũ Ptolemæo incipiam, extat magna ipſius conſtructio, ſeu Almageſtum, verum Aſtronomiæ ſeminarium, cui ſeſe illa, qua modò fruimur, tanquam fonti, totam debet: opus admirabile, & immortalitate digniſſimum; ſed eiuſmodi tamen quod ſua difficultate etiam doctum (ita Ioannes de Monte Regio) & ingenio præſtanti lectorem deterrere conſueuerit. Is itaque, quem modò dixi, Ioannes de Monte Regio, Ptolemai Almageſtum doctiſſimis commentarijs exponere, & illuſtrare aggreſſus eſt. Verùm neque hic diſcentium ſeſe captui ſubmiſit ſatis; adeo multis locis vel breuis, vel obſcurus eſt, tam multa ſcitu neceſſaria prætermittit: planè vt alio ipſe commentatore opus habeat. Deinde ex illo Aſtronomiam non nouam, ſed veterem illam multis refertã erroribus addiſces, cum illa cæli arcana, quæ & plurima, & maxima tubi Optici artificio detecta ſunt, penitus ignorauerit. Ex Alphonſinis, ex Arabibus, alijſque ſcriptoribus Ptolemæum inter & Copernicum intermedijs, longè adhuc minùs tyrones proficient. Succeſſère tandem Nicolaus Copernicus, nouus ſui ſæculi Ptolemæus, & Tycho Brahæus Aſtronomiæ inſtaurator præcipuus, Longomontanus, Keplerus, Lansbergius, Bullialdus, alijque multi, quorum ingenio, labore, induſtria, eam perfectionem Aſtronomia adepta eſt, quam hoc tempore videmus omnes & admiramur. Sed magnis

illis

illis viris cura fuit præcipua Aſtronomiam priorum temporum vel inſcitiâ, vel negligentiâ propè collapſam, nouis obſeruationibus, & hypotheſibus inſtaurare, & pro tabulis motuum cæleſtium Ptolemaicis, & Alphonſinis, iam à cælo immanè quantùm diſſentientibus, nouas ſubſtituere: de methodo illâ Matheſi propriâ, de facilitate, claritate, adiungendis vbique demonſtrationibus, quibus facilis, & expedita docendi, diſcendique ratio continetur, minùs ſolliciti fuére. Quarè viſi ſunt non tam diſcentes inſtruere, quàm peritos, & in hoc ſtudio iam prouectos perficere voluiſſe. Ex illis certè nullum reperio, qui à primis fundamentis ordine, ac ſerie continuâ, & nuſquam interruptâ, aliud ſemper ex alio deducendo demonſtrandoque, aſtrorum curſus explanauerit. Vnde fit, vt tirones eorum ſcripta legentes, ſi nuda praxi, & calculo contenti eſſe nolint, hæreant penè ad ſingula, ac tandem deſperatione victi, pulcherrimum ſtudium abijciant, qui, ſi ordo ille geometricus ſeruaretur, ad intima ſcientiæ adyta facilè, nullo etiam duce magiſtro penetraſſent. Hanc porrò methodum adeò laudatam, ne ille quidem vir doctiſſimus è Societate noſtrâ Ioannes Baptiſta Ricciolus, qui omnium nouiſſimè, ac copioſiſſimè de Aſtronomiâ ſcripſit, quamuis multò cæteris ſit clarior, vſquequàque ſibi tenendam eſſe iudicauit. Molitus hic eſt Almageſtum nouum, Aſtronomiam veterem nouamque complectens, in tres tomos diſtributum, quorum primus in duo prægrandia volumina diuiſus in lucem iam prodijt: opus eximium ampliſſimumque, omni eruditione Aſtronomica, hiſtorica, chronographica refertum: quo non ſuas tantùm, ſed omnium Aſtronomorum ſententias, obſeruationes, hypotheſes complexus eſt, vt meritò non tomum vnum, ſed integram in vno tomo Aſtronomiæ Bibliothecam edidiſſe videatur. Hunc ego quanti faciam, qui mea legerit manifeſtò intelliget; neque enim alium in hoc tractatu vel adhibeo frequentiùs, vel ſequor. Sed tamen tanta vaſtitas, & amplitudo ſcriptionis quàm Aſtronomiæ vniuerſim prodeſt, tam parum eſt diſcentibus accommodata, quos & moles voluminum terret, & rerum varietas, ac multitudo confundit. Adhæc ſcriptori clariſſimo illi, quam dixi, methodo docentibus diſcentibuſque tam neceſſariæ ſe aſtringere, non eſt viſum. Quod igitur ſummi illi viri alijs ducti conſilijs, & maiora ac ſublimiora ſpectantes non præſtitére, id ego à me præſtandum ſuſcepi.

Quare hoc tractatu id agam inprimis, vt methodum geometriæ propriã, viamque pulcherrimam, quâ ad veritatem illa enititur, quàm proximè teneã. Itaque tironem Aſtronomicum à fundamentis ipſis ſic inſtituam, vt poſterius ſemper ex priore continuâ ſerie deducam: definiam res tractandas; ſtatum quæſtionis, niſi per ſeſe pateat, exponam, quæ aſſeram, probem, ita praxim exhibeam, vt demonſtrationem vbique adiungam, vel vnde ea ex conſequentibus abſque vitioſo circulo peti debeat, præciſè aſſignem: ita enim ſubinde expediet, ne ſi omnia ſuis auulſa locis exhibeantur, res inconcinna appareat. Denique ſic ordinare, & diſponere omnia conabor, vt quantùm in me erit, nuſquam hæreat lector, ſed inoffenſo pede ad ipſum ſcientiæ verticem per quoſdam quaſi gradus conſcendat. Atque ita ſpero futurum, vt qui ad pulcherrimum hocce

noſtra peruoluant,
giſtro careant, per

Veſtrûm erit hunc
que conſulere. Si
re poſſit in vita iu-
rtere vos eſſe non
emplari, vt ex ijs
Hoc niſi præſtite-
ote. Quid Hip-
Solis, ac Planeta-
ncipes, ac duces
lent, ipſum opifi-
uod ait Paulus,
t laudentur vbi
o tam ſubtilia,
mi Chriſtiani
lemini, quo ea
s agnoſcentes
ſtra quæ nunc
ſtremus, imò
ûm beati in-

, vt facilior ſit
ocedunt. Abſti-
r pro his nume-
ocum priorum.
)numerum de-
tellige librum,
urarum.
m ſic; vt primus
r 2. 6.) hoc eſt per
oſtram intellige.
operi inſerere, non
ri de nouo poſſint,
ronomiæ ſtudioſus,
labore tanto ſe fati-
r tabulæ, à ſummis
Longomontano, Ke-
o, Reinerio, & bre-

ASTRONOMIÆ

ASTRONOMIÆ

LIBER PRIMVS

DE MOTV SOLIS

CAPVT PRIMVM.

Definitiones generales, quibus primus ad Aſtronomiam aditus aperitur.

NVMERVS PRIMVS.

Definitio. 1.

SPhæra, eſt corpus vnâ ſuperficie contentum, in cuius medio eſt punctum, quod centrum dicitur, à quô omnes lineæ ad ſuperficiem ductæ, ſunt æquales.

Definitio 2.

Maximi ſphæræ circuli ſunt, qui producuntur ſphærâ per centrum ſectâ; non maximi, qui naſcuntur, ſectione non per centrum factâ.

Quomodòcumque a ſphæram ſecueris, ſectio ſemper circulus eſt, cuius peripheria in ipsâ ſphæræ ſuperficie exiſtit. a *Theodoſ. lib, 1. prop. 1*

Definitio 3.

Dati in ſphærâ circuli polus eſt, illud in ſuperficie ſphæricâ punctum, quod æqualiter diſtat à quouis puncto circumferentiæ dati circuli.

Circulus ſphæræ ſit X B F C G, & punctum A eſto eiuſmodi, vt omnes rectæ A B ad circumferentiam B F C G ductæ, ſint æquales: punctum A vocatur polus circuli B F C G. *Fig. 1.*

Definitio 4.

Gradus, eſt pars circumferentiæ trecenteſima ſexageſimá.

Diuidunt Aſtronomi circumferentiam circuli in partes æquales, ſiue (vt loquuntur) in gradus 360, ob inſignes huius numeri commoditates; quarum non poſtrema, eſt quod plurimas habeat partes aliquotas, quas vide cap. 4. Geometriæ noſtræ practicæ.

Definitio 5.

Minutum, ſiue ſcrupulum, eſt pars ſexageſima vnius gradus: ſecundum (ſubintellige ſcrupulum) eſt pars ſexageſima vnius ſcrupuli: tertium, eſt pars ſexageſima vnius ſecundi: atque ita porrò in proportione ſexagecuplâ procedendo, exiſtunt quarta, quinta, ſexta, ſeptima &c.

Scribuntur ſcrupula, hunc in modum: Scrupula prima, notantur vno accentu; ſecunda duobus accentibus; tertia tribus; quarta (IV); quinta (V); ſexta (VI); ſeptima (VII), & ſic deinceps. Quare ſi ex. gr. offerantur grad. 5. 3′. 5″. 7‴. 9⁗. 4‴‴, ita leges: gradus 5, ſcrupula 3, ſecunda 5, tertia 7, quarta 9, quinta 4. Sed quia difficile eſt typographis ſcrupula accentibus ſignata exprimere, ſufficiet ea punctis ab inuicem ſecernere: ipſe enim illorum ordo ſatis indicat, vtrum prima ſint, an ſecunda, an tertia. Itaque ſi offerantur grad. 8. 15. 7. 4. 18; lege: gradus, 8. minuta 15, ſecunda 7, tertia 4, quarta 18.

Iam inde ab ipſis incunabulis Aſtronomiæ placuerunt Aſtronomis ſcrupulá proportionis ſexagecuplæ, conſilio ſanè ad calculum perincommodo: qui multò facilior erit, ſi loco proportionis ſexagecuplæ, aſſumatur decupla, ſic vt ſcrupula prima, ſint partes decimæ vnius gradus, ſecunda verò partes decimæ vnius ſcrupuli primi, tertia partes decimæ vnius ſecundi,

& ſic deinceps, eâdem ſignorum notatione retentâ: Ita quippè tota logiſtica ſcrupulorum abſque vllâ reductione abſoluetur, perinde ac integrorum numerorum, quemadmodùm expoſuimus lib. 2. Arithmeticæ Practicæ.

His præmiſſis progredimur ad circulos, & puncta, quibus cœlum Aſtronomi diſtinguunt, ob cauſas vſuſque pulcherrimos, qui poſteà aperientur. Inter circulos primo loco ſe offert Horizon, Latinè Finitor; iſque duplex eſt, rationalis, & ſenſibilis.

Definitio 6.

Horizon rationalis, ſiue Aſtronomicus, eſt circulus maximus ſphæræ cæleſtis, polos habens in vertice habitantis, & in puncto vertici oppoſito.

Fig. 3. Terræ centrum eſto A; habitator in M; punctum cæli vertici habitatoris directè ſuprapoſitum B; oppoſitum C. Circulus A F L G O pro centro habens ipſum terræ centrum A, polos autem puncta B, & C, eſt Horizon rationalis.

Punctum B, vertici habitantis M, directè imminens, Arabicâ Zenith appellant, oppoſitum C, Nadir. Dicuntur etiam hæc puncta, B quidem vertex ſimplicitèr, C imum.

Definitio 7.

Fig. 3. Horizon ſenſibilis (quem etiam apparentem, ſeu viſum, appello) eſt circulus Sphæræ cæleſtis non maximus (M K P I Q), parallelus Horizonti rationali (A F L G O), centrum habens in ſuperficiei terrenæ puncto (M), in quô habitator exiſtit.

Hic circulus propriè Horizon, ſeu finitor, eſt, cùm viſum finiat habitantis in M, & partem cæli viſam (P K B I Q), diſtinguat à non viſâ (P K C I Q): nihil quippè infrà circulum A K P I Q exiſtens, ſpectari in M poteſt. Intelligatur enim cælum, ac terra, & Horizon
Fig. 4. vterque plano ſecari per Zenith (B), & Nadir (C), habitantis in M: ex quâ ſectione oriatur in cælo circulus B F C G, in terrâ circulus T M V, in Horizonte ſenſibili diameter K M I, in rationali diameter F A G. Quoniam Horizontis ſenſibilis diameter K M I, tangit in M peripheriam T M V, in terrenâ ſuperficie exiſtentem, nullus radius infrà tangentem K M exiſtens (ex. gr. R M) pertingere poteſt ad oculum poſitum in contactu M, quin prius interſecet peripheriam, ac proinde penetret ſoliditatem terræ, vt patet ex 16. 3 element. Ergò nihil infrà Horizontem ſenſibilem exiſtens, poteſt ſpeciem ſui propagare ad oculum in M. Cir-
a Fig. 3. culus ergò a A P K Q I viſum habitantis in M, abſolutè finit, partemque cæli viſam à non viſâ diſcriminat.

Non eſt porrò oculus habitantis concipiendus terræ affixus in M, ſed aliquantulùm ſuprà eam eleuatus: quæ eleuatio, quia reſpectu ſemidiametri terreſtris (A M), inſenſibilis eſt, in ſchemate non exprimitur.

Fig. 4. Notanda inſuper ſunt iſta. Horizon ſenſibilis diuidit cælum in partes inæquales; minor pars ea eſt, quæ videtur, maior quæ non videtur. Nam quia horizon ſenſibilis per firmamenti centrum A, non tranſit, pars viſa K B I, eſt minor hemiſphærio F B G, pars verò non viſa K C I, hemiſpherio maior eſt. Latitudo differentiæ eſt ſemidiameter terræ A M.

Deindè tot ſunt horizontes diuerſi, quot puncta diuerſa in terræ ſuperficie ſignari poſſunt.
Fig. 3. Quemadmodùm enim reſpectu habitantis in M, rationalis horizon eſt A L F O G, ſenſibilis M P K Q I; ita reſpectu habitantis in alio terræ puncto, alius eſt tàm rationalis horizon, quàm ſenſibilis. Atque hæc quidem in rigore mathematico intellige: locorum enim, ſiue punctorum modicè diſtantium, horizon quoad ſenſum vnus eſt.

Denique præter horizontes rationalem, atque ſenſibilem, tertius eſt horizon; nempè terreſtris, qui determinat quanta terræ portio ab oculo ſuprà terram eleuato, conſpici poſſit. De hoc ex profeſſo egi Probl. 5. cap. 6. Geometriæ Practicæ.

Definitio 8.

Axis mundi, eſt vna ex mundi diametris (X Z), circa quam mundi Sphæra circum-
Fig. 2. agitur.

Definitio 9.

Fig. 2. Poli mundi ſunt duo puncta (X, & Z) in quibus axis ſphæræ ſuperficiem tangit; ſiue poli mundi ſunt axeos extrema duo puncta.

Polus boreus, ſiue ſeptentrionalis, eſt (X) qui nobis ſemper conſpicuus eſt.

Polus auſtralis eſt (Z) qui à nobis nunquàm videtur.

Omnia ſuperficiei ſphæræ mundanæ mouentur, præter polos; qui, quòd ſint axis extremitates, ſoli immobiles ſunt.

Definitio

Definitio 10.

Æquator,ſeu æquinoctialis, quem priſci cingulum mundi appellarunt, eſt circulus maxi- *Fig.* 2.
mus ſphæræ cæleſtis (H D L E) cuius poli ſunt ijdem cum polis mundi (X, Z.)

Æquinoctialem dixerunt,quia ſole eum attingente(quod bis in anno contingit)dies nocti per totum mundum æqualis eſt. Hic circulus eſt menſura illius motus , quo cælum,& omnia aſtra 24 horis circumaguntur, vt exponetur infrà.

Definitio 11.

Meridianus dati loci(G)eſt circulus maximus ſphæræ cæleſtis(M X N Z,) tranſiens per *Fig.* 5.
mundi polos(X Z,)& per Zenith (M,)ac nadir (N) habitantis in loco dato.

Ita vocatur, quòd ſole eum attingente ſit meridies in loco dato. Quamuis autem vnius loci tantùm vnus ſit meridianus, tamen reſpectu diuerſorum ſunt diuerſi ; per quælibet enim æquatoris puncta(O,P &c.) intelligi poſſunt tranſire meridiani(X O Z, X P Z &c.) Vnde quiuis circulus tranſiens per polos mundi (X & Z) eſt meridianus omnium ſub ipſo degentium.

Meridiani generatim accepti ſunt maximi circuli per polos mundi tranſeuntes. Vocantur etiam *declinationum circuli.* Vide defin. 18.

Definitio 12.

Quatuor cæli plagæ in dato horizonte(B D C E)ſunt quatuor puncta(B,C, & E, D,)in *Fig.* 6.
quibus meridianus (B M C N,)& æquator (H D L E) horizontem interſecant.

Dicuntur vulgò Septemtrio, Auſter, Oriens, Occidens. Punctorũ(B,C,)in quibus(B M C N) meridianus ſecat horizontem(B D C E,)illud Septemtrio eſt, hoc Auſter; punctorum verò (E, D)quibus horizontem ſecat æquator,illud eſt Oriens, hoc Occidens.

Recta B C, quâ planum meridiani B M C N ſecat planum horizontis eſt linea meridiana,ſiue linea ſeptemtrionis, & auſtri ; recta verò E D , quâ planum æquatoris ſecat planum horizontis, eſt linea ortus,& occaſus.

Definitio 13.

Altitudo poli ſuprà horizontem eſt meridiani arcus(X B)à polo ad horizontem(B D C E) *Fig.* 6.
interceptus.

Ea ſemper æqualis eſt diſtantiæ verticis (M)ab æquatore, quæ eſt arcus(M L) à vertice ad æquatorem(H D L E)interceptus,& appellari ſolet latitudo loci. Cùm enim tam arcus M B, quàm arcus L X ſint quarta pars circuli, ac proinde inter ſe æquales , ſi ab æqualibus demas communem arcum M X , qui remanent, X B & M L, etiam æquales erunt.

Definitio 14.

Altitudo æquatoris(H D L E)ſuprà horizontem,eſt meridiani arcus (L C,) ab æquatore *Fig.* 6.
ad horizontem interceptus.

Ea ſemper æqualis eſt complemento altitudinis poli. Complementum a altitudinis poli a *vide de-*
(B X)eſt arcus(X M)à polo ad verticem,ſiue Zenith loci; eſt enim arcus B X M quadrans *fin.* 18.
integer. Huic arcui X M æqualis eſt arcus L C. Cùm enim tam arcus M B , quàm M C ſint quadrans circuli, ac proinde æquales, ſi ab his demas arcus M L, X B , quos defin. præced. oſtendi eſſe æquales,etiam reſidui arcus M X, L C æquales erunt,quod erat oſtendendum.

Definitio 15.

Ecliptica,eſt circulus maximus (G Q I O G) obliquè interſecans æquatorem (H D L E,) *Fig.* 2.
cuius poli(T,X) tantùm diſtant à polis æquatoris,ſiue mundi (X, Z)quanta eſt maxima ſolis declinatio ab æquatore ; hoc eſt gradibus 23 cum dimidio.

Per hunc circulum, vel potiùs ſub eo , ſolem ferri motu annuo ab occaſu in ortum, Aſtronomi concipiunt, vt dicetur infrà. Dicitur & ecliptica, quòd eclipſes non fiant, niſi ambo luminaria ſint in plano huius circuli,aut prope illud.

Borealis eclipticæ pars eſt(Q I O) quæ ad polum boreum(X)vergit, auſtralis(O G Q)quæ ad auſtrinum (Z.)

Definitio 16.

Puncta æquinoctialia ſunt(Q,O)in quibus æquator (H Q L E) & ecliptica (G Q I O) ſe *Fig.* 2.
mutuò ſecant.

Interſectio illa(Q) quam ſol verno tempore attingit , eſtque (vt dicam defin. 20) princi-

pium Arietis, ſectio verna dicitur, & ab hâc ſumitur initium numerandi gradus eclipticæ; altera (O) ſectio autumnalis dicitur, eſtquè principium Libræ. Porrò ea puncta vocantur æquinoctialia, quòd ſole in ijs poſito, dies nocti toto orbe æqualis ſit.

Definitio 17.

Fig. 2. Puncta Solſtitialia ſunt eclipticæ (G Q I O) duo puncta (I & G,) quæ maximè recedunt, ſeu declinant ab æquatore (H Q L E.)

Ex his alterum (I) eſt boreale, & æſtiuum, in quo (vt dicam defin. 20) eſt initium Cancri: hoc vbi ſol attigerit, longiſſima dies eſt, nox breuiſſima; alterum (G) auſtrale, ſeu brumale, eſtquè initium Capricorni, quod ſol cùm attingit, dies eſt breuiſſima, nox longiſſima.

Vocantur Solſtitialia, quòd ſole in ijs poſito per aliquot hebdomadas vix vlla dierum inæqualitas percipiatur, ac proinde ſol quaſi ſtare, & conſiſtere in ijs punctis videatur.

Definitio 18.

Fig. 20. Declinationis circuli, vocantur omnes circuli maximi per mundi polos tranſeuntes.

Et declinatio ſideris, aut puncti O, eſt circuli maximi (A O E B), per mundi polos (A, B) & punctum datum (O) tranſeuntis arcus (O E,) à puncto dato vſque ad æquatorem (C D) numeratus.

Fig. 2. Inter omnia eclipticæ puncta maximam ab æquatore declinationem habent puncta Solſtitialia (I, G,) vt dixi defin. 17. graduum nempe 23. 30, vt oſtendam n. 31. Reliquorum declinationes eò minores ſunt, quò longiùs diſtant à Solſtitialibus; æquinoctialium verò (Q & O) cùm in ipſo æquatore ſint, declinatio eſt nulla.

Definitio 19.

Fig. 2. Zodiacus, eſt faſcia, ſiue Zona cæleſtis, ſecta bifariam ab ecliptica (G Q I O G) in duas partes, quarum ſingularum latitudo eſt 8, aut 9 graduum, quanta nimirùm eſt maxima planetarum ab ecliptica deuiatio, ac proinde tota latitudo eſt graduum 16, aut 18.

Definitio 20.

Fig. 2. Signum, eſt duodecima pars Zodiaci, ſeu eclipticæ, facto diuiſionis initio à ſectione verna (Q.)

Denominantur ſigna ab aſtris, quorum configurationes ob quamdam ſimilitudinem referunt hominum, aut animalium, aut rerum aliarum.

Signa ſunt 12, & vnumquodque complectitur gradus 30 eclipticæ. Eorum nomina, & characteres hîc ſubijcio.

Sex ſigna Borealia.

Aries.	Taurus.	Gemini.	Cancer.	Leo.	Virgo.
♈	♉	♊	♋	♌	♍

Sex ſigna Auſtralia.

Libra.	Scorpius.	Sagittarius.	Capricornus.	Aquarius.	Piſces.
♎	♏	♐	♑	♒	♓

Fig. 2. Diſtributio ſignorum per Zodiacum, & eclipticam fit ab occaſu in ortum, initio facto à ſectione verna (Q,) in quâ eſt principium Arietis, quem ſequitur Taurus, hunc Gemini; illos Cancer, cuius initium eſt in Solſtitio Boreali, ſeu æſtiuo (I): tum Leo, Virgo, Libra, cuius initium eſt in ſectione autumnali (O): inde Scorpius, Sagittarius, Capricornus, cuius principium eſt in Solſtitio auſtrino, ſeu brumali (G.) Sequuntur exinde Aquarius, ac demum Piſces, quorum finis, orbe iam abſoluto, eſt ipſa rurſum verna ſectio (Q).

Borealia ſigna ſunt, quæ per Borealem eclipticæ partem (Q I O) ſunt diſtributa: Auſtralia ſigna, quæ per auſtralem (O G Q).

Aſcendentia ſigna ſunt, quæ diſtributa ſunt à Solſtitio brumali (G) per ſectionem vernam (Q) ad Solſtitium æſtiuum (I): Deſcendentia verò, quæ porriguntur ab æſtiuo Solſtitio (I,) per ſectionem autunalem (O) ad brumale Solſtitium (G).

Sex ſigna aſcendentia.

Capricornus.	Aquarius.	Piſces.	Aries.	Taurus.	Gemini.
♑	♒	♓	♈	♉	♊

Sex

Digitized by Google

Sex ſigna deſcendentia.

Cancer.	Leo.	Virgo.	Libra.	Scorpius.	Sagittarius.
♋	♌	♍	♎	♏	♐

Priora dicuntur aſcendentia, quòd Sol ea percurrens, quotidiè altiùs ſuprà horizontem noſtrum aſcendat: Illa deſcendentia, ob cauſam contrariam.

Definitio 21.

Duplex eſt Zodiacus & ecliptica: viſibilis, & inuiſibilis, ſeu rationalis.

Viſibilis eſt in firmamento, & mouetur ſenſim vnà cum firmamento, motu quodam lentiſſimo ab occaſu in ortum, quo ſingulis (vt dicetur lib. 5. n. 14.) 72 annis vnum gradum abſoluit.

Inuiſibilis, ſeu rationalis concipitur in ſupremo cælo, quod ſuprà firmamentum Aſtronomi imaginantur. Hic Zodiacus, & hæc ecliptica vnà cum cælo ſuo, vnico tantùm motu cietur, ab ortu nempe, in occaſum, quem motum omnibus cælis inferioribus, atque aſtris communicat. Et quamuis planè imaginarius ſit, ac proinde nullæ in eo ſint ſtellæ, tamen 12 partes æquales, in quas diuiſus concipitur, etiam ipſæ vocantur ſigna per analogiam cum ſignis Zodiaci ſtellati viſibilis. Quare in Zodiaco, & eclipticâ inuiſibili concipiendâ ſunt eadem ſigna, Aries, Taurus, Gemini &c. eodemque ordine, quo in Zodiaco & ecliptica viſibili.

Atque hîc diligenter obſeruare debent Aſtronomiæ ſtudioſi, cùm de Zodiaco, & eclipticâ agunt Aſtronomi, eos ſemper intelligere hunc, de quo agimus, inuiſibilem nempe, ſeu rationalem, niſi (quòd raro accidit) ex ſubiectâ materiâ aliud colligatur. Itaque cùm nominatur ſectio verna, ſeu initium Arietis, ſemper intellige eclipticæ inuiſibilis: & cùm Sol vel aliud ſidus dicitur ingreſſus ex. gr. Taurum, aut eſſe in tali gradu eclipticæ, ſubintellige eclipticæ inuiſibilis, & ſic de aliis. Solam quippè eclipticam illam primi mobilis inuiſibilem ad determinandos ſecundos motus aſtrorum adhibent, cùm ad hoc viſibilis ſtellata, vtpotè duplici motu agitata, ſit inepta. Quare etiam nos (niſi cùm contrarium expreſsè monuerimus) deinceps, cum de Zodiaco, eclipticâ eiuſque ſignis, ac gradibus agitur, ſemper rationalem illam volumus intelligi: deque eâ definitiones 15, 16, 17, 18, 19, 20, potiſſimum intelligendæ ſunt.

Quod attinet ad ſitum vtriuſque inter ſe, initium Arietis eclipticæ ſtellatæ, ab initio Arietis eclipticæ rationalis hoctempore versùs ortum diſtat gradibus paulò amplius quàm 28; ac proinde initium Arietis eclipticæ ſtellatæ modò eſt ſub gradu 29 Arietis eclipticæ rationalis: vnde nunc Aries eclip. ſtellatæ ferè totus eſt ſub Tauro eclip. rationalis. Id verò ita accidit. Quadringentis circiter antè Chriſtum annis, quô tempore ab Aſtronomis primùm ecliptica excogitata fuit, vnam ſtatuerunt in firmamento viſibilem, ac ſtellis diſtinctam, alteram protſus imaginariam in alio, ſuprà firmamentum, cælo imaginatio exiſtentem. Quæ duæ eclipticæ ita fuerunt conſtitutæ, vt exiſterent in eodem plano, & ſigna ſimilia ſibi mutuò reſponderent, hoc eſt Aries ecl. ſtellatæ eſſet ſub Ariete eclipticæ rationalis, & ſic de alijs ſignis. Interim, eclipticâ rationali manente immobili, firmamentum cum ſuâ eclipticâ proceſſit in ortum ſingulis 72 annis gradu vno, adeóque ab anno ante Chriſtum 400, ad annum poſt Chriſtum 1657, hoc eſt annis 2056, initium Arietis eclipticæ ſtellatæ, ab initio Arietis eclipticæ rationalis, receſſit in ortum gradibus $28\frac{47}{72}$. Inde factum, vt ſigna vtriuſque eclipticæ non ampliùs conueniant; quæ diſcrepantia continuò augebitur, donec euoluto ſpatio annorum 25920, ſi tam diu cælorum motus continuabitur, integro vno orbe confecto, in ſtatum primum reſtituantur. Porrò initium ♈ eclipticæ inuiſibilis in vtroque æquinoctio viſibile redditur, cùm in ipſo tunc exiſtat centrum Solis. Imò quouis anni tempore eius in cælo locus facilè deſignabitur, cùm nota ſit ipſius diſtantia à ſtellis fixis.

Definitio. 22.

Colurus æquinoctiorum, eſt circulus maximus (X Q Z O) per æquinoctialia puncta (Q, O) & mundi polos (X, Z) deſcriptus. *Fig. 2.*

Colurus Solſtitiorum I Z G X, eſt circulus maximus tranſiens per puncta Solſtitialia (I, G) & mundi polos (X, Z.)

Inde conſequens eſt, vt etiam tranſeat per polos eclipticæ (T, X.)

Definitio 23.

Circuli verticales, ſeu altitudinis circuli ſunt è maximis tranſeuntes per loci verticem, ſiue Zenith, & ſingula puncta horizontis. Verticalis primarius dicitur, qui tranſit per puncta ortus, & occaſus.

Definitio 24.

Fig. 2. Tropicus cancri,eſt(M P I K)circulus non maximus,parallelus æquatori (H Q P O)tranſiens per(I)punctum Solſtitij æſtiui,ſiue initium Canceri ; proinde tantùm diſtans ab æquatore, quanta eſt ſolis declinatio maxima ; hoc eſt grad.23. 30.

Tropicus Capricorni, eſt circulus non maximus(G R N S)parallelus æquatori, tranſiens per(G)punctum Solſtitij brumalis, ſiue initium Capricorni.

Definitio 25.

Fig. 2. Polares circuli(T V, Y X)ſunt duo circuli non maximi, ad æquatorem paralleli, diſtantes à mundi polis(X,Z) gradibus ſinguli 23. 30.

Quantùm videlicet tropici ab æquatore. Horum vnus,boreus ſeu arcticus, alter auſtrinus, ſeu antarcticus eſt.

Hactenus præcipuos circulos enumerauimus quibus cæleſtem ſphæram Aſtronomi diſtinguunt : qui omnes etiam in terræ globo ſimiliter deſcripti intelliguntur. Verùm cùm præter illos alij quidam ſuperſint tum circuli,tum arcus, atque alia inſuper nonnulla, quorum frequens in Aſtronomia ſit vſus, reliquum eſt,etiam ea breuitèr exponamus.

Definitio 26.

Fig. 2. Zonæ in cælo, ac potiſſimùm in terrâ, ſunt vulgo quinque, ſed commodiùs ſtatuuntur ſex, duæ torridæ, duæ temperatæ, duæ frigidæ.

Torrida borea continetur æquatore (H Q L O)& tropico Cancri (M P I K); Auſtrina æquatore,& tropico Capricorni(G R N S.).

Temperata borea continetur tropico cancri(M P I K) & circulo arctico (T V); auſtrina tropica Capr.(G R N S) & circulo antarctico (Y A). Singularum latitudo eſt grad.43.

Frigida borea terminatur circulo arctico (T V) auſtrina antarctico (Y X.)

Definitio 27.

Triplex eſt poſitio ſphæræ cæleſtis, recta, obliqua, parallela.

Fig. 7. Recta ſphæræ poſitio ijs eſt,quorum horizontem(O M)perpendiculariter interſecat æquator (B C)adeóque tranſit per Zenith eorum, horizon verò (O M)per mundi polos(X,Z.)

Fig. 8. Obliquam ſphęræ poſitionem habent ij,ad quorum horizontem(O M)æquator(B C)obliquus eſt,& ſupra quorum horizontem(O M)eſt polus borealis(X)dicitur ſphęra obliqua borealis ; ſuprà quorum horizontem(O M)eſt polus auſtralis(Z,)vocatur ſphæra obliqua auſtralis.

Fig. 9. Poſitionem ſphæræ parallelam habent illi,quorum horizon(O M) eſt ipſe æquator (B C) Zenith verò,& Nadir ſunt ipſi poli mundi.

Quæ trinam hanc ſphæræ poſitionem conſequantur, exponetur infrà.

Definitio 28.

Complementum alicuius arcus quadrante minoris,eſt eius defectus à quadrante.

Vt ſi detur arcus grad.60, eius complementum eſt arcus grad.30, quia additus dato arcui grad.60, cum eo facit gradus 90, hoc eſt quadrantem circuli.

Definitio 29.

Fig. 10. Longitudo alicuius in terra loci(O)eſt arcus(C E)in æquatore(C E D)à primo meridiano (A C B) verſus ortum, vſque ad meridianum loci (A O B) numeratus.

Quoniam in ſphærâ nihil primum,nihil poſtremum eſt,quod primum eſſe velis,ipſe determines oportet. Itaque Geographi plerique primum meridianum eſſe ſtatuerunt eum, qui ducitur per Picum montem altiſſimum inſulæ Tenariſtæ, quæ eſt vna ex Canarijs, atque ab illo verſùs ortum locorum longitudines numerant.

Definitio 30.

Fig. 10. Latitudo alicuius in terrâ loci(O)eſt arcus (E O) meridiani (A O B) inter æquatorem,& locum interiectus.

Latitudo duplex eſt;borea, & auſtrina.

Datis longitudine,& latitudine alicuius vrbis, datur eius locus verus in ſuperficie terræ : vt ſi longitudo fuerit 30.grad. latitudo borea grad. 37. in æquatore(C D) à meridiano primo (A K B) numera gradus 30 ex C in E. Deinde in meridiano per E ducto,numera gradus 37 ex E in O. Punctum O eſt locus vrbis datæ.

Latitu-

Latitudinem loci ſemper eſſe æqualem altitudini poli, demonſtraui defin. 13.
Ratio autem cur loci alicuius diſtantia à meridiano primo versùs ortum, vocetur longitudo, diſtantia verò ab æquatore, latitudo, alia non eſt, quàm quòd terra habitabilis longiùs extendatur ab occaſu in ortum, quàm ab æquatore versùs polos.

Definitio 31.

Circuli longitudinis, ſeu latitudinis ſyderum ſunt maximi circuli (C F L) per polos (C I) eclipticæ (G K) & per ipſa ſydera tranſeuntes. Fig. 11.
R Q eſt æquator, A & B poli æquatoris, & mundi.

Definitio 32.

Longitudo cuiuſuis aſtri, ſeu puncti in cęlo dati (O) eſt arcus (G F) in ecliptica (G K) ab Arietis initio (G) versùs ortum vſque ad longitudinis circulum (C O I) numeratus. Fig. 11.
Iuxta hanc definitionem, aſtrum quoduis (O) dicitur eſſe in eo eclipticæ puncto (F) in quo circulus longitudinis aſtri (C O I) eclipticam ſecat, vocaturque hic locus aſtri eclipticus.

Definitio 33.

Latitudo aſtri, ſeu puncti in cælo dato (O) eſt arcus (F O) in circulo latitudinis (C O I) ab ecliptica (G K) vſque ad aſtrum ſeu punctum (O) numeratus. Fig. 11.
Latitudo duplex eſt; borea altera, altera auſtrina.

Definitio 34.

Almincantarath, ſiue paralleli altitudinum, ſunt circuli non maximi ad horizontem paralleli. Fig. 10.
In ſchemate 10 horizontem iam repræſentet C D, Circuli G L, K R &c. ad horizontem paralleli, ſunt almincantarath, ſiue altitudinum circuli.

Definitio 35.

Altitudo aſtri ſuprà horizontem (C D) eſt arcus (E O) verticalis (A O B) per aſtrum ducti, inter horizontem, & aſtrum interceptus. Fig. 10.
Altitudo meridiana ſolis, vel aſtri eſt arcus meridiani ab aſtro, vel ſole vſque ad horizontem.

Definitio 36.

Amplitudo ortiua aſtri, eſt arcus horizontis ab aſtro oriente, vſque ad æquatorem. Fig. 10.
Amplitudo occidua, eſt arcus horizontis ab aſtro occidente, vſque ad æquatorem.
Amplitudo ortiua, vel occidua, ſideris alio ſenſu eſt arcus horizontis, inter ortum eius, vel occaſum borealiſſimum, & auſtraliſſimum interceptus.

Definitio 37.

Azimuthum ſideris, aut cuiuſuis in cælo puncti, eſt arcus horizontis, Inter meridianum loci, & verticalem per ſidus, aut datum punctum tranſeuntem, interceptus. Fig. 10.
In ſcemate 10 circulus A C B D iam referat meridianum loci, & ſidus datum ſit Q: verticalis per ſidus tranſiens, ſit A Q B: horizon C D: polus in K: arcus C F eſt azimuthum ſideris, ſeu puncti Q.

Definitio 38.

Aſcenſio ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt arcus æquatoris computatus à ſectione vernâ, ſeu initio Arietis versùs ortum, ſiue ſecundùm ordinem ſignorum, vſque ad punctum illud æquatoris, quod ſimul cum illo ſidere, aut eclipticæ puncto ſuprà horizontem, motu diurno primi mobilis aſcendit.
Deſcenſio autem ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt arcus æquatoris computatus à ſectione vernâ ſecundùm ordinem ſignorum vſque ad illud punctum æquatoris, quod ſimul cum illo ſidere, aut puncto eclipticæ infrà horizontem deſcendit.
Aſcenſio, vel deſcenſio recta ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt quæ fit in ſphærâ rectâ.
Aſcenſio, vel deſcenſio ſideris, obliqua eſt quæ fit in ſphæra obliquâ.
Aſcenſionalis differentia, ſiue differentia inter aſcenſionem ſideris rectam, & obliquam, eſt arcus æquatoris, interceptus inter punctum æquatoris, ſideri ſuprà obliquum horizontem cooriens, & declinationis circulum per ſidus ductum.
Quæ omnia ex adiecto ſcemate fient clariora. Æquator eſto F B C O: Horizon ad æquatorem rectus, eumque ſecans in G, eſto X G Z, qui proinde tranſit per mundi polos X, Z Fig. 12.

eſtque vnus è meridianis, ſiue declinationum circulis. Sidus aut punctum ecl. ſuprà rectum horizontem oriens ſit A: punctum æquatoris illi cooriens eſt G: ſectio verna ſit K. Æquatoris arcus K C O F G, computatus nempe è ſectione vernâ K ſecundùm ordinem ſignorum, eſt aſcenſio recta ſideris, aut puncti ecl. A.

Ducatur deinde per idem ſidus A horizon aliquis obliquus M A Q, Æquatorem C B F O ſecans in B: proinde ſidus A, & punctum æquatoris B, ſuprà obliquum horizontem M A Q ſimul aſcendunt. Arcus æquatoris K C O F B eſt aſcenſio obliqua ſideris, aut puncti ecl. A. Aſcenſionalis differentia eſt arcus B G, differentia nempè aſcenſionum rectæ K C O F G, & obliquæ K C O F B ſideris A.

Aſcenſio recta ſideris ſeu puncti eclipticæ, quoad rem nihil aliud eſt quàm eiuſdem ab initio ♈ diſtantia, ſeu longitudo æquatoria; quæ acceptio frequentiſſima eſt apud Aſtronomos. Sit igitur.

Definitio 39.

Fig. 12. Aſcenſio recta, ſiue longitudo æquatoria ſideris (A) eſt arcus æquatoris (K C O G) à ſectione vernâ K, vſque ad declinationis arcum (X G A) per ſidus tranſeuntem, ſecundùm ordinem ſignorum numeratus.

Definitio 40.

Aſcenſio recta, ſeu longitudo æquatoria medij cæli, eſt arcus æquatoris à ſectione vernâ, vſque ad meridianum iuxtà ſignorum ordinem numeratus.

Definitio 41.

Aſcenſio alicuius arcus eclipticæ, eſt arcus Æquatoris cum eo ſuprà horizontem aſcendens ſiue eſt arcus æquatoris, cuius initium aſcendit cum initio arcus eclipticæ, & finis cum fine.

CAPVT II.

Figura cæli, & terræ. Terra ad cælum puncti inſtar. Locus terræ.

NVMERVS II.

Figura cæli ſphærica eſt, & motus aſtrorum circulares ſunt.

Videlicet quòad ſenſum.

Demonſtratio 1. vbiuis terrarum cæleſtis horizon viſibilis apparet vt circulus.

Demonſt. 2. Omnia aſtronomorum ratiocinia ſupponunt cælum eſſe ſphæricum & motus aſtrorum circulares: & tamen ea ratiocinia ſunt eiuſmodi, vt ijs motus planetarum ac ſiderum definiant, ſolis ac lunæ eclipſes prædicant, atque omnem rationem temporum rectè conſtituant; quæ fieri nequaquam poſſent, ſi cælum alterius eſſet figuræ, quàm ſphæricæ. Idem ſupponitur in gnonomonicâ, quâ lineæ in dato plano horas abſque ſenſibili errore monſtrantes deſcribuntur. Idem ſupponunt inſtrumenra aſtronomica: ea enim ferè omnia circularia cùm ſint, ſupponunt ſemitam, quam ſol vel aſtrum aliud deſcribit, eſſe circuli peripheriam, quoad ſenſum concentricam peripheriæ inſtrumenti. Cùm igitur obſeruationes huiuſmodi inſtrumentis peractæ cum motibus ſiderum ac cæli exactè conueniant, neceſſe eſt vt motus ſiderum ſint circulares, & cælum figuræ ſphæricæ quòad ſenſum.

Et ſanè conueniebat, vt, quando Dei perfecta ſunt opera, magnum iſtud opus aſpectabilis mundi, perfectiſſima figurâ circumſcriberet. Ea verò eſt ſphærica pluribus de cauſis. Nam 1. Superficies ſphæræ omnium ſuperficierum ſibi æqualium capaciſſima eſt; & (quod inde ſequitur) ſphæra maxima eſt omnium corporum æquali ſuperficie contentorum. 2. Sphæra inter omnia corpora ſibi æqualia minimâ ſuperficie comprehenditur. 3. Superficiei ſphæricæ partes omnes æqualiter diſtant à medio ſiue centro. 4. Ex quibus conſequens eſt vt ſphæra maiori firmitate polleat aduerſùs omnem extrinſecam violentiam, quolibet alio corpore. 5. Superficies ſphæræ ſola inter omnes vniformis eſt, cuius nimirum pars quælibet lata per totum congruit. 6. Sola ſphæra loco non mutato in omnem partem poteſt moueri, videlicet circa centrum.

NVME-

NVMERVS III.

Figura terræ ſphærica eſt.

NEmpè quoad ſenſum, ſi ex magnâ diſtantiâ, puta ex cælo ſpectaretur.

Demonſtratio. 1. Ea terræ pars, quæ ſub aſpectum liberum cadit, & horizon terreſtris dicitur, vbiuis terrarum apparet circulus; quod fieri non poſſet ſi terra alterius eſſet figuræ, quam ſphæricæ. *Hæc demonſtratio etiam mari conuenit.*

Demonſt. 2. Vbiuis terrarum eclipſi lunari vmbra terræ in lunam proiecta eamque obſcurans, eſt circularis. Ex quô manifeſtum eſt terram, à quâ talis vmbra proijcitur, eſſe circularem in omnem partem, hoc eſt ſphæricam. *Hæc probatio conuenit toti moli ex terrâ, & aquâ compoſitæ.*

Demonſt. 3. Terra, ſi à ſphæricâ figurâ notabiliter deuiaret, non magis eſſet vſibus humanis apta, quàm cliuus montis. Eſto enim terra A B C E figuram habens à ſphæricâ A F C G *Fig.* 13.
ſenſibiliter diuerſam. Experientiâ conſtat omnia grauia tendere deorſum ad punctum vnum, puta D. Vnde ſi terra ſit ſphæra, cuius centrum ſit punctum illud ipſum D, ad quod grauia diriguntur; manifeſtum eſt omnia ædificia ad perpendiculum exſtructa, atque adeò homines terræ inſiſtentes, æquales ex omni parte cum eâ efficere angulos H N F, H N C &c. Quarè ad ſuperficiem A B C E à ſphæricâ ſenſibiliter differentem, neceſſariò angulos conſtituent inæquales H K B, H K C. Vnde non magis in terrâ eiuſmodi ædificari poſſet, aut homines recti inſiſtere, quàm in cliuo montis. Quarè cùm ad vſus hominum ſapientiſſima illa Maieſtas hanc terram condiderit, dubitari non poteſt quin eam eſſe ſphæricam voluerit.

Quòd ſub vno, quocumque meridiano, procedenti attollatur polus magis magiſque eâ proportione, quàm exigeret figura terræ ſphærica: item quod loco cuicumque magis orientali ſol citiùs oriatur, & eclipſes citiùs conſpiciantur eâ proportione, quâ id accideret, ſi terra eſſet ſphærica, etiam verè ex his terram eſſe ſphæricam concluditur. Quòd verò montium cacumina, quæ priùs latebant, propiùs nauigio accedentibus ſenſim altiùs atque altiùs ſupra maris ſuperficiem eminere conſpiciantur, inde ſolùm probatur mare figurâ eſſe aliquâ rotundâ, cuiuſmodi etiam eſt ſphæroidica. Quare hæc argumenta, & ſi quæ ſunt eiuſmodi alia, ſciens prætermitto.

Quæres, an montes rotunditatem terræ non impediant? Reſpondeo minimè. Quamuis enim cap. 7. Geometriæ practicæ oſtenderim prodigioſas eſſe quorundam montium altitudines; Æthna quippe, altus eſt milliaria Bononienſia ſaltem 5; Picus ſaltem 10; Caſius 20; Athos 28; Caucaſus circiter 50: nihilominùs quia terræ diameter (vt oſtendi cap. 6. probl. 4. geom. pract.) æquat milliaria Bononienſia 8279. hoc eſt horaria 2759. ne quidem tantæ, quàm modo retuli, altitudinis montes, eius rotunditatem ſenſibiliter turbant. Eleganter Ricciolus noſter hoc metu laborantes ſic compellat: nouerint (inquit) tam vaſtæ ſtaturæ eſſe hanc Cybelem, vt non modò turres, ſed ne montes quidem milliarium 50. coronam eius vertici incongruam circumponant.

NVMERVS IV.

Superficies maris, imò cuiuſuis humidi quieſcentis, ſphærica eſt.

D*Emonſt.* Conſtat eam eſſe naturam omnis humidi, vt ex loco altiori, ſi non impediatur, defluat in demiſſiorem, hoc eſt centro, ad quod grauia tendunt, propiorem. Quò defluxu neceſſe eſt vt tandem omnes maritimæ ſuperficiei partes æqualiter à dicto centro diſtent, ac proinde maris ſuperficies ſphærica exiſtat; centrumque eius ſit punctum illud, ad quod grauia omnia diriguntur.

Poteſt hæc ratiocinatio ſic ordinari, vt maris ſuperficiem ex eo ipſo quod ſphæricam eſſe neges, directè probes eſſe ſphæricam.

Si negas, ponamus ſuperficiem maris non eſſe ſphæricam. Ergò non omnes maritimæ ſuperficiei partes æqualiter diſtant à centro. Ergò vna eſt alterâ altior, hoc eſt remotior à centro. Ergò ex naturâ omnis humidi, eæ quæ ſunt altiores, defluunt versùs minùs altas. Atqui ex tali defluxu oritur omnium partium ſuperficiei maritimæ æqualis altitudo, hoc eſt æqualis à centro diſtantia, hoc eſt ſphæricitas perfecta. Ergo ſuperficies maris ſphærica eſt.

Eadem demonſtratio euincit cuiuſuis humidi ſuperficiem eſſe ſphæricam. Itaque ſuperficies humidi vaſe aliquo contenti, eſt pars ſuperficiei ſphæricæ, quæ ſi perficeretur, ambiret orbem terræ, & centrum haberet idem cum terræ centro.

Plura

Plura eiuſmodi demonſtrationum exempla Geometrica varijs locis dedi: in elem.Geom.l.5.p.35.l.11. p.4.lib.9.p.36.lib.5.cylind. & annul.p.4.Geom. pract.cap.14.pag.11. Adhæc Euclides lib.9. prop.12. Cardanus aliique ſimilia exempla protulêre. Cùm verò non deeſſent, qui negarent ratiocinia eiuſmodi poſſibilia, adeoque contenderent fieri non poſſe, vt ex falſo, ſuppoſito tamquam vero inferatur directè ipſius contradictorium, ac proinde verum; diſſertatiunculam ea de re in lucem emiſi, & ſub nomine appendicis elementis Geometriæ ſubnexui, ad quam lectores remitto. Porro ex falſo, ſuppoſito tamquam verò directè deduci poſſe contradictorium eius, nihil eſt aliud, quàm falſum à ſeipſo euerti ac deſtrui: quod cùm naturæ falſi ſit maximè conſentaneum, nihil eſt, cur hoc aut incredibile aut cum ratione pugnans videatur.

Porrò globum vnum ex terrâ, & aquâ componi liquet ex demonſtratione ſecundâ num. 3. & ex naturâ grauitatis, quâ elementum vtrumque præditum eſt, ſatis colligitur.

Quare cùm terram deinceps nominabimus, ſphæram ex terrâ & aquâ compoſitam volo intelligi.

Scholium.

Fig. 15. *Ex rotunditate terræ conſequens eſt eos, qui in oppoſitis terræ locis habitant, ſibi mutuò antipodas eſſe, hoc eſt oppoſitis ex aduerſo pedibus inſiſtere in B, & C. Nihilominus S. Auguſtinus lib. 16 de ciuit. cap. 9. cum Lucretio, & Lactantio antipodas eſſe negauit. In quo quidem quamuis eius extrà dubium ſit error, non tamen eâ Coſmographiæ ignorantiâ laborauit, quam nonnulli, qui eius verba non legerunt, ſibi imaginantur. Non enim negat Auguſtinus terram eſſe ſphæricam, ſed contendit, quamuis ſphærica eſſet, non eſſe tamen antipodas, quòd pars orbis nobis oppoſita, vel oceano tecta ſit, vel ſi aquis careat, non potuerint eò homines ex Adamo progeniti per immenſam Oceani vaſtitatem penetrare. Scio argumentationem iſtam modò non à peritis tantùm, ſed etiam ab indoctis, & de vulgo nautis rideri. Verùm danda eſt illi ætati venia, cum nauigandi ars acu magneticâ nondum repertâ omnino rudis, & imperfecta exiſteret.*

Excuſari etiam debet Zacharias Papa, qui vrgente S. Bonifacio Epiſcopo Moguntino, Virgilium iuſſit à Diuinis ſuſpendi, non quia antipodas eſſe aſſeruit, ſed quia ſic putabatur aſſeruiſſe, vt plures mundos extra hunc affirmaret, vti ex ipſâ Zachariæ epiſtolâ manifeſtum eſt.

NVMERVS V.

Vnde fiat, vt terra & mare, quamuis ſint ſphærica, appareant planæ.

CAuſa eſt magnitudo ſphæræ, cuius pars non magna ſub aſpectum cadit. In Geom. practicæ cap. 6. probl. 5. Oſtendi oculo 6. pedibus ſupra mare eleuato ſemidiametrum horizontis marini non multùm excedere milliare vnius horæ. Ambitus autem terræ (vt oſtenſum ibidem probl. 4.) continet milliaria horaria 8670. Quare licet horizontis ſemidiametrò daremus milliaria duo, nequidem quatermilleſima eſſet pars ambitus terræ, quæ proinde nullam ſenſibilem curuaturam habet.

Quòd ſi oculum altiùs ſupra maris terræue ſuperficiem extuleris ex: gr: ad tertiam partem milliaris horarij ſiue vno milliari Italico Bonon. oſtendi loco citato ſemidiametrum horizontis quam proximè futuram 30. milliariorum horar. quæ cùm terreni ambitus ſit pars ſolum 289. nullum habebit flexum ſenſibilem, aut ſi quem aliàs habeat, is ipſe ob oculi diſtantiam euaneſcet.

Quòd verò circumferentiæ pars ducenteſima, nedum quatermilleſima, ſenſibilem curuaturam non habeat, experimento diſces, ſi funiculo longo pedes 63 extenſo tamquam radio, circumferentiam circuli deſcribas: erit enim illa pedum 194 $\frac{104}{113}$ in quâ ſi particulam vni pedi æqualem deſignes, ea maior erit vnâ ducenteſimâ, nec tamen vllam in ea ſenſibilem curuaturam aduertes, vt nequeas à lineâ rectâ diſcernere.

Fig 14. Licebit quæſitum aliâ adhuc viâ declarare hunc in modum. Detur longitudo recta quantumuis magna C A D, ex.gr. 100. milliariorum. Exhiberi poteſt tanta circuli circumferentia, vt eius pars, æqualis 100 milliarijs, inſenſibiliter differat à linea rectâ. Biſecetur longitudo data C D in A, ducanturque perpendiculares ad eam C I, A B, D K. Deinde in perpendicularibus C I, D K, ſumantur duo interualla æqualia C O, D N quantumuis parua, ac

prorſus

proſſus inſenſibilia. Tum centro accepto in recta A B infinitè protracta, per O, & N deſcripta intelligatur circumferentia, quæ rectam C D, tangat in A. Huius arcus O A N maior erit rectâ C A D, 100. milliariorum, & quoad curuaturam prorſus inſenſibiliter differet à rectâ C D, cùm eius extremitates O, & N, interuallis planè inſenſibilibus à rectâ C D diſtent. Quod erat propoſitum.

Obſerua denique fieri poſſe vt ſphæricæ ſuperficiei magna pars, imò propè dimidia ſub aſpectum cadat, neque tamen vlla protuberatio curuitatis percipiatur, vt fit in ſole, lunâ, ſtellis, ob immanem diſtantiam oculi, quemadmodùm demonſtratur in Opticâ.

NVMERVS VI.

Conſectaria ad rotunditatem terræ, & aquæ.

CONSECT. I. *Si terræ ſuperficies plana eſſet, non poſſent in eâ homines recti conſiſtere.* Patet ex ſchemate 16, & demonſtratione tertiâ numeri 3. Fig. 16.

CONSECT. II. *Suprema mali pars plus itineris conficit, quàm inferior: & caput viatoris plus itineris, quàm pedes: & qui Antuerpiâ Gandauum proficiſcitur eques, plus viæ percurrit, quàm ſi pedes.*

Demonſt. Circulus B B F referat maris ſuperficiem, cuius centrum A: altitudo mali ſit C B. Quoniam malus C B, inſiſtit perpendiculariter ſuperficiei maris B B F, (aurâ nimirùm tranquillâ) liquet eum mente productum, tranſire per centrum A, quam directionem ad centrum toto curſu retinet, ſi mare non turbetur. Quando igitur nauis peruenit ex Z, in X, inferior mali pars confecit arcum Z X, ſeu B B, qui minor eſt arcu C C, quem percurrit mali cacumen. Eadem erit demonſtratio in reliquis. Fig. 17.

CONSECT. III. *Siquis totam orbis terræ circumferentiam C A E D peragraſſet, iter à capite eius confectum, ſuperaret iter confectum à pedibus, circumferentiâ circuli, O B Q N, cuius radius eſt ipſa hominis ſtatura A B.* Fig. 18.

Demonſtr. Ducatur per centrum Z, diameter B A Z D G. Manifeſtum eſt iter à capite confectum, eſſe peripheriam I B F G, maximo terræ circulo C A E D concentricam. Iam hæc peripheria I B F G, eſt ad peripheriam C A E D, [a] vt diameter B G ad diametrum A D. Rursùm eadem peripheria I B F G eſt ad peripheriam Q B O N, vt diameter [b] B G ad diametrum B N, hoc eſt, ad B A cum D G. Ergò peripheria I B F G, eſt [c] ad duas ſimul peripherias C A E D, & Q B O N, vt B G eſt ad A D, vnà cum B A & D G. Sed B G ipſis A D, B A, D G æqualis eſt. Ergò etiam peripheria I B F G à capite percurſa, peripherijs C A E D, Q B O N æqualis eſt; ac proinde peripheriam C A E D confectam à pedibus, excedit peripheriâ Q B O N, cuius radius A B, eſt ipſa hominis ſtatura. Quod erat demonſtrandum.

a per p. 7. ſelectorum ex arch.
b per eand.
c per 24. 5.

CONSECT. IV. *Vas aquâ, ſeu alio humido plenum ſi perpendiculariter efferatur in altum, continuè quid effluet; & tamen manebit plenum.* Fig. 19.

Demonſt. Superficies aquæ, cùm primùm incipit attolli, eſto C Q D. Cùm iam aqua effertur in altum, eius ſuperficies continuè longiùs recedit à centro terræ. Quare cùm humidi vaſe contenti ſuperficies, ſit pars ſuperficiei ſphæricæ [a] tranſeuntis per vaſis margines C, D, centrum habens idem cum centro terræ, manifeſtum eſt, quando vas attollitur, ſuperficiem humidi vaſe contenti fieri partem maioris, ac maioris ſuperficiei ſphæricæ M O P, adeoque fieri minùs minuſque curuam, & protuberantem; ac proinde deſcendere infrà ſuperficiem primam: vt ſi prima ſuperficies fuerit C Q D, poſt eleuationem aliquam iam ſuperficies humidi ſit C O D. Effluxit ergò quidquid inter vtramque ſuperficiem C O D, C Q D continetur. Et tamen vas adhuc plenum eſt, cùm humidi eo contenti ſuperficies adhuc tranſeat per margines C, D.

a per conſ. 3.

Hinc patet, ſi vas in altum ſine termino ſurſùm euehatur, ſuperficiem humidi eo contenti deſcenſuram ſine termino versùs planum per margines ductum, neque tamen vmquàm ad illud peruenturam.

Patet ſecundò vas plùs humidi continere in pede montis, quàm vertice; plus in cauea, quàm in conclaui.

CONSECT. V. *Si vas humido plenum rectà deorſùm feratur, quamuis nihil effluat, deſinet eſſe plenum.* Fig. 20.

Demonſt. Superficies humidi vaſe A G D B contenti, eſto G C D, pars ſuperficiei ſphæricæ M C P, cuius centrum eſt terræ centrum. Manifeſtum eſt cùm vas deſcendit, hoc eſt propiùs accedit ad centrum terræ, ſuperficiem humidi vaſe contenti, fieri partem minoris ſuperficiei ſphæricæ, adeoque magis curuæ, & protuberantis: quod fieri non poteſt, niſi ſuperficies humidi poſterior, in medio ſuprà primam G C D, aſſurgat in O, ad margines verò infrà primam deſcendat in I, & N; ita vt ſuperficie primâ exiſtente G C D, poſterior poſt deſcenſum

ſum iam aliquem ſit I O N. Nam ſi non deſcenderet in I,& N, ſed pergeret tranſire per G, & D,poſtquàm in medio aſſurrexit in O, continerertur tum plus humidi in vaſe,quàm anteà, quod eſt abſurdum,cùm nihil acceſſerit. Quod ſi dicas (quamquàm id ex alio capite abſurdum eſſe, poſſit oſtendi) poſteriorem ſuperficiem ita fieri magis globoſam , vt eius medium non aſſurgat ſuprà C,medium punctum prioris G C D, tunc multò magis manifeſtum eſt poſteriorem, quæ minor,& globoſior eſt primâ G C D, neceſſariò occurrere vaſi, infrà ſupremos margines G, D. Certum eſt igitur ſecundam ſuperficiem I O D, ſuprà primam G C D attolli circa medium, deprimi verò infrà eam circa margines, in I, & N. Ergò, quamuis è vaſe nihil effluxerit, vas tamen deſijt eſſe plenum. Nam ſpatium in eo vacuum eſt ab I,& N, vſque ad margines ſupremos G,& D, quod nouo humido affuſo repleri poteſt, vaſe locum non mutante: tum verò humidi ſuperficies eſſet G L D concentrica ſuperficiei I O N.

NVMERVS VII.

Fig. 21. 22.

Sphæra, cuius ſemidiameter eſt (A B) diſtantia oculi noſtri à centro firmamenti (A) ſe habet ad firmamentum puncti inſtar, quemcumque dederis terræ locum in vniuerſo.

STellæ, quę videntur in punctis oppoſitis(D,& F)horrizontis viſibilis(D B F),apparent ab inuicem (quantùm ſenſu inſtrumentis adiuto aſſequi poſſumus) integro ſemicirculo diſtantes, hoc eſt gradibus 180; cùm tamen reuerà diſtent minùs;eò quòd arcus(D G F)ſupra horizontem viſibilem(D B F)exiſtens,minor ſit ſemicirculo(C G F), ab horizonte rationali (C E)terminato. Ex quò liquet vtriuſque horizontis interuallum(C D),reſpondens oculi à centro firmamenti diſtantiæ(A B),inſenſibile eſſe. Neque refractio argumentum infirmat, ſed potiùs roborat; ea quippè, cùm ſidera iuſto altiùs attollat, arcum D G F iuſto maiorem facit.

Id ipſum paulò aliter ſic oſtendo. Brumali tempore vel autumnali , cùm noctes ſunt 12 horis longiores,ſtella in æquatore poſita, ſub initium noctis ſpectata in horizontis viſibilis puncto Orientali D, poſt 12 horas ſpectabitur in horizontis viſibilis puncto Occidentali F. Ergò 12, horarum ſpatio ſtella (quantùm ſenſu aſſequi poſſumus) percurrit arcum æquatoris(D G F). Atqui arcus æquatoris,qui 12 horis percurritur, eſt medietas æquatoris, cùm horis 24,percurratur æquator totus. Ergò arcus(D G F)ſuprà viſibilem horizōtem(D B F) exiſtens, quantùm ſenſu aſſequimur, eſt medietas æquatoris; cum tamen reuerà minor ſit arcu(C G E),ſuprà horizontem rationalem(C A E)poſito, qui eſt æquatoris medietas. Differentia igitur C D, hoc eſt B A, diſtantia oculi(B)à centro firmamenti (A), inſenſibilis eſt cum firmamenti radio(A G)collata.

Accuratiùs hoc demonſtrabitur Aſtron. lib. 5. num. 1.

Demonſtratâ inſenſibilitate interualli A B, à fortiori habetur inſenſibilitas ſphæræ, cuius A B radius eſt; cùm [b] ſphærarum proportio triplicata ſit proportionis diametrorum, ſeu radiorum. Vnde [c] ſi radius A B ſphæræ A O, eſt ad A G radium firmamenti vt 1 ad 100, 000, erit ſphæra A O, ad firmamenti ſphæram vt 1 ad 1000 (000,000(000,000.

b per 18. 22.
c vide probl. 14. cap. 21. Geom. pract.

Corollarium.

Hinc ſequitur, ſi ex mente Copernici ſol quieſcat in centro mundi, terra verò euecta in cælum motu diurno, atque annuo circumagatur, non ſolùm terram, ſed etiam totam ſphæram illam, quam cælum ſolis, ſiue orbem magnum dicimus (cuius tanta magnitudo eſt vt [d] certò contineat terras 857,375, 000, ferè certò 343, 000, 000, 000 vicibus) reſpectu firmamenti eſſe puncti inſtar.

d per probl. 10. cap. 20. Geom. pract.

NVMERVS VIII.

Fig. 22.

Terra quoad ſenſum eſt in centro firmamenti.

MAnifeſtum id eſt ex numero præcedenti non ſolùm in ſententiâ communi, & verâ, ſed etiam in Copernicanâ. Quamuis enim terra eſſet, in cælo(B O), vbi nos ſolem ponimus; nihilominùs, quia per num. præced.(B A)diſtantia terræ, exiſtentis in B, à centro firmamenti inſenſibilis eſſet, liquet terram quoad ſenſum fore etiam tum in centro firmamenti.

CAPVT

CAPVT III.

Per Hypotheſim duplicis motus Solis dantur cauſæ eorum, quæ circà varietatem dierum, ac noctium, & tempeſtatum anni vbiuis gentium obſeruantur.

NVMERVS IX.

Phænomena communia, hoc eſt, quæ in omnium oculos incurrunt.

Phænomenum 1.

SOl cum omnibus aſtris mouetur ab ortu in occaſum, donec redeat ad eundem meridiani ſemicirculum: à quò cœperat moueri. Vna eiuſmodi reuolutio, diem naturalem conſtituit.

Phænomenum 2.

Præter hunc motum omnibus conſpicuum,obſeruatum eſt ſolem ab eàdem ſtellà elongari quotidiè magis, magiſque versùs Orientem. Nam ſi vnà horà ex. gr. antè Solis ortum, ſtellam quampiam conſpexeris in horizonte, eandem poſt dies aliquot conſpicies vnà horà ante Solis ortum, aliquot gradibus ſuprà horizontem eleuatam; & poſt tres menſes in meridiano tuo; poſt ſex, in horizonte occiduo; poſt 12, rurſum in horizonte ortiuo,vnà ſemper horà antè Solis ortum, conſpicietur.

Phænomenum 3.

Ea omnia complectitur, quæ circà æqualitatem,& inæqualitatem dierum,ac noctium, circà æſtates, ac hyemes, & alia bis affinia in varijs terræ locis contingunt.Ea ſingula commodiùs recenſebo infrà, cum eorum cauſæ aperientur.

NVMERVS X.

Prima hypotheſis Aſtronomiæ, de duplici ſolis motu, proponitur.

HYpotheſes aſtronomicæ, ſunt ſuppoſitiones quædam circà motus aſtrorum, quæ eum phœnomenis accuratè conueniunt; ita vt, ſi ea quæ ſupponuntur, extiſterent, eadem omninò in cælo apparerent, quæ iam apparent. Porrò eadem phœnomena ſaluari poſſunt per hypotheſim non vnam. Quæ enim num.præced. recenſui, perinde explicabis, ſiue terram moueris, ſiue ſolem. Hoc igitur cum euenerit, vtra hypotheſium ſit vera abſolutè,conſtare ex illis phœnomenis non poteſt. Atquè hæc cauſa fuit cur ordinem, ac formam motuum quos aſtris tribuunt, hypotheſes aſtronomi appellarint: quarum multæ, quamuis reuerà non exiſtant; id tamen earum ope aſſequuntur, vt motus ſyderum ſecundùm apparentiam irregulares,ac proindè inmenſurabiles,commento prorſus inſigni, ad menſuram, & calculum reuocent, ex quò vno tanquam fonte, omnes propemodùm Aſtronomiæ vtilitates proueniunt.

Ad ſaluanda ergò phœnomena numero præced. recenſita, ſequens hypotheſis excogitata eſt.

Terra in firmamenti centro immobilis ſtatuitur, Sol autem in cælo poſitus cum omnibus planetis, & ſtellis,ac firmamento,moueri ab Ortu in Occaſum. Hunc verò motum ita concipiunt. Suprà firmamentum imaginantur aliam ſphæram concentricam, cui motum iam dictū quaſi proprium affingunt. Hanc igitur ſtatuunt,dum ab Ortu in Occaſum infinità propè celeritate fertur, firmamentum cum ſtellis, planetis,& ſole ſecum vnà abripere. Vndè cælum illud fictitium, *primum mobile* appellatur, & motus ipſe vocatur *motus primi mobilis*; *motus primus*; *motus æquinoctialis*; *motus diurnus*: atque vna integra eius reuolutio diem primi mobilis,ſiue diem æquinoctialem,vigeſima quarta eius pars horam æquinoctialem conſtituit. Menſura huius motus eſt æquator (HOLQH), & axis (XZ), circà quem motus hic peragitur, eſt ad æquatorem perpendicularis. Vnde ſingulis horis gradus 15 æquatoris,(hoc eſt vigeſima quarta ipſius pars) ſuprà horizontem aſcendunt. *Fig.* 2.

ntrarium
xima de-
etis(Q),
rè vnum
ragratã,
a autem
aris, ſeu
u æqua-
c redeat
em tañ-
etrogra-
tempus
ertranſit.
mobilis,

ierum, &
ypotheſeos

unt cir-

et enim
entem,
us mo-
ebitur.
gitari.
miunt,
uribus

atque
i mo-
eo-
retur
B;
s C,
ip-
uàm
us ad

a eſt
ſpira
poſi-

A in
A D,
uſcam
aralle-
ſecans
n ſit in
n latere
B latus
in B, la-

a rectam
ncto A in
Muſca hoc
m B A, in
quotuis

quotuis partes æquales ex.g. in ſex, & circumferentia in totidem B E, E F, &c. Cum muſca percurrit in B A, vnam ſextam partem, ipſa B A mota quoque eſt in A E, ac proindè muſca peruenit ex B, in L. Ruſum cum muſca percurrit partem ſecundam rectæ B A, tunc ipſa B A mota eſt ex A E in A F, ac proindè muſca tunc eſt in M. Eôdem modô oſtendam muſcam peruenire in O, P, Q, A, ac proindè duplici illo motu ipſam percurrere ſpiralem B L M O P Q A.

Porrò motuum compoſitorum contemplatio digna ſanè eſt, quæ à Geometris excolatur. De ſolo motu volutionis conſcripſi tractatum integrum, quem cum libris Cylindricorum, & Annulorium in lucem dedi. De motu proiectorum, qui & ipſe compoſitus eſt, ſubtiliſſimi extant libri Galilæi, & Torricelli: & præter hæc, alia ſuperſunt innumera, de quibus integra noua ſcientia condi poſſit.

Ex iam dictis liquet 1. eidem ſyderi plures motus, etiàm oppoſitos, poſſe competere.

Liquet 2. vt ſaluentur phænomena, neceſſe non eſſe, vt ſydus de quô agitur, de factô pluribus motibus agitetur, ſed vt motu vnicô percurrat eam lineam, ſiue ſemitam, quam percurreret, ſi reuerà diuerſis illis motibus afficeretur.

Liquet 3. cùm ſolem, aut aliud aſtrum conſpicimus certam lineam percurrere, nos ſcire non poſſe an vnico tantùm motu, an pluribus moueatur, quandoquidem ſiue vno, ſiue pluribus agitetur, nihil aliud viſui offeratur, quàm ſol dictam ſemitam, ſiue ſpiram percurrens. Vt in exemplo muſcæ, ſi neque rectà B A, neque circumferentia B E F G H I, videri poſſet, ſed tantùm muſca ipſa ſemitam ſpiralem B L M P Q A percurrens, ſciri profectò non poſſet vtrùm muſca feratur per B L M P Q A immediatè motu vnicô, an duobus, rectô videlicet, & circulari,

Liquet 4. cur plures cælos fingant Aſtronomi. Id enim eô conſilio præſtant, vt aſtro, vel cælo inferiori, poſſint competere motus diuerſi, qui à fictitijs illis cęlis ſuperioribus ipſi communicentur.

NVMERVS XII.

Qualis ſit motus qui ex ſolis motu primo, & ſecundo componitur; quemque ſol non ex hypotheſi, ſed verè, & realiter percurrit

MOtus Solis compoſitus ex *motu primô* ab Ortu in Occaſum, qui ipſi communicatur à primô mobili, & ex *ſecundô* priori obliquè contrariô, quô ſol fertur ſub eclipticâ, eſt ſpiralis. Semita igitur quam ſol gemino illo motu affectus verè percurrit, non eſt circuli circumferentia, ſed ſpiralis quædam linea per ſphæricam ſolaris cæli ſuperficiem inflexa, & circumducta: eſtque ſpiralis ille motus ab Ortu in Occaſum, aliquantò tardior motu primi mobilis.

Meridianus eſto X B Z C; æquatorem referat rectâ B C. Principium Arietis ponatur ſub meridiano, quod proindè incidet in punctum B, quô æquator meridianum ſecat, atquè ibidem etiàm ſolem collocemus. Reuoluatur deindè eclipticâ, & ſol cum eâ, motu primi mobilis. Si interim ſol ſub eôdem eclipticæ punctô remaneret, nempè ſub Arietis principio, rediret cum eô poſt 24 horas ad idem meridiani punctum B, & percurriſſet ipſum æquatorem. Iam verò quia ſol interim ſub eclipticâ non quieuit, ſed ab initio Arietis proceſſit obliquè versùs ortum ad minuta 48, manifeſtum eſt principio Arietis, reuerſo ad meridiani punctum B, à quô abiuerat, ſolem nondum ad meridianum appuliſſe, ſed appellere aliquantò ſeriùs, nempe minutis 4 ferè, & quidem non ad idem punctum meridiani B, ſed ad aliud borealius, puta ad E, illud videlicèt ad quod appellit punctum eclipticæ, ſub quô in fine vnius reuolutionis primi mobilis, ſol exiſtit: toto autem tempore huius reuolutionis ſol ſub eclipticâ procedens, continuò receſſit magis, magiſque ab æquatore B C, ità vt poſt horas 24, declinatio ſolis ab æquatore fuerit arcus B E. Ex quô liquidò apparet, ſolem vnâ reuolutione primi mobilis peractâ, percurriſſe circumferentiam quandam non circularem, ſed ſpiralem, poſitam inter æquatorem B C, & parallelum æquatori circulum E R, cuius principium ſit in B, terminus in E. *Fig. 26.*

Pari modô de ſecundâ reuolutione ratiocinaberis. Sole enim poſito ſub meridiani punctô E, ſi is ſub ecliptica non procederet, poſt 24 horas rediret ad idem meridiani punctum E. Nunc autem, quia perrexit interim ſub eclipticâ per alia 48 minuta, continuè ſeſe elongans magis magiſq; ab æquatore B C, & parallelo E R, poſt 24 horas æquinoctiales, & 4 minuta, appellit ad punctum meridiani borealius N, ac proinde die illo percurrit ſpiram, inter duos parallelos E R, N S deſcriptam. Atque ita diebus ſequentibus, aliam ſemper, atque aliam ſpiram perambulat, vſque ad ſolſtitium, quandò ſpiras rursùm eaſdem, ſed ordine retro-

grado, relegit vſquè ad æquinoctium autumnale. Eadem eſt ſpirarum ratio ad alteram æquatoris partem in ſemicirculo eclipticæ boreali.

Solem ſpiras iam explicatas percurrere, & quidem ſingulas horis æquinoctialibus 24, minutis 4; hoc eſt aliquantò tardiùs reuolutione vnâ primi mobilis, & fixarum; non ex hypotheſi, ſed abſolutè verum eſt. Vtrùm verò ſol per ſpiras illas ſic incedat, vt vnico ſolo per illas motu, ſed aliquantulùm tardiore motu primi mobilis, feratur; an verò duplici motu circulari agitetur, vno primi mobilis, altero ſub ecliptica, ex quorum mixturâ fiat vt realiter viam ſpiralem perambulet, nobis conſtare [b] nequaquàm poteſt: eôdem quippè modô apparebunt omnia, & phœnomenis æqualiter ſatisfiet, vtrumlibet è duobus verum eſſe contigerit.

b *Vide n. præc.*

Neque tamen otioſè, aut fruſtra aſtronomi hypotheſim duplicis ſolis motus excogitarunt. Sic enim motum illum ſpiralem, qui ſolus aſpectui noſtro patet, & ſub menſuram non cadit, in duos motus circulares quaſi in membra ex quibus ille alter componitur, reſoluerunt. Atquè ità ſingulari artificio effectum eſt, vt ſpiralis ſolis motus, ſecundùm ſe immenſurabilis, in duos motus circulares reſolutus, ad menſuram, & calculum reuocari [d] poſſit, ſine quô, neque tempora conſtitui, neque reperiri nouilunia, neque prædici eclipſes poſſunt.

d *hoc fiet toto cap 6.*

Quæ hoc numero, & præcedenti dicta ſunt, etiam lunæ, & planetarum motibus proportionaliter conueniunt.

NVMERVS XIII.

Sol quoad ſenſum quotidie ab Ortu in Occaſum percurrit illum parallelum, qui tranſit per punctum eclipticæ, ſub quo ſol principio eius diei exiſtit: Eſtque ea ſolis per parallelum reuolutio aliquantò tardior reuolutione primi mobilis; ſic vt ſtellæ fixæ, ſolem quotidiè vno ferè gradu, anni verò vnius ſpatio, vna reuolutione integrâ præuertant.

Fig. 62. AXem mundi referat X Z, æquatorem recta B C, eclipticam recta K V, tropicos rectæ K T, Q V. Inter æquatorem B C, & tropicum Cancri K T, concipiantur tot paralleli ad æquatorem, quot ſunt dies ab æquinoctio verno, vſque ad ſolſtitium æſtiuum, tranſeuntes per eclipticæ puncta, in quibus, ſub initium cuiuſque diei, ſol exiſtit. In ſchemate repræſentantur ſolum tres paralleli E R, N S, I Y. Spiræ illæ, quas ſolem percurrere docui numero 12, ſunt inter dictos parallelos inflexæ, ſic vt initium primæ ſpiræ ſit in ipſo æquatore in B, terminus in proximo æquatori parallelo in E; initium ſecundæ ſpiræ in E, terminus in N, & ſic de alijs ſpiris deinceps. Vnde fit, vt, cum paralleli illi modico interuallo ab inuicem diſtent, ſpiræ quoad ſenſum, à parallelorum circumferentijs, vix differant; ac proindè quoad ſenſum paralleli ipſi pro ſpiris aſſumi poſſint. Pari modo de ſpiris, & parallelis ad alteram æquatoris partem ratiocinare.

Quòd autem motus quotidianus ſolis per prædictas ſpiras, hoc eſt, iam quoad ſenſum, per parallelos, ſit aliquantò tardior motu primi mobilis, & fixarum; inde fit, quòd motus ſolis ab Ortu in Occaſum per ſpiras, ſeu parallelos, compoſitus ſit ex motu primi mobilis ab Ortu in Occaſum, & ex motu ſub eclipticâ ab Occaſu in Ortum; qui priori ſic aduerſatur, vt per eum ſol retrocedat versùs Ortum quotidiè minutis 48, hoc eſt, ferè gradu vno, anni verò vnius ſpatio per integram eclipticæ circumferentiam. Atquè ità fit, vt ſtellæ fixæ ſolem quotidiè vno ferè gradu, anni autem ſpatio vnâ reuolutione integrâ, præcedant, iuxtà ſecundum phœnomenum. n. 9; cui proindè hac hypotheſi plenè ſatisfactum eſt.

Reliquum eſt, vt hypotheſi ſatis iam explicatâ, per eam tertij phœnomeni. n. 9 propoſiti (nam primo, & ſecundo ſatisfactum eſt) cauſas aperiamus.

NVMERVS XIV.

Ad intelligentiam eorum, quæ de dierum, ac noctium viciſſitudine dicturi ſumus,

Fig. 2. NOTA. I. Dies naturalis, eſt vna ſolis reuolutio ab ortu in occaſum, donec redeat ad eundem meridiani ſemicirculum (X L Z) vndè moueri cœperat.

NOTA. II. Dies artificialis, eſt tempus, quô ſol ſupra horizontem manet. Hanc intelligo, cum diem ſimpliciter nomino.

NOTA.

Digitized by Google

Nota III. Quamuìs paralleli ad æquatorem circuli, eò minores ſint, quò magis ab æquatore diſtant, tamen vna omnium reuolutio, eôdem tempore abſoluitur, nempè 24 horis.

In fig. 2. æquator eſt H Q L O; paralleli M P I K, T V, axis mundi X Z; meridianus X L Z H. Quemadmodùm horum circulorum puncta L, I, V, in principio motus ſimùl ſtant ſub eôdem meridiano, ità cælo circa axem X Z circumacto, ſimùl redeunt ad eundem.

Nota IV. Inde ſequitur ſolem, cuicumque parallelo percurrendo ſemper impendere horas. 24: ac proindè moueri tardiùs, cum minorem parallelum percurrit, quàm cum maiorem.

Nota V. Arcus diurnus, eſt circuli ad æquatorem paralleli à ſole eô die percurſi, ea pars, quæ ſuprà horizontem eſt, arcus nocturnus, illa quæ infrà horizontem.

In Fig. 26 horizon ſit O M; axis mundi X Z; æquator B C; paralleli E R, N S &c; tropici K T, Q V. Arcus diurni ſunt B A, E P, N H &c; nocturni C A, R P, S H &c. Fig. 26.

Nota VI. Talis eſt proportio diei ad noctem, qualis eſt proportio arcus diurni ad nocturnum, ſiue tot de 24 horis cedunt diei, quot quindeni gradus continentur in arcu diurno; & de 24 horis tot cedunt nocti, quot quindeni gradus in arcu nocturno continentur. Nam gradus 15 ſui paralelli percurrit ſol vnâ hora; & gradum vnum, minutis 4 vnius horæ.

Nota VII. Quando arcus diurnus eſt maior pars ſui circuli (licèt circuli minoris) quàm diurnus arcus alius ſit ſui, etiam dies alter, altero die maior eſt: cum arcus diurnus pars ſui paralleli minor eſt, dies minor eſt: cum diurni arcus ſunt ſuorum parallelorum partes æquales, ſiue ſimiles ex. gr. ambo partes dimidiæ, dies æquales ſunt. Eadem de noctibus intellige.

Ratio patet ex not. 4. Cum enim ſol, cuilibèt parallelo, impendat horas 24, manifeſtum eſt etiam illi arcui diurno plures horas de 24 impendere, qui maior eſt pars ſui paralleli; illi pauciores, qui minor ſui paralleli pars eſt. Quòd ſi arcus diurni ſint partes eædem, ſeu ſimiles ſuorum parallelorum, ex. gr. ambo dimidiæ, patet vtrique percurrendo, ſolem æquè multas horas impendere, ac proindè dies æquales efficere.

A notatione 6, & 7, omnis dierum, ac noctium æqualitas, & inæqualitas dependet.

Nota VIII. Vt cauſæ apparentiarum ſequentium clarè percipiantur; exponenda paucis erunt ſchemata. 7.8.9.27.29. & inprimis 26, quò intellecto facilè cætera intelligentur. Quia difficile eſt tot circulos ſphæræ maximos, & non maximos ſecundùm perſpectiuæ leges delineare, exhibentur ij in planum coluri ſolſtitiorum orthographicè proiecti. Colurus ſolſtitiorum in fig. 26 ſit X K Z V, tranſiens per mundi polos X, Z, per initia Cancri K, & Capricorni V. Manifeſtum eſt coluri polos eſſe ipſa puncta æquinoctialia. Itaquè ſi vtrimque ab æquinoctialibus punctis, nimirùm ab Arietis initio ex parte hâc, & ab initio Libræ ex parte oppoſitâ, demittantur perpendiculares, eæ vtrimquè incident in A centrum coluri, & mundi, ac proindè punctum A refert initia Arietis, & Libræ (hoc eſt puncta æquinoctialia) præter centrum mundi, ac terræ. Et quia K, & V ſunt initia Cancri, & Capricorni, ſeu puncta ſolſtitialia, patet eclipticam ſecare coluri planum rectâ V A K, ac proindè rectam V A K referre eclipticæ ſemicirculum aſcendentem, nempè à Capricorni initio V, per Arietem A, vſquè ad initium Cancri K: eandemque rectam K A V referre alterum eclipticæ ſemicirculum deſcendentem, nempè ab initio Cancri K, per Libram A, vſquè ad initium Capricorni V; ac proindè rectam V A K A V totam eclipticam repræſentare. Pari modò, quia A refert initium Arietis, K Cancri, A rursùm Libræ, liquet rectam A K A referre ſemicirculum eclipticæ borealem, rectam verò A V A ſemicirculum eclipticæ auſtralem. Expoſitâ proiectione eclipticæ, clara erit reliquorum circulorum proiectio. Nam poſito mundi axe X Z, recta C A B per A ad axem perpendicularis, referet æquatorem; rectæ autem K T, V Q, cæteræque intermediæ, ad æquatorem B C parallelæ, tropicos, & parallelos ad æquatorem circulos repræſentabunt. Denique ſi ducatur recta O M, horizontem referens, paralleli in arcus diurnos, & nocturnos ſecti exhibentur. Similis fermè erit reliquorum ſchematum expoſitio.

NVMERVS XV.

Cauſæ dantur eorum, quæ apparent in ſphærâ rectâ.

Apparentia I. Qui degunt in ſphærâ rectâ, habent toto anno dies æquales tum noctibus, tum inter ſe. Fig. 7.

Cum enim æquator (B C) ad illorum horizontem (O M) [a] perpendicularis ſit, etiam paralleli, ad æquatorem circuli, inter vtrumque tropicum (K T, Q V) interiecti, è quibus [b] quotidiè aliquem ſol percurrit diurno motu, erunt horizonti (O M) perpendiculares, ac proindè

a per defin. 27. n. 1.
b per num. 15.

[c *Theod. 1. ſ. in ſphær.*] indè ab eo omnes biſariam [c] ſecantur. Quarè diurni arcus totius anni, nocturnis arcubus æquales erunt. Ergò per notationem 6 num. præced. dies noctibus toto anno æquales ſunt.

Deindè, cùm paralleli omnes ab horizonte ſecentur biſariam, erunt arcus diurni totius anni, ſimiles partes ſuorum parallelorum circulorum, nempè omnes dimidiæ. Ergò per not. 7. etiàm dies omnes, toto anno, inter ſe æquales erunt.

Apparentia II. Sol ijs bis in anno per diem totum verticalis eſt, ac proindè duas habent æſtates, & duas hyemes; æſtates quidem 21 Martij, & 22 Septembris; hyemes verò 21 Iunij, & 21 Decembris.

Nam 21 Martij, ſol ingreditur principium Arietis, & 23 Septemb. principium Libræ, per [c *def. 16.*] quæ duo eclipticæ puncta tranſit æquator, in ijs enim æquator, & ecliptica ſe [c] inuicem in- [d *per num. 13.*] terſecant. Ergò ſol tàm 21 Martij, quàm 23 Septemb. æquatorem motu diurno [d] percurrit. [e *per defin. 27*] Quarè cùm [e] habitantibus in ſphærâ rectâ, æquator tranſeat per verticem (B) ſol illis, vtroque illo die, verticalis eſt, ac proindè ijs tunc æſtas eſt media quæ tunc eſſe cenſetur, cùm ſol tàm eſt altus ſuprà horizontem, quàm eſſe poteſt. Duas igitur habitantes in ſphærâ rectâ habent æſtates.

[*Fig. 7.*] Quòd etiam duas hyemes habeant, ſic oſtendo. In fig. 7 vt priùs horizon ſit O M; æqua- [a *defin. 27.*] tor B C; ecliptica K V; tropici K T, Q V; habitator, in A. Quia æquator [a] tranſit per zenith B, & nadir C habitantium in A, fit vt vnus eclipticæ ſemicirculus A K A, illis Orientem reſpicientibus ad ſiniſtram ſit, alter A V A ad dextram; ac proindè tropicus Cancri K T, tranſiens per eclipticæ punctum K, ab æquatore B C, versùs boream maximè declinans, ijs etiam ad ſiniſtram ſit, tropicus verò Capricorni Q V, tranſiens per Q punctum eclipticæ; maximè declinans ab æquatore versùs auſtrum, ſit ad dextram. Ergò bis in anno ſol ab eorum zenith B recedit quàm longiſſimè poteſt, nimirum 21 Iunij, & 21 Decembris, quan- [b *per num. 15.*] dò ſol in eclipticæ punctis K, V exiſtens, tropicos K T, Q V [b] percurrit. Atqui hyems media eſt cùm ſol longiſſimè abit à vertice: Duas igitur habent hyemes.

Apparentia III. A 21 Martij, vſque ad 23 Septembris, ſol ijs ſeptemtrionalis ſemper toto die eſt: per ſex enim menſes illos, ſol percurrit eclipticæ ſemicirculum A K A, qui illis ad boream eſt. A 23 Sept. vſque ad 21 Martij ſol ijs toto die auſtralis eſt, quia per ſex illos menſes percurrit eclipticæ ſemicirculum A V A, qui illis ad auſtrum porrigitur.

Apparentia IV. Habent quatuor vmbrarum differentias.

Sole æquatorem percurrente, nimirum 21 Martij, & 23 Septemb. toto antemeridiano tempore, vmbræ obiectorum horizonti perpendicularium totæ proijciuntur rectà in Occidentem, poſt meridiem verò rectà in Orientem. In ipſo meridici puncto vmbræ eorumdem ſunt nullæ.

[e *defin 27.*] Ratio horum eſt, quòd æquator, quem vtroque illo tempore ſol percurrit, illis [e] verticalis ſit, & ad horizontem rectus. Quò fit vt vmbræ obiectorum horizonti perpendicularium toto die neceſſariò totæ incidant in eam lineam, quâ æquator horizontem ſecat. Quarè, cum [f *vide defin. 12*] ea linea verū Ortum, & Occaſum [f] deſignet, neceſſe eſt vmbræ ante meridiem cadant rectà in occaſum, poſt meridiem rectà in ortum. In ipſo autem meridiei puncto vmbra nulla eſt, quia ſol tunc eorum vertici directè imminet.

[*Fig. 7.*] Deindè, cum ſol eſt in (K) principio Cancri, 21 Iunij, vmbræ meridianæ perpendicularium horizonti obiectorum iſthìc rectà in auſtrum cadunt: Sole verò exiſtente in (Q) initio Capricorni, 23 Decemb. vmbræ meridianæ proijciuntur rectà in Aquilonem. Ratio eſt manifeſta.

[*Fig. 7.*] Apparentia V. Semper vident vtrumque polum mundi (X, Z) in ipſo vtrimque margine horizontis. Vident omnes ſtellas firmamenti: omnes enim 24. horarum ſpatio ſuprà horizontem ipſorum aſcendunt. Quæ omnia patent ex ipſâ definitione ſphæræ parallelæ.

NVMERVS XVI.

Cauſæ dantur eorum quæ apparent in ſphærâ obliquâ.

[*Fig. 2.*] Apparentia I. Dum ſol ingreditur puncta æquinoctialia (Q, O) in quibus nempè ecliptica (Q I O G), & æquator (Q L O H) ſe mutuò interſecant (quod accidit circà 21 Martij, & 23 Sept.) dies, & noctes toto orbe ſunt æquales.

Tunc enim ſol motu diurno percurrit ipſum æquatorem (Q L O H), eò quòd hic motus fiat circa axem (X Z) qui ad æquatorem perpendicularis eſt. Quoniam verò tàm horizon [o *Theod. 1. ſ. in ſph.*] quiuis, quàm æquator, circuli maximi ſunt, ſeſe illi [o] ſecant biſariam, ac proinde vbiuis terrarum æquatoris media pars ſuprà horizontem eſt. Sic in fig. 2. æquatoris pars dimidia E L D exiſtit

exiſtit ſuprà horizontem B D C E. Ergò tunc per notat.6.num.14, vbiuis terrarum dies no-cti æqualis eſt.

Locum præcipuè habet hæc apparentia in ſphærâ obliquâ. Quamuis etiàm vera ſit in ſphærâ rectâ; ſed iſthìc toto anno noctes, & dies æquales ſunt: imò vera eſt & in ſphærâ parallelâ, quia 21 Martij iſthìc dies incipit (vt oſtendam infrà) ſex menſium, 23 Septemb. nox inchoatur ſex item menſium, ac proindè æqualis diei.

APPARENTIA II. In quâuis ſphærâ obliquâ boreali (O X K M) 21 Iunij, dies longiſſima eſt, nox breuiſſima: 21 Decembris eſt nox longiſſima, dies breuiſſima. In ſphærâ obliquâ auſtrali (O V Z M) omnia accidunt contraria: 21 Iunij dies breuiſſima eſt, nox longiſſima: 21 Decemb. dies eſt longiſſima, nox autem breuiſſima. *Fig. 26.*

Ratio eſt, quia 21 Iunij ſol eſt in eclipticæ puncto (K) maximè versùs polum boreum (X) declinante, ac proindè eô die [r] percurrit parallelum K T, per punctum K tranſeuntem (ipſum nempè tropicum Cancri), tunc autèm arcus diurnus (hoc eſt, is, qui eſt ſuprà horizontem (O M) nempè arcus K D) eſt maior pars ſui paralleli (K T) quàm vlli alij arcus diurni (I G, N H &c.) ſint ſuorum parallelorum (I Y, N S &c.) Ergò dies illa omnium longiſſima eſt, per notat.7.num.14. Rurſùm quià tùm arcus nocturnus (T D) eſt minor pars ſui paralleli, quàm alij vlli arcus nocturni (Y G, S H &c.) ſint parallelorum ſuorum (Y I, S N &c.) erit tum per eandem not.7.num.14. nox omnium breuiſſima. *r per num. 13.*

Deindè 21 Decembris, ſol eſt in eclipticæ puncto V, maximè ad polum auſtrinum (Z) declinante, adeoque percurrit [s] eô die parallelum (Q V) per (V) ipſum tropicum Capricorni. Tum verò arcus diurnus, (Q L) eſt minor pars ſui paralleli (Q V) quàm ſint vlli alij diurni arcus parallelorum ſuorum. Ergò per not.7. num.14. dies illa omnium breuiſſima eſt. Quià verò tùm arcus nocturnus (V L) eſt ſui paralleli pars omnium maxima, etiàm nox per not.7. omnium erit longiſſima. *s per nu.13.*

Ex his facilè apparebit ratio eorum quæ accidunt in obliquâ ſphærâ auſtrali.

APPARENTIA III. In omni ſphærâ obliquâ boreali (O X K M) dies creſcunt à 21 Decembris, vſque ad 21 Iunij: decreſcunt autem eôdem ordine, ſed retrogrado, à 21 Iunij, vſque ad 21 Decembris. In obliquâ ſphærâ auſtrali (O V Z M) contrarium accidit; nam à 21 Decemb. vſque ad 21 Iunij, decreſcunt dies; creſcunt autem à 21 Iunij, vſque ad 21 Decemb. *Fig. 26*

Ratio eſt; quià 21 Decembris ſol exiſtit in eclipticæ puncto, (V) maximè ad auſtrum declinante, vbi eſt initium Capricorni: atque ab eâ die ſol incipit decurrere motu proprio, eclipticæ ſemicirculum aſcendentem (V K) à principio Capricorni (V) per Arietem (A) vſque ad Cancri initium (K); ac proindè motu primi mobilis, percurrit [a] diebus ſingulis, ſingulos ordine parallelos, qui tranſeunt per eclipticæ puncta, in quibus die quolibèt ſol reperitur. Sic ipsâ 21 Decemb. percurrit tropicum Capricorni (Q V); 22 Decembris, parallelum 2, 7; 23 Decembris, parallelum 3, 8; & ſic deinceps. Iam verò arcus diurnus 2, 5 maior pars eſt ſui paralleli, quàm arcus diurnus Q L, ſui paralleli Q V; & arcus diurnus 3, 6 maior pars eſt paralleli ſui 3, 8, quàm arcus 2, 5 paralleli ſui; & ſic deinceps. Ergò *per notat.7.num.*14. dies reſpondens arcui 2, 5, maior eſt die qui reſpondet arcui Q L; & dies arcui 3, 6 debitus, maior eſt die debito arcui 2, 5: & ſic deinceps. *a per num. 13.*

Deindè quià à 21 Iunij, vſq; ad 21 Decembris ſol decurrit eclipticæ ſemicirculum deſcendentē K V, (vtrumque ſemicirculum eadem linea repræſentat, vti dictum not. 8. num. 14.) à principio Cancri (K) per Libram (A) vſque ad Capricorni initium (V), fit vt parallelos eoſdem, ſed ordine retrogrado, ſol decurrat; nimirum 21 Iunij tropicum Cancri (K T), 22 parallelum I Y; 23 parallelum N S; & ſic deinceps. Quarè, quô ordine dies anteà creuerant, eôdem ordine, ſed retrogrado, rurſum decreſcant neceſſe eſt.

Ex dictis facilè deducetur ratio eorum, quæ fiunt in obliquâ ſphærâ auſtrali (O V Z M) *Fig. 26.*

APPARENTIA IV. In quâuis ſphærâ obliquâ boreali (O X K M), à 21 Martij, vſque ad 23 Septembris, dies noctibus ſunt longiores: à 23 Septemb. vſque ad 21 Martij, dies ſunt noctibus breuiores. In ſphærâ obliquâ auſtrali (O V Z M) contrarium euenit; nam à 21 Martij, vſque ad 23 Septemb. dies ſunt noctibus breuiores; & à 23 Septamb. vſque ad 21 Martij, dies noctibus longiores ſunt.

Ratio eſt: quia cùm à 21 Martij, vſque ad 23 Seprembris, Sol decurrat eclipticæ ſemicirculum borealem, quem refert [b] rectâ A K A, liquet ex num.13. eum motu diurno percurrere parallelos E R, N S &c. poſitos inter æquatorem (B C), & tropicum Cancri (K T). Atquì horum maior ſemper pars eſt ſuprà horizontem (O M), minor infrà: Ergò toto eô tempore *per notat.6.num.*14. dies noctibus longiores ſunt. *b vide expoſit. fig. 26. nu 14. not.8.*

Deindè, à 23 Septembris, vſque ad 21 Martij, ſol decurrit ſemicirculum eclipticæ auſtralem [c] (A V A), ac proindè motu diurno percurrit parallelos 4 π; 3, 8 &c. poſitos inter æquatorem (B C) & tropicum Capricorni (Q V). Atquì horum ſingulorum pars exiſtens ſuprà horizontem (O M) minor eſt parte infrà horizontem depreſsâ: ergò *per notat. 6. num.* 14. *c vide expoſ. fig. 26.*

dies toto eô tempore ſunt noctibus breuiores.

Ex dictis facilè intelligitur ratio eorum quæ fiunt in ſphærâ (O V Z M) auſtrali.

Apparentia V. In quâuis ſphærâ obliquâ, duo quilibet dies in eôdem horizonte, æqualiter à ſolſtitio diſtantes, ſunt æquales. Similiter duæ quælibet noctes æquales ſunt quæ æqualiter à ſolſtitio diſtant.

Ratio eſt; quià parallelus quilibet ſecat eclipticam in duobus punctis æqualiter à ſolſtitio remotis. Ergo vnus idemque parallelus antè, & poſt ſolſtitium decurritur à ſole, dum exiſtit in duobus punctis eclipticæ, æqualiter à ſolſtitiali puncto diſtantibus; ac proindè vnus vtriuſque diei arcus diurnus eſt; vnus quoque nocturnus arcus vtriuſque. Ex quô liquet æqualitas tàm vtriuſque diei, quàm noctis vtriuſque.

In *fig.26.* duo puncta eclipticæ æqualitèr à ſolſtitiali puncto (K) Cancri initio remota, repræſentantur puncto *ω*. Conſule expoſitionem ſchematis notat. 8. num. 14.

Apparentia VI. In quâuis ſphærâ obliquâ quælibet dies (exceptis diebus ſolſtitiorum) reſpectu eiuſdem horizontis, æqualis eſt duabus noctibus ſumptis ſingillatim, quarum vna medio anno diſtat à die datâ. Similiter nox quælibet diebus binis, itidem ſingillatim ſumptis æqualis eſt.

Fig.26. — a *vide expoſ. fig. not. 8. num. 14.* — b *per not. 6. num. 14.*

Parallelus à ſole percurſus die datâ eſto I Y. Ad alteram partem æquatoris (B C) accipiatur parallelus 2, 7, æqualiter diſtans ab æquatore (B C), & æquinoctio verno, quod repræſentatur puncto a A. Parallelus 2, 7 æqualis eſt parallelo I Y, & huius arcus diurnus I G, arcui nocturno 7, 5 illius æqualis eſt; ac proindè dies data b nocti æqualiter ab æquinoctio remotæ, æqualis eſt. Quià verò *per appar.* 5. nox quælibet æqualis eſt alteri nocti æqualiter ſecum diſtanti à ſolſtitio: fit, vt quælibet dies data, duabus ſigillatim noctibus, æqualis exiſtat, quarum vna ſemper inuenietur diſtare medio anno à die cui æquales ſunt: vti facilè eſt colligere ex ſpatio eclipticæ interiecto inter dictos parallelos. Similis eſt ratio partis ſecundæ.

Fig.26. Apparentia VII. Quanta eſt dies in quâuis ſphærâ boreali datâ (O X K M), tanta eſt eôdem tempore nox in ſphærâ auſtrali præciſè oppoſitâ (O V Z M), & contrà. Vt ſi in ſphærâ boreali habente altitudinem poli borei (O X) grad. 50, dies 21 Iunij ſit 16 horarum; in ſphærâ auſtrali oppoſitâ, habente nimirùm altitudinem poli auſtrini (M Z) etiam 50 graduum, erit 21 Iunij nox ſimiliter horarum 16.

Ratio eſt; quià idem ille arcus, (ex. gr. K D) qui 21 Iunij ex. gr. eſt in ſphærâ boreali arcus diurnus, eâdem die 21 Iunij, eſt arcus nocturnus in ſphærâ auſtrali (O V Z M) præciſè oppoſitâ. Ergò *per notat. 6. num.* 14. res liquet.

Fig.26. Apparentia VIII. Dies quælibet (exceptis diebus Solſtitiorum) in quâuis ſphærâ boreali (O X K M) æqualis eſt duobus ſigillatim diebus in ſphærâ quâuis auſtrali oppoſitâ (O V Z M) quorum vnus medio anno diſtat à die datâ; & contrà. Idem de nocte cum binis noctibus collatâ, intellige.

Parallelus à ſole percurſus die datâ eſto N S. Poſt medium annum ſol percurrit parallelum 3, 8, tanto interuallo ab æquatore (B C) diſtantem versùs auſtrum, quantùm diſtabat N S versùs boream: qui duo paralleli proindè æquales ſunt; adeóque etiam arcus diurnus N H, in ſphærâ boreali, æqualis eſt arcui diurno 8, 6 in ſphærâ oppoſitâ: ſimiliter & nocturnus arcus S H in hâc, nocturno arcui 3, 6 in illâ par erit. Ergò *per notat. 6 num.* 14. dies diei, & nox nocti æquabitur. Quià verò *per appar.* 5. arcui diurno 8, 6, reſpondent duo dies æquales, à Solſtitio æqualiter diſſiti, & arcui nocturno 3, 6 ſimiliter duæ æquales noctes, fit vt dies data in ſphærâ boreali æquetur duabus ſingillatim diebus in ſphærâ oppoſitâ, & nox in ſphærâ bor. duabus ſingillatim noctibus in oppoſitâ.

Hæc apparentia non eſt eadem cum appar. 6.

Apparentia IX. In æquinoctijs Martij 21, & 23 Septemb. ſol toto orbe oritur, & occidit in ipſo Oriente, & Occidente verò: quia cum tunc æquatorem motu diurno percurrat, neceſſariò oritur, & occidit in ijs punctis, quibus æquator horizontem ſecat, quæ puncta

a *defin.* 12. ſunt a verus Oriens, & Occidens.

Altitudo autem ſolis meridiana ſuprà horizontem tunc eſt eadem, quæ Æquatoris.

Apparentia X. In quâuis ſphærâ boreali obliquâ, ab æquinoctio verno, vſque ad Solſtitium 21 Iunij, ſol oritur, & occidit in punctis horizontis quotidiè magis, magiſque ab Æquatore versùs boream recedentibus. Altitudines autem meridianæ ſolis creſcunt.

A Solſtitio 21 Iunij vſque ad æquinoctium autumnale 23 Septemb. ortus occaſuſque Solis ordine eôdem, ſed retrogrado, remeant quotidiè magis, magiſque à boreâ versùs Æquatorem. Altitudines verò ſolis meridianæ rursùm minuuntur.

Ab æquinoctio autumnali, 23 Septemb. vſque ad Solſtitium 21 Decemb. ortus occaſuſque Solis ab Æquatore versùs auſtrum quotidiè magis, magiſque abeunt; & altitudines ſolis meridianæ pergunt diminui.

Denique

Deniqueà ſolſtitio 21 Decemb. vſque ad æquinoctium 21 Martij,ortus occaſusque Solis ab auſtro verſus Æquatorem remeant; & ſolis meridianæ altitudines creſcunt.

Ratio horum omnium patet ex obliquitate eclipticæ, cuius vna medietas (continens Arietem, Taurum, Geminos, Cancrum, Leonem, Virginem) vergit ad boream, quam ſol percurrit à 21 Martij, vſque ad 23 Septembris, ſic vt 21 Iunij,ſit in Cancri initio, nempè in puncto maximè ad boream declinante: altera medietas (gerens Libram, Scorpium, Sagittarium, Capricornum, Aquarium, Piſces) ad auſtrum vergit, quam peragrat ſol à 23 Sept. vſque ad 21 Martij, ſic vt 21 Decembris ſit in principio Capricorni, puncto maximè ad auſtrum declinante.

Ex his non difficulter colliges quomodo hæc omnia ſeſe habeant in ſphæra obliqua auſtrali.

Apparentia XI. In ſphærâ obliquâ, cuius Zenith (α) extrà tropicos eſt, ſol nunquàm verticalis eſt: & borealibus quidem in meridie ſemper ad auſtrum eſt, ac proindè eorum meridianæ vmbræ rectâ ſemper in Boream caduut; nunquam in Auſtrum: auſtralibus verò, ſol ſemper in meridie ad boream eſt, adeòque eorum vmbræ ſemper rectâ in auſtrum proijciuntur; numquam in ſeptemtrionem. Ratio patet. Fig. 26.

Vnam habent æſtatem, quia ſol ijs tantùm ſemel in anno fit vertici proximus; & vnam hyemem, quia tantùm ſemel in anno ſol à vertice fit remotiſſimus.

Apparentia XII. Degentibus in ſphærâ obliquâ,cuius Zenith (α) eſt inter tropicos (K T, Q V), quædam accidunt communia ſphæræ rectæ. Fig. 27.

Primò. Bis in anno ſol in meridie borealis eſt, nimirum quando percurrit parallelum (α S), per Zenith (α) tranſeuntem. Quilibet autem parallelus à ſole bis percurritur, ſemel ante ſolſtitium, & ſemel poſt.

Secvndò. Duæ ſunt illis æſtates, & duæ hyemes, quarum vna longior, & frigidior alterâ. Æſtates duæ ſunt, quia ſol bis per annum ipſis in meridie verticalis eſt: tune autem, & toties æſtas eſt, quando, & quoties ſol fit vertici proximus. Duæ etiam ſunt hyemes, quia ſol bis in anno longiſſimè recedit à Zenith, ſeu vertice (α), ſemel quidèm cùm exiſtens in (K) principio Canen, percurrit motu diurno tropicum (K T); iterum verò cùm exiſtens in (V) initio Capricorni, percurrit alterum tropicum Q V. Tunc autem, & toties hyems eſt, quando, & quoties ſol à vertice fit remotiſſimus. Quià autem receſſus ſolis à vertice alter altero longior eſt, etiam hyems vna longior, & frigidior alterâ eſt.

Tertiò. Vnâ parte anni ſol ijs in meridie borealis eſt, alterâ auſtralis. Eclipticæ punctum eſto N, per quod ductus parallelus S N α, tranſeat per Zenith α; meridianus verò ſit O α M ω. Quoniam ſol poſitus in eclipticæ puncto N, adeòque percurrens eô die parallelum S N α, in meridie traoſit per Zenith α; manifeſtum eſt toto eo tempore, quò Sol peragrat partem eclipticæ N K N, ac proindè motu diurno percurrit parallelos inter parallelum verticalem α S, & tropicum cancri K T conſtitutos, in meridie ſolem habitantibus in A, eſſe vltrà Zenith α versùs ſeptemtrionalem polum X: Cùm verò peragrat eclipticæ partem N V N, meridianum ſolem exiſtere vltrà Zenith X versùs polum auſtralem Z.

Qvartò. Vnâ parte anni vmbræ meridianæ ijs rectâ ad auſtrum eadunt; alterâ in ſeptemtrionem præcisè. Patet ex præcedenti.

Apparentia XIII. Quorum Zenith eſt in tropico Cancri, ſemel in anno ſolem habent verticalem, nimirùm quandò tropicum percurrit, quod fit 21 Iunij, vel 21 Decemb. & in meridie eius diei, obiecta horizonti recta nullam vmbram proijciunt. Vnam tantùm æſtatem habent, & hyemem vnam; neque ſol meridianus ijs vnquàm borealis eſt, ac proindè vmbræ meridianæ nunquam auſtrales. Quorum omnium ratio ex præcedentibus ſatis colligitur.

Hinc etiam facili intelliges, quæ accidunt ijs, quorum Zenith eſt in tropico Capricorni.

Apparentia XIV. In omni ſphærâ obliquâ polus vnus, & quædam ſtellæ nunquàm occiduńt: polus alter, & quædam ſtellæ nunquam videntur: reliquæ omnes intrà 24 horas oriuntur, & occidunt.

Horizon ſit O M; æquator B C ad horizontem obliquus, poli X, Z: circuli ad æquatorem paralleli ſint P O, M L: illius punctum imum tangat horizontem in O, ſummum verò huius horizontem tangat in M. Manifeſtum eſt cælo circa axem X Z, qui ad hos circulos æquatori parallelos perpendicularis eſt, circumacto, parallelum P O ſemper extare totum ſuprà horizontem O M; parallelum verò M L, infrà horizontem ſemper totum deprimi. Ergò pars cæli O X P cum omnibus in eâ ſtellis, ſemper conſpicua eſt; altera M Z L, cum omnibus, quas habet, ſtellis perpetuò occultur. Cæteras verò ſtellas omnes oriri, & occidere tum ex his, tum ex ſæpè iàm dictis liquet. Fig. 30.

Apparentia XV. In omni ſphærâ obliquâ quò maior eſt altitudo poli ſuprà horizontē, eò Borealibus maior erit dies longiſſima, & alia quælibet à 21 Martij vſque ad 23 Sept. dies autem breuiſſima, & alia quælibet à 23 Sept. vſque ad 21 Martij, eò erit minor: Auſtralibus contrarium euenit.

NVMERVS

NVMERVS XVII.

Dantur cauſæ eorum, quæ apparent in ſphærâ obliquâ, cuius dies longiſſima 24 horas æquat, vel excedit: & denique eorum, quæ in ipsâ ſphærâ parallelâ contingunt.

Fig. 26. Horizon ſit O M; altitudo poli X O; Æquator B C; paralleli E R, N S, &c. Si concipiamus alium horizontem deſcendentem infrà O, extantem verò ſuprà M, maior ſuprà hunc erit poli X altitudo, & parallelorum borealium E R, N S &c, quos ſol percurrit à 21 Martij vſque ad 23 Septembris, ſuprà hunc maiores extabunt partes, quàm ſuprà priorem O M. Ergò *per notationem 6. num.* 14. quò maior altitudo poli, eò &c. Deinde quia horizontis illius pars altera aſcendit ſupra horizontem O A M, patet ſuprà illum parallelorum auſtralium 4 π, 3 8, &c, quos ſol percurrit à 23 Sept. vſquè ad 21 Martij, minores extare arcus, quàm ſuprà horizontem A M. Ergò ruſsùm *per notat. 6. num.* 14, quò maior eſt altitudo poli, eò dies breuiſſima &c.

Fig. 28. *a ea eſt gr. 66½.* Apparentia I. Vbi tanta eſt altitudo *a* poli vt tropicus alteruter (K T) horizontem (O M) tangat, vna eſt continua 24 horarum dies, & poſt annum dimidium vna nox continua horarum 24. Id verò accidit in eò horizonte, ſuprà quem polus attollitur gradibus *66. 30*.

Ratio eſt: quia cùm tropicus (K T), qui eſt ſolarium parallelorum vltimus, ſit totus ſuprà horizontem (O M), cumque ſol 24 horis abſoluat, liquet ſolem 24 horis ſuprà horizontem exiſtere. Pari modò quià tropicus alter (Q V) totus infra (O M) horizontem eſt, cumque percurrit ſol horis 24, patet ſolem 24 horis infrà horizontem occuli. Quòd autem id eueniat ad poli altitudinem graduum *66. 30*, perſpicuum eſt; nam arcus (C X) ab æquatore (C B) ad polum (X) eſt grad. 90, & arcus (C T, ſiue C O) ab æquatore ad tropicum (K T) ſiue horizontem (M O) (tangunt enim ſe in puncto O, T) eſt grad. 23. 30. Ergò arcus (O X) qui eſt altitudo poli, erit graduum *66. 30*.

Fig. 29. Apparentia II. Vbi tanta eſt poli altitudo (excedens videlicet gradus *66. 30*) vt plures paralleli ſolares toti exiſtant ſuprà horizontem (O M), dies longiſſima toties continebit 24 horas, quot paralleli ſuprà horizontem toti extant: & poſt annum dimidium, longiſſima nox continebit toties 24 horas, quot paralleli infrà horizontem toti deliteſcunt.

Ratio manifeſta eſt ex iam dictis, & notatione 6. num. 14.

Fig. 9. Apparentia III. Denique in ipsâ ſphærâ parallelâ, in quâ altitudo poli (X) ſuprà horizontem (O M) eſt graduum 90, vna eſt dies continua *6* menſium, & menſium totidem continua nox; proindè, annus ex vnâ die, & nocte vnâ componitur. Incipit porrò dies circà 21 Martij, nox circà 23 Septembris.

a defin. 27. num. 1. Ratio horum omnium hæc eſt. Quià in ſphærâ parallelâ polus *a* mundi (X) eſt in ipſo Zenith, & æquator (B C) coincidit cum horizonte (O M), fit vt puncta æquinoctialia, quibus æquator, & ecliptica ſe interſecant, ſint vtrimque in ipſo margine horizontis. Quia autèm axis mundi (X Z) ad horizontem hic perpendicularis eſt, fit, vt dum circà axem (X Z) cælum circumagitur, æquinoctialia puncta, hoc eſt initia Arietis, ac Libræ per horizontis circumferentiam, moueantur. Ergò medietatum eclipticæ, inter puncta æquinoctialia exiſtentium, altera cum omnibus parallelis ſuis ſemper tota ſuprà horizontem exſtat, altera cum ſuis parallelis, ſemper tota infrà horizontem deprimitur. Ergò ſol toto eò tempore, quò percurrit medietatem vnam, hoc eſt anno dimidio, ſemper ſuprà horizontem eſt, ac proindè diem continuam *6* menſium efficit: toto verò eò tempore, quò percurrit medietatem alteram, perpetuò infrà horizontem occulitur, adeóque noctem efficit continuam menſium item ſex.

Fig. 9. Apparentia IV. In ſphærâ parallelâ vmbrarum extremitates 24 horarum ſpatio, deſcribunt integram circuli circumferentiam, maiorem minoremúe, pro maiore minoreúe ſolis altitudine.

Ratio eſt, quia 24 horis ſol quotidiè quoad ſenſum percurrit vnum parallelum integrum: Qui cum ſit æquatori (B C), adeóque & horizonti (O M), qui cum æquatore coincidit, æquidiſtans, vmbrarum circuitus neceſſariò quoad ſenſum circulares ſunt.

Apparentia V. Degentibus in ſphærâ parallelâ nullæ ſtellæ oriuntur, nullæ occidunt; ſed vnum ſemper idemque hemiſphærium (O X M) intuentur, altero (O Z M) infrà horizontem perpetuò deliteſcente. Patet ex dictis apparentiâ III.

Fig. 9. Apparentia VI. In ſphærâ parallelâ nox quidem omnium longiſſima eſt; ſed non omnium

nium maximè obſcura;aut denſa : cum Solis maximus infra horizontem deſcenſus tantùm ſit grad.23 36, nimirùm vſque ad tropicum ſemper latentem (QV). Si tamen nox dicenda eſt, & non potiùs crepuſculum ferè perpetuum, quod (vt dicam intra n.21.) plerique vel inchoari vel finiri volunt, ſole 18, aut 20 gradibus infrà horizontem depreſſo.

Apparentia VIII. Poſtremò non ſolùm in ſphærâ parallelâ, ſed in aliâ etiàm quâcumque, totius anni dies omnes ſimul ſumpti, omnibus noctibus ſimul ſumptis æquales ſunt. Quarè vbiuis gentium, dierum vnius anni ſumma æqualis eſt.

Id quidem in ſphærâ parallelâ, & ſphærâ rectâ manifeſtum erit ex ſolâ inſpectione ſchematum 9, & 7. In obliquâ verò patet ex apparentiâ vi.num.16.

Ex his, cæteriſque num. 15, 16, 17 explicatis infinita creatoris Dei ſapientia elucet, qui vnâ ſolaris curriculi obliquitate, tàm admirabilem apparentiarum varietatem toto orbe terrarum effecit. Quam magnificata ſunt opera tua Dominè! omnia in ſapientiâ feciſti. *Verè* cæli enarrant gloriam Dei, & opera manuum eius annuntiat firmamentum *Laudent te omnia opera tua Domine; ſed imprimis te homines laudent, atquè ament, quibus omnem hunc cæli, ac terræ ornatum, & copiam condidiſti: tuis ſeſe illi obſequijs totos addicant, atque ex admirabilium tuorum operum contemplatione, ad cognitionem tui, amorémque conſcendant.*

Scholium.

Quæ hactenus de dierum, ac noctium artificialium, quantitate dicta ſunt, intelligi debent ſecluſâ Solis paralaxi, & præſertim refractione; quæ quidem aliquam, ſed tamen in hoc negotio non æſtimandam diuerſitatem efficit. Inæqualitas verò ipſorum dierum naturalium, quæ in artificiales, quaſi partes ſuas influit, de quâ [a] *infrà, etiam ipſa, tanquam in hoc propoſito inſenſibilis contemnitur,* a num. 50.

Quæ autem de Solis motu primo & ſecundo, *de varietate dierum, ac noctium, cæteriſque his affinibus, toto hoc capite dicta ſunt, intelligi etiam ſuo modò debent de planetis reliquis; ac inprimis lunâ: omnibus enim præter motum* primum, *ſeu* diurnum *cunctis ſideribus communem, conuenit* motus ſecundus *ſub Zodiaco. De quorum ſingulis tractabitur libris ſequentibus.*

CAPVT IV.

De parallaxi : de refractione Aſtronomica : de crepuſculis.

Parallaxibus, & refractioni tractatus integri debentur. Hîc ea ſolùm delibabimus, quæ ſequentibus intelligendis ſunt neceſſaria; cætera, vbi opus fuerit, ſuis locis explicaturi.

NVMERVS XVIII.

Exponuntur definitiones parallaxeos altitudinis.

Inter multas parallaxium ſpecies præcipua eſt *parallaxis altitudinis*, ſeu *verticalis*, ex quâ dimanant cæteræ. Hanc vnam, quantùm præſenti inſtituto conuenit, hîc explicabimus.

Centrum cæli, & terræ ſit A: oculus in ſuperficie terræ in B: Zenith, ſiue vertex S: aſtrum Fig. 87. quodcumque in C: verticalis per aſtrum tranſiens Z C O: alii inſuper verticales S L R in Lib 1. ſupremo cælo, & X B X in terrâ, exiſtentes in plano verticalis Z C O: horizon rationalis Geomet. A R; horizon ſenſibilis B N. His ita conſtutis. Pract.

1. *Locus verus* aſtri C abſolutè, eſt punctum illud, quô reuerà aſtri centrum exiſtit.

2. *Locus verus* aſtri C relatiuè ad ſupremum cælum, qui & intelligi plerumquè debet, cum *verus* aſtri *locus* nominatur, eſt punctum L ſupremi cæli, in quô terminatur recta linea A C L, ex mundi centro A per aſtri centrum C, emiſſa.

3. *Locus viſus*, ſeu *apparens* aſtri, eſt punctum F ſupremi cæli, in quô recta ex oculi centro B, per centrum aſtri C emiſſa terminatur.

4. *Linea*

4. *Linea veri loci*, eſt recta ex mundi centro per aſtri centrum emiſſa.

5. *Linea loci viſi*, eſt recta ex centro oculi per aſtri centrum emiſſa.

6. *Parallaxis*, ſiue *diuerſitas aſpectus*, eſt arcus (L F) inter verum (L), & viſum (F) aſtri locum interiectus.

7. *Angulus parallacticus*, qui plerumque etiam ſimplicitèr *parallaxis* vocatur, eſt angulus (B C A), quem in centro aſtri efficiunt lineæ loci veri, & viſi; rectæ nimirum A C, & B C ex centris mundi (A), & oculi (B), ad aſtri centrum emiſſæ.

8. *Diſtantia vera aſtri* (C), à vertice (S) eſt arcus à vertice vſquè ad lineam veri loci (A L), quem metitur angulus S A L.

9. *Diſtantia viſa*, ſeu *apparens aſtri à vertice*, eſt arcus à vertice vſque ad (B F) lineam loci viſi, quem metitur angulus S B F.

10. *Altitudo aſtri* (C) *viſa*, eſt arcus inter horizontem viſibilem (B N), & aſtri locum viſum (F) interiectus, quem metitur angulus N B F.

11. *Altitudo aſtri* (C) *vera*, eſt arcus (R L) inter rationalem horizontem (A R), & verum aſtri locum (L), interceptus. Hanc metitur angulus R A L.

12. *Parallaxis horizontalis*, eſt parallaxis aſtri (O) in horizonte viſibili (B O N) apparentis: ſiuè, *parallaxis horiz.* eſt angulus verticem habens in (O) centro aſtri, qui continetur radio terram tangente (B O), & altero (A O), ex terræ centro exeunte.

NVMERVS XIX.

Affectiones primæ parallaxeos altitudinis.

Fig. 87. Lib. 1. Geomet. Pract.

IIſdem poſitis quæ numero præcedente, ſit

THEOREMA I. Angulus parallacticus (B C A), eſt differentia angulorum (S A L, S B F) diſtantias à vertice veram (S L), & viſam (S F) metientium.

a per 32.1. *Demonſtratio.* Angulus S B F, ſiuè S B C externus, [a] æqualis eſt duobus internis oppoſitis S A L ſeu B A C, & B C A. Ergò B C A eſt exceſſus, quô S B C metiens diſtantiam viſam S F, excedit angulum S A C, qui metitur diſtantiam veram S L.

THEOREMA II. Angulus parallacticus (B C A) etiam differentia eſt angulorum (R A L, N B F) altitudinem veram (L R), & viſam (F N) metientium.

b per 37.1. *Demonſtratio.* Ducatur A T parallela ad B C F; erit angulus B C A [b] æqualis ſibi alterno C A T, ſeu L A T. Sed L A T eſt differentia angulorum R A L, R A T. Ergò B C A etiam eſt differentia angulorum R A L, R A T. Atqui angulus R A T æqualis [c] eſt angulo N B F. Ergò etiam B C A parallacticus angulus, eſt differentia angulorum R A L, N B F altitudinem veram, & viſam metientium.

c facilè id oſtendes ex 27.1. productis rectis C B, T A donec concurrant cum R A etiam productâ.

THEOREMA III, Sydus in vertice (S) conſtitutum, nullam patitur parallaxim. Patet, quia locus verus, & locus viſus in vertice coincidunt.

THEOREMA IV. Aſtrum in horizonte maximam ſubit parallaxim.

Demonſtratio. Horizontem ſenſibilem referat recta D B O. ad diametrum Z A P perpendicularis, aſtrum ſit in O; parallaxis horizontalis B O A; alia quæcumque B C A. Oſtendam B O A eſſe maiorem. Producantur C B, C A, O A vſque ad peripheriam oppoſitam in F, G, N; ducanturque rectæ F G, D N. Quoniam D B O longiùs à centro A abeſt, quàm F B C (cum D B O tangat circulum centro A deſcriptum, C B ſecet), erit D B O minor quàm F B C. Ergò ſegmentum D P O maius eſt ſegmento F P C. Angulus igitur

o colligitur ex 21.3. [o] D N O exiſtens in maiori ſegmento D P O, minor eſt angulo F G C poſito in minori ſegmento F P C, Atqui anguli N D O, G F C exiſtentes ambo in ſemicirculo [d] ſunt recti, ac proindè æquales. Ergò tertius angulus, O, maior [e] eſt tertiô C: quod erat demonſtrandum.

d per 31. 3. e patet ex 32.1.

THEOREMA V. Inter parallaxes cæteras in eôdem verticali factas, ea minor eſt, quæ vertici propinquior eſt.

Demonſtratio ſimilis præcedenti.

THEOREMA VI. Duorum ſiderum (M, D) in eâdem altitudine verâ exiſtentium, eius maior eſt parallaxis, quod minùs diſtat à centro terræ.

Demonſtratio, patet ex. 32. 1. ſyderis enim M, vicinioris centro terræ parallaxis B M A, eſt angulus externus reſpectu anguli interni oppoſiti B D M, ſeu B D A, qui eſt parallaxis aſtri D, remótioris à centro terræ.

THEOREMA VII. Duorum ſyderum (O, Q) in eâdem altitudine viſâ exiſtentium, illius quoque parallaxis maior, quod terræ vicinius.

Demonſtratio eadem.

THEO-

Digitized by Google

Theorema VIII. Parallaxis, diſtantiam aſtri ab horizonte, minuit; diſtantiam à vertice auget.

Aſtrum quippè verum locum habens in L, apparet in F, propiùs horizonti B N, & longiùs à vertice S.

NVMERVS XX.

Affectiones Primæ, refractionis Aſtronomicæ.

De refractione vniuerſim tractandum eſt libro ſingulari. Quod attinet ad refractionem Aſtronomicam, hic pauca atque obiter, ſolùm vt intelligi poſſint ſequentia, monere viſum eſt. Refractionis tot ſunt ſpecies, quot parallaxium: ſed quæ omnes dimanent ex vnâ, videlicet ex refractione altitudinis, hoc eſt, quæ fit in circulo altitudinis, ſeu verticali. Hanc vnam hic attingam breuiter, eamque ſemper intelligi volo, cùm refractionem nomino. Suppoſitis igitur quæ refractionis naturam ſpectant, effectus eius in Aſtronomiâ, ſeu proprietates cæteris principaliores, ac ſcitu magis neceſſariæ ſunt hæ.

Proprietas I. Refractio locum ſideris apparentem ſuprà verum attollit, adeóque auget diſtantiam ſideris ab horizonte, diſtantiam à vertice minuit. Fig. 32.

Mundi, ac Terræ centrum eſto A: horizon rationalis A K, viſibilis O B: aſtrum quoduis infrà horizontem viſibilem O B, exiſtat in E, per cuius centrum tranſeat Verticalis N E K, cui in Terrâ reſpondeat Verticalis O D, in ſphærâ vaporum Verticalis L C F, quem ſecet diameter horizontis viſibilis O B in C. Quia radius E C à ſydere E emiſſus in C, ex æthere raro incidit in ſphæram vaporum, ſeu Athmoſphæram multò denſiorem, non pergit rectà in I, ſed frangitur versùs perpendicularem A C, ſic vt pergat viâ C O. Atque ita fieri poteſt, vt ſidus adhuc infrà horizontem O B latens, conſpiciatur. Iam, ea eſt natura viſus, vt obiectum appareat in eo radio rectà producto, qui oculum immediatè afficit. Quia ergò radius C O intrà ſphæram vaporum refractus, ad oculum O immediatè pertingit, ſidus E in radio refracto O C rectà producto apparebit. Atqui radius C O rectà productus, neceſſariò cadit ſuprà E, puta in B. Refractio igitur viſum aſtri locum, ſuprà verum E attollit; ac proindè diſtantiam aſtri ab horizonte auget, diſtantiam à vertice minuit.

Refractionis, & parallaxeos planè oppoſiti ſunt effectus. Quare, vt altitudo vera aſtri ſuprà horizontem innoteſcat, altitudini viſæ, ſeu apparenti, addenda eſt parallaxis, refractio auferenda. Vt verò nota fiat diſtantia vera à vertice diſtantiæ apparenti demenda eſt parallaxis, & addenda refractio.

Proprietas II. Sidus in Zenith poſitum, nulli refractioni obnoxium eſt.

Proprietas III. Sideris (E) in horizonte viſo (O B) apparentis, refractio eſt omnium maxima.

Tunc enim radius E C, qui ad oculum O refringitur, viâ C O in ſphæram vaporum obliquiſſimè incidit. Refringitur porrò radius quiuis tantò ampliùs, quantò incidit obliquiùs.

Proprietas IV. Sideris 45 gradibus ſuprà horizontem eleuati, nulla eſt ſenſibilis refractio.

Oſtendam. *Lib. 3. Aſtron. num.* 28. *Coroll.* 4.

Proprietas V. Ab altitudinis gradu 45, quò ſidus in eâdem à terrâ diſtantiâ horizonti propiùs eſt, eò magis refringitur. Prope, autem, horizontem magis præceps eſt in refractionis augmentum.

Patebit ex *lib. 3. Aſtron.*

Proprietas VI. Duorum ſiderum eandem veram altitudinem habentium, illud magis refringitur, quod Terræ vicinius eſt. Fig. 33.

Sint enim duo ſidera N, E, æquè alta, ſed N terræ vicinius, E remotius; & ab vtróque, in idem Athmoſphæræ punctum O, incidant radij N O, E O. Patet radium N O obliquiùs in Athmoſphæram incidere, quàm radium E O. Ergò magis refringitur N O, quàm E O.

NVMERVS XIX.

De Crepuſculis quædam breuiter indicata,

Crepuſculum, eſt tempus inter apparentem Ortum vel Occaſum Solis, & principium, aut finem lucis ſolaris, ab Athmoſphærâ versùs Terram reflexæ.

Terra ſit A C Q: annulus Terrã ambiens Athmoſphæram repræſentet. Horizon rationalis ſit A K, viſibilis C E Solem manè adhuc infrà horizontem viſibilem C E depreſſum referat Fig. 33.

G F radius primus incidens in Athmoſphæram, & Solem tangens in F, Terrã verò in Q, erit F I Q, qui intrà Athmoſphæram pergens vlteriùs vſque ad ſuperficiem Athmoſphæræ in O, ibidem reflectatur ad oculum in G. Tempus ab huius primi radij appulſu ad oculum, vſque ad Solis Ortum apparentem, eſt *Crepuſculum Matutinum*. Simili modo exponitur *Veſpertinum*. Hæc rudi Mineruâ hîc, alibi fortè tractabo accuratiùs.

Duratio crepuſculi pendet ex altitudine Athmoſphæræ, altitudine Solis infrà horizontem, & rectitudine ac obliquitate aſcenſus, vel deſcenſus Solis.

Altitudo Solis infrà horizontem ad quam crepuſculum incipit, ab Aſtronomis varia aſtruitur; à pleriſque graduum 18. Ricciolus, ex obſeruatis à ſe Bononiæ, reperit in Æquinoctijs manè gradus 16, veſpere gradus 20: in Solſtitio æſtiuo manè grad. 21. 25′: in Solſtitio hyberno manè grad. 17. 25′. Depreſſio porrò illa Solis infra horizontem viſibilem (arcus nempe V E) vocatur *Arcus crepuſculi*. Punctum V, centro Solis reſpondet.

Itaq; cæteris paribus (nimirũ denſitate, & altitudine Atmoſphæræ) longiſſimum crepuſculũ in quâuis Sphærâ, eſt in Solſtitio æſtiuo aut hyberno; tunc enim Sol obliquiſſimè aſcendit, & deſcendit, ac proinde vt Sol habeat profunditatẽ infra horizontem C E, ad durationem crepuſculi requiſitam, plurimùm requirit temporis. Imò vbi altitudo poli eſt graduum 48. 36, vel maior, in Solſtitio æſtiuo aut hyberno totâ nocte crepuſculũ eſt; quia Sol numquam iſthic plus quàm 18 gradibus infra horizontem deſcendit.

In quâuis Sphærâ crepuſculum ferè eò longius eſt, quò Sol magis ab Æquatore declinat. Tantò enim accendit, vel deſcendit obliquiùs: non tamen crepuſculum longiſſimum eſt in Solſtitio brumali.

Eiuſdem diei crepuſculum eò longius eſt, quò ſphæra eſt obliquior, hoc eſt, quò maior eſt altitudo poli ſuprà horizontem. Imò (vt iã dixi) in Solſtitio æſtiuo aut hyberno tota nox crepuſculum eſt, vbi altitudo poli non eſt minor gradibus 48. 36. Ratio vtriuſq; patet ex dictis. *Hæc de crepuſculis breuiter indicata, ad alia maioris momenti properantibus ſufficiant.*

CAPVT V.

De inæqualitate motus Secundi, ſiue Annui; & quâ hypotheſi ſaluetur.

HActenus de motu Solis *Primo* ac *Secũdo* mixtim egimus, prout videlicet ambo ſimul iuncti apparentias communes circa viciſſitudines dierum, ac noctium, & tempeſtatum anni efficiunt. Deinceps de ſolo *Secundo*, ſiue *Annuo* tractaturi ſumus. Eritque hæc huius libri pars longè præcipua: quæ tota erit in eo poſita, vt hic motus ad menſuram reuocetur, atque locus Solis apparens, ad datum quodlibet tempus, reperiatur.

NVMERVS XXII.

Quæ circa inæqualitatem motus Annui Solis ſint ab Aſtronomis obſeruata.

OBSERVATIO I. Solis motũ ſub Eclipticâ Primi Mobilis Aſtronomi curioſiùs contemplati, obſeruarunt inæqualem apparere; hoc eſt, inæqualibus temporibus, æquales arcus Eclipticæ, videri pertranſire. Quod ita ſunt aſſecuti. Primùm ſummâ induſtriâ explorarunt tempus vtriuſq; Æquinoctij; cuius inuentionis modus tradetur *num.* 33. Tũ dies numerarunt, ab Æquinoctio verno, vſque ad Æquinoctiũ autumnale, quibus Sol ſemicirculum Eclipticæ borealem peragrat: item dies ab autumnali, vſque ad vernum, quos Sol Eclipticæ ſemicirculo Auſtrali impendit. Repertũque eſt Solem ſemicirculo Boreali ab Ariete, vſque ad Libram impendere dies 186, & horas 11, vt vult Ptolomæus, vel 18 vt Tycho, vel 14 vt Ricciolus, & adhuc aliquot minuta: Auſtrali à Librâ ad Arietem dies 178, & horas 18 vt Ptolomæus, vel 11 vt Tycho, vel 15 vt Ricciolus, & minuta inſuper aliquot. Quare Sol ſub Eclipticæ ſemicirculo boreali plus octiduo hæret diutius, quàm ſub Auſtrali.

OBSERVATIO II. Non ſolùm ſemiſſes Eclipticæ, ſed etiam quadrantes Sol apparet inæqualibus temporibus pertranſire; id quod hoc modo compertum eſt. Præter tempus vtriuſque Æquinoctij, pari induſtriâ Solſtitij vtriuſque tempus explorarunt, numeratiſque diebus, inter ſingulos ingreſſus Solis in quattuor cardinalia puncta interiectis, prædicta inæqualitas innotuit. Deinde ipſa illa inæqualitas inconſtans, atque inſtabilis reperta eſt. Nam ætate
Fig. 35. Ptolomæi Sol videbatur hærere diutius ſub Eclipticæ primo quadrante (E K) ab initio Arietis ad initium Cancri, quàm ſub ſecundo (K F) ab initio Cancri ad initium Libræ; in primo

nempe

nempè diebus 94, horis 12; in ſecundo diebus 92, horis 12. Ætate verò noſtrâ diutiùs hæret ſub ſecundo (K F) quàm ſub primo (E K): ſub hoc enim, ex obſeruatione Riccioli, moratur diebus 92, horis 23, minutis 52; ſub ſecundo, diebus 93, horis 14, min. 56.

Observatio III, Imò partes etiam minores motus annui, inter ſe comparatæ, inæquales reperiuntur: vt ſi comparetur ſpatium quod vno die naturali, Sol confecit in Zodiaco, cum ſpatio quod abſoluit die altero; hoc, illi inæquale, deprehendetur.

Observatio IV. Sol modò apparet maior, modò minor. Nam circà 27 Iunij eius diameter apparens eſt 31, 56′: circà 27 Decemb, 33′, 8″; circà Æquinoctia 36, 30′. Ita Ricciolus, à quo cæteri non multùm diſſident.

Observatio V. Quamuis ad ſtellas fixas pertineat, etiam nihilominus, ad intelligendum Solis curſum, inſeruit. Duorum fermè millium annorum experientiâ compertum eſt, ſtellas fixas, à ſectione vernâ, ſeu principio Arietis Primi Mobilis, versùs Ortum, ſiue in conſequentia, ſenſim magis, magiſque elongari. Hipparchus annis ante Chriſtum 128, obſeruauit Regulum in Cancri grad. 29 56. Tycho deindè, anno poſt Chriſtum 1585, eumdem nactus eſt in Leonis gradu 24, 5′. Igitur annis 1713 (tot enim inter vtramque obſeruationem intercedunt) pròceſſit Regulus in conſequentia, gradus 24, 1′5. Plures obſeruationes, atque ipſum obſeruandi artificium tradetur *libro 5. Aſtron*. Perindè eſt autem, vt ſaluetur phœnomenum, ſiue Fixas moueris in Ortum, ſiue Eclipticam Primi Mobilis, eâdem tarditate in Occaſum. Nos, cum Aſtronomis ferè omnibus hunc motum Fixis tribuemus.

Quantitas annua huius motus à Tychone ſtatuitur 51 ſecundorum. Atque ita Fixæ annis 70 circiter vnum gradum conficerent, & conſequenter periodus tota abſolueretur annis 25 806. A Tychone parum differt Ricciolus, cui motus Fixarum annuus eſt 50 ſecundorum; vnde ſequitur annis 72 vnum gradum abſolui.

Obſeruationes de mutatione maximæ declinationis Eclipticæ, de inæqualitate motus Fixarum, ſiue de præceſſione Æquinoctiorum, atque inde exortâ anni ſolaris inæquali magnitudine; de mutatione Eccentricitatis ſolaris, hîc non attingo. Sunt enim fidei incertæ & probabiliùs falſæ. Quarè tres illas inæqualitates, ſeu anomalias à Solis motu reijciemus infrà.

NVMERVS XXIII.

Statuitur hypotheſis, quâ Solis annui motus inæqualitas explicatur.

PLurimæ ſunt hypotheſes ad ſaluandam motus apparentem irregularitatem non modò Solis, ſed etiam Lunæ, ac reliquorum planetarum ab Aſtronomis tum veteribus tum recentioribus, excogitatæ. Quod ad Solem attinet, duæ cæteris faciliores, magiſque vſitatæ ſunt. Prima, ſolo Eccentrico vtitur, quam tamquam omnium ſimpliciſſimam, atque facillimam retinebo: altera conſtat Concentrico, & epicyclo. Ad hypotheſeos primæ explicationem.

§. 1. Terræ, & Eclipticæ ſupremæ F K E M centrum eſto A, per quod ductæ ſint diametri K M, F E, quæ ſupremam Eclipticam partiantur in 4 quadrantes E K, K F, F M, M E. *Fig. 34. 35.* Sumpto deinde puncto B, ex eo centro deſcribatur circulus H N G P in plano Eclipticæ, qui quòd centrum habeat diuerſum ab A centro Terræ, & Eclipticæ, *Eccentricus* nominatur. Quanta porrò ſit diſtantia centrorum A, B, infrà [a] inueſtigabitur. Ducatur poſthæc per vtrumque centrum A, B recta C O, ſecans Eccentricum in C, & O: eritq; punctũ C per 7. 3. elem. remotiſſimum ab A, quod proindè *Apogeum* vocatur; O viciniſſimum quod dicitur *Perigeum*. Si hunc Eccentricum G N H P anni ſpatio ſub Eclipticâ E K F M, ſecundùm ordinem Signorum ex G per N, æquali motu Sol percurrat; atque inſuper Apogeum C motu quodam tardiſſimo (qui determinabitur [b] infrà) circà mundi centrum A etiam ſecundùm Signorum ordinem vnà cum Eccentrico, & Sole circumferatur: apparebit nobis exiſtentibus in A, Sol inæqualiter moueri, & phœnomenis numero 22 obſeruatis ſatisfiet. Quod ſic oſtendo:

a *num.* 38.

b *num.* 45.

Oculo in A conſtituto, Sol exiſtens in Eccentrici puncto G, apparet ſub E Arietis initio; exiſtens in N, apparet ſub K initio Cancri; exiſtens in H apparet ſub F initio Libræ: ac proindè Sol percurrens Eccentrici arcum G N H, exiſtenti in A apparet percurrere ſemicirculum eclipticæ borealem E K F. Pari modo, dum Sol percurrit Eccentrici arcum H P G, videtur percurriſſe ſemicirculum eclipticæ auſtrinum F M E. Atquì G N H, maior eſt arcu H P G, eò quòd Eccentrici centrum B, ſit ſuprà Eclipticæ centrum A. Ergò cum Eccentricum æquali motu Sol percurrat, plus temporis impendit abſoluendo arcui maiori G N H, quàm minori H P G. Ergò etiam ſol apparet hærere diutiùs in ſemicirculo Eclipticæ boreali E K F, quàm ſub auſtrali F M E. Quarè, obſeruationi primæ ſatisfactum eſt.

Deindè ſi Ptolomæi ætate ſtatuamus Apogeum (C) in primo Eclipticæ quadrante (E K), vt in *fig.* 34, ætate verò noſtrâ in quadrante ſecundo (K F), vt in *fig.* 35, ſatisfiet obſeruationi ſecundæ. Nam in *figurâ* 34, Apogeo (C) poſito in quadrante primo (E K), etiam Eccen- *Fig. 34.*

trici centrum (B) in primo quadrante erit, ac proindè Eccentrici arcus G C N maior eſt arcu N H. Ergò, quia Sol æqualiter mouetur per Eccentricum, plus temporis impendit arcui G N maiori abſoluendo, quàm minori N H. Sed Sol percurrens arcum G C N, videtur percurrere Eclipticæ quadrantem E K, percurrens verò arcum N H, videtur percurrere Eclipticæ quadrantem K F. Ergò ætate Ptolomæi Sol videbatur plus temporis impendere percurrendo Eclipticæ quadranti primo (E K), quàm ſecundo (K F). Quòd ſi verò ætate noſtrâ
Fig. 35. Apogeum (C), adeoque & Eccentrici centrum (B) (vide *fig.* 35) ſtatuamus in quadrante ſecundo (K F), tunc arcus G N minor erit arcu N C H. Ergò Sol citiùs abſoluet G N, quàm N C H, ac proindè minùs diu videtur iam hærere ſub Eclipticæ quadrante primo (E K), quàm ſub ſecundo (K F). Atque ità etiam ſecundæ obſeruationi per omnia eſt ſatisfactum.

Pro expoſitione phœnomeni tertij, adi num. 25.

Denique, quia Sol exiſtens in (C) Apogeo Eccentrici, remotiſſimus eſt à Terrâ (A), in Perigeo verò (O) viciſſimus, apparet ratio cur mudò maior appareat, modò minor; quod requirebat obſeruatio quarta.

Quarè per hypotheſim Eccentrici obſeruationes numero 22 allatæ præſtantur. Quod erat propoſitum. *Vide plura de his num. 25. propr. 1, & 10.*

Fig. 38. §. 2. Quod attinet ad hypoteſim alteram, quæ Epicyclo vtitur, ea ſic habet. Centrum Eclipticę ſupremę (quę in figurâ non exprimitur) eſto A. Ex eodem centro deſcribatur in plano Eclipticæ Concentricus Q E P N, & tàm hunc, quàm Eclipticam diametri binæ dimidant in 4 quadrantes cardinales, ſic vt P Q tranſeat per initia Arietis, & Libræ; E N per initia Cancri, & Capricorni. Centro deindè ſumpto in peripheriâ Concentrici deſcribatur circellus tanto interuallo, quantum in priore hypotheſi erat interuallum, centrorum A mundi, & B Eccentrici. Circellus porrò iſte *Epicyclus* nominatur. His igitur ſic conſtitutis, ponatur centrum epicycli in Cancri principio in E, centrum verò Solis in peripheriæ epicycli puncto ſummo B. Si anni ſpatio, centrum epicycli motu æquali, ſecundùm ordinem Signorum ex E in Q, percurrat totum Concentricum E Q N P, atque eodem tempore centrum Solis motu item æquali, ſed in partem contrariam ex B verſùs D, abſoluat epicyclum: ſatisfiet phœnomenis *num.* 22 obſeruatis. Iungendus verò duobus iam dictis motibus, tertius ille lentiſſimus Apogei motus, qui in hâc hypotheſi habetur æquiualenter, ſi Sol epicyclum aliquantò tardiùs percurrat, quàm centrum epicycli Eclipticam: vt ſi motus Apogei abſoluat annuè grad. 0. 1′. 16″, Sol annuè abſoluat epicyclum demptis grad. 0. 1′. 16″, vide *num.* 19. *lib.* 2. Cæterùm quî ſatisfiat phœnomenis ſingulis, ex iam dictis cum inſpectione ſchematis facilè colligetur. Plura de hypotheſi epicyclicâ loco citato, vbi maior illius vſus erit.

Præter has, plurimæ ſunt aliorum hypotheſes aliæ; Keppleri, Eccentricitate biſectâ; Copernici Terram mouentis, Keppleri, & Bullialdi Elliptica; Lansbergij &c. quas accuratè deſcriptas reperies apud Ricciolum lib. 3. Almageſti noui. Ego lubens prætereo: neque enim quidquam otioſius, & inutilius in Aſtronomico ſtudio eſſe iudico, quàm diſcentium animos, in ipſo præſertim ſcientiæ primo aditu, tot hypotheſium tricis implicare.

NVMERVS XXIV.

Definitiones ad hypotheſim Eccentrici pertinentes, quarum pleræque non tantùm Soli, ſed etiam Lunæ, aliiſque planetis conueniunt.

Ecliptica ſuprema, ſeu Primi Mobilis, eſto P C L K, & in eius plano Eccentricus N F I G: centrum Eclipticæ, & mundi A: centum Eccentrici B: Planetæ centrum in O: Initium ♈ in X. Ordo Signorum ſecundùm ſeriem litterarum X C L K.

I. *Motus in conſequentia*, eſt qui fit ſecundùm ordinem Signorum; *in antecedentia* verò, qui contrà Signorum ordinem.

II. Illud in Zodiaco præcedere dicitur, quod ab initio ♈ minùs diſtat, numerando ab ♈ initio versùs ipſum in conſequentia. Sic punctum D præcedit E, quia diſtantia eius ab ♈ initio X C D, minor eſt diſtantiâ alterius X C E. Aſtronomi igitur in notione præceſſionis attendunt terminum motus *à quo*. Aliàs ſi ſpectare voluerimus terminum *ad quem*, illud dicendum eſſet præcedere, quod longiùs ab ♈ principio diſtat.

III. *Motus æqualis*, eſt quando æqualibus temporibus æqualia ſpatia percurruntur: *inæqualis*, cùm temporibus æqualibus, ſpatia inæqualia, vel ſpatia æqualia temporibus inæqualibus.

IV. *Linea Apogei, linea Augium, linea Apſidum*, eſt recta C F B A G K per centra Eclipticæ (A), & Eccentrici (B) ducta.

V. *Eccentricitas*, eſt (A B) diſtantia centri Eccentrici à centro mundi.

VI. *Apogeum, Aux, ſumma Apſis*, eſt punctum (F) quod in Eccentrici peripheriâ, Apſidum

linea

linea, vltrà eccentrici centrum (B) deſignat.

VII. *Perigeum, Oppoſitum augis, Apſis ima*; eſt punctum (G) quod in eccentrici peripheriâ apogeo opponitur

Inter omnia puncta Eccentrici à mundi centro (A) Apogeum diſtat maximè, Perigeum minimè per 7. 3. elem.

VIII. *Loca Apogei, & Perigei* in Zodiaco, ſunt puncta (C,K) in quibus Apſidum linea Zodiaco occurrit.

IX. *Motus, diſtantia, longitudo Apogei*; eſt arcus eclipticæ ♈ C ab initio ♈, vſque ad locum Apogei in conſequentia numeratus.

X. *Linea veri motus* ſeu *veri loci* Solis, vel planetæ, eſt recta (A O D) ex mundi centro per planetæ centrum (O) ad Zodiacum emiſſa.

XI. *Locus verus* ſolis, vel planetæ eſt punctum (D) in Zodiaco à dictâ iam lineâ deſignatum.

XII. *Linea motus anomaliæ*, ſiuè *linea anomaliſtica*, eſt recta (B O) ex centro Eccentrici, ad planetæ centrum directa.

XIII. *Linea motus medij*, eſt recta (A E) ex mundi centro ad Zodiacum extenſa, & lineæ anomaliſticæ (B O) parallela.

XIV. *Locus medius* Solis, vel planetę, eſt punctum (E) in Zodiaco à dictâ iam lineâ deſignatum.

XV. *Motus verus*, ſeu *apparens*, eſt quo nobis circà mundi centrum exiſtentibus, Sol, vel planeta Zodiacum, quamuis non in illo, ſed ſub illo ſit, videtur percurrere.

Hunc motum eſſe inæqualem patet ex. num. præc. & vlteriùs oſtendam num. ſequenti. Dicitur verus, quia verè nobis apparet; motus autem medius, & motus anomaliæ, de quibus mox agam, ſunt ficti, ſiue hypotheticè aſſumpti ad ſaluandam, & numeris explicandam inæqualitatem motus veri. Porrò nos, motus planetæ ſpectatores, ſupponimur eſſe in mundi, & eclipticæ centro, nullâ habitâ ratione ſemidiametri Terræ, vſque dum ſuerit ad parallaxium diſquiſitionem peruentum. Tunc enim oportebit diſtinguere motum planetæ reſpectu centri Terræ, & mundi, à motu planetæ reſpectu oculi noſtri in ſuperficie terræ exiſtentis: & tum hic quidem apparens, ille verus (vt antè) appellabitur. Extrà verò negotium parallacticum, & refractionum paſſim Aſtronomi appellationes veri, & apparentis motus ſolent confundere.

XVI. *Motus anomaliæ*, eſt motus æqualis, quo Sol, vel planeta Eccentricum percurrit. Initium eius ſumitur ab Apogeo.

Quæres, cum motus ille æqualis ſit, cur anomaliæ motus dicatur? Reſpondeo, quia facit vt nobis appareat planeta Zodiacum inæqualiter percurrere, vt oſtendam. num. ſeq. Quâ de cauſâ etiam circulus, in quo planeta mouetur æqualiter, anomaliæ circulus dicitur.

XVII. *Motus medius*, eſt, quo Solis vel planetæ locus medius (E), atque ipſa medij motus linea (A E) Zodiacum eâ lege percurrit, vt planetæ centro (O) cum ſuâ lineâ anomaliſticâ (B O) per Eccentricum moto, ipſa (A E) ſemper maneat ad lineam anomaliſticam (B O) parallela.

Motum hunc medium, eſſe æqualem oſtendam num. ſeq. Porrò medius dicitur, quia inter motum verum celerrimum, & tardiſſimum mediam celeritatem habet.

Atque ita definiuntur motus generaliter accepti. Sed præcipuus eorum vſus eſt, prout referuntur ad tempus: & tunc ſolent Aſtronomi per motus vocabulum ipſa ſpatia decurſa deſignare.

XVIII. *Motus verus dato interuallo temporis conueniens, ſiue debitus*, eſt arcus Zodiaci, quem dato temporis interuallo Sol, vel planeta percurrit.

XIX. *Motus anomaliæ dato temporis ſpatio reſpondens, ſiue debitus*, eſt arcus Eccentrici, vel circulus integer vnus, aut plures cum aliquo arcu, à Sole vel planetâ dato temporis ſpatio decurſi.

Vt ſi planeta percurrit Eccentrici arcum F O die vno, arcus F O eſt motus anomaliæ vnius diei, ſiue diurnus; ſi vnâ horâ, eſt horarius; ſi vno anno, eſt annuus. Pari modo ſi planeta ex. grat. 2 annis, diebus 100 percurrit circulum integrum F O G N F cum arcu F O; motus medius annorum 2, dierum 100. eſt circulus integer ſiue grad. 360 cum arcu F O. Ex quo iam apparet, quid ſit motus anomaliæ vnius minuti, horæ, diei, menſis, anni, vel plurium minutorum, horarum, dierum, menſium, annorum. Atque hæc omnia etiam intellige tàm de motu vero def. præced. quàm de motu medio defin. ſequ.

XX. *Motus medius dato interuallo temporis reſpondens*, eſt arcus eclipticæ, ſiue Zodiaci, vel circulus Zodiaci integer vnus, aut plures, vel circulus integer vnus, aut plures cum aliquo arcu, à loco planetæ medio, & lineâ medij motus dato temporis ſpatio decurſi.

In ſole, & planetis, demptâ lunâ, motus medius, & motus anomaliæ accipiuntur promiſcuè, quia & æquales ſunt ambo, vt oſtendam num. 25. propr. 2, & velocitate inſenſibiliter differunt. vide num. ſeq. propr. 5.

XXI. *Longitudo vera, ſiue motus verus Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (♈ C D) ab initio ♈ primi mobilis (hoc eſt à ſectione vernâ, ſiuè puncto æquinoctiali) vſ-

que ad verum planetæ locum (D) in conſequentia numeratus, pro tempore dato.

XXII. *Longitudo media, ſiue motus medius Solis aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (♈ C E) ab initio ♈ vſque ad planetæ locum medium (E) in conſequentia numeratus, pro tempore dato.

XXIII. *Argumentum medium*, ſiue *anomalia media Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus eccentrici (F O) ab apogeo, vſque ad planetæ centrum (O) in conſequentia numeratus; ſiuè eſt arcus Zodiaci (C E) à lineâ apogei (K C) vſque ad lineam motus medij (A E) in conſequentia numeratus pro tempore dato.

a per 27. 1. *Cum enim ob parallelas A E, B O, anguli ad centra* a *E A C, O B F ſint æquales, erunt* b *C E, F O*
b per 33. 6. *arcus ſimiles.*

XXIV. *Argumentum verum, ſiue anomalia vera, ſeu coæquata Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (C D) à loco apogei, vſque ad locum Solis verum in conſequentia numeratus pro tempore dato.

XXV. *Æquatio*, ſeu *proſthaphæreſis*, eſt angulus (A O B) quem in planetæ centro conſtituunt rectæ (A O, B O) ex centris mundi, & eccentrici prodeuntes.

Siue, eſt arcus (E D) quô differunt longitudo vera ♈ C D, & media ♈ C E; item quô differunt anomalia vera (C D), & media (C E).

Idcircò autem æquatio eſt tam angulus A O B, quàm arcus E D, quia ob parallelas A E, B O, angulus A O B æquatur angulo O A E, ſiuè D A E; quem cum metiatur arcus D E, etiam D E metietur ipſum A O B.

XXVI. *Tranſitus medij* ſunt puncta in eccentrico (I, & N) quæ deſignantur à rectâ (I A N) per mundi centrum ad lineam apſidum (C K) perpendiculari. Dicuntur etiam ſubinde *longitudines mediæ.*

Ratio appellationis eſt, quia (vt oſtendam num. ſeq.) ad hæc puncta maximæ ſunt æquationes, ſeu differentiæ motus veri à medio.

Longitudines porrò *mediæ* propriè vocantur duo puncta eccentrici, quæ 90 gradibus diſtant à lineâ apſidum.

XXVII. *Reuolutio vera planetæ per Zodiacum*, eſt motus veri loci planetæ ab vno Zodiaci puncto ad idem.

Hæc in ſole vocatur *annus ſolaris verus.*

Reuolutionem veram vnam non eſſe æqualem, ſeu æquè longam ac alteram, oſtendam num. 48. eſſe tamen æquè longas quoad ſenſum, patebit ex num. 47.

XXVIII. *Reuolutio media planetæ per Zodiacum*, eſt motus loci medij planetæ ab vno Zodiaci puncto ad idem.

Hæc in ſole vocatur *annus ſolaris medius.*

Omnes reuolutiones mediæ eiuſdem planetæ ſunt æquè longæ, quia locus medius mouetur æqualiter, vt oſtendam num. ſeq.

XXIX. *Reuolutio*, vel *reſtitutio anomaliæ*, eſt motus planetæ ab vno eccentrici puncto ad idem.

Omnes anomaliæ reuolutiones ſunt æquè longæ inter ſe; quia planetæ motus per eccentricum æqualis eſt. Eſt tamen (vt oſtendam num. ſeq.) reuolutio anomaliæ longior reuolutione mediâ, ſenſibiliter in Lunâ, in Sole & planetis reliquis inſenſibiliter, vt ſuis locis demonſtrabitur.

NVMERVS XXV.

Proprietates eccentrici referuntur ac demonſtrantur.

Fig. 37. Iiſdem poſitis quæ num. præced. ſit

PROPRIETAS I. motus planetæ in ſuo eccentrico (N F I G) æqualis, ſpectatus ex (A) centro mundi, propè quod nos ſumus, apparet ſub Zodiaco (P C L K) inæqualis, non ſolùm ſi integri ſemicirculi inter ſe, aut quadrantes comparentur, vt num. 23; ſed etiam ſi arcus quicunque æquales, ſed inæqualiter ab apogeo diſtantes, inter ſe conferantur. *Vide propr.* 11.

Ratio eſt, quia motus æqualis reſpectu centri eccentrici (B) ſpectatur à nobis extrà illud centrum in mundi centro (A) conſtitutis. Res per ſe ſatis clara eſt. Geometricam eius demonſtrationem ſi voles, collige ex poriſmate demonſtrando l. 2. n. 27.

PROPRIETAS II. Linea motus medij, adeóque locus ipſe medius, per Zodiacum mouetur æqualiter.

Linea motus medij (A E) proceſſerit ex (C) loco apogei in E, & planeta ab apogeo (F) in
d per def. 27. O. Quia d A E ſemper manet in ſuo motu parallela ad B O, erunt anguli i E A C, O B F
i per 27. 1. ad centra A, & B, æquales. Ergo arcus C E quem in Zodiaco confecit linea motus medij

A E,

A E, ſimilis [m] eſt arcui F O, quem intereà abſoluit planeta in eccentrico. Eôdem modô oſtendam ex lege quâ iuxta defin. 17. perpetuò mouetur linea motûs medij, ſemper arcum in Zodiaco confectum a lineâ motus medij, ſimilem eſſe arcui, quem intereà in eccentrico planeta abſoluit, vtrumque à lineâ apogei numerando. Proceſſerit deindè linea medij motus ex D, in M, & planeta interim ex O in I. Quià ſimiles iam oſtendi eſſe tàm arcus C E, F O, quam arcus C M, F I, etiam reliqui D M, O I ſimiles erunt. Atque hoc etiam eôdem modô ſemper continget. Igitur arcus in Zodiaco confecti, à lineâ medij motus ſemper ſunt ſimiles arcubus intereà in eccẽtrico à planetâ decurſis, ſiue coniunctìm, ſiue diuiſìm accipiantur. Quarè cum ex hypotheſi motus planetæ per eccentricum ſit æqualis, etiam motus lineæ, motus medij æqualis ſit neceſſe eſt. m per.33 6

Proprietas III. Reuolutio anomaliæ à quôuis planetâ longiori tempore abſoluitur, quàm reuolutio vera, & media.

Sit planeta in eccentrici quôuis punctô S, erit tunc locus eius verus in R, medius in Q. Reuoluatur deindè æquali motû per eccentricum planeta ab S, versùs F, donec redeat ad punctum idem S. Quoniam propter apogei motum eccentricus, vnà cum planetâ lineiſque A S R, A Q veri motus ac medij, circà mundi centrum A interim etiam versùs F lentè promouetur, vbi planeta redierit ad punctum S à quô abierat, iam illud punctum S non ſuberit ampliùs Zodiaci punctô R, cui ſuberat ad initium reuolutionis anomaliſticæ, ſed alteri cuipiam Y, vbi etiam tunc erit verus planetæ locus. Quarè eô tempore quô planeta redijt ad idem eccentrici punctum S, (hoc eſt abſoluit reuolutionem vnam anomaliæ) locus verus confecit totum Zodiacum R C L K R vnà cum arcu R Y. Ergò locus verus percurrit Zodiacum ſolum R C L K P R tempore minori, quàm ſit tempus quô planeta confecit eccentricum: hoc eſt reuolutio vera planetæ per Zodiacum breuior eſt reuolutione anomaliæ. Eôdem modô idem oſtenditur de reuolutione mediâ.

Rationis ſumma eſt: quià planeta in eccentrico promouetur ſuo tantùm proprio motu: at in Zodiaco, promouetur motu duplici, & ſuo videlicet quô percurrit eccentricum, & alieno, nempe motu apogei, quô ipſe cum eccentrico interim ſub Zodiaco in eaſdem partes transfertur. Ex quo ſequuntur proprietates IV & V.

Proprietas IV. Tempus reuolutionis anomaliæ, excedit tempus reuolutionis mediæ, eô temporis ſpatio, quô motu medio planeta percurrit arcum in Zodiaco, quem apogeum interim abſoluit.

Proprietas V. Motus medius motum anomaliæ excedit motu apogei; hoc eſt, Motus medius horarius, diurnus, annuus &c. excedit motum anomaliæ horarium, diurnum, annuum &c. motu apogei horario, diurno, annuo, &c. Quarè ſi à motu medio ex. gr. diurno demas motum apogei, habetur motus diurnus anomaliæ. Et ſic in alijs ſpeciebus.

Quià tamen motus apogei, in Sole, & planetis, demptâ lunâ, lentiſſimus eſt, ac proindè ad motum medium inſenſibilem habet proportionem, etiàm differentia motus medij, & motus anomaliæ inſenſibilis erit. Quarè motu medio licebit vti tanquam motu anomaliæ, ſi lunam (vt dixi) excipias.

Proprietas VI. In primo anomaliæ ſemicirculo (F I G), quando videlicet media anomalia eſt minor gradibus 180, æquatio eſt ablatiua. Cum enim tunc motus verus (X C L) ſit minor motu medio (X C M), auferenda eſt, à motu medio, æquatio (M L), vt ex medio habeatur verus. Fig. 37.

In ſecundo ſemicirculo G N F, cum nimirùm anomalia eſt maior gradibus 180, æquatio eſt additiua. Nam quia tunc motus verus (X P) maior eſt motu medio (X V), vt ex medio innoteſcat verus, æquatio (V P) medio motui addenda eſt.

Vt ex motu vero eliciatur medius, contrarium faciendum: in primo nempe ſemicirculo addenda eſt æquatio motui vero; in ſecundo auferenda.

Proprietas VII. Sole apſides (F, G) obtinente, poſthaphæreſis euaneſcit. Tunc enim lineæ motus medij, & apparentis, coincidunt in lineam apſidum (C F G K), ac proindè motus verus à motu medio non differt. Fig. 37.

Proprietas VIII. Æquatio, ſeu proſthaphæreſis maxima habetur in punctis tranſituum mediorum (I, N) in quibus eccentricum ſecat recta (L P) per terræ centrum (A) ad lineam apſidum (F G) perpendicularis. Fig. 37.

Demonſtrabitur vt Theor. 4. num. 19. ſolùm figura 31 34, quæ iſthic adhibetur, inuertatur, & ſit B centrum terræ, A centrum eccentrici, & loco parallaxeos, intelligatur proſthaphæreſis.

Proprietas IX. Æquationes eò maiores ſunt, quò Sol propinquior eſt tranſitibus medijs (I, N); eò autem minores, quò propinquior apſidibus (F, G).

Demonſtrabitur vt theor. 5. num. 19.

Fig. 39. PROPRIETAS XI. Cum motus veri, ſeu apparentes dierum ſingulorum inter ſe comparantur, tardiſſimus eſt motus apparens circa Apogeum (F), celerrimus circà Perigeum (G), & in primo ſemicirculo (C L K) ab Apogeo (F) vſquè ad perigeum (G), quotidiè celerior fit; in ſecundo autem ſemicirculo (K P C) à Perigeo (G) vſquè Apogeum eodem ordine, ſed inverſo, fit rurſum quotidiè tardior. Circà tranſitus, ſeu longitudines medias (I, N) mediocris eſt.

Demonſtr. Ecliptica intelligatur diuiſa in tot partes æquales, quot ſunt dies in anno. In ſchemate confuſionis vitandæ causâ, ſolùm diuiſa eſt in 8 æquales arcus C D, D L &c. Radij eclipticam diuidentes (A D, A L &c.) intercipiunt [d] arcus inæquales eccentrici; ſic vt maximi ſint (F E, F T) Apogeo proximi; indè versùs perigeum fiant continuò minores, & minores; proximi autem Perigeo (O G, R G) omnium minimi ſint. Cum igitur Solis motus in eccentrico ſit æqualis, tempora ſingulis eccentrici inæqualibus arcubus impenſa, eam inter ſe proportionem habent, quam ipſi arcus. Vndè maximum tempus impenditur maximis arcubus (F E, T F); minus tempus minoribus (E I, N T); adhuc minus adhuc minoribus (I O, R N): minimum minimis (O G, G R). Sed quo tempore percurruntur arcus inæquales eccentrici, nobis in (A) centro eclipticæ exiſtentibus videntur percurri arcus æquales eclipticæ. Æqualium igitur eclipticæ arcuum rj, qui ſunt Apogeo proximi (nempe DC, S C) nobis videntur percurri tempore maximo, hoc eſt tardiſſimè, minori verò tempore hoc eſt celeriùs, D L, P S; adhuc minori, ſiue adhuc celeriùs, L M, Q P, minimo tandem, ſeu celerrimè (M K, K Q) Perigeo proximi. Motus igitur Solis apparens circà apogeum tardiſſimus, circà Perigeum celerrimus eſt, & creſcit celeritas ab Apogei loco C per L vſquè ad Perigei locum K; indè per B ad C inuerſo ordine decreſcit.

[d] patebit ex lem. num. 27. lib 2.

Hæc non pugnant cum propr. 8. & 9. Hìc enim motus apparentes dierum ſingulorum inter ſe comparantur: iſthìc verò motus apparens comparatur cum motu medio, & quidem vterque ſemper ab Apogeo. Cum igitur comparationis termini ſint diuerſi, non eſt mirum ſi diuerſæ proprietates exiſtant.

Fig. 36. PROPRIETAS XII. Eccentricitas A B biſecetur in D, & ex D ducatur ad lineam augium perpendicularis, occurrens Eccentrico in punctis O, & Q. hæc ſunt puncta diſtantiæ mediocris, ſeu mediæ Solis à centro Terræ A.

Ducantur enim A O, B O. In triangulis A D O, B D O anguli ad D ſunt recti, ac proindè æquales, latera quoque B D, D O æqualia ſunt lateribus A D, D O. Ergo [a] A O diſtantia Solis à centro Terræ A, æqualis eſt B O radio eccentrici, quæ eſt diſtantia media, ſeu mediocris.

[a] per. 4 1.

Enumeratæ iam proprietates Eccentrici non tantùm Soli, ſed etiam Lunæ, alijſque planetis conueniunt.

CAPVT VI.

A fundamentis traditur modus inueniendi motum Solis tum medium, tum verum, ſeu apparentem ad tempus datum.

PRæcipuum huius primi libri opus eſt, quem locum in eclipticâ Sol dato quouis tempore habuerit, vel habiturus ſit, vel de facto habeat, inuenire. Quarè methodum, ac progreſſum huius inuentionis toto hoc capite exequemur.

NVMERVS XXVI.

Lineam meridianam & inſtans meridiei inuenire.

Fig. 40. IN plano horizontaliter librato, deſcribantur plures concentrici circuli, ex quorum centro (A) erigatur ſtylus perpendiculariter (A B). Tum horis circiter duabus antè meridiem, quando ſol eſt extrà aleam refractionis, eleuatus nimirùm ſuprà horizontem non minùs 45 gradibus, obſerua in cuius circuli peripheriâ terminetur vmbra ſtyli, & in quo peripheriæ puncto: quod acu vel ſtylo nota & ſit C. Similiter poſt meridiem in eâdem peripheriâ punctum ſigna (D) in quod incidit vmbræ ſtyli terminus. Deinde arcu C D biſecto in F, duc rectam F A. Hæc eſt meridiana; & manifeſta eſt demonſtratio.

Vt accurata ſit operatio, cautelas ſequentes adhibe.

s. Planum;

1. Plānum, in quo erigitur ſtylus, album ſit, vt vmbra ſtyli diſtinctiùs appareat.

2. Longitudo ſtyli medioeris eſto, aliàs vmbræ terminus non ſatis diſtinguitur. Ricciolus ſemiſſem pedis Romani præſcribit.

3. Stylus ſit conicus, & apex illius non ſit valdè acutus, ſed nonnibil obtuſior; ſic enim terminus vmbræ diſtinctior erit.

4. Eligatur dies ſerenus, aëre vaporibus libero; & quidem in ſolſtitio æſtiuo, aut ſolſtitio proximus. Nam in diebus à ſolſtitio notabilitèr diſtātibus, alia eſt Solis declinatio antè & poſt meridiem, ac proindè non eadem vmbræ longitudo duabus ex.gr. horis antè meridiem, quæ duabus horis poſt meridiem. Sole enim percurrente ſemicirculum aſcendentem, à Capricorno ſcilicet per Arietem ad Cancrum, vmbra antemeridiana longior eſt pomeridianâ; contrà ſit, in ſemicirculo deſcendente à Cancro nempè per Libram ad Capricornum.

5. Si antè, & poſt meridiem in pluribus circulis puncta notaueris, & ex arcubus inter ea interceptis, eadem ſemper prouenerit linea meridiana, magno id indicio erit meridianam eſſe exquiſitè inuentam.

Inſtans porrò meridiei, repertâ Meridianâ, nullo negotio obtinetur; eſt enim ipſum illud, quo vmbra ſtyli ex aliquo Meridianæ puncto erecti, in ipſam Meridianam proijcitur.

Plures modi ſunt inueniendi Meridianam; ſed omnes præter hunc vnum, ex alijs vlterioribus, ipſam Meridianæ inuentionem ſupponentibus, deducuntur: qui quamuis à vitioſo circulo excuſari poſſint, vt alibi videbimus, nobis tamen hîc eſſe vſui non poterant, quibus propoſitum eſt methodo Geometricâ, à primis fundamentis Aſtronomiam deducere.

Corollarium I.

Inuentâ vnâ Meridianâ, reperientur quotcunque aliæ, ſi in planis datis erigantur ſtyli perpendiculares, & quo momento vmbra ſtyli in Meridianam anteà repertam inciderit, notentur in vmbris ſtylorum reliquorum puncta ſingula: nam vmbræ ſtylorum, ac proindè & rectæ quæ per punctum in vmbrâ notatum, & baſim ſtyli ducuntur, ſunt lineæ meridianæ. *Demonſtratio* ſatis clara eſt.

Idem obtinebitur ſi in vmbrâ perpendiculi quieti, duo puncta notentur, per quæ ducatur recta.

Corollarium II.

Inſtans meridiei inuenire.

SVſpende perpendiculum filare directè ſuprà Meridianam. Obſerua quando vmbra fili congruat lineæ meridianæ; eo enim momento eſt meridies.

NVMERVS XXVII.

Altitudinem poli, & æquatoris inuenire.

PEr præced. inueniatur Meridiana A K; ſuprà ſtatuatur perpendiculariter quadrans, qui tantus eſſe debet, vt non ſolùm gradus, & graduum minuta prima, ſed etiam ſecunda, aut certè decades ſecundorum contineat. Tum nocte aliquâ 12 horis longiore, cuiuſmodi ſunt antè, & poſt brumale ſolſtitium, elige ſtellam è circumpolaribus aliquam, quæ ſub noctis initium Meridianum attingat, & quanta tum eius ſit altitudo (K D) obſerua: quod obtinebitur, ſi quadrante ſupràMeridianam (A K) anteà repertam perpendiculariter cōſtitutò, per dioptras regulæ ſtellam conſpicias. Poſt horas deinde 12, cum eadem ſtella Meridianū rurſus attigerit, denuo illius altitudinem metire (K C). Semiſſis differentiæ (C D) altitudinum (K C, K D) minimæ & maximæ, addita ad minimam (K C) altitudinem, dabit (K B) altitudinem poli ſuprà horizontem (K N). Oportebit autèm eum eſſe locum obſeruationis, vt minima ſtellæ circumpolaris aſſumptæ altitudo (K C) ſit non minor grad. 30, aut 20, vt refractio euitetur. Fig 41.

Demonſtratio eſt manifeſta; cum enim ſtella circà axem (B I) circumagatur, patet eam eandem ſemper à polo (B) ſeruare diſtantiam, ac proindè quantùm priùs in Meridiani puncto D ſuprà polum (B) attollebatur, tantùm deindè in Meridiani puncto C exiſtens, infrà polum deſcendere. Quarè polus (B) vtriuſque altitudinis differentiam (C D) ſecat bifariam. Altitudinum igitur differentiæ ſemiſſis (C B), addita minimæ altitudini (K C) conſtituit altitudinem poli (K B).

Inuentâ

Inuentâ poli altitudine, habetur altitudo Æquatoris (F N): hæc enim illius eſt complementum ad 90 gradus.

Erigatur enim ad horizontem (K N) perpendicularis A H: erit arcus B H complementum altitudinis poli (K B). Iam quia arcus B F, N H æquales ſunt, ſunt enim ambo circuli quadrantes, ſi auferatur communis arcus H F, remanet N F altitudo Æquatoris par arcui B H, complemento altitudinis poli.

Scholium.

Scio plures eſſe vias ad veſtigandam altitudinem poli ab Aſtronomis vſitatas; ſed ex ijs deductas, quæ vel ipſam poli altitudinem aliundè notam ſupponant, ac proindè nobis ad principia Aſtronomiæ reuocantibus, vſui eſſe non poſſint; vel refractionibus, ac parallaxibus obnoxias, vel aliâ ratione fallaces. Modus verò iam traditus & omnium ſimpliſſimus eſt, & impedimentis iam allatis caret. Hîc enim neque refractio faceſſit negotium, cum obſeruatio ſupponatur fieri eo loco, vbi minima aſſumptæ circumpolaris ſtellæ altitudo (K C), ſit non minor 30 aut 20 gradibus, ad quam altitudinem refractiones euaneſcunt: neque parallaxes ſe immiſcent, quæ in Fixis ſenſibiles non ſunt; cùm ſtellæ polaris à polo diſtantia ab Aſtronomis obſeruatoribus vbiuis terrarum, eadem reperiatur, quod fieri non poſſet, ſi parallaxim ſenſibilem pateretur. Eſt porrò hâc ætate ſtella polo proxima, ea quæ cynoſura dicitur, eſtque vltima in caudâ Vrſæ minoris: diſtatque à polo hoc exeunte anno 1655, grad. 2. 2'. 20, quæ hoc ſeculo, & ſequenti per annos ſingulos minuetur 20". Sed de his plura lib. 5. Aſtronomiæ noſtræ num. 20.

NVMERVS XXVIII.

Meridianam, vel non meridianam Solis, aut alterius Aſtri altitudinem capere.

Fig. 41. a per num. 26. INueniatur linea [a] meridiana (N K), & ſuprà eam perpendiculariter erigatur quadrans (A X P) in quo, ſiquid ad vſus Aſtronomicos accurati deſideras, non gradus tantùm, & minuta, ſed etiam Secunda, aut certè Secundorum decades notentur. Tum in ipſo meridiei puncto regulam ita verſa, vt Solis poſiti in D radius, per vtramque regulæ (A Q) dioptram tranſmittatur. Arcus X Q dabit Solis altitudinem meridianam.

Eâdem methodo, omiſſo tantùm vſu lineæ meridianæ, altitudo Aſtri quouis diei tempore reperitur,

Verùm altitudines ſic inuentæ non ſemper ſunt accuratæ: immiſcent enim ſeſe refractio, & parallaxis; hæc aſtri viſum locum deprimit infrà verum, illa ſuprà verum attollit. Parallaxis ergò altitudini per inſtrumentum repertæ addenda, refractio ſubtrahenda, vt altitudo vera obtineatur. Sed nondum hîc ſatis principiorum nobis eſt vt parallaxium, & refractionum quantitates determinemus. Alterius id loci [c] erit. Interim, aut euitandæ nobis illæ erunt, aut ſi euitari penitùs non poſſint, ita omnis erit inſtituenda deductio noſtra, vt earum neglectus propoſito interim negotio non officiat. Id niſi fiat, vitioſus circulus committetur, dum ex refractionibus, & præſertim ex parallaxibus motus Luminarium, & ex motibus parallaxes colligentur. In quo quidem euitando non parum ab Aſtronomis laboratur: ſed & multi non ſatis hîc accurati ſunt, neque ſeſe ex hoc labyrintho, expediunt ſatis.

c lib. 3. cap. 4.

Cæterùm quia firmiſſimis argumentis cum Ricciolo oſtendam, [d] parallaxim Solis longè probabiliùs eſſe non maiorem 30', hoc eſt minuto dimidio, ac fortaſſe nullam, ſentio longè minùs tum hîc tum in ſequentibus peccatum iri, ſi omnino contemnatur, quàm ſi incerta eius quantitas aſſumatur.

d lib. 3. num. 19.

Modum capiendi altitudinis angulum vniuerſim tradidi Geom. Pract. cap. 5.

NVMERVS XXIX.

Diem Solſtitij inuenire.

PEr dies aliquot ante & poſt diem Solſtitio in Kalendario, aut Ephimeride aliquâ deputatam, obſerua [b] altitudines Solis meridianas; quo die ea fuerit maxima, Solſtitium erit æſtiuum, hybernum, quo minima. [b] *per prae.*

Verùm difficile eſt diſcernere quænam inter meridianas altitudines circa Solſtitium acceptas, maxima ſit: cùm enim declinationum differentiæ tum vix ſenſibiles ſint, etiam differentiæ altitudinum non facilè percipiuntur. Gradus Geminorum trigeſimi principium, & Cancri gradus primi finis declinationem habent vix 15″. Secundis deficientem à declinatione initij Cancri, cui reſpondet neceſſariò altitudinum differentia adhuc minor; quam proinde difficulter obſerues, quantumuis magnis quadrantibus vtaris.

Solſtitijs obſeruandis gnomones perpendiculariter erectos non veteres ſolùm, ſed etiam nonnulli recentiores adhibuêre. Obſeruanda eſt in meridie gnomonis vmbra: nam quo die ea fuerit maxima, ſeu longiſſima, brumale ſolſtitium erit; æſtiuum, quo breuiſſima. Sed niſi gnomones admodum ſint proceri, eâdem incertitudine laborabunt, quâ quadrantes. Quò enim gnomones, adeòque & vmbræ eorum, fuerint minores, eò etiam minores erunt differentiæ vmbrarum, & contrà. Longè autem facilius eſt erigere gnomones in ſublime, (fit enim, ſi in pariete excelſo tantùm foramen effeceris) quàm quadrantes tantæ molis conſtruere. Quare his illi hoc in negotio videntur potiores. Huiuſmodi gnomon ille fuit, quo (vt refert Gaſſendus in vitâ Peireskij) Pitheas Maſſilienſis iam inde ab Alexandri Magni tempore, ſolſtitium obſeruauit, reperitque vmbram partium 213⅘, qualium gnomon erat 600. Sed & Gaſſendus ipſe in eâdem vrbe gnomone vſus eſt alto pedes regios 52, inuenitque in Solſtitio æſtiuo vmbram meridianam partium 31, 950, qualium gnomon erat 90,000. vnde collegit obliquitatem Eclipticæ nunc eandem eſſe quæ fuit ætate Alexandri Magni.

NVMERVS XXX.

Horam, & momentum Solſtitij inuenire.

PEr dies aliquot ante & poſt diem æſtiuo Solſtitio in ephimeride aliquâ aſſignatam, maximis quadrantibus capiantur altitudines Solis meridianæ. Ex his ſi tres reperiantur, continuę, quarum media duabus reliquis eſt maior, ac proindè capta ipſo die Solſtitij, duæ reſiduæ vel æquales ſunt, vel non. Si ſint æquales, ſolſtitium incidit in punctum ipſum meridiei. Si verò inæquales; & ea quæ diem ſolſtitij præcedit maior ſit alterâ, quæ ſolſtitio ſucceſſit, Solſtitium ante meridiem factum eſt: & contrà. Quod ſi duæ meridianæ altitudines continuæ reperiantur æquales, tunc ſolſtitium mediâ nocte factum eſt. Horum ratio ſatis manifeſta eſt rem vtcumque conſideranti.

Porrò cùm trium continuarum altitudinum, quarum vna ſit maxima, extremę duę inæquales ſunt, vix vlla exhiberi ratio poteſt, quâ Solſtitij momentum certò determinetur. Afficiuntur enim altitudines Solis, & ſiderum quorumcumque à parallaxi, ſi quæ ſit, & refractione, quorum hæc auferri debet, addi illa, vt altitudines ſint accuratæ. Et refractio quidem ſolùm brumale ſolſtitium turbat; non æſtiuum: tunc enim per totam Zonam Torridam, & Temperatam altitudo meridiana Solis gradibus 45 maior eſt. At parallaxis Solis vtrumque intricat; quæ licet, vt *num*.34. oſtendam, in determinando motu Solis & Lunæ tutò negligatur; in hoc tamen negotio negligi nequaquàm debet: quandoquidem ſi vel tantillo eam maiorem iuſtâ minoremue acceperis, ſtatim error notabilis in determinando Solſtitij momento committatur. Denique licet exactè cognoſci poſſet parallaxeos ſolaris quantitas; hic tamen ex ijs, quæ adhuc præmiſimus, nondum ea cognitio haberi poteſt, ac proinde adhuc nobis eſſet ſolſtitiorum exactior determinatio in alium locum differenda: abſque tamen præiudicio vllo ſequentium propoſitionum quæ inde non dependent.

Cæterum nulla ſolſtitij obſeruatio inſignior extat illâ Riccioli, habitâ Bononiæ anno 1646. Deprehenſa iſthic ab eo eſt ex ſtellis Circumpolaribus, obſeruatione plus quàm quadragies repetitâ, altitudo poli grad. 44. 29. 36′. Ex quâ elicitur Æquatoris altitudo grad. 45. 36. 30′. Accepit deinde 20, & 22 Iunij tribus magnis quadrantibus altitudinem Solis meridianam, quæ vtroque die fuit eadem, nempe; grad. 68. 59′. 45″. At die 21 reperta fuit vno

quidem

quidem quadrante maximo grad.69; altero autem magno, grad.69.6'. 16''. Quantùm igitur conſequi licuit humanâ induſtriâ, ſolſtitium incidit in ipſum meridiem diei 21 Iunij.

NVMERVS XXXI.

Obliquitatem, ſeu maximam declinationem Eclipticæ reperire, quæ eſt graduum 23. 36 quàm proximè.

IPſo die æſtiui ſolſtitij, qui reperitur per *num.* 29, & 30, capiatur exquiſitiſſimis organis altitudo Solis meridiana; à quâ ſi ſubtrahatur altitudo Æquatoris per *num.* 27. inuenta, relinquatur Solis maxima declinatio, adeóque & obliquitas Eclipticæ.

Intrà Zonas Temperatam, ac Torridam altitudini Solis inuentæ, vtporè 45 gradibus maiori, nihil metuendum à refractione, ſi dies ſerena fuerit. Faceſſit tamen negotium parallaxis, quam ex hactenùs demonſtratis hîc nondum definire poſſum. Sed quia ſuo loco demonſtrabitur, Solis parallaxim horizontalem, hoc eſt maximam, non excedere dimidium minutum (imò fortaſſis ea prorsùs inſenſibilis eſt) neque tam accuratâ obliquitatis Eclipticæ notitiâ adhuc opus eſt; licebit interim differentiolam illam ex parallaxi ortam diſſimulare, cuius neglectio non tantùm officit huic negotio, quantùm officit in momento ſolſtitij determinando. Quamquam etiam, ſi videbitur, parallaxim, poſtmodò independenter ab his quæ ex eâ pendent, determinandam, hîc poterimus tutò aſſumere, altitudini meridianæ Solis viſæ addendam, vt vera proueniat.

Reliquum eſt, vt oſtendatur methodo iam explicatâ repertam eſſe hoc tempore obliquitatem Eclipticæ, grad. 23, 30 quàm proximè. Id verò conſtabit ex accuratiſſimis obſeruationibus Tychonis, atque Riccioli.

Altitudinem poli Vraniburgi Tycho lib. 1. progymn. pag. 17. ſtabiliuit grad. 55. 54'. 30''. vndè habetur ibidem altitudo Æquatoris grad. 34. 5'. 30''. Ex hâc, & ex accuratiſſimis meridianis altitudinibus ab eodem Tychone obſeruatis, obliquitas Eclipticæ deducitur ea, quæ in ſequenti laterculo exprimitur. Obliquitas viſa eſt, in quâ parallaxis neglecta eſt; vera, cui adiecta eſt parallaxis. Eam aſſumpſi non Tychonicam, quam ſatis conſtat eſſe nimis magnam, ab eoque leui ac penè nullo (vt alio loco oſtendam) ex fundamento accepta fuit; ſed illam Riccioli 30'' ſecundorum; quam adhuc ipſam, ſi peccat, exceſſu peccare, non defectu firmiſſimis rationibus alibi oſtendetur.

			Oblig. ecl. viſa grad.	' ''	*Oblig. ecl. vera* grad.	' ''
	Iunij	*Anno*				
Stylo	12	1586.	23.	30. 6	23.	30. 36
vete-	14	1587.	23.	29. 0	23.	29. 30
ri	11.	1593.	23.	29. 30	23.	30. 0
			23.	29. 55	23.	30. 25
Stylo	*Anno*	1589	23.	30. 15	23.	30. 45
veteri.	*Iunij*	11	23.	30. 15	23.	30. 45
			23.	30. 20	23.	30. 50

Tres primæ obliquitates deductæ ſunt ex tribus ſelectis altitudinibus meridianis, à Tychone obſeruatis, quas recenſet Longomontanus. Ad poſtremas quatuor eodem anno, ac die inuentas, adhibitæ ſunt 4 ſelectiſſimæ altitudines meridianæ, ab eodem Tychone obſeruatæ organis exquiſitiſſimis, & à P. Alberto Curtio, qui iuſſu Cæſaris obſeruationibus Tychonicis in lucem edendis præeſt, ad Ricciolum tranſmiſſæ.

Ricciolus obliquitatem ſuam Eclipticæ, altero ſubſequenti laterculo expreſſam, ſic deduxit. Altitudinem poli Bononienſis obſeruatione plus quadrageſies repetitâ, ex circumpolaribus ſtellis deprehendit grad. 44. 29'. 30''. ex quâ elicitur altitudo Æquatoris grad. 45. 30. 30''. Altitudines verò meridianas Solis, vbi tres eidem diei reperiuntur adſcriptæ, accepit tribus diuerſis quadrantibus, nimirùm maximo, magno, mediocri; vbi duæ; duobus diuerſis, nempè maximo, & magno.

Obliquitatem

	Obliq. Ecl. viſa grad.	′	″	Obliq. Ecl. vera grad.	′	″
1643. Iun. 21	23.	29.	25	23.	29.	55
	23.	29.	25	23.	29.	55
	23.	29.	30	23.	30.	0
1644. Iun. 20	23.	29.	20	23.	29.	50
	23.	29.	20	23.	29.	50
	23.	29.	20	23.	29.	50
1645. Iun. 20	23.	29.	20	23.	29.	50
	23.	29.	20	23.	29.	50.
1646. Iun. 21	23.	29.	30	23.	30.	0
	23.	29.	40	23.	30.	10

Ex his apparet obliquitatem Eclipticæ hoc ſæculo eſſe, quàm proximè graduum 23,30′, ſiue parallaxeos rationem habeas, ſiue non: atque eam proinde ad vſus Aſtronomicos tutò deinceps aſſumi poſſe.

Corollarium.

Diſtantia X, D polorum; Æquatoris X, (vide fig. 8.) & Eclipticæ D, æqualis eſt maximæ declinationi Eclipticæ B K, ac proinde etiam ipſa eſt grad. 23. 30. Nam B K, X D, cum eodem arcu X K, efficiunt ambo circuli quadrantem B X, K D.

NVMERVS XXXII.

Reiicitur mutatio obliquitatis Ecliptica.

VErùm an tanta ſemper fuerit Solis declinatio maxima, ſiue Eclipticæ obliquitas, & futura deinceps tanta ſit, inter Aſtronomos controuertitur. Mutabilem opinantur Purbachius, Regiomontanus, Copernicus, Rheticus, Fracaſtorios, Maginus, Clauius, Tycho, Longomontanus, Snellius, Lansbergius, Bullialdus, Vendelinus, aliique. Immutabilem exiſtimarunt, Ptolomæus, Albategnius, Thebit, Steuinius, Auguſtinus Riccius, Gaſſendus, Reinerius, Kepplerus, Galilæus, & accuratiſſimus omnium Ricciolus.

Qui mutabilem aſſerunt, in eam opinionem inducti ſunt, quòd obſeruationes ab Hipparcho, ad Copernicum vſque perpetuum obliquitatis decrementum videantur exhibere. Eas ex aſtronomorum monumentis (quæ vide apud Ricciolum pag. 162) depromptas ſubijcio.

	ANNI	OBLIQVITAS ECLIP.		
	Ante Chriſtum.	*Grad.*	′	″
Ariſtarchus	280	24	0	0
Eratoſthenes	230	23	51	20
Hipparchus	140	23	51	20
	Poſt Chriſtum.			
Ptolomæus	140	23	51	20
Albategnius	880	23	35	0
Arzachel	1070	23	34	0
Almeon	1140	23	33	30
Thebith	1210	23	33	30
Prophatius	1300	23	32	0
Purbachius	1460	23	28	0
Regiomontanus	1460	23	28	0
Nonius	1500	23	30	0
Domin. Maria	1500	23	29	0
Io. Vernerus	1510	23	28	30
Copernicus	1525	23	28	24

Eclipticæ immutabilis aſſertores ferè ſatis habent veterum obſeruationes habere ſuſpectas: in quo ijs præiuit iam ab annis 800 Albategnius, qui etiam ipſe obſeruationes veterum in

dubium reuocauit. Vnus Ricciolus fallaciæ radicem, in Eratoſthenis obſeruatione latentem, detexit; oſtenditque etiam ætate Eratoſthenis imò & Pitheæ Maſſilienſis obliquitatem Eclipticæ fuiſſe grad. 23. 30, eamdem videlicet quæ modò eſt.

Eratoſthenes dimenſurus orbem Terræ, aſſumpſit. 1. Syenê eſſe ſub Tropico Cancri; iſthic enim ſcribunt Cleomedes, Strabo & Plinius, in meridie Solſtitij per 150 ſtadia in orbem gnomones nullam vmbram proijcere: addit Plinius puteum eius rei gratiâ factum eſſe, qui in meridie Solſtitiali totus à Sole illuſtretur. 2. Syenem & Alexandriam ſub eodem Meridiano eſſe. 3. Diſtantiam inter Alexandriam, & Syenem eſſe ſtadia 5000. IV. Radios à Solis margine, & centro in Terram emiſſos, eſſe quoad ſenſum parallelos. His poſitis, (vt ex Cleomede tradunt Nonius *l. 2. de obſer. pag.* 132, & Snellius in Eratoſthene Batauo. l. 1. à c. 9) diſquiſitionem ſuam inſtituit hunc ferè in modum.

Centrum Solis eſto D. centrum Terræ A: Meridianus Alexandriæ G B H: Syene in B; Alexandria in C; ſunt enim ex aſſumpto 2 ſub vno Meridiano. Hic ſcaphium ita collocauit, vt gnomon N C perpendicularis eſſet ad ſuperficiem Terræ, adeoque productus tranſiret per terræ centrum A. Eſt porro Scaphium vas Hemiſphæricum cauum, gnomonem habens C N, centrum apice ſuo attingentem; & quadrantes C M, C K, in 90 gradus, diuiſos. Tum in meridie Solſtitiali obſeruauit quantitatem arcus C O, adeoque & anguli C N O qui determinatur à radio (F N O) ab extimo Solis margine, per apicem gnomonis emiſſo; eumque reperit grad. 7. 12'. Iam quia Syene eſt ſub Tropico Cancri, radium (D B) è Solis centro in Syenem in meridie Solſtitij directum concluſit tranſire per (A) Terræ centrum, ibidemque concurrere cum gnomone (N C) Alexandriæ erecto. Quoniam igitur radios F N O, D B A, ex aſſumpto quarto quoad ſenſum parallelos ſecat gnomon productus N C A, fuit per 27. 1. elem. angulus in Terræ centro factus D A N, par angulo alterno O N A. Quare cùm O N A, ſeu O N C, fuerit grad. 7. 12', etiam B A N, ſeu B A C, adeoque & B C arcus meridiani inter Syenem & Alexandriam, fuit grad. 7. 12'. Erat autem ex aſſumpto tertio arcus B C ſtadiorum 5000. Hinc cùm B C, grad. 7. 12' conficiat ſtadia 5000, concluſit ex regulâ prop. gradus 360, hoc eſt, totum ambitum Terræ ſtadia conficere 250000.

Hæc ratiocinationis Eratoſthenicæ ſumma eſt; quæ licet ingenioſa & ſubtilis ſit, ac proinde à Plinio alijſque meritò laudetur: tamen in hoc peccat, quòd radios D B A, F N O putauerit eſſe quoad ſenſum parallelos; oſtêdit enim Ricciolus *lib. 3 Almag. cap. 27. nu. 7.* non radium F N O, ſed D N P, eum nempè qui ex Solis centro profluit, quoad ſenſum æquidiſtare radio D B A. Itaque angulus D A N non eſt æqualis angulo O N A, ab vmbrâ gnomonis determinato, ſed angulo P N A; ac proindè D A N ſuperat angulum O N A graduum 7. 12'. angulo P N O, hoc eſt F N D, quem ſubtendit ſemidiameter Solaris, adeoque eſt 15', aut 16'
b lib. 3. cap. 5. minutorum, vt ſuo loco b oſtendam. Angulus igitur D A N, ſeu B A C, adeoque etiam arcus B C diſtantia Syenis ab Alexandriâ eſt grad. 7. 27', aut 28'. Atque hæc hactenus rectè obſeruarunt Nonius & Snellius: quamuis nihil ſubodorati, quid indè in falſam Eclipticæ obliquitatem redundarit. Id verò egregiè notauit Ricciolus hunc in modum.

Diſtantia (C S) verticis Alexandrini ab Æquatore à Ptolomæo tradita *l. 4. Geom. c. 5. & lib. 5, Almag. c.* 13, eſt grad. 30. 38'. Ab hac ſi demas meridiani arcum C B, diſtantiam Alexandriæ à Syene quam Eratoſthenes falsò credidit eſſe grad. 7. 12', remanet arcus B S diſtantia Syenis ab Æquatore; hoc eſt (quia Syene ſub Tropico Cancri eſt) ipſa Eclipticæ obliquitas, & maxima Solis declinatio graduum 23. 46', quæ 5 ſolùm minutis differt ab obliquitate Eratoſthenicâ grad. 23. 51. 20''. Quæ differentiola nobis inſinuat Eratoſthenē vſum eſſe diſtantiâ verticis Alexandrini ab Æquatore, paulò maiore quàm Ptolomeus, nempe graduum 31 3'; ab hâc enim, dempto arcu C B, quem falsò credidit eſſe grad. 7. 12, remanet arcus B S, hoc eſt obliquitas Eclipticæ grad. 23. 51, quanta nimirum ferè ab Eratoſthene inuenta tradebatur.

Hoc erroris fonte in obſeruatione Eratoſthenis detecto, oſtendemus etiam æuo Eratoſthenis, Hipparchi, Ptolomæi, obliquitatem Eclipticæ eamdem fuiſſe quæ modò eſt, nempè grad. 23. 30'. Diſtantia enim C S verticis Alexandrini ab Æquatore à Ptolomæo ipſo, vt dixi ſuprà, traditur grad. 30. 58'. Ab hâc igitur aufer arcum C B, quem ex correctâ Eratoſthenis obſeruatione probatum iam eſt eſſe grad. 7. 28': remanet obliquitas Eclipticæ B S grad. 23. 30', quanta eſt modò.

Id ipſum ex tribus adhuc alijs obſeruationibus confirmat Ricciolus *l. 3. Almag. pag.* 164; inter quas eximia eſt illa Pitheæ Maſſilienſis, qui floruit æuo Alexandri Magni. Is, vt ex vetuſtis Maſſilienſium monumentis refert Gaſſendus in vitâ C. I. Fabricij Peireſkij, obſeruauit Maſſiliæ vmbram Solſtitialem eſſe ad gnomonem vt 213 $\frac{1}{5}$ ad 600. Gaſſendus autem ipſe cum Peireſkio per foramen factum in pariete altum pedes regios 52, reperit vmbram Solſtitialem huius gnomonis eſſe partium 31950, quarum gnomon erat 90000. Quæ proportio vmbræ ad gnomonem, cùm eadem prorsùs ſit, cum illâ Pitheæ Maſſilienſis, rectè concluditur altitudinem Solis Solſtitialem, ac proindè & obliquitatem Eclipticæ, eam fuiſſe olim, quæ eſt modò.

Totum

Totum igitur fundamentum pro obliquitate mutabili Eclipticæ ex antiquis obſeruationibus deſumptum corruit, cùm ex ijs ipſis eiuſdem immutabilitas ſtabiliatur.

Quod affirmat Copernicus, quo tempore fuit maxima Solis Eccentricitas, & lentiſſimus Fixarum motus, nempe circa Chriſti ortú,eo quoque maximam fuiſſe obliquitatem Eclipticæ :imò proportionalia obliquitatis, atque eccentricitatis decrementa fuiſſe, nihil vrget : oſtendam enim cum Ricciolo nullam *b* eſſe neceſſitatem agnoſcendi vllam Anomaliam in motu Fixarum; & veriſimiliùs *c* immutabilem eſſe anni quantitatem; nihil *d* etiam eogere vt Eccentricitas mutabilis ſtatuatur. b *num.* 46 *& lib.* 5. *Aſtron. num* 15. c *num.* 47. d *num.* 41.

Schema obliquitatis ex mente Copernici latereulo ſequenti exprimitur.

	Obliq. Eclipt.				*Mot. annuus Anomal. æobliq; Eclipticæ*	*Periodus huius Anomaliæ*
	grad.	′	″			
Maxima	23	52′	0			
Media	23	40′	0		*′.″.‴.⁗.*	*ann. Ægypt.* 3434
Minima	23	28	0	an. 1653.	6. 17. 24. 9	*Iulian.* 3431. *dier.* 244.

N V M E R V S XXXIII.

Momentum Æquinoctij inuenire.

Fig. 43.

1. INueniatur *a* altitudo Æquatoris O S. a *num.* 27.

2. Die in ephimeride aliquâ Æquinoctio deputatâ,capiatur *b* altitudo meridiana Solis P S : quod vt accuratiùs fiat, expediet duobus inſtrumentis vti, Secundorum ſaltem decades continentibus, vno quod Solis altitudinem P S, altero quod Solis à vertice diſtantiam D P immediatè exhibeat : tunc enim, ſi ſubtractâ D P diſtantiâ Solis à vertice ex 90 grad. reſiduum conueniat cum altitudine Solis inuentâ, ea ſine ſcrupulo exacta reputabitur. b *num* 28.

3. Quod ſi altitudo meridiana Solis ſic inuenta, ſit æqualis altitudini Æquatoris iam repertæ, Æquinoctium incidit in ipſum illum meridiem: ſi maior, Æquinoctium vernum factum eſt ante meridiem, autumnale pòſt; ſi minor, vernum continget pòſt, autumnale verò ante meridiem. Quorum omnium ratio eſt manifeſta. Quot verò minutis altitudo Solis meridiana differt ab altitudine Æquatoris, tot horis ante vel poſt meridiem factū eſſe Æquinoctium pronunciabis. Hipparchus,& Ptolomæus Æquinoctia obſeruarunt armillis æquatorijs. Earum methodum, & fallaciam quam ex refractione patiuntur, niſi Æquinoctium prope meridiem contingat, vide apud Ricciolum *Almag. l.* 3. *pag.* 133.

Illud ab Aſtronomis aſſeruatur, autumnalia vernis eſſe tutiora, quòd aër tum caloribus præcedentibus excoctus, minùs ſit refractioni obnoxius. Vt Æquinoctium ſic inuentū ad anni quantitatem, & Solis ac Lunę Motus Medios ac Veros, abſque errore notabili determinandos, inſeruire poſſit, ſatis erit ſi in Solis capiendâ altitudine euitetur refractio (euitabitur autem vbicumque altitudo Æquatoris fuerit 40, aut 45 grad.) licet parallaxis interim contemnatur. Ex tali enim Æqninoctio Solares motus ita determinabimus, vt ad datū tempus de loco Solis Vero citra errorem vllius momenti conſtare nobis poſſit, vt ex *num. ſeq.* patebit.

N V M E R V S XXXIV.

Parallaxis Solis in motuum cæleſtium determinatione, tutò contemni poteſt.

EGo quidem (quod etiam *num.* 28. inſinuaui) ita ſentio, longiùs ab erroris periculo abfuturum, qui nullam parallaxeos Solaris rationem habuerit, quàm eum, qui incertam, & non ſatis exploratam eius quantitatem aſſumpſerit. Horizontalem parallaxim Solis in diſtantiâ mediocri à Terrâ ita quidem determinauère Aſtronomi hìc adſcripti.

	grad.	′
Ptolomæus	2.	57
Albategnius	3.	7
Copernicus	3.	0
Tycho	3.	0
Longomont.	2.	40
Lansberg.	2.	18
Pullialdus	2.	21

At ſi cum Ricciolo noſtro, & Vendelino viam Ariſtarchæam tenuerimus, ex Lunæ dichoto-

mæ obſeruationibus, vt oſtendam *lib.3.num.16 & 19*, colligemus Solis à Terrâ diſtantiam numquam minorem 7000 ſemid. Terræ, atque inde parallaxim horizontalem numquam maiorem 30 Secundis: quam etiam ex dichotomiæ obſeruationibus adhuc minorem fecerat Vendelinus, videlicet non maiorem 14, aut 15 Secundis. Priores illi parallaxim ſuam ex infidâ (ſic eam vocat Kepplerus) Terræ vmbrâ, quâ nihil lubricum magis, nihil hoc in genere incertius eſt, deduxêre. Vendelinus autem atque Ricciolus Lunæ dichotomiam cum Ariſtarcho complexi ſunt, viam in tam arcano ſcrutinio certiſſimam, & vnicam, ad quam excolendam omnes Europæ Aſtronomos Kepplerus inuitat. Quare cùm non modò veroſimilius ſit, ſed etiam propè certum, parallaxim Solis horiz. eſſe non maiorem Secundis 28 aut 30, hoc eſt vnius minuti ſemiſſe, ac proinde fortaſſis omnino nullam, liquet eum, qui nullam parallaxeos habuerit rationem, vix ſenſibiliter erraturum; adeoque multò minùs, quàm Copernicus, Tycho alijque, qui parallaxim falſam aſſumendo, errorem trium minutorum, aut duobus minutis maiorem commisêre. Atqui tamen cum iſto, licet ex parallaxi falsâ, errore aliquot minutorum à Tychone, Reynoldo, Magino Longomontano, Lansbergio, Argolo Bullialdo, Solis ac Lunæ motus ita ſunt determinati, vt loca Vera Solis ac Lunæ ad tempus datum, Nouilunia ac Plenilunia, & vtriuſq; Luminaris eclipſes, citra errorem ſenſibilem conſtanter cum cælo conueniant. Ergo omnia illa multò exactiùs cum cælo conſentient, ſi parallaxeos ratio nulla habeatur. Parallaxis ergo Solis in motuum cæleſtium conſtitutione tutò contemnitur.

NVMERVS XXXV.

Anni Solaris Medij quantitatem inuenire.

AD Medios Solis motus cõſtituendos opus eſt vt nota ſit quantitas anni Solaris non Veri, ſed Medij, quia anni Veri, vt oſtendam *num.*49, aliquantillam inæqualitatem ſubeunt; Medij autem, vt patet ex *def.* 28. *num.*24 *& ex propr.2.num.*25. omnes æquales ſunt. Dicuntur Medij, quòd inter Veros maximos & minimos quantitatem mediam obtineant.

§. 1. Elige duo Æquinoctia verna, vel potius duo autumnalia (quia minùs refractioni obnoxia) quàm longiſſimo interuallo ab inuicem diſtantia: ſic enim, ſiquis error exiguus in toto illo plurimorum annorum interuallo committitur, is per ſingulos annos diſtributus, inſenſibilis euadet.

Eligemus ergo in hunc finem Æquinoctium autumnale, ab Hipparcho (vt ſcribit Prolomæus *l.3. Almag. c.2.*) obſeruatum Alexandriæ anno 21 tertiæ periodi Calippicæ, hoc eſt anno ante Chriſtum 158, 27 Septembris, in ipſo meridie; quod proinde non laborat ſuſpicione refractionis: erat verò annus poſt biſſextilem tertius.

Alterum Æquinoctium erit, à Ricciolo accuratiſſimè obſeruatum Bononiæ anno 1643, die 22 Sept. expletâ, nempe poſt illius meridiem & horis 21. 25′: hic quoque erat annus poſt biſſextilem tertius.

§. 2. Iam circa Æquinoctia ſic aſſumpta duo erunt præſtanda. Primò, quia in diuerſis horizontibus obſeruata ſunt, tempus vnius erit ad tempus alterius reuocandum. Quare cùm Alexandria ſit Orientalior Bononiâ horâ 1.43′. Æquinoctij Hipparchei tempus Bononiæ fuit die Sept.26 completâ, & horis 22. 17′. Secundò, à tempore Æquinoctij poſterioris demendi ſunt dies 10, ob dies 10 à Kalendarij reformatoribus adiectos ad elapſos, qui reuerà elapſi non erant. Factâ igitur hunc in modum reductione in ſtylum veterem, Æquinoctium Ricciolanum accidit anno 1643, completis diebus 12 Septembris, horis 21. min. 25. Ricciolus ad temporis Hipparchei Æquinoctij minuta 17, adijcit min. 30, vt fiant min.47. Hoc idcirco fecit, quòd rationem habendam putauerit parallaxeos Solaris, quę ipſi eſt 30 Secundorum, cui proinde 30 min. prima temporis debentur. At cùm ſciri nondum poſſit parallaxeos quantitas, ea debet in hoc ſcrutinio prætermitti, & poſſe abſq; erroris ſenſibilis periculo prętermitti, iam *præced. num.* oſtenſum eſt. Quia tamen parallaxis 30 Secund. adeò parua eſt, vt eam ſiue ponas, ſiue omittas, ad pręſens negotium interſit parum, nos quoque illam, ne Riccioli calculum turbemus, retinebimus, ſtatuemuſque cum illo tempus Hipparchei Æquinoctij anno ante Chriſtum 158, expletis diebus 26 Sept. horis 22. min.47. Bononiæ.

§. 3. Quod ſi annus Solaris, hoc eſt tempus medium inter duo eiuſdem nominis Æquinoctia immediata, æqualis eſſet anno Iuliano dierum 365, hor. 6, debuiſſet Æquinoctium poſterius à Ricciolo obſeruatum, incidere in eumdem prorſùs diem Sept., & horam cum Hipparchæo, nempe in 26 Sept. H. 22. 47′. Nunc verò præceſſit, atque incidit in 12 Sept. hor.21.25′. ac proinde præceſſio fuit dierũ 14.h.1.22′. Quoniam igitur ab Æquinoctio Hipparchæo, vſque ad Ricciolanum effluxerunt anni Solares integri 1800: manifeſtum eſt toti-

dem

Digitized by Google

dem annos Iulianos, nempe 1800, excedere 1800 annos Solares diebus 14. H. 1. 22′.

§. 4. Quare cùm anni Iuliani 1800, annos ſolares 1800 excedant diebus 14, H. 1.22′. Vnus annus Iulianus, vnum annum Solarem quo exceſſu ſuperabit? Dies 14.H.1.22′, hoc eſt, Secunda 1214520, diuidantur per 1800, proueniunt 674, $\frac{1320}{1800}$, hoc eſt min. 11′. 14″. 43‴; qui anni Iuliani dierum 365. Hor. 6 ſupra Solarem exceſſus eſt. Quare ſi hunc demas à diebus 365. Horis 6, relinquetur annus Solaris dierum 365.H.5.48′. 45″. 17‴.

§. 5. Vt exploratior anni Solaris quantitas euadat, operationem totam hactenus expoſitam, expediet cum pluribus alijs Æquinoctijs longiſſimo itidem interuallo à ſe inuicem diſtantibus, exercere. Ptolomæus *l.3. Almageſti* refert ab Hipparchio Alexandriæ Æquinoctium obſeruatum anno 20 tertiæ periodi Calippicæ, hoc eſt anno ante Chriſtum labente 159, Sept. die 26 adhuc currente, ſub Ortum Solis. H.18.41′.15″. quod eruditè probat Ricciolus in *Scholio pag.* 139. Bononiæ verò Sept. 26. H.16.28′. 15″. Ricciolus autem Bononiæ maximis quadrantibus Æquinoctium obſeruauit, anno 1646, Sept. 22 completâ, horâ 14, 56′. Cum bis duobus Æquinoctijs procedendo vt ſupra, elicitur apparens, Solaris annus dierum 365, hor. 5, 48′, 46″, 32‴ à Superiori ſolùm differens Secundo. 1, & 15 Tertijs, quæ ſane illuſtris eſt nota veritatis. Calculus meus cum Ricciolano conuenit. Porro inter quantitates iam inuentas media eſt D.365. H 5.48′.45″. quam vt veræ proximam retinendam cenſeo.

Annus Solaris.

Prior. D. 365. H.5. 48′. 45″. 17‴.
Poſter, D. 365. H. 5.48′. 46″. 32‴.
Tycho D. 365. H. 5. 48′. 45″. 0‴, quam, inter has mediam, ſequor.

*Nota Ricciolum l.3.pag.*138. *in exemplo ſuo 2, tempus Æquinoctij Hipparchei exprimere his verbis,* ante Chriſtum 158. die 26 Septembris completâ & horis 22, M. 47. *Tempus verò Æquinoctij à ſe obſeruati, ſic:* anno 1643. die 22 Septembris completâ, & poſt eius meridem Hor. 22. M. 25. *Vbi videtur horas 22 ſumere cõpletas vt in Æquinoctio priori. Si autem accipiantur horæ 22 completæ, præceſſio erit non horæ.*1 22′, *ſed hor.* 0. 22′. *ac proinde non proueniet anni quantitas.* D. 365. *H.* 5.48′. 45″. 17‴ : *ſed alia priore maior. D.* 365. *H.* 5. 48′. 47″. 16‴.

Scholium.

Hæc anni Solaris Medij quantitas deducta eſt ex veris Æquinoctijs, cùm debuiſſet ex [a] *medijs. Nam quia interuallum temporis duobus Medijs Æquinoctijs* *a quid ſit med. æquin. vide num. 45.* *terminatum, adæquatè in annos medios reſoluitur, anni autem Medij omnes inter ſe æquales ſunt, manifeſtum eſt quantitatem annuam ex tali interuallo elicitam, eſſe iuſtam, hoc eſt, eamdem ſemper ſibique æqualem. Tempus autem duobus veris Æquinoctiis terminatum, non eſt æquale tempori terminato duobus medijs (vt oſtendam num.* 49*) niſi Æquinoctium ſecundum fiat in eodem Anomaliæ puncto, quo primum, quod ob tardiſſimum Apogei motum non niſi poſt annos* 21245 *contingit. Quare anni medij quantitas omnino iuſta ex veris Æquinoctiis non habetur, ſi theoriam ſpectemus. Oporteret ergo Æquinoctia vera in media conuertere, quod fieri non poteſt, vt ex ſequentibus patebit, niſi priùs Medij anni quantitas ſit nota. Ad hunc nodum reſpondeo quantitatem annuam deductam ex Æquinoctiis veris, à deductâ ex Medijs paucis tantùm Secundis differre, vti num.* 49 *oſtendam. Quare ea, quæ ex Mediis deducta eſt, abſque vllo erroris ſenſibilis periculo, ad motus Solis medios deinceps conſtituendos adhibebitur.*

NVMERVS XXXVI.

Ex anno Solari, Medios Solis motus annuos, menſtruos, diurnos &c. inuenire.

PErficitur hoc regulâ proportionum. Nam ſi Solari anno Dierum 365 H.5. 48′. 40″ (annus Riccioli eſt, quo hic vtor exempli gratiâ) debentur gradus 360, ſeu Signa 12; anno ciuili, menſi, diei, horæ, minuto, quot gradus aut minuta Eclipticæ debentur? Itaque primo loco ſtatuatur quantitas anni Solaris reſoluta priùs in Secunda; ſecundo loco Zodiacus etiam in Secunda reſolutus: tertio loco annus ciuilis, vel menſis, vel dies &c. etiam in Secunda reſoluti. Ducatur deinde ſecundum in tertium, & productum diuidatur per primum;

quotiens dabit Signa, gradus, minuta, quæ debentur medio Solis motui, annuo ciuili, menſtruo, diurno &c. Termini porrò ad Secunda reducti ſunt hi

Annus Tropicus, ſeu Solaris D. 365.h.5.48′.40′ eſt Secundorum 31 (556,926′
Zodiacus, ſiue gradus 360. eſt 1 (296,000′ Secundorum.
Annus ciuilis dierum 366 eſt Secund.31 (622,400′
Annus communis dierum 365 eſt Secundorum 31 (536,000′
Dies naturalis eſt Secund. 86,400′
Hora ſecund. 3600′
Minutum horæ 60′ Sec.

Hâc methodo ex anno Tropico D.365.h.5.48′.40′ eliciuntur motus Medij, qui laterculo ſequenti continentur.

Solis motus medij

	Signa	grad.	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*
Anni dierum 365	11	29	45	40	50	38	0	0
Anni dierum 366	0	0	44	49	10	29	46	20
Diei	0	0	59	8	19	51	46	20
Horæ	0	0	2	2	50	50	0	0
Minuti	0	0	0	2	27	50	50	0
Secundi	0	0	0	0	2	27	50	50

Et quidem hi motus ſatis accurati ſunt; nam in motu diurno hîc poſito conueniunt vſque ad minuta tertia incluſiuè Alphonſini, Reinholdus, Tycho, Longomontanus, Kepplerus, Lansbergius, Bullialdus, Vendelinus, Ricciolus: vno ſolùm Tertio diſcrepat Ptolomæus. Nota porro diebus 366 in tabellâ adſcribi Signa. 0. grad. 0.44′ &c. quamuis reuerà Sol interim motu medio abſoluerit Sig. 12. grad. 44′. &c. Solent enim Aſtronomi ex ſummâ Mediorum Motuum integrum circulum (hoc eſt Signa 12, ſeu grad. 360) abiicere quoties poteſt.

Quod ſi motus illi ſibi addantur continuò, prouenient motus annorum duorum, trium &c. dierum vnius, duorum, trium &c. & ſic deinceps in ſpeciebus reliquis. Atque hunc in Modum conduntur tabulæ Mediorum Motuum, quas accurato ſtudio iam ſupputatas apud Aſtronomos paſſim reperies.

Corollarium.

Tempus dato motui medio debitum ſic inuenies: oporteat ex. gr. reperire tempus quo Sol percurrit vnum gradum.

♉ Sol percurrit gradus 360 diebus 365, Horas. 5.48′.46′. Ergò gradum vnum quot diebus abſoluit? Duc ſecundum terminum in tertium; productum diuide per primum: quotiens dabit tempus quæſitum.

NVMERVS XXXVII.

Locum aliquem Solis in Eclipticâ ex obſeruatione cognoſcere.

Fig. 44. SIt horizon K N, Meridianus K H N G, Æquator F G. Reperiatur per *num.* 28 altitudo Solis meridiana Q N, & per *num.* 27 altitudo Æquatoris F N. vtriuſque altitudinis differentia Q F, erit declinatio Solis eo momento ab Æquatore. Quare ſi in tabulâ declinationis punctorum Eclipticæ, inquiratur punctum ſimilem declinationem habens, nempe in illo Eclipticæ quadrante, in quo ex tempeſtate anni conſtat Solem verſari, illud ipſum Eclipticæ punctum eſt, ſub quo Sol momento illo exiſtit.

Declinationes porro punctorum Eclipticæ ſingulorum ab Æquatore, ex declinatione maximâ Solis, quæ per num. 31. eſt grad. 23.30, reperiuntur per *regulam trium.* Nam (vt demonſtratum eſt à Clauio ad *prop. 1. l. 1. gnomon.* aliiſque) vt ſinus totus eſt ad ſinum grad. 23.30, declinationis nempe maximæ, ita ſinus diſtantiæ puncti Eclipticæ dati ab Æquinoctio eſt ad ſinum declinationis puncti dati.

NV-

NVMERVS XXXVIII.

Solis Excentricitatem, & locum Apogei in Eclipticâ inuenire.

INueniri Eccentricitas dicitur cùm eius proportio ad radium Eccentrici exhibetur. Ex modis pluribus per Aſtronomos inſignes excogitatis, proponam cæteris expeditiorem, qui eſt Riccioli *lib.* 3. *Almag. pag.* 154.

Ecliptica ſuprema ſit B A D P, eius, & Terræ centrum T; initium Arietis D, Libræ B. *Fig.* 45.
Centrum Eccentrici eſto C, linea Apogei A K C T V P; Apogeum K; locus Apogei in Eclipticâ A.

Oporteat primò inuenire Eccentricitatem C T in partibus radij Eccentrici, hoc eſt quot partium ſit C T, quarum C K radius eſt 100000. Secundò oporteat inuenire diſtantiam Apogei A in Eclipticâ, ab Arietis principio D; hoc eſt quantitatem arcus D A.

§. 1. Ad hæc obtinenda requiritur obſeruatio duorum *n* Æquinoctiorum ſe proximè n *per num.*
conſequentium, & vnius loci veri *m* Solis, ex. gr. L, à Solſtitio ſufficienter diſtantis. Duca- 55.
tur linea Æquinoctiorum D B, ſecans Eccentricum in N, M, & rectæ C N, C M; & T L m *per nu.*
ſecans Eccentricum in S, ac tandem recta C S. Obſeruatum eſt à Ricciolo Bononiæ, 1646 37.
Æquinoctium Autumni in B, D, 22 Sept. horâ 14. 56′. poſt merid. Ibidem anno 1647
obſeruauit Æquinoctium vernum in D, contigiſſe die 20 Martij, horâ poſt m. 5. 56′. Ergò
Sol moratus eſt in Eccentrici arcu M V N, ac proinde ſub Eclipticæ medietate Auſtrali B
P D, diebus 178. h. 15. Nota eſt autem per *num.* 36, quantitas Medij Motus huic tempori
debita, ac proinde (vt patet ex *def.* 20. *num.* 24) notus eſt arcus M V N, adeoque & angulus
o M C N, nempe grad. 176. 3′. 41″: quibus deductis à 180 gradibus remanet *a* ſumma an- o *per* 53. 6.
gulorum M, N, grad. 3. 56′. 19″. Quare cùm anguli M, N ſint *b* æquales, vnus M, eſt grad. a *per* 12. 1.
1. 58′. 9″. 30‴, grad. 2. 58′. 16′. b *per* 5. 1.

§. 2. Deinde anno 1646, obſeruauit Ricciolus Bononiæ in meridie diei 28 Iulij Solem
in L ſub Leonis gradu 5. 14′. Quare arcus L D diſtantia veri Solis loci L ab Arietis initio c *per* 33. 6.
D, adeoque & *c* angulus L T D notus eſt, nempe grad. 125. 14′. quibus ſubtractis à ſemicirculo D L B, remanent pro arcu L B, ſeu angulo *d* L T B, ſeu I T M grad. 54. 46′. d *per* 52. 1.

§. 3. A meridie diei 28 Iulij, quo Solis locus verus L, obſeruatus eſt, vſque ad diem 22 Sept.
horam poſt merid. 14. 56′, tempus nempe Æquinoctij autumnalis B, fluxerunt dies 56. h. 14.
56′, quibus Sol motu Anomaliæ, ſiue Motu Medio (nam in Sole hi motus inſenſibiliter differunt, vt monui *num.* 24. *defin.* 20) percurrit arcum S M. Quare cùm Motus Medius dierum 56.
h. 14. 56′ reperiatur *e* eſſe graduum 55. 48′. 34″, tantus erit arcus S M, anguluſque S C M, e *per num.*
ſeu S C I. 56.

§. 4. Iam angulo L T B, ſeu I T M §. 2 ſuprà inuento grad. 54. 46′, adde angulum
§. 1 inuentum M, grad. 1. 58′. 16′: fit ſumma grad. 56. 44′. 10′: pro externo T I C, qui vtrique *f* M, & I T M æqualis eſt. f *per* 12. 1.

§. 5. Rursùs angulo T I C grad. 56. 44′. 16′ ſubtracto à grad. 180, remanet *i* angulus i *per* 13. 1.
S I C grad. 123. 15′. 50″.

§. 6. Denique in triangulo I S C, quia per §. 3. notus eſt angulus S C I grad. 55. 48′.
34′. & S I C. grad. *m* 123. 15′. 56′, innoteſcet *k* & tertius I S C, ſeu T S C, eritque grad. m *per* §. 5.
0. 55′. 36″, qui eſt *z* æquatio conueniens obſeruato Solis loco L. k *per* 32. 1.

§. 7. Repertis omnibus angulis requiſitis, Eccentricitas T C, & arcus A D ita eruentur. z *defin.* 25.
Quia in triangulo C S I noti iam ſunt omnes anguli, & radius C S datur 100000 partium; *num* 24.
in iiſdem partibus *l* innoteſcet C I, eritque $1913\frac{5}{8}$: quibus demptis à radio C M 100000, l *per probl.*
remanet M I partium $98086\frac{3}{8}$. Cum latere M I, & angulis M *a* grad. 1. 58′. 16′, I T M grad. 9 *cap* 5.
b 54. 46′, reperitur *q* I T partium $4084\frac{1}{2}$. Tandem ex lateribus iam notis I T, C I, & angu- *Geom. pra.*
lo T I C *c* ſuprà inuento grad. 56. 44′. 16′, eruitur *r* Eccentricitas T C partium 3431, qua- a *per* §. 1.
rum C K radius eſt 100000, & angulus I T C, ſeu L T A grad. 27. 47′, 45″: quo ſubtra- b *per* §. 2.
cto ab angulo L T D, inuento ſuprà *n* grad. 125. 14′, remanet angulus A T D, ſeu arcus A q *per eund.*
D, diſtantia Apogei A, ab initio Arietis D, grad. 97. 26′. 25″. Quare anno 1646 die 28 Iu- c *per* § 4.
lij Apogeum erat ſub Cancri gradu 7. 26′. 15″. r *per prob.* 10. *cap* 5.

§. 8. Ex alio loco vero Solis obſeruato Bononiæ ab eodem Ricciolo 1646, D. 4. Aug. *Geometr.*
in Leonis grad. 11. 56, 46′, Æquinoctijs verò iiſdem, ratiocinando vt ſupra, reperitur Ec- *pract.*
centricitas T C partium 3491, quarum prior erat 3431; arcus verò A D diſtantia Apogei n *per* §. 2.
veri ab initio Arietis grad. 97. 29′. 4″. Quare Apogeum Solis fuit in Cancri grad. 7. 29′. 4″.

§. 9. His, & alijs obſeruationibus inductus Ricciolus medio electo, ſtatuit Eccentricitatem partium 3460, quarum radius Eccentrici eſt 100000; Apogeum verò in Cancri grad. 7.

2′6. ¾ vel in Cancri grad.7. 2′6 : quem virum obſeruandi peritiâ mirabiliter excellentem libenter ſequor.

NVMERVS XXXIX.

Temporis momento : quo Solis locus verus, ſeu apparens, per obſeruationem eſt cognitus, motum Medium congruentem, inuenire.

Fig. 45.

a defin. 23. num. 24.

LOcus Solis apparens per obſeruationem cognitus ſit L, in Leonis gradu 5. 14′, ad quem ex centro Eclipticæ T ducatur recta T L, ſecans Eccentricum in S, & ab Eccentrici centro C recta C S, eique parallella T E, linea motus Medij. Sol igitur eſt in Eccentrici puncto S, & motus a eius Medius eſt arcus D A E, Arietis initio exiſtente in D. Apogeum eſto in puncto K, & Apogei linea ſit A K V P. His ita ordinatis.

b per num. 38.

o per 27.1.

r per 33.6.

x defin. 23 num. 24.

Bononiæ anno 1646. Iulij 28 in meridie, obſeruauit Ricciolus Solem ſub Leonis gradu 5. 14′. Quare arcus L A D à vero Solis loco L, vſque ad Arietis initium D, fuit grad. 125.14′. Arcus autem A D, diſtantia Apogei veri A ab Arietis initio, inuenta b tum fuit grad. 97. 2′6. 1″5. Ergo ſi arcus D A auferatur ab arcu D A L, remanet arcus L A grad. 27. 47′. 45″. Deinde angulus T S C, hoc eſt o L T E, hoc eſt r arcus L E, *num.* 38. §. 6. inuentus, eſt grad. 0. 55′. 36″. Quare totus arcus E A, nempe Anomalia x Solis media, eſt grad. 28. 43′. 21″: cui ſi addatur arcus A D grad. 97. 26′. 15″, proueniunt grad. 126. 9′. 36″. pro arcu toto D A E, hoc eſt, pro Motu Solis Medio ad annum 1646. Iul. 28 in meridie, tempus obſeruati veri Solis loci, L.

Ex vno motu Medio ſic inuento, omnium Solis motuum ſupputatio ducitur, vt patebit ex num. 53. 54. 56.

Aliter & vniuerſaliùs.

q per num. 37.

c per num. 38.

d per Probl. 11 cap. 3. Geom. Prac

n per 27.1.

p per 33.6.

OBſerua q quouis tempore locum Solis verum, qui ſit L. Ita notus erit arcus D A L. Supputetur deinde locus Apogei veri A *per num.* 44, qui ab his non dependet : ita notus erit arcus D A: quem ſi auferas ab arcu noto D A L, notus remanet arcus A L, ſiue angulus L T A, vel S T C. In triangulo igitur S C T, quia notus eſt angulus S T C, & duo latera T C, C S; Eccentricitas nimirum T C partium c 3460, quarum C S radius Eccentrici eſt 100000, ex his reperietur d angulus T S C, hoc eſt n L T E, hoc p eſt arcus L E. Quare ſi notus iam arcus L E addatur ad notum arcum L A D, totus arcus E A D, hoc eſt Motus Solis Medius, congruens obſeruato Solis loco vero L notus erit. Quod erat quæſitum.

NVMERVS XL.

Æquationes ad ſingulos Anomaliæ gradus inuenire.

Fig. 37.

c defin. 21. num. 24

d per propr. 8. num. 25.

ECliptieæ ſupremæ L C P K, centrum eſto A, Eccentrici verò I F N G centrum ſit B; Augium linea ſit C F B A G K, ad quam per A centrum Eclipticæ ducta perpendicularis L I A N P, determinat longitudines c medias I, N, ad quas d Æquationes ſunt maximæ B I A, B N A. Porro æquationum inuentio omnis ab Eccentricitate *num:ro præc.* iam inuentâ dependet. Initium ducemus ab æquatione maximâ B I A.

e per Probl 4. cap. 3. Geom. Pra.

In triangulo rectangulo B A I dantur duo latera, B I, Eccentrici radius partium 100000, & Eccentricitas A B 3460 earumdem partium. Ex quibus e elicitur proſthaphæreſis maxima A I B, grad. 1. 59′: item A I Solis à Terræ centro diſtantia innoteſcit, eâdem operâ in partibus radij B I.

o defin. 25. num. 24.

n per Probl. 11. cap. 3. Geom. Pra.

Detur deinde arcus quiuis Anomaliæ F O, ex. gr. graduum 46; & oporteat o proſthaphæreſim A O B ei conuenientem inuenire. Quoniam datur arcus F O grad. 46, etiam dabitur ſemicirculi reſiduum O G, adeóque & angulus O B G, grad. 134. In triangulo igitur A O B, dantur angulus O B G, ſeu O B A grad. 134, & latera duo A B, B O, angulum continentia, nimirum A B, Eccentricitas 3460, quarum B O radius Eccentrici eſt 100000. Quare ex his n elicietur æquatio A O B grad. 1. 23′. 34″; itemque A O Solis diſtantia à centro Terræ ad datum Anomaliæ punctum O, in partibus radij B O.

Inuentis æquationibus vnius ſemicirculi F I G, etiam alterius G N F inuentæ erunt, vt patet ex *propr.* 10. *num.* 25. Quare ſi detur Anomalia F T H maior gradibus 180, accipienda eſt æquatio competens eius ad grad. 360 complemento F H.

Corol-

Corollarium.

Quantitas Anomaliæ F I, in cuius termino I ſit maxima æquatio A I B, habetur, ſi ad gradus 90 addatur ipſa æquatio maxima grad. 1. 59′. Arcus enim F I ſimilis eſt arcui C M, qui excedit quadrantem C L arcu M L, ſeu angulo A I B, maximâ proſthaphæreſi grad. 1. 59′.

NVMERVS XLI.

Mutatio Eccentricitatis reijcitur.

MVtari Eccentricitatem cenſuerunt Arzachel, Albategnius, Purbachius, Rheticus, Mæſtlinus, Rheinholdus, Copernicus, Tycho, Maginus, Snellius, Lansbergius.

Immutabilem adſtruunt Ptolomæus, Scaliger, Kepplerus, Longomontanus, Rheita, Bullialdus, Vendelinus, Ricciolus; quos ſequor.

Et priores quidem non ſolùm mutari Eccentricitatem volunt, ſed etiam motum huius variationis ſtatuunt apparenter inæqualem: quam inæqualitatem vt ſaluent, centrum Solis per circellum quemdam æquali motu circumferunt, eumque motum vocant *Anomaliam centri Solis*, cuius periodus Copernico eſt annorum 3431 $\frac{8}{9}$, Lansbergio annorum 3000.

Fundamentum vnicum eſt, quòd alia atque alia diuerſis ſæculis Eccentricitas ſit reperta, vt exprimitur lateculo ſequenti.

	anni Chriſti	*Eccentricitas in partibus, quarum radius eſt* 100000
Ptolomæus	139.	4152. *corr.* 3648 $\frac{1}{6}$
Albategnius	883.	3465 $\frac{4}{11}$
Tycho	2588.	3584. $\frac{1}{3}$.
Ricciolus	1646.	3460.

Verùm, vt benè Ricciolus notat, differentia non admodùm magna harum obſeruationum oriri potuit ex neglectu parallaxis, & potiſſimùm refractionis, vel etiam ex vitio aliquo, licet paruo, inſtrumentorum. Neque enim mutatio illa Eccentricitatis vllo ſolido argumento probatur, ſiue ex eclipſibus, & vmbrarum incremento vel decremento, ſiue ex obſeruationibus Solis, præſertim Solſtitialibus. Deinde loca Solis Vera, deducta ex tabulis eorum qui ſtabilem Eccentricitatem retinent, æquè aut meliùs cælo conueniunt quàm educta ex tabulis eorum, qui defendunt mutabilem. Poſtremò teſtatur Ricciolus, quo tempore ſecundùm aduerſariorum hypotheſes debuit reperiri talis menſura, repertam eſſe à ſe & alijs longè diuerſam. Vnde hypotheſes illæ nec ſibi nec obſeruationibus pluribus conſentiunt.

Nihil eſt igitur, quod Solis motum tantis intricemus moleſtijs, quantas inſtabilis illa Eccentricitas cauſat. Ea enim pro vnâ Solis Anomaliâ, duplicem inuenit, & proſthaphæreſim maximam *a* cæteraſque omnes continuè immutat, & motum Apogei *a* inæqualem reddit. Atque ita fit vt ſupputatio loci Solis plùs quàm duplo prolixior, & intricatior euadat.

a patet ex num 40, & 35, quia tam æquationes, quàm locus Apogei ab Eccentricitate pendet.

NVMERVS XLII.

Reijcitur inæqualitas apparens motus Apogei.

MOueri Apogeum in *a* conſequentia omnino certum eſt, non ſolùm ex obſeru. 2. *num.* 22: ſed etiam ex Apogei locis *b* è cælo ipſo longo temporum interuallo deductis. Nam à Ptolomæo anno Chriſti 139, inuentum eſt Apogeum circa Geminorum grad. 5. 30″. Anno autem 1646 repertum eſt à Ricciolo in Cancri gradu 7. 26′. Itaque annis 1507 Apogeum proceſſit ad gradus ferè 32. 56′.

a defin 1. num. 14.
b per num. 35.

Sed quæſtio eſt, vtrum motus hic inæqualis ſit reſpectu centri Eclipticæ, & Terræ. Eam primus mouit Arzachel, quia cenſuit Apogeum non ſolùm inæqualiter moueri; ſed etiam modò progredi in *a* conſequentia, modò in antecedentia regredi. Ratio ſic opinandi hæc fuit. Albategnius anno Chriſti 883, inuenit Apogeum in Gemin. grad. 22. 17′. Arzachel verò

a defin. 1. num. 14.

rò ipſe anno 1076, nempe annis poſt Albategnium 193, Apogeum nactus eſt in Gemin. grad. 17. 53′.

Sed omnino credibile eſt Arzachelem erraſſe aut in obſeruando, aut in ſupputando, aut in conciliandis obſeruationibus 402, quas teſte Regiomontano in hoc negotio habuit. Snellius in notis ad obſeruationes Haſſiacas, concludit ab eo errorem in obſeruando commiſſum. Geber autem ſuſpectos habet calculos Arzachelis: ſcribit enim repertam à ſe Eccentricitatem fuiſſe eandem quæ ab Albategnio, locum tamen Apogei longè diuerſum. Alijs & Albâtegnius & Arzachel, ſiue in obſeruando, ſiue in ſupputando ſuſpecti ſunt.

Nullo igitur ſolido fundamento, ſiue regreſſus Apogei, ſiue progreſſus inæqualis innitur. Quare reijcitur ab ijs omnibus qui Eccentricitatem immutabilem tuentur. Maneat igitur, Apogeum circa mundi centrum æqualiter moueri.

NVMERVS XLIII,

Quantitatem Annuam motus Apogei definire.

ELigantur duo Apogei loca quàm longiſſimo annorum interuallo obſeruata. Nam ſi annorum ſumma inter vtrumque Apogeum dedit motum Apogei graduum & minutorum tot; annus vnus quantum dabit? Per regulam proportionum quæſitum obtinebitur.

Verùm difficultas tota in eo poſita eſt, vt binæ Apogei obſeruationes eiuſmodi obtineantur. Si conſtaret vter Apogeum inuenerit in Gemin. grad. 5. 36, Hipparchuſne an Ptolomæus, inter quorum obſeruationes intercedunt anni 279, confecta res eſſet. At quia hoc non ſatis liquet, Longomontanus & Kepplerus aliam viam ſatis ingenioſam iniuerunt. Obſeruatis Apogei progreſſibus, & Epochâ mundi conditi, collegerunt Apogeum ſub initium mundi fuiſſe proximum initio Arietis. Vnde meritò ſibi viſi ſunt exiſtimare Apogeum in ipſo mundi exordio fuiſſe à Deo ſub Arietis initio conſtitutum. Longomontanus igitur, ſtatuens mundum conditum annis ante Chriſtum 3964, ex Apogeo à ſe anno 1590 obſeruato in Cancri grad. 5. 36, collegit annuum Apogei motum. 1′. 1″. 50‴. 14⁗: Kepplerus verò exiſtimans mundum conditum annis ante Chriſtum 3993, ex Apogeo à ſe anno 1588 obſeruato in Cancri gradu 5. 32′, motum annuum Apogei deduxit 1′. 2″.

Laudat hoc inuentum, & ſequitur Ricciolus noſter; ſed mundi conditi annum accuratiùs conſtituit. Aſſerit enim *Almageſti noui lib.* 3. *pag.* 158, ſe in libro ſuo Chronologico, (quem, dum iſta ſcribo, nondum vulgauit) planè euiciſſe, mundum nec vltra annum 4076 ante Chriſtum, nec poſt aut citra annum 3993 conditum fuiſſe, & inter omnes annos latitudinis huius intermedios, qui ſunt 83, annum 4063 videri fuiſſe mundo natalem. Ab hoc anno ad obſeruatum ab ipſo Apogeum ſub Cancri grad. 7. 26′. 15″ anno 1646, die 28 Iulij, effluxerunt anni 5709: quibus cùm Apogeum ab initio Arietis progreſſum ſit grad 97. 26′. 15″; igitur anno vno quantùm progreditur? per regulam proport. proueniunt 1′. 1″. 10‴ pro motu annuo Apogei; quem ſe ait Ricciolus ſecurè retinere, donec meliora quis proferat.

Tycho minùs quàm oportuit, accuratus hic fuit, qui ex interuallo annorum ſolummodò 100 elicuit motum Apogei annuum 45″, iuſto vtique minorem. Hunc Tychonis proceſſum Longomontanus eius aliàs ſtudioſiſſimus, etiam improbat in Commentario de Sole: & ſanè mirum eſt perſuadere ſibi potuiſſe ſummum Aſtronomum, ex 100 annis de motu tam lento certi quidpiam conſtitui potuiſſe, quando id ne ex annis quidem 280 Ptolomæus ſperauit.

Quantitates Annui motus Apogei hactenus deductas, tum ab authoribus hîc citatis, tum ab alijs nonnullis, qui propiùs viſi ſunt ad veritatem accedere, exhibentur ſequenti laterculo.

AVTHORES.	MOTVS ANNVOS APOGEI.				PERIODVS ANNORVM.
	′	″	‴	⁗	
Albategn.	0	59	4	0	30662
Longomontanus	1	1	50	14	20958
Kepplerus	1	2	0	0	20903
Lansbergius	1	7	30	38½	10255

RESI-

RESIDVVM TABVLÆ PRÆCEDENTIS.					
Bullialdus	0	57	0	0	22737
Vendelinus	1	2	8	21	20864
Riccioluſ	1	3	52	0	......
Idem & potius	1	1	10	0	21245

Ex omnibus hoc numerò dictis manifeſtum eſt, annui motus Apogei quantitatem exactè definiri non poſſe. Satis tamen definita ea eſt ad finem hìc intentum, qui eſt locum Solis ad datum tempus ſupputare. Vt enim inde in locum Solis error vnius minuti inducatur, in Apogei loco error circiter vniusgradus requiritur.

NVMERVS XLIV.

Locum Apogei ad tempus datum ſupputare.

INueniatur Apogei locus ad aliquod tempus; quod factum eſt *num.* 38. vbi 28 Iul. anno 1646 repertum eſt Apogeum in Cancri gradu 7.26′.15″. Deinde per *num. præcedentem* vide quantus motus debeatur ſummæ annorum mediæ inter 28 Iulij anni 1646,& tempus datum. Hunc motum adde loco inuento Apogei, ſi tempus datum ſequitur 28. Iul. anni 1646; aufer, ſi præcedit; & habebis locum, ſiue diſtantiam Apogei ab Arietis initio ad tempus datum.

Hoc modo ad initium annorum Chriſti reperitur diſtantia Apogei ab Arietis initio, Signorum 2, grad. 9. 28′.45″.

Cùm tempus datum anteeedit correctionem Kalendarij, quæ facta eſt anno 1582, 5. Octob. quæ dici iuſſa fuit, 15 Octobris, abijciendi ſunt à tempore dies 10 priuſquam ei motus Medius conueniens quæratur: quod in omni ſupputatione æqualium motuum ſeruari debet.

NVMERVS XLV.

Dato tempore Æquinoctij veri, Æquinoctij Medij tempus inuenire.

CEntrum Eclipticæ eſto T, Eccentrici autem C: initium Arietis D, Libræ B: linea Apogei A P. Per T ducatur ad D recta T D ſecans Eccentricum in puncto N, ad quod ex C ſit recta C N, cui ducatur parallela T R; quæ erit [a] linea motus Medij; & ſi Sol exiſtat in N ſub initio Arietis D, erit [b] punctum R locus Solis Medius, ſiue Sol Medius. Pari modo ad partem alteram ducantur rectæ T M B, C M, & T Q parallela ad C M. *Fig. 46.* [a] *per defin.* 13.*num.* 14 [b] *per defin.* 24.*num.* 24.

Medium igitur Æquinoctium fieri dicitur, cùm linea motus Medij attingit initium Arietis D, vel Libræ, B; quemadmodum Æquinoctium verum contingit, lineâ motus veri initium Libræ, vel Arietis attingente.

Quoniam verò in primo Anomaliæ ſemicirculo K M V, linea motus Medij T Q anteuertit lineam motus Veri T B; manifeſtum eſt quando linea motus veri T M B attingit initium Libræ B, lineam Medij motus T Q iam antea illud pertranſijſſe, adeoque Æquinoctium medium præceſſiſſe æquinoctium verum eâ temporis quantitate, quâ parallela T Q æquali ſuo motu percurrit arcum B Q, qui eſt proſthaphæreſis conueniens Soli in M, tempore veri Æquinoctij Autumnalis. Contra in altero ſemicirculo V N K, Æquinoctium Medium fit ſeriùs quàm Verum, tanto tempore, quanto percurritur æquatio R D, Soli conueniens tempore verni Æquinoctij Veri.

Hoc præmiſſo, Problemati ita ſatisfiet. Primùm ſupputandus eſt [c] Apogei locus, hoc eſt, quantitas arcus A D, diſtantia eius ab Arietis initio D, ad tempus datum. Deinde inuenienda eſt proſthaphæreſis, debita dato Solis loco Vero. Quoniam Sol ex hyp. eſt in principio Arietis D, notúſque eſt arcus D A, diſtantia illius ab Apogeo, notus erit angulus A T D, ſeu C T N. Quoniam igitur in triangulo C N T, dantur angulus C T N, & duo latera C T, C N, nimirum Eccentricitas C T [c] 3460, quarum Eccentrici radius C N eſt 100000, *per Probl.* 11. *cap.* 3. *Geom. Pract.* nota fit proſthaphæreſis C N T. Inuento angulo proſthaphæretico C N T, [o] *per num. præc.* [c] *per num.* 38.

notus

d *defin.* 23. *num* 24. e *per Corol num* 36.

notus etiam eſt d arcus R D, quo Æquinoctium Verum D, hic anteuertit Medium R. Quare gradibus & minutis arcus R D e conuerſis in tempus, ſi illud addatur tempori Æquinoctij Veri D, habebitur tempus Æquinoctij Medij, quo nimirum Sol Medius R appellet in D, principium Arietis.

Vt habeatur tempus Æquinoctij Medij autumnalis Q, quoniam id eſt in primo ſemicirculo ac proinde id præcedit æquinoctium autumnale Verum B, oportet tempus debitum proſthaphæreſi B Q ſubtrahere à tempore Veri Æquinoctij; ſic enim proueniet tempus Medij.

NVMERVS XLVI.

Reijcitur apparens inæqualitas præceſſionis Æquinoctiorum, ſiue motus firmamenti.

STellas Fixas moueri ſub Zodiaco inuiſibili in conſequentia motu tardiſſimo, vel Zodiacum inuiſibilem in præcedentia, dictum eſt obſeru. 5. *num.* 22. Qui motum illum Eclipticæ inuiſibili tribuunt, præceſſionem Æquinoctiorum appellant, quòd illo fiat, vt æquinoctialia puncta in præcedentia hoc eſt contra Signorum ordinem moueantur.

De qualitate huius motus varia ſunt opiniones Aſtronomorum. Ptolomæus, & poſt eum Albategnius, Alfraganus, Rabbi Leui, Albuaſſim Maurus, Abraham Zagutus, Aug. Riccius, alijque, ac demum Tycho, Kepplerus, Ricciolus, Bullialdus, & apud eum Perſæ, cenſuerunt motum firmamenti ſemper æqualiter ab Occaſu in Ortum, hoc eſt in conſequentia, procedere.

Arzachel, & Thebit putarunt Fixas non procedere in Ortum, niſi ad gradus aliquot; tum verò regredi in Occaſum. Et quidem a Arzachel ſtatuit caput Arietis viſibilis à capite Arietis inuiſibilis procedere in Ortum ad gradus 10 annis 750: inde per totidem gradus & annos in Occaſum ad caput Arietis inuiſ. redire, & per alios 10 gradus vltrà illud in Occaſum ferri, ſic vt tota longitudo motus ſit graduum 20; quam Thebit etiam facit maiorem. Exiſtimat Riccius Archelem, & Thebit in hanc opinionem adductos fuiſſe, quod ferretur Hermes, qui ante Ptolomæum vixit annis 1985, reperiſſe *Vulturem cadentem* in grad. 24 Sagittarij, quem Ptolomæus poſtea inuenit in gradu 17 Sagittarij, nempe Occidentaliorem: & Lucidam Hydræ in grad. 7. Leonis, quam Ptolomæus in grad. 30 Cancri.

Verùm ille Fixarum acceſſus, & retroceſſus, vt merum figmentum reijciendus eſt. Iam pridem enim Fixæ limites ab Arzachele & Thebitio conſtitutos, in Ortum ſunt prætervectæ. Diuerſitatem porro illam inter obſeruationes Hermetis & Ptolomæi, in æquiuoca ſtellarum nomina Regiomontanus alijque conijciunt. Plura contra hoc figmentum Riccius, Regiomontanus, Ricciolus *lib.* 3. *Almag. pag.* 166. *num.* 6.

Alij igitur affirmant quidem Fixas numquam regredi, ſed continuò progredi in Ortum, at motu, quoad apparentiam, inæquali. Ad hanc inæqualitatem ſaluandam fingunt Eclipticam inuiſibilem, adeóque & Æquinoctialia eius puncta, ferri per gradum vnum, & aliquot minuta, inde in Occaſum reuerti ad punctum vnde motus cœperat, atque vltra illud per tantumdem ſpatij pergere in Occaſum; ſic vt tota longitudo huius librationis ſit 2 graduum, & aliquot minutorum. Eſt autem hic motus tardior motu Fixarum. Quia igitur librationis ille motus ab Eclipticæ inuiſibilis ſphærâ firmamento communicatur, fit; vt motus Fixarum in Ortum modò tardior appareat, modò celerior, prout nimirum illi motus librationis aduerſatur, vel fauet. Nunquam tamen Fixæ regredi videntur, quia motus librationis tardior eſt Fixarum motu. Copernicus motum omnem Fixis adimens, librationem Æquinoctiorum attribuit Terræ. Siue autem cælo tribuant, ſiue Terræ, mira eſt hypotheſium & Periodorum huius motus inter Copernicum, Maginum, Longomontanum, Lansbergium, alioſque diuerſitas; eas paſſim apud authores, & præſertim Ricciolum reperies. Mihi quidem, quando nullum in ijs fructum perſpicio, recenſere non lubet,

Hæc opinio longè eſt præcedenti probabilior. Fundamentum illius præcipuum eſt, quod Fixarum velocitas modò maior, modò minor obſeruata videatur. Nam (ita habet veterum obſeruationum hiſtoria) Fixæ vnum gradum abſoluerunt æuo Ptolomæi annis 100; æuo Albategnij annis 66; & his temporibus annis 72. Accedit (quod *num. ſeq.* examinabitur) videri annos Solares eſſe inæquales, id verò non videtur aliunde, quàm ex dictâ Æquinoctiorum libratione oriri.

Nihilominus ſentio cum authoribus ſupra citatis, inter quos è recentioribus præcipui ſunt, Tycho, Kepplerus, Bullialdus, Ricciolus; motum præceſſionis Æquinoctiorum, ſiue motum Fixarum ſemper eſſe æqualem.

1. Quia

1. Quia Antiquorum obſeruationes tum alibi, tum hic meritò ſunt ſuſpectæ, vtebantur enim Aſtrolabio & Armillis, in quibus non niſi decades minutorum erant notatæ, vt colligitur ex Ptolomæi Abaco *lib.7.cap.5.* Deinde ad conſtituenda Fixarum loca, captabant diſtantiam Lunæ à Sole horizonti proximo, & noctu diſtantiam Fixæ alicuius a Lunâ, vt patet ex Ptolomæo *lib.7.cap.4.* & Copernico *lib.2.cap.14.* Quo in negotio nulla ab ijs habita eſt ratio refractionis, quæ omiſſa diſtantiam Lunæ a Sole 30 circiter minutis à verâ diuerſam exhibuit. His adde, quòd Ptolomæo non fuerit exacta parallaxium Lunæ ac Solis notitia, imò ne ipſum quidem Solis motum ſatis accuratè conſtitutum habuerit. Quare meritò Ricciolus pronuntiat Fixarum loca ab ijs ſic conſtituta, meritò de vnius ſaltem gradus errore ſuſpecta eſſe. Corruit igitur præcipuum huius ſententiæ fundamentum.

Similia ſuſpicantur Steuinius, Nonius, Kepplerus, Gaſſendus, Bullialdus. Totam Aſtronomiam (inquit Kepplerus) ſuſque deque fert hæc incertæ fidei proſthaphæreſis Æquinoctiorum in calculum recepta; & Gaſſendus, videtur (inquit) res eſſe magis commentitia, quàm vt ſcrupuloſiùs illam proſequamur.

2. Si antiquorum obſeruationes tum inter ſe, tum cum Tychonicis, & Ricciolanis comparentur, colligetur motus Fixarum aliquando velox, quando iuxta Copernicanas hypotheſes lentus eſſe debuerat; & contra. Id eſt oſtenſum à Ricciolo *Almag. lib.6. cap.17*, & obſeruatum à Tychone *tomo 1. progymn. pag.254.*

Argumentum ab anni inæqualitate eſſe nullum, patebit ex *num. ſeq.*

Omnibus igitur in vtramque partem penſitatis, ſentio præclarè illos de Aſtronomiâ mereri, qui tribus Anomalijs, obliquitatis Eclipticæ, Eccentricitatis, & Apogei, iam reiectis, etiam quartam illam eliminant. Ita enim Aſtronomicus calculus ingenti moleſtiâ liberabitur, Æquinoctiorum videlicet proſthaphęreſi, quę aliàs in omni calculo longitudinis non tantùm Solis, ſed etiam Lunæ, & Planetę cuiuſcumque eſſet ſupputanda. Neque tamen certitudine minori ſiderum loca ſic colligentur, quàm ex tabulis Prutenicis, Danicis, Lansbergianis, quæ Anomaliam illam ſupponunt, & Ricciolo teſte aliquando minùs cum obſeruationibus conueniunt, quàm ea, quæ ex tabulis Anomaliâ dictâ carentibus deducuntur.

Periodus Anomaliæ Æquinoctiorum à Copernico ſtatuitur annorum 1715. D.303 vel 307, dimidia nempe Anomaliæ obliquitatis Eclipticæ, & Eccentricitatis.

N V M E R V S XLVII.

Reijcitur annorum Solarium ſenſibilis inæqualitas.

ANnos ſolares, ſiue Tropicos, eſſe inæquales, multi cenſuerunt: inprimis Arzachel, Thebit; deinde Purbachius, & Commentatores eius plerique, Nonius, Copernicus, Rheinholdus, Mæſtlinus, Clauius, Maginus, Scaliger, Tycho qui poſtea mutauit ſententiam, Longomontanus, Lansbergius, Herigonius, alijque.

Hæc inæqualitas videtur probari. 1. Ex libratione punctorum Æquinoctialium: cùm enim annus conſtituatur ex reuolutione Solis ad puncta Æquinoctialia, ſi ea modò in Ortum modò in Occaſum ferantur, neceſſe eſt Solem modò ſeriùs, modò citiùs ad illa redire, adeòque annum modò longiorem eſſe, modò breuiorem. 2. Ex Anomalijs Eccentricitatis, & Apogæi. 3. Ex ipsâ anni Tropici quantitate, quæ, vt *num.*35. traditur, ex Æquinoctijs deducta, non vna ſemper atque eadem fuerit reperta.

Æqualitatem ſenſibilem tuentur Hipparchus, Ptolomæus, Albategnius, Rex Alphonſus mutatâ ſententiâ, Riccius, Bullialdus, & apud eum Perſæ, Vendelinus, Kepplerus, Rheita, Ricciolus, ac demum opinione mutatâ etiam Tycho.

Cum his ſentio nullam eſſe annorum Solarium inæqualitatem ſenſibilem.

1. Quia nulla extat anni quantitas deducta ex Æquinoctijs magis diſtantibus, quàm illa à Ricciolo collecta a ex Æquinoctijs Hipparchæis, & ex Æquinoctio à ſe obſeruato 1643, inter quæ anni intercedunt circiter 1800. Ea verò tum ex his Æquinoctijs, tum ex alijs mediâ electâ, colligitur. D.365. H. 5. 48′. 40″; à quâ parùm differt quam nos *num.* 49. eligemus. *a vide num.35.* Ab hac porrò Riccioli quantitate annuâ, nulla poſt Ptolomæum ex Æquinoctijs deducta fuit, quæ minutis 4 differret. Nemo porrò eſt obſeruandi peritus, qui non concedat hanc differentiam certè non magnam, ſiue fallaciæ obſeruationum, ſiue parallaxi, aut refractioni vel omiſſę vel perperâ aſſumptę adſcribi debere potiùs, quâm inęqualitati verę Solaris Periodi. Quantitates annuæ Hipparchæa & Ptolomaica, quæ Ricciolanam excedunt minutis circiter ſex, non ex meris Æquinoctiis, ſed ex cyclis Lunaribus, tanquam Solis curſui commenſurabilibus, deductæ ſunt, quam viam minùs accuratam eſſe oſtenſum eſt à Ricciolo *cap.15. lib.3. Almag.* & Ptolomæus ipſe fatetur, poſteris relinquens anni quantitatem ex lon-

rem minoremúe Medio A B. Hinc porro facilè iam intelligitur, annos Veros inſequentes, ſuis annis Medijs nonſolùm inæquales eſſe, ſed etiam aliter atque aliter inæquales, eò quòd propter motum Apogei, diſtantia principij Arietis ab Apogeo, adeoque & æquationes perpetuò mutentur. Quare cùm annorum Mediorum vna ſemper ſit, eademque longitudo, ab his autem anni Veri aliter atque aliter differant, conſtat eos non ſolùm anno Medio, ſed etiam inter ſe eſſe inæquales. Quod erat demonſtrandum.

Reliquum eſt vt oſtendam hanc anni Veri ac Medij differentiam nullius eſſe momenti. A- *Fig.46.*
pogeum K, ſiue A, ſingulis annis promouetur in conſequentia m non niſi grad. o. i. i'. 16". *m per nu.*
Quare etiam Anomalia a K V N, ſub anni finem tantùm differt ab Anomaliâ ſub anni princi- *43.*
pium grad. o. i. i'. 16". Hæc porro tantilla Anomaliarum differentia inſenſibilem inducit dif- *a def.23.*
ferentiam in Proſthaphæreſim T N C, ſeu R D, quæ eſt ſub anni finem, ab eâ, quæ eſt ſub *num.24.*
anni principium. Quare cùm anni Veri, ac Medij differentia oriatur à differentiâ Proſthaphæreſium, vt ſupra iam oſtendi, etiam illa inſenſibilis ſit, neceſſe eſt.

NVMERVS XLIX.

Anni Solaris Medij quantitatem vltimò determinare.

QVia *num.* 48 oſtenſum eſt annos Veros eſſe inæquales, fruſtra inquiritur exacta omninò eorum quantitas, vna omnibus conueniens. Poteſt tamen repetiri quantitas mediocris conueniens omnibus quàm proximè, eaque iam eſt reperta *num.* 35 ſuprà.

Anni verò Medij quoniam omnes inter ſe c æquales ſunt, vnam admittunt quantitatem *c oſtenſum*
omnibus communem, quam hic indagandam ſuſcepimus, non ex Veris Æquinoctijs, vt *num.* *eſt nu 24.*
35 factum, ſed ex Medijs: aliàs enim non prodiret anni quantitas prorsùs exacta, vt oſtendi *defin 28.*
in Scholio *num.* 35.

§. 1. Centrum Eclipticæ eſto T; Eccentrici verò C: initium Libræ B; linea motus Me- *Fig.46.*
dij T Q. Igitur Æquinoctium Verum autumnale ſit in B. Linea Apogei ſit A K V P. Aſſume duo Æquinoctia Vera, obſeruata vt docui *num.* 33. quæ diſtent ab inuicem quàm longiſſimo temporis interuallo. Ex Verorum Æquinoctium tempore inuento reperi tempora,
d quibus contingunt Æquinoctia Media Veris reſpondentia. Cum his Medijs Æquinoctijs ſi *d per num.*
ita proceſſeris, vt *num.* 35 proceditur cum Æquinoctijs Veris, quantitas anni Medij prodibit *45.*
in lucem.

§. 2. Hæc ita vniuerſim dicta vt in opus conſerantur, aſſumam cum Ricciolo duo Æ-
quinoctia autumnalia, annis Iulianis 1804 diſtantia. Primum a ab Hipparcho obſeruatum *a Ptol.l.3.*
eſt Alexandriæ ante Chriſtum labente anno 159 poſt merid. diei 26 Sept. horâ 18. 11. 15" *c.2.*
vt *in Scholio pag* 139. *lib.* 3. egregiè probat Ricciolus. Cùm igitur Bononia ſit Orientalior quàm Alexandria horâ. 1. 43', accidit Hipparchæum Æquinoctium Bononiæ poſt merid. diei 26 Sept. horâ 16. 28'. 15". Alterum obſeruauit Ricciolus Bononiæ anno 1646, com-
pletâ die 22 Septemb. hoc n eſt ſtylo veteri completâ Sept. die 12. horâ 14, 56'. *n vide di-*
Ex noto tempore vtriuſque Veri Æquinoctij, elicies tempus vtriuſque Medij hûc in mo- *cta num.*
dum. Ex *num.* 44 reperies tempore Hipparchi, hoc eſt, anno ante Chriſtum 159, Apogeum *35. §. 2.*
A fuiſſe in ♊ grad. 6; proinde principium ♎ diſtabat ab Apogeo A arcu B A graduum 114. Noto igitur arcui B A congruentem inueni Proſthaphæreſim (vt *num.* 45. docui) hoc eſt quantitatem arcus Q B, quæ erit grad. 1. 50. Sol autem motu Medio gradum. 1. 50. abſol-
uit d horis 44. 36. 8". His à tempore Veri Hipparchæi Æquinoctij (Sept. 26. H. 16. 28'. *d per coroll*
15") ſubductis (ſubduci o enim debent, cùm Æquin. ſit autumnale) habetur tempus Æqui- *num 36:*
noctij medij, Sept. 24. H. 19. 58'. 7". *o vide*
Pari modo quia anno 1646 Apogeū A erat circa ♋ m grad. 7, ac proinde ab initio ♎ di- *num.45.*
ſtabat arcu A B grad. 83, huic noto arcui conuenientem reperi æquationem (vt docui *nu.* 45) *m per nu.*
ea erit grad. 1. 56'. quæ motu Medio percurruntur à Sole horis 46. 56'. His ergo à tempore *38.*
Veri Æquinoctij recentis (quod erat Sept. 12. H. 14. 56') ſubductis, relinquitur tempus Æquinoctij medij, Sept. 10. H. 16.

Æquinoctium Medium.

Hipparchi. *Sept.* 24. H. 19: 58'. 7".
Riccioli. *Sept.* 10. H. 16. o. o.

Iam cùm vtriuſque Æquinoctij annus fuerit ſecundus poſt biſſextilem, ſi anni Iuliani dierum 365. H. 6. æquales eſſent Solaribus, debuiſſet Æquinoctium poſterius incidere in Septembris eumdem diem, horam &c. cum Hipparchæo. Nunc autem præceſſit diebus 14. H. 3. 38'. 7". vti patet, ſi tempus ſecundi Æquin. ſubducatur à tempore primi. Quare cùm

inter vtrumque Æquinoctium intercedant anni integri Iuliani 1804, hi totidem Solares excedunt D.14.H.3. 58′. 7″. Quod ſi ergo anni Iuliani 1804, annos 1804 Solares excedant D.14.H. 3. 58′. 7″: annus Iulianus vnus vnum Solarem quo exceſſu ſuperabit? Per reg. proport. colligitur exceſſus ille Secundorum 678 $\frac{224}{1804}$, hoc eſt grad. 0. 11′, 18″. 25‴, 46⁗ $\frac{3112}{9104}$, ſed fractio contemnitur. His igitur ab anno Iuliano dierum 365. H.6. ſubtractis, relinquitur annus Solaris Medius D.365.H.5.48′.41″. 34‴. 14⁗. Ricciolus colligit, D.365. H.5.48′. 41″. 34‴ deficiens 14 Quartis, quod inde accidit, quia in præceſſione annorum Solarium 1804, quæ erat. D.14.H.3.58′.7″. pro Secundis 7, ipſe per errorem poſuit Sec. 15.

§. 3. Vt anni quantitas certiùs innoteſcat, eliciemus eam ex binis adhuc alijs Æquinoctijs, inter quæ anni 1800 Iuliani intercedant. Primum obſeruauit Hipparchus Alexandriæ, acciditque Bononiæ anno ante Chriſtum 158. Septemb.26. completâ, & horis 22. 47′. Hoc tempus Veri Æquinoctij conuertes vt ſuprà, in tempus Medij, ſi ab illo ſubtrahas horas 44. 30′. 8″: relinquetur enim tempus Medij Æquinoctij, Sept.25.H.2. 16′.52″.

Alterum Ricciolus obſeruauit Bononiæ 1643, *die* (inquit) 22 *Sept. completâ, & hor.*22. 25′, quæ verba ſonant horas 22 etiam ſumi completas, cùm tamen in calculo ſumat incompletas: à tempore enim Hipparchæi Æquin. Veri (Sept.26.H.22.47′) ſubtrahendo tempus ſui Æquin. Veri (Sept.12 ſtylo veteri H.22.25′) reſiduum ponit.D.14.H.1.22″; quod fieri non poteſt, ſi horæ illæ 22 ſumantur completæ: tunc enim reſtarent. D.14.H.0. 22′. Tempus igitur Veri Æquinoctij Ricciolici præter annos Chriſti, ſunt Septemb. dies 12 ſtylo vet. Horæ 21.25′. Hoc conuertes in tempus Æquin.Medij vt ſupra. §. 2, ſubtrahendo horas 46, 56′: relinquetur enim tempus Medij Æquin.Sept.dies 10, horæ 22. 29′.

	Septemb. D.	H.	′.	
	12	21	25	
ſiue —	10	68	85	
	0	46	56	*Subtrahe*
	10	22	29	*reſid.*

His peractis à tempore Hipparchæi Æquinoctij Medij ſubtrahe tempus Æquinoctij Medij recentioris: relinquentur. D.14.H.3.47′.52″, quibus intra annos 1800 Æquinoctium Medium recentius præceſſit Medium Æquin. antiquum; hoc eſt quibus 1800 anni Iuliani.

	Septemb.D.	H.	′.	″.	
	25	2	16	52	*Æquin. med.*
ſiue —	24	25	76	52	*Hipparch.*
	10	22	29	0	*Æquin.Med.recens ſubtrahendum.*
	14	3	47	52	*Præceſſio*
ſiue —	1223272	*Secunda.*			*ann.*1800

excedunt 1800 Solares. Vnus igitur annus Iulianus vnum Solarem quo exceſſu excedet? Ex regulâ prop. proueniunt pro exceſſu illo Secunda 679 $\frac{2}{180}$ hoc eſt, grad. 0. 11′.19″ $\frac{1}{180}$: quibus ab anno Iuliano, D.365. H. 6. ſubtractis, relinquitur annus Medius. D. 365.H.5. 48′.40″. 56‴. 40⁗.

	D.	H.	′.	″.	‴.	IV.	
	365	6	0	0	0	0	*annus Iul.*
ſiue	365	5	59	59 $\frac{179}{180}$	0	0	
	0	0	11	19 $\frac{1}{180}$	0	0.	*præceſſio. 1. anni ſubtrahe*
	365	5	48	40 $\frac{179}{180}$	0	0	*annus Medius.*
ſiue	365	5	48	40	56	40	

Quantitates porro annuæ. §. 2 & §.3. iam inuentæ, ſolùm differunt Tertijs 37‴, Quartis 20⁗, inſigni profectò veritatis argumento.

Annus

		Annus Solaris ex Medijs Æquinoctiis deductus						
		D.	H.	I.	II.	III.	IV.	
Annus	Prior.	365	5	48	41	34	0	A
	Poſterior.	365	5	48	40	56	40	B
	Arithm. Medius	365	5	48	41	15	20	C

Porro annuæ quantitati C, reſpondent reuolutiones Solis diurnæ 365. grad. 86. 40′. 18″, 50‴.

Scholium I.

Irrepſit error in calculum Riccioli, quem ex duobus Æquinoctiis 5. 3. *à me relatis, inſtituit l.* 3. *pag.* 138. *in exemplo ſuo ſecundo. Nam ex annis* 1800 *collegit præceſſionem D.* 14. *H.* 4. 18′ *iuſtâ maiorem, cùm ea tantùm ſit, D.* 14. *H.* 3. 47′. 52″. *Conſequenter & præceſſionem vnius anni deduxit inde nimis magnam, grad* 0. 11′. 20″. 37‴ *: quâ ſubtractâ ab anno Iuliano collegit annum iuſto minorem, videlicet D.* 365. *H.* 5. 48′. 39″. 23‴, *colligi quippe debuiſſet B. Indicium erroris etiam hoc eſt. quod ex annis paucioribus, nempè ex* 1800 *præceſſionem collegerit D.* 14. *H.* 4. 18′, *maiorem eâ quàm collegerit ex annis pluribus, videlicet* 1804 *: ex his enim præceſſionem elicuit ſolummodò D.* 14. *H.* 3. 58′. 15″. *At procliue eſt errare in calculo: Scimus, & hanc veniam petimuſque damuſque viciſſim.*

Scholium II.

Si anni Solaris quantitas ex Veris Æquinoctiis num. 35. *deductæ, conferatur cum eâ, quam hìc deduxi ex Æquinoctijs Medijs, tam conſtabit hanc ab illâ modiciſſimè differre, Mediocris enim inter deductas ex Æquinoctijs Veris num.* 35, *erat A;*

	Di.	*Hor.*	*I.*	*II.*	*III.*	*IV.*
A	365.	5	48	45	0	0
B	365.	5	48	41	15.	20
C	0	0	0	3	44	40

mediocris autem inter deductas ex Æquinoctijs Medijs, eſt B. vtriuſque differentia eſt C, minor 4 Secundis vnius horæ. Licuit igitur ex annuâ quantitate A. *num.* 35 repertâ, motus Solis Medios; locum Apogei, Eccentricitatem, aliaque, citra errorem ſenſibilem deriuare: ac proinde, quamuis ea, quæ ex Medijs Æquinoctijs reperta eſt, ſit exactior, haud erit neceſſe illa omnia, quæ iam recenſui, denuo calculare & ad incudem reuocare. Neque tamen fruſtra ex Medijs Æquinoctijs anni quantitas tanto ſtudio fuit deducta; hæc enim ſi reperta non fuiſſet, conſtare certò non poterat illam alteram ex Æquin. Veris deriuatam, quàm proximè ad veritatem accedere.

NVMERVS L.

Inæqualitas dierum naturalium oſtenditur.

§. 1. Dies alius eſt Solis, alius Primi Mobilis.

Dies Primi Mobilis, eſt tempus quo punctum aliquod Æquatoris in ſupremo cælo ab vno Meridiani puncto, ab Ortu in Occaſum reuoluitur ad idem.

Dies Solis naturalis, eſt tempus quo Solis centrum ab vno Meridiani ſemicirculo ad eumdem ab Ortu in Occaſum reuoluitur.

Dies Solaris longior eſt die Primi Mobilis. Nam quia Sol motu proprio ab Occaſu in Ortum quotidie progreditur ſub Eclipticâ; inde fit, vt vnâ reuolutione Æquatoris Primi Mobilis ab Ortu in Occaſum peractâ, Sol nondum redierit ad eumdem eiuſdem Meridiani ſemicirculum, ſed vt redeat, de ſecundâ Æquatoris reuolutione inſuper requiratur tanta pars, quanta Meridianum pertranſit cum illo arcu Eclipticæ, quem Sol interim (hoc eſt eo die Solari) motu proprio percurrit.

Porro quemadmodùm Solares anni, ita & dies inter ſe ſunt inæquales, differentiâ quidem in ſingulis permodicâ, ſed notabili in multis. Huius inæqualitatis duæ ſunt cauſæ præcipuæ, obliquitas Eclipticæ, & Solis motus apparens inæqualis: quas hic breuiter exponam.

§. 2. Prima cauſa inæqualitatis dierum naturalium, eſt Eclipticæ obliquitas ad Æquatorem. Cùm enim dies Solaris præter vnam integram reuolutionem Æquatoris Primi Mobilis contineat inſuper reuolutionem eius arcus Æquatoris, qui cum arcu Eclipticæ, quem Sol eo die percurrit, Meridianum pertranſit: arcus autem à Sole quolibet die percurſi, etiamſi omnes ſemper æquales eſſent, propter obliquitatem Eclipticæ diuerſum habeant ſitum reſpectu Æquatoris; fit vt etiam arcus Æquatoris, qui cum ipſis Æquatorem pertranſeunt quotidie magnitudinis ſint diuerſæ. Quare cùm appendix illa, quâ dies Solaris diem Primi Mobilis ſemper æqualem ac ſimilem excedit, ſit quotidie magnitudinis diuerſæ, manifeſtum eſt etiam dies Solares diuerſæ magnitudinis neceſſariò eſſe.

a propr. 11. num. 25. Secunda cauſa eſt inæqualitas apparens motus Solis per Eclipticam. Is enim a circa Apogeum tardiſſimus apparet, circa Perigeum celerrimus: ab Apogeo autem ad Perigeum quotidie celerior fit, à Perigeo ad Apogeum ordine inuerſo, fit quotidie tardior vt *propr.* 11 *num.* 25. demonſtratum eſt. Quare cum appendix illa, quâ dies Solis diem Primi Mobilis ſuperat, ex motu Solis per Eclipticam proueniat, manifeſtum eſt eam modò maiorem, modò minorem futuram, prout motus Solis per Eclipticam fuerit celerior aut tardior, ac proinde magis minuſue motui Primi Mobilis contrarius fuerit.

Ex Anomalijs Æquinoctiorum, obliquitatis Eclipticæ, Eccentricitatis, motus Apogei, quando omnes illas iam reieci, nullam agnoſco in dies naturales inæqualitatem deriuari. Sed neque ab annorum inæqualitate hic quidquam metuendum cenſeo: cùm inæqualitas annorum ſenſibilis reiecta ſit *num.* 47; inſenſibilis autem, quam *num.* 48 aſſerui, ſi in annis ipſis ſentiri nequeat, multò minus in diebus ſentiri poterit.

Plures alias inæqualitatis huius cauſas opinantur, eaſque diuerſas, Tycho, Longomontanus, Kepplerus, Bullialdus; quos conſule. Non videntur autem ſolidæ: quia ijs neglectis, ſi duarum ſupra allatarum ratio habeatur, meliùs Eclipſibus ſatisfit, vt de obſeruatis à ſe teſtatur Ricciolus.

§. 3. Cùm igitur Solis dies inæquales ſint, oportebit eos ad æqualitatem reducere, hoc eſt, inter maximos & minimos medium reperire: quod ita fiet. Quoniam Sol ſub Zodiaco quotidie motu proprio tendit contra motum Primi Mobilis, inde fit, vt eius reuolutio diurna ſit aliquantò longior reuolutione diurnâ Primi Mobilis, ac proinde ſingulis reuolutionibus diurnis Solis, reſpondeat reuolutio vna Primi Mobilis, cum particulâ vnius reuolutionis. Vnde accidit, vt quando Sol contra motum Primi Mobilis Zodiacum totum abſoluerit, hoc eſt vnus annus Solaris effluxerit, reuolutiones diurnæ Primi Mobilis ſint vnâ plures diurnis reuolutionibus Solis. Cùm igitur vno anno Solari reuolutiones diurnæ Primi Mobilis excedant reuolutiones diurnas Solis, vnâ ſuâ reuolutione integrâ, hoc eſt gradibus 360: vno die Solari reuolutio, ſeu motus Primi mobilis reuolutionem, ſeu motum Solis quot gra-

a num. 49. dibus vel minutis excedet? Fiat vt annus Solaris, hoc eſt vt a dies Solares 365. H. 5. 48'. 41". 15'''. 20'''', ad vnum diem Solarem, ſiue horas Solares 24, ita gradus 360 (quibus vnius anni reuolutiones Primi Mobilis excedebant vnius anni reuolutiones diurnas Solares) ad quartum: prodibunt grad. 0. 59'. 8". 20''' fere, quibus vnius diei Solaris ſpatio motus Primi Mobilis excedit motum diurnum Solis. Quare cùm vno die Solari Sol reuolutionem vnam integram, ſiue grad. 360 ab Ortu in Occaſum abſoluat, (tempus enim, quo talis reuolutio vna abſoluitur, eſt dies ipſe Solaris), liquet vno die Solari motum Primi Mobilis abſoluere grad. 360. 59'. 8". 20''': hoc eſt vno die Solari Meridianum pertranſire Æquatoris grad. 360. 59'.

o vide num. ſeq. 8". 20'''. Hæc conuerſa o in tempus Primi Mobilis efficiunt horas. 24. 3'. 56". 32'''. 1''''. 20'''''. Dies igitur Solaris æquatur horis 24. 3'. 56". 32'''. 1''''. 20''''', Primi Mobilis: atque hic eſt dies Solaris Medius, qui quærebatur.

Ex die Medio, ſeu æquali per reg. prop. reperies æquales horas, minuta &c.

Scho-

Scholium.

Aſtronomi diei naturalis initium ducunt non ab Horizonte , ſed à Meridiano , vt nouas inequalitates dierum naturalium , triplici aliàs ex cauſa acceſſuras deuitent. Prima eſt, quòd ſupra Horizontem obliquum, cum æqualibus Ecliptice arcubus , longè inæqualiores arcus Æquatoris aſcendant , quàm cum iiſdem Ecliptice arcubus cælum medient , ſiue pertranſeant Meridianum. Ex quo neceſſariò conſequitur, multò maiorem exſurgere inæqualitatem dierum , ſi dies ab Horizonte computetur, quàm ex cauſâ ſecundâ aliàs fuiſſet orta , ſi dies à Meridiano incipiat. Accedit, quòd illud ipſum inæqualitatis incrementum, pro variâ Horizontis obliquitate, varium ſit atque diuerſum in locis diuerſis; vbi interim die à Meridiano computatâ, vnius diei vna ſemper vbiuis Terrarum, atque eadem inæqualitas exiſtit. Secunda eſt parallaxis Solis , quæ maxima eſt in Horizonte, & variatur ſecundùm variam Solis à Terrâ diſtantiam. Tertia eſt refractio, quæ etiam ipſa in Horizonte eſt maxima , & quidem ob vaporum inconſtantiam inconſtans , ac varia ; atque inde aſcenſiones Solis & declinationes Solis variantur, vnde noua rurſum in diebus inæqualitas cauſatur.

NVMERVS LI.

Gradus , & Minuta Æquatoris in tempus tum Primi Mobilis, tum Solare conuertere ; & contra.

Dies Primi Mobilis (vt dixi §. 3. *num. præced.*) eſt vna reuolutio Æquatoris ſupremi, vnde, cùm 360 gradibus Æquatoris debeantur horæ Primi Mobilis 24: vni gradui , vni primo, vni ſecundo , vni tertio &c. quot horæ aut horaria ſcrupula debentur ? Et viciſſim cùm horis Primi Mobilis 24, debeantur gradus 360 : vni horæ , vni ſcrupulo primo horario, vni ſecundo , vni tertio &c. quot gradus aut graduum ſcrupula debentur ? Vtrumque adminiculo regulæ proportionum innoteſcet. Atque hunc in modum conſtructæ ſunt tres tabellæ primæ ſequentes.

Deinde cùm vno die Solari Medio Meridianum pertranſeant Æquatoris gradus 360, 59'. 8". 20"', vt oſtendi §. 3. *num. præcedenti* , ac proinde cùm gradibus 365. 59'. 8". 20"'. debeantur horæ Solares 24 vni gradui, vni minuto primo , vni ſecundo, vni tertio, &c. quot horæ Solares & horaria ſcrupula debentur ? Et è conuerſo , cùm horis Solaribus 24 debeantur Æquatoris gradus 360. 59': 8". 20"' : vni horæ Solari, vni ſcrupulo primo horario , vni ſecundo, vni tertio quot gradus & grad. ſcrupula debentur ? Vtrumque , vt ſupra , regula proportionum patefaciet. Ita conſtructæ ſunt tabellæ 4 & 5.

I			II		III		
Æquatoris	*In tempus Primi Mobilis.*		*Horæ Primi Mobilis.*	*In gradus Æquatoris.*	*Temporis Primi Mobilis*	*In partes Æquatoris.*	
G	*hor.*	'			Min.	gr.	'
M	'	"			S	'	"
S	"	"'			T	"	"'
T	"'	IV		*grad.*	Q	"'	IV
1	0	4	1	15	1	0	15
2	0	8	2	30	2	0	30
3	0	12	3	45	3	0	45

RESIDVVM TABVLÆ PRÆCEDENTIS.							
4	0	16	4	60	4	1	9
5	0	20	5	75	5	1	15
10	0	40	6	90	6	1	30
15	1	0	9	135	10	2	30
30	2	0	12	180	20	5	0
60	4	0	15	225	30	7	30
90	6	0	18	270	40	10	0
180	12	0	21	315	50	12	30
360	24	0	24	360	60	15	0

	IV				V			
Æquatoris	*In tempus Solare.*				*Tempus Solare*	*In partes Æquatoris*		
G	*Hor.*	*I.*	*II.*	*III.*	*Ho.*	gr.	*I.*	*II.*
M	*I.*	*II.*	*III.*	*IV.*	M	*I.*	*II.*	*III*
S	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	S	*II.*	*III.*	*IV.*
T	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*	T	*III.*	*IV.*	*V.*
1	0	3	59	20	1	15	2	28
2	0	7	58	41	2	30	4	56
3	0	11	58	1	3	45	7	24
4	0	15	57	22	4	60	9	52
5	0	19	56	42	5	75	12	19
10	0	39	53	24	6	90	14	47
15	0	59	50	6	9	135	22	11
30	1	59	40	12	12	180	29	34
60	3	59	20	24	15	225	36	58
90	5	59	0	36	18	270	44	22
180	11	58	1	12	21	315	51	44
360	23	56	3	24	24	360	59	8

Corollarium.

Ex his patet, quî tempus Solare conuertatur in tempus Æquatoris, & contra. Nam tempus Solare datum per tab.5. verte in partes Æquatoris, & has per tab. 1. in tempus Æquatoris, ſeu Primi Mobilis: erit hoc æquale Solari dato. Similiter tempus Primi Mobilis datum verte per tab.2. in partes Æquatoris, has verò per tab.4. in tempus Solare: erit hoc æquale dato tempori Primi Mobilis.

NVMERVS LII.

1 *deſin.* 40. *num.* 1. *Ad datum tempus Solis Aſcenſionem* 1 *Rectam, ſiue longitudinem Æquatoriam inuenire.*

Fig. 49. EAdem operâ inquiretur Solis declinatio, & angulus quem facit Ecliptica cum declinationis circulo.

Æquator eſto M N: Ecliptica M B N D: Sol autem, ſeu punctum datum Eclipticæ, ſit in

in primo quadrante, vt in A, arcus declinationis circuli, ſeu [n] Meridiani per A ducti, ſit A F. n vide de-
In triangulo Sphærico A F M angulus ad [o] F rectus eſt, angulus autẽ acutus A M F eſt grad. ſin 11. &
[a] 23. 30′, obliquitas nempe Eclipticæ, & latus A M diſtantia [m] Veri loci Solis ab initio Arietis 18 num 1.
datur. Ergo ex Analyſi huius trianguli innoteſcet [p] latus M F, dato acuto A M F adiacens, o patebit
ipſa nempe Aſcenſio Recta [b] loci Veri Solis A, vnà cum latere A F, quod eſt declinatio puncti ex.num.68
A, & angulo M A F, facto ab Ecliptica & circulo declinationis, lib.2. a ſer num.

Sit deinde Sol in quadrante ſecundo, in B, & arcus circuli declinationis ſit B G. Motum 31.
Solis Verũ M B datum aufer à grad. 180, nempe à ſemicirculo M B N, & notum erit in trian- m deſin.21.
gulo Sphærico B G N Rectangulo ad G, latus B N. Sed & acutus B N G datur grad. 23. num.24.
30′. Ergo vt ſupra, innoteſcet latus N G; quod ſubtractum à grad. 180, nempe à ſemicir- p Trigon. ſph.
culo M N, dabit arcum M G Aſcenſionem [c] Rectam puncti B. o deſin. 39.

Si Sol aut punctum Eclipticæ detur in tertio quadrante, in C; à longitudine verâ [d] Solis num.1.
data M N C, aufer grad. 180, & notus erit arcus N C. Vnde per Analyſim trianguli rectan- c deſin 39.
guli C K N, innoteſcet arcus K N, cui ſi addantur N M, gradus 180, nota erit Aſcenſio Re- num.1.
cta M N K puncti C. d deſin 21. num.14.

Poſtremò ſi Sol aut Eclip. punctum detur in quadrante quarto ♈ M, aufer Motum Solis
Veru n [i] M N D à grad. 360: remanebit arcus D M notus. Quare rurſum per Analyſim i deſin 21.
Trigoni rectanguli D O M, innoteſcet arcus M O: quo dempto à grad. 360, remanebit num.24.
M N O Aſcenſio Recta puncti D.

Hunc in modum conſtruitur tabula Aſcenſionum Rectarum pro ſingulis Eclipticæ minutis.

NVMERVS LIII.

Radicem Motuum Solis ad quamuis Epocham conſtituere.

VT Motus [a] Medij, & ex illis [o] Veri ad datum tempus ſupputari poſſint, neceſſe eſt, vt a deſin.21.
ſciatur quantus fuerit Planetæ motus Medius, ſiue quis fuerit [b] locus ipſius Medius in num.24.
aliquo temporis momento; atque hic vocatur Radix motuum Planetæ, momentum verò ip- o deſin. 21.
ſum Epocha dicitur: quamquam Aſtronomi non rarò etiam per Epocham intelligunt ra- num. 24.
dicem ipſam. Expediet autem Radicem conſtituere ad Epocham temporis non apparentis, b deſin. 14.
hoc eſt inæqualibus diebus compoſiti, ſed æqualis, ſeu Medij, quia inuentio Mediorum Mo- num.24.
tuum *num.* 36 expoſita, ex quibus omnis ſupputatio ducitur, ſupponit æqualia tempora,
æquales nempe dies, horas, minuta &c. vide §.4. *num.* 58.

Radicem igitur motuum Solis reperies hunc in modum. Per. *num.* 37. ad notum aliquod
momentum ex. gr. ad horam 3. completam diei 30 Iunij, anni 1659, obſerua locum Solis c deſin.11.
[c] Verum, adeóque motum eius [d] Verum; atque ex Motu Vero ad idem momentum collige num. 24.
Motum Solis Medium, vt docui *num.* 39: hic Motus Medius erit motuum Solarium radix ad d deſin.21.
Epocham, ſeu momentum, quo facta eſt obſeruatio Veri loci Solis. num 24.

Sed quoniam ex hypotheſi hæc Epocha eſt temporis non æqualis, ſeu Medij, ſed apparen-
tis, oportebit hanc ad illam reducere: quod ita fiet. Ad Epocham, ſeu momentum tempo-
ris apparentis, quo facta eſt obſeruatio loci Solis, inueni [i] Aſcenſionem Solis Rectam. Hæc ſi i per num.
maior eſt Motu Medio per. *num.* 39. iam reperto, exceſſum in tempus Solare conuerſum 52.
adde tempori apparenti ipſius Epochæ; ſubtrahe defectum ſi minor eſt. Sic Epocham tem-
poris apparentis conuerteris in Epocham temporis æqualis, vti. *num.* 59. independenter ab
his demonſtrabitur.

Atque hunc in modum Radix motuum Solis ad Epocham certam temporis æqualis conſtituitur; quæ quia nullam aliam ſupponens è cælo per obſeruationem immediatè deducta fuit, tam ipſa quàm eius Epocha, Primitiuæ vocabuntur.

Porro cùm Aſtronomi ſoleant ab Epochâ illuſtriori aliquâ Aſtrorum motus numerare; gentiles quidem ab exortu Nabonaſſari, vel Alexandri; Chriſtiani à Natalitijs IESV Chriſti Filij Dei & Saluatoris noſtri, ijſdem nos veſtigijs inſiſtere æquum eſt. Fuerit igitur repertus ex.gr. Vraniburgi ad meridiem vltimæ diei Decembris completæ, anni 1600 tempore æquali, primitiua Radix, ſiue Medius Motus Solis Signorum. 9. grad. 10. 4′. 32″. Ex hac, Radicem aliam ad Chriſti Epocham tempore æquali ſic efficies. Ab Epochâ primitiuâ ſupradictâ (nempe ab anno 1600 completo in meridie vlt. Dec.) numera antrorſum annos æquales 1600, omiſſis diebus 10 qui in Kalendario Gregoriano ſunt adiecti ad præteritos, cùm nondum præteriſſent. Manifeſtum eſt ex hypotheſi terminum huius interualli eſſe Epocham Chriſtianam temporis æqualis, ad quam proximè (nam verùm præcisè, iam non quæritur) natus ſit Chriſtus. Annis verò æqualibus 1600 minus 10 diebus per. *num.* 36. reperies deberi Motum Medium Sign. 0. grad. 2. 33′. 20″: quem, quia noua Epocha eſt ante primitiuam,

ſubtrahe

ſubtrahe à Radice primitiuâ Sign. 9. grad. 10. 4′. 32″ (addi debuiſſet, ſi fuiſſet poſterior): relinquetur Radix noua ad Chriſti Epocham tempore æquali, Sign 9. grad. 7. 31′. 12″. Demonſtratio patebit ex. *num ſeq.* Eodem modo ad aliam quamcumque Epocham Radix motuum Solis ſtatuetur.

In Radicibus porro conſtituendis ſemper notanda ſunt hæc tria. 1. Determinandus eſt Meridianus, ſeu longitudo loci, cui Radicem placet affigere. 2. Statuendum eſt vnde velis anni principium ducere, vtrùm à mediâ nocte, quæ eſt inter vltimam Dec. & primam Ian. an à meridie vltimæ Decembris, an verò à meridie primæ Ianuarij. 3. habenda eſt ratio dierum decem, cùm inter Epocham & tempus datum annus correctionis Kalendarij intercedit.

Radix Medij motus Solis anno Chriſti 1. ineunte in meridie diei vltimæ Decembris Bononiæ tempore æquato.

	Sig.	grad.	′.	″.	‴.
Reinholdus	9	7	34	5	8
Tycho	9	7	38	55	16
Longomont.	9	7	37	59	42
Kepplerus	9	7	50	48	40
Lansbergius	9	7	36	1	53
Ricciolus.	9	7.	31	12	0

NVMERVS LIV.

a def. 12. num. 24.

Solis motum a *Medium ſeu longitudinem Mediam ad datum tempus ſupputare, quâ occaſione exponitur modus addendi & ſubtrahendi in Zodiaco.*

§. 1. DAtum ſit ex. gr. tempus apparens annus Chriſti 1659. Iunij 30. Hora poſt merid. 5, ad quod motum Solis Medium oporteat ſupputare.

Numera annos, & dies qui inter datum temporis momentum, & Epocham, quâ placuerit vti, intercedunt, quos interuallum nominabo. Deinde per *num.* 36, reperi motum Medium huic interuallo competentem; quem, ſi datum temporis momentum eſt poſterius Epochâ, adde Radici ad aſſumptam Epocham *num. præced.* conſtitutæ; deme autem, ſi anterius eſt. Ita prodibit longitudo Solis media ad momentum datum, pro eo loco, cuius Meridiano Radix Epochæ fuit affixa,

Fig. 47. Hæc operis ſumma, quam ſchemate appoſito declarabimus. Ecliptica ſit A D E Z: ♈ initium in A, ordo Signorum ex A versùs D Radix Medij motus eſto A D E. Motus Medius Epochæ & dati momenti interuallo debitus, ſit grad. 170: hos, ſi datum momentum eſt poſterius Epochâ, adde Radici A D E; hoc eſt gradus 170 numera in conſequentia ex E versùs Z, A, & numerationis terminus eſto in C. Locus Solis Medius ad datum momentum erit in C, motuſque Solis Medius A D E C, eoſdem verò gradus 170, ſi momentum datum eſt Epochâ anterius, ſubtrahe Radici A D E, hoc eſt eos numera in præcedentia ex E versùs D, A, & ſit terminus numerationis in D: erit D locus Medius, & A D motus Medius ad momentum datum.

§. 2. Quia verò modus addendi & ſubtrahendi in Zodiaco varios caſus complectitur, eos regulis ſequentibus exponemus.

Regvla I. A motu addendo vel ſubtrahendo abijce gradus 360 quoties poſſunt. Quod ſi nihil ſuperfuerit, additio & ſubtractio omittuntur, & punctum in Zodiaco quæſitum idem eſt cum dato: ſi aliquid ſuperfuerit, hoc addes, vel ſubtrahes.

Fig. 47. Sit ex. gr. Radix, ſeu longitudo nota A D E, adeóque punctum E notam habeat in Zodiaco diſtantiam ab A initio ♈: veniat autem huic addendus vel ſubtrahendus motus Medius certo temporis interuallo debitus, puta graduum 720, vt ſic aliud in Zodiaco punctum ab E diuerſum innoteſcat. Si abiectis à motu Medio gradibus 360 quoties poſſunt, nihil ſuperſit, conſtat ipſum per grad. 360, hoc eſt per integros circulos, adæquatè menſurari. Quare ſiue illum in conſequentia, ſiue in præcedentia ex E numeraueris, hoc eſt notæ longitudini

Digitized by Google

dini A D E addideris vel ſubtraxeris, numeratio ſemper finietur in E vnde cœperat. Quare fruſtranea erit tam additio, quàm ſubtractio, & punctum quod per additionem vel ſubtractionem quærebatur, idem erit cum puncto dato E, adeoque & longitudo quæſita eadem cum datâ A D E. Quod ſi verò abiectis gradibus 360, aliqui ſuperſint, illi vtique pauciores erunt 360 gradibus, ac proinde noto arcui additi vel ſubtracti, hoc eſt numerati ab E versùs Z, vel versùs D, terminabuntur alibi quàm in E, adeoque punctum quæſitum additione, vel ſubtractione innoteſcet.

Regvla II. Si, poſtquam Radici, ſeu longitudini notæ A D E, addideris vel ſubtraxeris motum Medium alicui temporis interuallo debitum, ſumma tota, vel reſiduum ſit graduum 360, aut per gradus 360 menſurabile, hoc eſt vnde abiectis 360 quoties poſſunt, nihil remaneat; longitudo quæſita erit nulla, eritque tum Planeta in ipſo ♈ initio A. Atque id quidem manifeſtò patet; illius enim ſummæ vel reſidui & principium eſt in A per hypotheſim, & quia integris circulis conſtat, etiam finis erit in A.

Quod ſi autem ſumma, vel reſiduum non ſit per grad. 360 menſurabile, ac proinde abiectis gradibus 360, ſiue integris circulis A D E Z A, quot poſſunt, aliquid ſuperſit, puta A D, illud vtique minus erit circulo integro, eritque ipſa longitudo quæſita.

Regvla III. Quando id à quo fieri debet ſubſtractio, eſt ſubtrahendo minus, addantur ipſi gradus 360, ab eoque ſic aucto ſubtractio fiat.

Ex. gr. oporteat à Radice A D E graduum 180 ſubtrahere motum Medium, puta graduum 670 debitum interuallo temporis, quod effluxit à momento ante Epocham dato, vſque ad Epocham, vt ſic (quemadmodum §. 2. dictum eſt) innoteſcat longitudo media ad momentum datum. Quia motus Medius, interuallo debitus eſt grad. 670, maior nempe integro circulo, priuſquam illum ſubtrahas, abijce grad 360 quoties poſſunt, iuxta reg. 1; id enim quod reſtabit, nempe grad. 310, oportebit ſolum ſubtrahere. Sed quia illud, nempe grad. 310, adhuc Radice A D E graduum 180 maius eſt, Radici A D E adijce gradus 360, ſiue integrum circulum E Z A D E: ab hoc aggregato ſi ſubtrahatur reſiduum ſupradictum, nempe grad. 310, numerando eos in præcedentia ex E per D vſque in Z, reſtabit ex toto quidem circulo arcus E Z, atque inſuper Radix A D E, hoc eſt reſtabit arcus A D E Z, longitudo quæſita ad momentum datum.

Summa Regularum hæc eſt. In omni additione & ſubtractione Aſtronomicâ, quando motus ſuperat gradus 360, illi abijciuntur quoties poſſunt; cùm verò id, à quo debes ſubtrahere minus eſt ſubtrahendo, minori gradus 360 adijciuntur, ab eoque ſic aucto fit ſubtractio.

Scholium.

Motus Medius ſupputatus hic fuit ad tempus apparens, cùm ad æquale fuiſſet ſupputandus. Erit igitur, vt tempori Medio exactè reſpondeat, corrigendus. Si tamen, quod fit plerumque, motus Medius ſupputetur vt ex eo eliciatur Verus, ſatis erit motum Verum corrigere, vt num. 57. §. 2. tradetur, aut ſi correxeris Medium, non erit opus Verum corrigere. Perinde eſt enim vtri correctio adhibeatur.

NVMERVS LV.

Locum [n] Solis Verum in Ecliptica, ſiue motum Solis [o] Verum ad datum quodlibet tempus Geometricè ſupputare.

n Def. 11. num 24.
o Def. 21. num. 24.

ECcentricus ſit R G K, & centrum eius B; Ecliptica ſuprema C E D F, & centrum eius A; linea Apogei ſit E F; Arietis initium in C; ordo Signorum ex C in S. Solis centrum dato temporis momento exiſtat in G, ducanturque rectæ A G H, B G, & A I parallela ad B G. Igitur dato temporis momento locus Solis Verus eſt H, [a] Medius locus I, motus Verus C E H, motus [b] Medius C E I, æquatio [c] I H; Anomalia Media, ſeu [d] argumentum Medium E I; motus Apogei Veri C E. Pari modo ſi Sol tempore dato exiſtat in K, vel N, ducanturque rectæ A K L, B K, & A M parallela B K; item rectæ A N O, B O, & A P parallela ad B Q; erit tempore dato motus Solis Verus C E D L, vel C O; Medius C E D M, vel C P; Anomalia Media E D M, vel E D F P; Æquatio M L, vel P O. His ad claritatem præmiſſis, Problema ſoluetur hunc in modum.

Fig. 48.

a vide def. 11. num. 24.
o def. 21. num. 24.
b def. 21. ibid.
c def. 23. ibid.
d def. 23. ibid.

§. 1. Per *num.* 54, inueniatur motus Solis Medius ad tempus datum, quem referat, vt dixi, vel arcus C E I, vel C E D M, vel C P.

§. 2. Per *num.* 44. repetiatur motus Apogei C E ad tempus datum.

§. 3. Ex

§. 3. Ex motu Medio & motu Apogei inuenietur Anomalia Media ſic: Si motus Medius (C E I, vel C E D M) ſit maior motu Apogei C E, aufer motum Apogei C E à motu Medio: nota remanebit Media Anomalia E I, vel E D M: Si motus Medius (C P) ſit minor motu Apogei C E, ad C P adijce gradus 360, hoc eſt integrum circulum C E D F C, ab eoque ſic aucto ſubtrahe C E; remanebit C P, atque inſuper ex integro circulo C E D F C, reſtabit E D F C: quæ ſimul iuncta dabunt Anomaliam Mediam E D F C P.

§. 4. Ex Anomaliâ Mediâ iam notâ elicietur Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis H I, vel M L, vel P O per. *num.* 40.

§. 5. Demum Æquatio motui Medio iam inuento ſubtracta vel addita, dabit motum Solis Verum ad tempus datum, hunc in modum; quando Anomalia (E I) eſt minor 180 gradibus, ſiue Semicirculo E D F, Æquatio I H à motu Medio C E I ſubtracta, dabit motum Verum C E H. Si motus Medius ſit minor æquatione I H, principio ♈ ipſam æquationem diuidente, ſubtractionem perage vt. §. 3. Quando Anomalia (E D M, vel E D F P) eſt maior gradibus 180, tunc æquatio M L, vel P O, addita motui Medio C E D M, vel C P dabit motum Verum C E D L, vel C O. Quod ſi contingeret motum Medium (C E D Q) tã prope abeſſe à gradibus 360, vt adiecta Proſthaphæreſi Q S proueniat ſumma C E D Q C S maior gradibus 360, abijce ex ſummâ grad. 360, ſiue integrum circulum C E D Q C, & notus relinquetur motus Verus C S pro eo loco, cuius Meridiano affixa fuit Radix Epochæ.

Cæterùm motui Vero ſic inuento, quia collectus eſt ad tempus datum apparens ſeu inæquatum, adhibenda eſt correctio, vt tradam *num.* 58. §. 2.

Scholium.

Quæcumque hactenus toto 5 & 6 capite à numero videlicet 22 ad hunc vſque locum tradidimus, huius potiſſimum problematis ſoluendi gratiâ fuère præmiſſa. Adeo reconditi artificij fuit Solaris per Eclipticam motus apparentem inæqualitatem ad menſuram reuocare. Pari artificio, vel etiam maiori opus erit. vt in Lunâ aliiſque Planetis idipſum præſtetur. Verùm multa his cum Sole communia; cuius proinde curſu ritè ſtabilito atque percepto, cætera deinceps omnia intellectu faciliora iam erunt.

Quantis porro moleſtiis ac tricis Solis calculum expediuerimus, quando cum Bullialdo & Ricciolo Anomalias obliquitatis Eclipticæ, præceſſionis Æquinoctiorum, & Eccentricitatis reiecimus, incommodo ſuo lector comperiet, ſi methodum Alphonſi, Copernici, Reinholdi, Lansbergij & aliorum experiri voluerit. Sanè ex omnibus Anomaliis iſtis, labor ingens, pretium operæ fere nullum; cùm loca Solis ad quæuis antecedentia ſæcula ex noſtrâ methodo inuenta, æquè vel magis cum obſeruationibus conueniant, quàm ea, quæ illorum methodo circuitu numerorum longiſſimo ac tædioſiſſimo eruuntur.

NVMERVS LVI.

Datum motum Verum (C E H, vel C E D L) in Medium conuertere.

Fig. 48. QVæratur dato Solis loco Vero ex. gr. H vel L, competens æquatio B G A, vel B K A; ſiue arcus Æquatorij H I, vel M L. Id verò factum eſt *num.* 39, & 45. Si diſtantia loci Veri ab Apogeo, arcus nempe E H eſt minor 180 gradibus, æquationem I H iam notam adde motui Vero dato C E H, & habebis motum Medium C E I ad tempus motus Veri: ſi diſtantia loci veri ab Apogeo eſt maior gradibus 180, arcus nempe E D L, Æquationem M L aufer à motu Vero C E D L; prodibit rursùm motus Medius C E D M, ad tempus Veri motus dati. Reliquos additionis & ſubtractionis caſus collige ex dictis *num præcedenti.*

NVMERVS LVII.

Regulæ temporis æquandi & inæquandi.

DIes Solares eſſe inæquales. *num.* 50 oſtenſum eſt. Tempus ex inæqualibus diebus compoſitum, dicitur apparens ſiue Verum, quia à motu Solis apparente, ſeu Vero conſtituitur.

tuitur. Tempus æquale, ſeu Medium eſt, quod conſtat diebus æqualibus ſeu Mediis, quos exhibui *num.* 51.

§. 1. *Tempus Apparens ad Medium reuocare.*

Datum ſit tempus Apparens. ex.gr. annus Chriſti 1659. Hora poſt merid. 3. 15′. Inquire ad hoc tempus motum Solis tum i Medium, tum m Verum, & Veri Aſcenſionem n rectam. Si Aſcenſio recta eſt motui Vero æqualis, tẽpus datum per ſe æquale eſt, adeoq́ue nullâ eget Æquatione. Si Aſcenſio recta eſt maior motu Medio, differentiá in tempus Solare conuerſam, adde tempori Apparenti; deme, ſi minor. Ita tempus Apparens datum reduxetis ad Æquale, ſeu Medium.

i per num. 54.
m per nu. 55.
n per num. 52.

Demonſtratio regulæ non ſic eſt obuia, quin tyronibus videatur aliquantò fuſiùs exponenda. Quia motus Solis Apparens, ſeu verus per Eclipticam tendit contra motum Primi Mobilis, inde fit (quemadmodum oſtendi. *num.* 50) vt dies Solares ſint longiores diebus Primi Mobilis. Quod ſi motus Solis per Eclipticam & æqualis eſſet, & per Æquatorem incederet, tũc, quia ille ſemper eodẽ modo, hoc eſt ſemper æqualiter motui Primi Mobilis aduerſaretur, dies Solares eodem ſemper exceſſu dies Primi Mobilis excederent, ac proinde omnes inter ſe æquales exiſterent. Nunc verò quia contrariatio Veri motus Solis per Eclipticam contra motum Primi Mobilis, duplicem inæqualitatem patitur, quarũ prima oritur ex ipſa inæqualitate a motus Apparẽtis, ſeu Veri, altera ex obliquitate Eclipticæ (cuius partes cùm aliter atque aliter ad Æquatorem inclinentur, etiam motus Apparens per illam incedens, quotidie aliter atque aliter motui. 1. Mobilis circa polos Æquatoris facti, contrariatur) neceſſe eſt ex duplici hoc capite dies exiſtere inæquales. Concipiamus modò in Æquatoris plano deſcriptum eſſe Horologium & duos horarum indices ex Æquatoris centro eductos, quorum primus ſit circuli declinationis o per Solem ducti ſectio cum Æquatore, ac proinde deſignet p Aſcenſionem Solis Rectã, alter abſcindat arcum Æquatoris (initio facto à principio ♈) æqualem motui Solis Medio. Si duo iſti indices in Æquatoris plano ab Occaſu in Ortũ ſic moueantur, vt primus ſemper comitetur locum Solis Verum deſignando ſemper in Æquatore Aſcenſionem Solis rectam, quam pro tempore aliam atque aliam Sol obtinet; alter verò eâdem ſemper velocitate feratur, quâ locus Solis Medius æqualiter procedit in Eclipticâ, atquè inſuper concipiatur eodem tempore vterque index (Horologij plano immobili permanente) ad motum diurnum 1. Mobilis circumagi ab Oriente in Occidentem, manifeſtum erit ex dictis, indicem primum in Horologio deſignaturum horas temporis Apparentis, indicem verò, ſecundum horas oſtenſurum temporis Æqualis, ac proinde arcum Æquatoris inter vtrumque indicem interceptum, differentiam temporis Apparentis & Æqualis efficere. Atqui arcus ille eſt differentia Aſcenſionis rectæ Solis, & Medij motus Solis. Ergo hic per *num.* 51. in tempus Solare conuerſus, eſt differentia inter tempus Apparens, & Æquale. Deinde quando Aſcenſio recta eſt maior motu Medio, tunc index primus apparens tempus deſignans, eſt Orientalior indice ſecundo deſignante tempus Æquale. Quare cùm tempus diurnum adeoq́ue & horarum ordo procedat ab Ortu in Occaſum, liquet indicem temporis Apparentis minus in Horologio dicto tempus oſtenſurum, quàm oſtendat index temporis Æqualis, ac proinde tempus Apparens futurum tunc minus tempore Æquali. Quando igitur Aſcenſio Recta maior eſt motu Medio, differentia Aſcẽſionis rectæ & motus Medij addenda eſt tempori Apparenti, vt tempus Æquale obtineatur. Ex quo iam patet faciendum eſſe cõtrarium, ſi Aſcenſio Recta ſit Medio motu minor. Atque ita regulæ ſuperiùs allatæ plena demonſtratio conſtat.

a vide nu. 22. & nu. 25. prop. 11.
o def. 12. num. 1.
p def. 40. num. 1.

§. 2. *Tempus Medium in Apparens conuertere.*

Ad tempus Medium, ſeu Æquale datum reperi motum Solis tum Medium, tum Verum & Veri Aſcenſionem rectam. Si Aſcenſio Recta eſt maior motu Medio, differentiam ſubtrahẽ tempori Medio vt fiat Apparens; adde, ſi maior eſt. Demonſtratio patet ex præcedenti. §.

Corollarium.

Tempus Apparens æquatione non indiget, cùm defectus motus Solis compenſat exceſſum Aſcenſionis Rectæ, vel contra; quod bis in anno contingit: item quando Sol cum ſuo Apogeo eſt in aliquo punctorum Cardinalium.

Scholium.

Ratio æquandi tempus iam tradita à Ptolomæo ad Tychonem ab omnibus Aſtronomis vſitata, duas ſupponit cauſas inæqualitatis dierum, videlicet inæqualitatem Apparentis motus Solis & obliquitatem Ecliptica. Recentiores quia plures inæqualitatis dierum eſſe cauſas opinantur, alias æquandi temporis vias adinue- nire

nire conati ſunt. Verùm cum aliæ iſtæ inæqualitatis cauſæ ſint vel incertæ vel minus probabiles, nihil eſt cur ab antiquâ æquandi temporis ratione recedamus: quâ quidem Eclipſibus à ſe obſeruatis Ricciolus magìs quàm aliâ vllâ fieri ſatis affirmat.

NVMERVS LVIII.

Quando & quomodo temporis æquatio ſit adhibenda.

QVando ad tempus datũ ſupputandus eſt motus Medius & ex illâ Verus, tempus Apparens reduci debet ad æquale, ſeu Medium; quia Mediorum motuum inuentio *num.* 36 expoſita, ſupponit æqualia tempora, dies videlicet, horas, ſcrupula &c. Temporis porro inter momentum datum & Epocham extremitas vtraque æquanda eſt. Prior, nempe Epocha, æquata fuit *num.* 53, poſterior, ipſum videlicet momentum datum, æquabitur vt *num. præc.* §. 1. docuimus. Itaque

§. 1. Si Lunæ vel alterius Planetæ (nam de Sole dicam ſeorſim) ſupputanda fuerit ad tempus datum Longitudo Media & Vera, vel Media tantùm, oportebit ante omnia, vt ipſa Epocha, ad quam Radix motuum eſt conſtituta, ſit non apparens, ſed (quod *num.* 53. præſtiti) æquata. Deinde temporis momentum datum, ad quod Planetæ Longitudo quæritur, ex apparenti reducendum eſt ad æquale ſeu Medium, vt docui *num. præced.* §. 1. atque ad illud ſic æquatum motus, ſeu Longitudo Planetæ ſupputabitur.

§. 2. In Sole, ne bis oporteat motum Verum & Medium inquirere, ſic age. Suppoſitâ, vt priùs, Epochâ per *nu.* 53 exæquatâ, motum Solis Medium & Verum *a* ſupputa ad tempus
a per num. 54 & 55 datum apparens, ſeu inæquatum, ſed motui Vero ſic obtento tantum adde vel deme, quantum temporis æquationi *num. præc.* §. 1. traditæ, debetur: Differentiam videlicet Aſcenſionis Rectæ & motus Medij in tempus ſolare *b* conuerte, & debitum huic motum Medium inqui-
b per num. 51. rẽ per *nu.* 36: quem ſi Aſcenſio Recta eſt maior motu Medio, motui Vero ad tempus datum obtento adde; ſi minor eſt, deme. Ita prodibit Solis motus, ſeu Longitudo Vera tempori æquali exactè reſpondens.

Licet eâdem viâ procedere etiam in Lunâ & Planetis.

§. 3. Cùm petitur motus æqualis dato temporis interuallo competens, æquandum eſt interualli initium & finis, & interuallo ſic æquato motus, qui ei debetur, colligendus.

§. 4. Si Epochâ, ad quam Radix motuum cuiuſuis Aſtri ſuerit conſtituta, vti placuerit apparente, ſeu inæquatâ, quod fecêre Ptolomæus, Alphonſus Rex, Copernicus, Æquationem temporis ita perage. Inquire primò ad ipſam Epocham inæquatam Planetæ motum tum Mediũ, tum Verum, & Veri Aſcenſionem Rectam. Deinde ad datum momentum inæquatum rursùm inueni motum Planetæ tùm Medium, tum Verum, & Veri Aſcenſionem rectam. Quibus habitis ſume differentiam Aſcenſionum, & differentiam Mediorum motuum. Si hæ differentiæ ſunt æquales inter ſe, nullâ temporis æquatione opus eſt. Si differentia Aſcenſionum maior eſt differentiâ Mediorum motuum, exceſſum in tempus Solare conuertes, & per *num.* 36 inquires quantus illi motus Medius conueniat, quem motui Vero ad datum momentum ſupra inuento, adijcies. At ſi differentia Aſcenſionum minor eſt Mediorum motuum differentiâ, defectum conuerte in tempus, & Medium motum illi debitum motui Vero ad datum momentum reperto, ſubtrahe. Sic prodibit motus Aſtri Verus tẽpori æquali exactè reſpondens.

§. 5. Longomontanus, Lansbergius, Bullialdus, Ricciolus, non probant radices motuum conſtitui ad Epochas apparentes, ſeu inæquatas. Rationem afferunt, quia ſic non colligitur Planetæ Longitudo eadem ex vnâ Epochâ, quæ ex alterâ; ſi verò Epochas adhibueris exæquatas, quamcumque aſſumpſeris, eadem ſemper Longitudo Planetæ obtinebitur.

Scholium.

Æquatio temporis maximè neceſſaria eſt in Lunâ; in Sole minùs. In reliquis Planetis contemni poteſt: cùm enim nequeant horum loca ſupputari eâ præciſione, quâ Solis & Lunæ, operæ pretium non erit illas ex temporis æquatione minutias conſectari.

Kriſtmannus, Vitichius, & in primis Vendelinus in Lampade arcanorum cæleſtium, & in Idea tabularum Atlanticarum reductionem temporis apparentis ad æquale, & æqualis ad apparens ne in Sole quidem & Lunâ eſſe neceſſariam exiſtimant. Refragantur illis Bullialdus, & Ricciolus, qui bene contra Vende-

linum vrget, fieri non poſſe, quin ex cauſa neceſſaria inæqualitatis dierum (eam num.50, & 57 expoſuimus) effectus, hoc eſt dierum inæqualitas, conſequatur.

NVMERVS LIX.

Quando tempus Æquale conuerti debeat in Apparens.

IAm dictum eſt oſtenſumque *numero præcedenti* reducendum eſſe tempus Apparens ad Æquale, quando ad datum tempus aliquod motus, ſeu locus Planetæ ſupputatur. At ſi ex motibus ſupputandum ſit tempus, quo phænomenum aliquod, vt Nouilunium, Plenilunium, Eclipſis Lunæ Soliſue, continget, vel iam contigerit, illud vtique æquale, ſeu Medium prouenie; cùm enim motuum cæleſtium ſupputatio omnis ex Medijs, hoc eſt æqualibus Motibus deriuetur, tempus inde collectum non poterit non eſſe æquale, ſeu Medium. Quare cùm nos tempora motu Solis, non Medio, ſed Vero, ſeu Apparente metiamur, manifeſtum eſt phænomeni tempus, quod (vt dixi) ex eiuſmodi calculo prouenit æquale, oportere ad Apparens reducere. Modum reductionis habes *num.*57. §.2.

NVMERVS LX.

Motum Solis aut Planetæ cuiuſuis ad Meridianum vnius loci inuentum, cuiuis Meridiano accommodare.

CVm motus Planetæ cuiuſuis Aſtri ad datum tempus fuerit inuentus, is ſolùm conueniet Meridiano loci, ad quem Epocha Mediorum motuum fuerit conſtituta. Exemplo rem declaro.

Aliquis Antuerpiæ exiſtens cupiat motum Solis Verum ad annum 1657. Dec. dies.2, horas 2. 6. Operando vt 55. *num.* præſcriptum eſt, reperietur motus Solis Verus conueniens illi momento, quando eſt hora 2. Bononiæ, ᵃ ad cuius Meridianum Radix Medij motus fuit conſtituta. Quando autem Bononiæ eſt hora 2, tunc Antuerpiæ, quæ Occidentalior eſt, nondum eſt hora 2. Itaque operando vt præſcriptum eſt *nu. præced.* prodibit motus Medius conueniens alij momento temporis, quàm dato. Quare vt obtineam motum conuenientem illi momento, quando Antuerpiæ eſt hora 2, ſcire debeo quanto interuallo hora 2 Bononiæ, anticipet horam 2 Antuerpiæ, & motum Medium anticipationis interuallo debitum addere in hoc caſu motui Vero antea reperto. Hæc rei propoſitæ theoria. Praxim ita inſtitues.

a num. 53.

Quere motum Verum conuenientem illi momento temporis, quod in loco, ad quem conſtitura eſt Epocha, eſt dato tempori cognomine.

Inquire Longitudinem tum loci ad quem conſtituta fuit Epocha, tum loci dati, cui conuenientem deſideras motum Planetæ Verum.

Longitudinum differentiam conuerte in tempus Solare, vt tradidi *num.*51.

Per *num.*36, collige motum Medium debitum huic tempori.

Quem, ſi locus datus eſt Occidentalior loco Epochæ, adde motui Vero reperto ſupra; ſi Orientalior eſt, ſubtrahe; atque ita habebis motum ad tempus datum in loco dato.

Demonſtratio patet ex dictis.

Nota porro eodem recidere, ſiue motum Medium Epochâ intactâ reuoces ad Meridianum datum, ſiue Epocham ipſam: & hoc poſtremum conſultius eſt, nam Epochâ ſemel ad Meridianum datum reductâ, motus Medij, quotieſcumque libuerit, reductione non ampliùs repetitâ ſupputantur. Quod ſi Epocha non ſit reducta, in ſingulis Mediorum motuum ſupputationibus, reductio eſt iteranda.

Scholium.

Differentia Meridianorum, ſeu Longitudinum, reperitur ex obſeruatione Eclipſium Lunarium. Obſeruatum ſit ex. gr. Eclipſis initium in loco A, horâ poſt merid. 9; in alio loco B horâ 10. temporis differentiam, quæ nunc eſt hora vna, conuerte in graduus Æquatoris per tabellam 5. num. 51. Proueniunt grad. 15. 2'.28". quibus locus B Orientalior eſt loco A. Verùm, quia Lõgitudinis locorum cognitio accurata Solis ac Lunæ motus plenè iam conſtitutos ſupponit, ad eos autem conſtituendos minimè ipſa ſit neceſſaria, eius tractationem in alium locum reijcio.

FINIS LIBRI PRIMI.

ASTRONOMIÆ
LIBER SECVNDVS
DE MOTV LVNÆ

CAPVT PRIMVM.

Qui motus in Luna, & quo modo ſint obſeruati.

CVm in omni parte Matheſeos tum vel maximè in Aſtronomiâ, vti initio huius operis præfatus ſum, magni intereſt, vt ordo ſcientiæ legitimus teneatur. In quo quia minùs accurari paſſim Aſtronomi fuêre, vix ſtudioſi, ſi inſtitutore careant, niſi labore permagno, ex eorum libris Aſtronomiam perdiſcent. At ſi ordo ſcientificus, quo in Geometriâ vtimur, accuratè ſeruetur, & facile, & iucundum huius ſcientię ſtudium exiſtet. Quod igitur in Sole, niſi fallor iam præſtiti, idem in Lunâ conabor efficere: & quamuis Lunarium motuum Theoria, & dimenſio ſit implexior ac difficilior, quàm Solarium, perficiam tamen Deo iuuante, vt qui Solis Theoriam *libro* 1. explicatam intellexerit, Lunarem pari facilitate, quâ Solarem, percipiat.

NVMERVS PRIMVS.

Lunæ motus Primus & Secundus, ſeu motus Lunæ Diurnus, & motus Lunæ in Longitudinem.

LVna, quemadmodum omnia ſidera, mouetur quotidie ab Ortu in Occaſum, ſiue in antecedentia: qui motus vocatur Primus & Diurnus.

Præter hunc alio cietur motu ſibi proprio ob Occaſu in Ortum, ſiue in conſequentia ſub Zodiaco. Obſeruatum eſt enim ſi cum aliqua ſtellâ Fixâ Meridianum Luna hodie pertranſeat, cras eâdem ſtellâ ad Meridianũ reuerſâ, eam adhuc diſtare à Meridiano grad. 13. 10′, 35″; hoc eſt vnius horæ minutis 47′. 51″. 25‴, ſeriùs ad Meridianum appellere. Similiter ſi hodie Luna oriatur ex. gr. horâ quartâ; cras deprehendes oriri ſeriùs ſpatio fere temporis iam dicto. Rurſum Luna poſt Coniunctionem cum Sole ab eo quotidie elongatur magis magiſque in conſequentia, donec poſt menſem cum eo rurſum coniungatur. Manifeſtus eſt ergo Lunæ motus in conſequentia.

Quod autem ſub Zodiaco, quamuis extra Eclipticæ planum, hic motus peragatur, hinc patuit, quod maxima declinatio Lunæ ab Æquatore deprehenſa ſit 5 gradibus, & aliquando 7, differre à declinatione maxima Solis, ſeu Eclipticæ. Reperitur autem declinatio Lunæ ab Æquatore, ſi (vide *fig.* 44. *lib.* 1.) Exploretur [a] tum altitudo Meridiana Lunæ A Q, tum altitudo [b] Æquatoris N F: hâc enim demptâ ab altitudine Meridianâ Lunæ, relinquitur F Q declinatio Lunæ ab Æquatore.

a *per num.* 28. *lib.* 1.
b *per num.* 27. *lib.* 1.

Circulus igitur ſub quo mouetur Luna in Longitudinem, ſecat Eclipticam in duobus punctis, quæ Nodi vocantur. Porro ſitus huius circuli clariùs intelligetur *num.* 9. & 10, vbi de Lunæ motu in Latitudinem, & de motu Nodorum in pręcedentia tractabitur.

Cæterùm ex motu Diurno & motu in Longitudinem inter ſe permixtis, in diebus artificialibus Lunę habetur menſis ſpatio omnis varietas ea, quam orii ſpatio vnius anni in diebus artificialibus Solis *num.* 15. 16. 17. in libro primo demonſtrauimus. Diem Lunæ artificialem voco, tempus quo ſupra Horizontem eſt.

NVMERVS II.

Motus Lunæ in longitudinem denominationes & ſpecies.

VAriè denominatur, prout à diuerſis initijs numeratur.

Motus in longitudinem Periodicus.

Si numeretur à ſtabili aliquo puncto Zodiaci, ex. gr. ab initio Arietis, vocatur *Motus* Lunæ *Periodus in Longitudinem*, eoque Luna Zodiacum c abſoluit diebus 27, horis 7. 43′. 4″. percurrit autem quotidie grad. 13. 10′. 35″. Reuolutio eiuſmodi vna Lunæ per Zodiacum, *Menſis Periodicus* appellatur.

c oſtendam num. 14.

Motus Lunæ à Sole.

Si numeretur à Sole, vocatur *Motus* Lunæ *à Sole*; *elongatio*, *longitudo*, *diſtantia* Lunæ *à Sole*. Elongatur autem Luna à Sole quotidie, d grad. 12, 11′. 26″. 41‴: ad Solem redit d diebus 29. H. 12. 44′. 3″: quod ſpatium temporis dicitur *Menſis Synodicus*, & *Lunatio*. Eſt longior menſe Periodico, quia quando Luna reuerſa eſt ad punctum Zodiaci, in quo Solem reliquerat, (hoc eſt menſe Periodico iam elapſo) ibi Solem non reperit, quòd is interim ſit motu proprio in conſequentia progreſſus. Quare vt eum Luna aſſequatur, debet adhuc vnum fere Signum percurrere.

d oſtendam num. 34.

Ab hoc motu omnis phaſium Lunarium varietas oritur. Lunâ enim Soli coniunctâ, Interlunium eſt, quia pars illuminata à nobis totaliter auerſa eſt. Vocatur autem hæc phaſis *Nouilunium*, *Luna ſilens*, *Coniunctio cum Sole*, *Synodus Luminarium*, *Copula*, *Syzygia*. Duæ poſtremæ voces pluraliter ſumptæ (Copulæ, Syzygiæ) Nouilunium ſimul & Plenilunium deſignant. Nouilunij Signum eſt ☌, Plenilunij ☍.

Deinde poſt vnum vel alterum diem, paulò poſt Occaſum Solis apparebit acutiſſimè corniculata, propè Horizontem Occiduum: atque hæc *Prima Lunæ Phaſis*, ſeu *Apparitio* nominatur.

Die circiter quarto, cum iam 60 gradibus receſſit à Sole, pleniore cornu apparet.

Septimo circiter die, cùm integro quadrante à Sole diſtat, apparet ſemiplena, dimidiata, biſecta: quæ Phaſis vocatur *Prima Quadratura*, eiuſque Signum eſt □. Nobis tamen poſitis in ſuperficie Terræ, Luna præcisè apparet biſecta paulò ante Quadraturam; nempe dum à Sole diſtat gradibus ſaltem 87, vel (quod probabilius) 89. vt alio b loco demonſtrabitur.

b num. 19. lib. 5.

Circa vndecimum diem, cum à Sole diſtat gradibus 120, apparet gibboſa.

Circa diem decimum tertium adhuc multò gibboſior cernitur, & fere plena.

Tandem 14 aut 15 die, Soli oppoſita, & rotunda ac plenè illuminata apparet.

Peracto Plenilunio eædem Phaſes, ſed ordine inuerſo, reſtituuntur. A Nouilunio vſque Plenilunium pars Lunæ illuminata Occidentem ſpectat, ſed cornua Orientem; à Plenilunio ad Nouilunium contrarium accidit.

Motus Lunæ ab Apogeo, ſiue motus Anomaliæ.

Si motus in longitudinem numeretur ab Apogeo Eccentrici (aſſignabitur enim Lunæ circulus Eccentricus *num.* 13 & 16. ob inæqualitatem motus in Longitudinem, *num.* 3 & 4, exponendam) dicitur *motus Anomaliæ*; eiuſque Periodus eſt *Menſis Anomaliſticus*, dierum i 27. H. 13. 18′. 34″. Eſt paulò longior menſe Periodico, quia Apogeum (vt oſtendam *num.* 7.) etiam, quamuis tardè, in conſequentia mouetur.

i oſtendam num. 34.

Motus Lunæ in latitudinem.

Si denique numeretur à Nodis, hoc eſt ab alterutro punctorum, in quibus Lunæ orbita ſecat Eclipticam, motus in latitudinem appellatur: & diurnus quidem m eſt grad. 13. 13′. 45″.

m oſtendam num. 52.

Periodus eius vocatur *Menſis Draconticus*: abſoluitur diebus 27. H. 5. 5′. 36″. Eſt breuior menſe Periodico, quia Nodi (vt dicam *num.* 10.) mouentur ſenſim in præcedentia.

Vnde fit, vt ad Nodum, à quo abierat, Luna antè redeat, quàm totum Zodiacum abſolue-rit. Sed de motu Latitudinis, & motu Nodorum agam iterum *num.* 9. & 10, & ex profeſſo toto cap. 6,

c toto cap 3 & 6. *Periodos horum motuum in Longitudinem ſingulis hic adſcripſi ſolummodo in anteceſſum. Infra enim c artificium tradetur quo illæ ſunt repertæ, & reperiri de nouo poſſint. Sunt autem Periodi dictæ non ſecundùm motus Veros, ſed ſecundum Medios acceptæ. Periodos enim motus Veri in longitudinem inæquales eſſe, oſtendam num. ſequente.*

NVMERVS III.

Motus Lunæ in Longitudinem inæqualitas prima.

QVemadmodum primus Solis, ita etiam Lunæ per Zodiacum, ſeu potiùs ſub Zodiaco motus eſt inæqualis. Id quod ex ſequentibus obſeruationibus exploratum fiet.

§. 1. Comparando Lunam cum Sole & ſtellis Fixis, ad quas appellit, euidenter comperies eam ſub Zodiaco, imo ſub eadem parte Zodiaci, nunc tardè, nunc velociter, nunc mediocri velocitate moueri; inæqualitate tam ſenſibili, vt ea tota neque in refractionem, neque in parallaxim refundi poſſit. Et quidem intra dies circiter 28 motus Lunæ ſemel eſt velociſſimus, & ſemel (nempe poſt dies 14) tardiſſimus, bis mediocris. Vnde patet primæ inæqualitatis Periodum eſſe menſtruam. Porro non ſolùm partes vnius reuolutionis, ſed etiam reuolutiones integræ inter ſe inæquales reperiuntur, vt patebit ex §§. ſequentibus.

§. 2. Obſeruetur coniunctio Lunæ cum aliquâ ſtellâ Fixâ, & tempus coniunctionis notetur. Deinde elapſo circiter menſe rurſum nota tempus, quo Luna ad eandem ſtellam reuertitur. Tempus inter vtramque coniunctionem intercedens, eſt menſis Periodicus Verus, ſiue eſt tempus quo Luna motu Vero integrum Zodiacum percurrit. Hac obſeruatione ſæpius repetitâ, comperies integras Lunæ per Zodiacum reuolutiones inæquali tempore abſolui, hoc eſt menſes Periodicos eſſe inæquales. Ex quo manifeſtum eſt Lunæ motum in Longitudinem ſub Zodiaco inæqualem exiſtere. Quamuis autem parallaxis longitudinis (de quâ agam *lib.* 3. *cap.* 7.) hic interueniat: potuit illa tamen in hac rudiori indagine diſſimulari, cùm inæqualitas quæ deprehenditur tanta ſit, vt ea nequeat in parallaxim vllo modo tota refundi.

§. 3. Obſeruetur præſidio tubi Optici quando Luna appareat biſecta, & cum quâ ſtellâ Fixâ coniuncta tum ſit. Deinde poſt menſem circiter obſerua tempus quo iterum biſecta appareat. Huiuſmodi obſeruatione diuerſis temporibus ſæpiùs repetitâ, comperies interuallum temporis inter duas Lunæ Biſectiones, ſiue Dichotomias interiectum, modò maius eſſe, modò minus, inæqualitate rurſum adeo ſenſibili, vt in nullam aliam cauſam poſſis reijcere, quàm in irregularitatem motus Apparentis. Verùm quia in Quadraturis inæqualitati primæ admiſcetur ſecunda, vt dicetur *num* 5. ſic propriè non innoteſcit inæqualitas menſis Synodici, qui eſt tempus ab vno ☌ ad aliud, ſed inæqualitas menſis Quadratici, qui eſt tempus ab vnâ Quadraturâ ad alteram vnâ intermiſſâ. Sit ergo

§. 4. Ex interuallo duorum Eclipticorum ☍ elice menſem Synodicum hoc modo. Notum habeas numerum menſium Synodicorum, qui à primo Ecliptico ☍ ad ſecundum effluxêre, quem colliges ex numero Pleniluniorum quæ interim contigerunt. Ponamus interceſſiſſe menſes Synodicos, ſeu Lunationes 15. Notum quoque habeas tempus ab vno Ecliptico ☍ ad alterum, quod vocemus A. Cùm igitur 15 Lunationes efficiant tempus A; vna Lunatio quantum tempus efficiet? per regulam proport. prodibit quantitas vnius Lunationis, ſeu menſis Synodici. Si hunc in modum ex diuerſis Eclipſium paribus, menſem Synodicum ſæpius elicueris, valde inæquales eorum quantitates reperientur: quod non contingeret, ſi omnes Synodici menſes inter ſe æquales exiſterent.

Atque hæc hactenus eſt Lunæ inæqualitas prima, quæ infra num. 13. & 16. *ſaluabitur per Eccentricum, vt in Sole. Quæ porro hîc rudiori Mineruâ attentauimus, ſuis locis accuratiùs præſtabuntur.*

NVMERVS IV.

Locum Lunæ in Zodiaco obſeruare.

VSus erit huius Poriſmatis in ſecundâ Lunæ inæqualitate explorandâ.

Primus

Primus modus, quando Sol & Luna ſunt ambo ſupra Horizontem.

Quadrante exquiſito & amplo metire diſtantiam Lunæ à Sole in Eclipticâ; quod fiet, ſi per Dioptras lateris intromittas Radium Solis, ſic enim latus inſtrumenti directum erit in Solis centrum; per Dioptras verò regulæ collimes in punctum illud marginis Lunaris, quod Soli proximum eſt, vel à Sole remotiſſimum: ita enim nota fiet diſtantia marginalis puncti Lunæ citimi, aut remotiſſimi à centro Solis: cui diſtantiæ auferendo vel addendo Lunæ Semidiametrum apparentem, diſtantia centri Lunæ à centro Solis innoteſcet. Ad finem porrò hic intentum ſufficit Diametri apparentis obſeruatio *o* mediocriter exacta; imo ſatis erit mediam aſſumere inter maximam & minimam, qualis ferè eſt minutorum 32′. In quadraturis notitia Diametri non requiritur, cùm facilè tum poſſit in Lunæ centrum collimari. *o praxim ab his independentem vide lib.3. num. 30. mod.1.*

Reperiatur deinde *a* ad idem tempus locus Verus Solis in Zodiaco. Cum ergo nota ſit diſtantia Lunæ à Sole, liquet etiam Lunę in Zodiaco locum latere non poſſe. *a per num. 55. lib.1.*

Quoniam verò hic interuenit parallaxis Lunę à Sole in Longitudinem, ea euitabitur fere tota, ſi obſeruatio fiat cùm Luna eſt in gradu Eclipticæ nonageſimo ab Horizonte; tunc enim parallaxis longitudinis (quod patebit independenter ab his ex *num.* 39. *lib.* 3. *propr.* 1.) euaneſcit; aut cùm Luna in Meridiano poſita prope Verticalis eſt, (quod in locis paruam habentibus Latitudinẽ contingit) tunc enim quia fere nulla eſt parallaxis Altitudinis, etiam Longitudinis parallaxis, vtpote minor alterâ, fere nulla euadet, vti patebit ex. *num.* 39. *lib.* 3. *propr.* 8. Dixi, *fere tota*, quia adhuc reſtat parallaxis Solis; ſed cùm ea (vt oſtendam *lib.* 3. *num.* 19) 30 Secundâ non excedat, contemni poteſt. Modus porro reperiendi Lunam in Nonageſimo independenter ab his tradetur *lib.* 2. *num.* 72.

Modus ſecundus pro tempore nocturno.

Metire diſtantiam Lunæ ab aliquâ ſtellâ Fixâ in Zodiaco Longitudinis notæ. Docebimus porro *a* alibi independenter ab hoc negotio ſtellæ datæ Longitudinem, & Latitudinem reperire. Cùm ergo nota ſit Lunæ diſtantia à ſtellâ in Zodiaco Longitudinem habente notam, etiam Lunæ Longitudo innoteſcet. *a lib. 5. nu 7. & 8.*

In captanda diſtantia Lunæ à ſtella non requiritur notitia Diametri apparentis, cum Lunę, vtpote lucentis, radius poſſit per dioptras intromitti, ac proinde latus regulæ tunc ſit in centrum Lunæ directum.

Hæc praxis melior eſt præcedenti, tum quia non requiritur notitia Diametri apparentis, tum quia poteſt parallaxis in Longitudinem vitari tota, ſi captetur tempus cùm Luna eſt in Eclipticæ gradu nonageſimo, aut fere tota ſi obſeruetur Luna, cùm magnam habet altitudinem Meridianam, vt dixi ſupra. Fixæ autem omni parallaxi carent.

NVMERVS V.

Secunda Lunæ inæqualitas exponitur.

8. §. 1. LVna tempore Syzygiarum, hoc eſt in ☌ & ☍ obnoxia eſt Soli inæqualitati primæ, quam *num.* 3. præſertim §. 1. & 4. expoſui. At extra Syzygias præter Primam etiam Secundam patitur. Nam ſi eo, quem *cap.* 3. docebimus, modo reperiantur motus Lunæ Medij, atque ex his (vt docebitur. 4. c.) Eccentrici Eccentricitas, & Apogei locus, & Æquationes ſingulis Anomaliæ gradibus competentes: experientiâ conſtat tempore ☌ aut ☍ vnam æquationem ſimplicem ſic inuentam ſufficere, vt ex motu Lunæ Medio Verus eliciatur: Verus enim qui ſic elicitur, conuenire deprehenditur cum *a* obſeruato; & Eclipſes Solis ac Lunæ præſidio motuum vnâ illâ ſimplici æquatione inuentorum, accuratè prædicuntur. Quod ſi extra Syzygiarum tempus eâdem methodo locum Lunæ Verum ſupputaueris, is manifeſtò diſſentiet ab eodem per obſeruationem acquiſito: eritque diuerſitas tantò maior, quantò fuerit Luna Quadraturæ propinquior, & in ipſis Quadraturis maxima. Ex quo patuit Lunam extra Syzygias alterâ præter Primam inęqualitate inuolui. *a per nu. 4.*

§. 2. Cùm Syzygiæ incidunt in gradum *a* Anomalię 95 vel in 265, hoc eſt cùm Luna Soli coniuncta vel oppoſita ab Apogeo diſtat gradibus 95, vel 265, Primæ inæqualitatis æquatio, ſeu differentia, inter motum Medium & Verum, eſt maximarum minima, nempe graduum 5, vt oſtendam *num.* 39. *a Anomalia definitur lib.1. num. 24. defin. 16.*

§. 3. Cùm Quadraturæ incidunt in gradum Anomaliæ 97. 30′, vel in gradum Anomaliæ

liæ 261.30′, hoc eſt quando Luna à Sole remota grad. 90, diſtat ab Apogeo Eccentrici grad. 97.30′, vel 261. 30′, vtriuſque ſimul iunctæ inæqualitatis æquatio, ſeu motus Veri ac Medij differentia, eſt maximarum maxima, aſcenditque ad gradus 7.30′. vt *num.* 41. oſtendam.

Ne Tyronum porro in his phantaſia turbetur, notare debent Nouilunium, Plenilunium, Quadraturam, imo quamlibet Lunæ phaſim, in quemuis Anomaliæ gradum poſſe incidere. Itaque cum §. 1. dixi inæqualitatem Secundam in Quadraturis eſſe maximam, id hunc in modum intelliges: in quodcumque punctum Anomaliæ Quadratura inciderit, maior tum eſt Secunda inæqualitas, quàm ſit, cum alia quæuis Lunæ phaſis in eodem puncto contingit.

b *per propr. 11. num. 25. lib. 1.* §. 4. Cùm Lunæ motus apparet tardiſſimus vel velociſſimus, ac proinde cùm [b] eſt in Apogeo vel Perigeo ſui Eccentrici, ſiue tum ſint Syzygiæ, ſiue Quadraturæ, inæqualitas vtraque euaneſcit: tunc enim inter motum Medium & Verum nulla diuerſitas obſeruatur.

Fig. 5. *Pro §. 5. Eccentricus Lunæ eſto C H E S V H; Apſidum linea E V, Mediæ Longitudines in punctis H, S, quæ determinat Recta H C S per Eccentrici centrum lineæ Apſidum perpendicularis.*

§. 5. Quando ☌ vel ☍ contingit circa Medias Longitudines H, S, toto illo menſe fere nulla deprehenditur inæqualitas Secunda: quia neceſſe eſt menſe illo Quadraturas incidere circa lineam Apſidum E V; vbi, vt dictum §. 4, Secunda inæqualitas, imo & Prima, euaneſcit.
c *per §. 1.* Cùm ergo tum Secunda inæqualitas in ipſâ Quadraturâ in quibus eſſe debet [c] maxima, ſit nulla aut pene nulla, liquet à fortiori eam toto menſe illo aut nullam, aut fere nullam exiſtere. Menſibus tamen conſequentibus ſenſim ea creſcit; quia dum ☌ & ☍ ſenſim à Medij Longitudinibus recedunt, etiam Quadraturę proximè ſequentes recedunt ſenſim longiùs à lineâ Apſidum ac proinde accedunt propiùs ad Longitudines Medias, circa quas tam Prima quam Secunda inæqualitas ſunt maximæ, vt dictum §. 2. & 3.

§. 6. Periodus Secundæ inæqualitatis intra menſem bis tota abſoluitur. Bis enim nulla eſt, in ☌ videlicet & ☍, & bis maxima, in vtraque nimirum □. Abſoluitur ergo Periodus vna à ☌ ad ☍, altera à ☍ ad ☌.

d *traduntur num. 46. & 47.* §. 7. Duo modi ſunt, [d] quibus extra Syzygias Lunæ Verus motus ſeu locus, ex Medio ad tempus datum, elicitur. Primus eſt huiuſmodi. Locus Lunæ Verus ita ſupputatur ac ſi tum eſſent Syzygiæ, adhibendo nempe æquationem ſimplicē inæqualitatis Primæ; & locus Lunæ ſic inuentus vocatur *Primò æquatus*, quia adhuc ſecundò æquari debet, & *Fictus*, quia diſcrepat à loco per obſeruationem acquiſito. Inquiritur deinde æquatio altera, quæ loco Lunæ Ficto addita vel ſubtracta, exhibet locum Lunæ Verum ad tempus datum extra Syzygias, loco Vero per obſeruationem acquiſito conſentientem. Locus Lunæ ſic correctus, dicitur *Secundò Æquatus*. Alter modus, qui mihi clarior & expeditior videtur, vnam æquationem vtrique
e *à Bullialdo lib. 3. c.* inæqualitati ſimul iunctæ conuenientem, inquirit. Si primo modo vti placuerit: Scito ex obſeruationibus [e] compertum, æquationis Secundæ additionem vel ſubſtractionem peragendam eſſe ſecundùm regulas ſequentes.

Fig. 5. Reg. I. Cùm eo temporis momento ad quod locus Lunæ Verus petitur, linea Synodi-
i *vide defin. 4 num. 20.* ca [i] A T, eſt in Anomaliæ quadrante quarto H E, vel primo E S, ſi tum Luna tendat a ☌ ad ☍, æquatio ſecunda ſubtrahenda eſt loco Lunæ Ficto, vt is correctus euadat; addenda verò, ſi Luna tendat à ☍ ad ☌.

Reg. II. Cum linea Synodica ſecat Anomaliæ quadrantem ſecundum S V, vel tertium V H, tunc à ☌ ad ☍ æquatio ſecunda addenda eſt loco Ficto; à ☍ ad ☌ ſubtrahenda.

§. 8. Ex his ſequitur locum Lunæ Verum extra Syzygias ſecundò Æquatum, ſubinde magis, & ſubinde minùs differre à loco Medio, quàm ab eodem differat locus primò Æquatus, ſeu Fictus, qui Syzygijs, ſi tum eſſent, competeret.

§. 9. Obſeruatum eſt à Tychone in Append. to. 1. Progymn. ad inueſtigandam æquationem ſecundam vtendum eſſe potiùs motu Vero Lunæ à Sole, quàm Medio; ſic enim locus Lunæ calculo inuentus, euadit conformior obſeruato. Alij tamen Aſtronomi vtuntur Medio.

§. 10. Poſtremò inſignis illa Secundæ inæqualitatis proprietas eſt: cùm Luna quadrata, ſeu 90 grad. à Sole diſtans, mouetur tardiſſimè, hoc eſt cùm Quadratura incidit in Apogeum Eccentrici, diſtantiam habet à Terra maiorem quàm aliàs vnquam: cùm verò 90. grad. à Sole diſſita, mouetur celerrimè, hoc eſt cùm Quadratura incidit in Eccentrici Perigeum, diſtantia eius à Terrâ eſt abſolutè minima. Id quomodo ex parallaxium obſeruationibus colligatur, dicam *lib.* 3. *num.* 10.

Ex his arbitror fore vt inæqualitatem Lunæ Primam & Secundam ſtudioſi clarè intelligant; quam paſſim vel obſcurè vel ſtrictim Aſtronomi exponunt. Siquid adhuc obſcuritatis adhæſerit, id euaneſcet penitus, cum ſequenti capite Lunæ Hypotheſis exponetur. Porro quemadmodum ad explicandam Lunæ Primam inæqualitatem, Eccentricum adhibituri ſumus cum Eccentricitate ſemper eâdem, ita ad explicandam Secundam, quæ inuoluit Primam & aliquid ampliùs, Eccentricum cum Eccentricitate mutabili aſſume-

aſſumemus cap. ſeq. ac deinde cap. 4. & 5 docebimus quo artificio inueniantur æquationes, quæ vnicuique Eccentricitati ad ſingulos Anomaliæ gradus debeantur.

NVMERVS VI.

Tertia Lunæ inæqualitas.

HAnc Tycho *tomo 1. Progymn. pag. 126*, Variationem Lunæ, Bullialdus *lib. 3. cap. 13*, Lunæ Reflexionem vocat. Detecta ea primùm eſt à Tychone, qui deprehendit extra Syzygias motū Apparentem Lunæ, etiam adhibitā æquatione compoſitā, quæ nimirum Secundæ inæqualitati credebatur ſufficere, ſupputatum, aliquantulùm adhuc differre à motu Apparente per obſeruationem obtento; adeóque vt conueniat, opus adhuc eſſe æquatione nouā, quæ maxima cùm eſt, aſcendat ad minuta 41'. 32", vel, vt Kepplerus, ad minuta 51'. 49". Eſſe autem maximam in Octantibus, hoc eſt in locis Medijs inter Syzygias & Quadraturas, nimirum in remotionis à Sole gradu 45, 135, 225, 315: in Syzygijs verò & Quadraturis nullam: adhæc à ☌ ad ☍ eſſe auferendam motui Vero Lunæ bis æquato; addendam verò à ☍ ad ☌. Porro qnantitas & menſura huius inæqualitatis nondum ſatis explorata eſt: Bullialdus enim eam ſe obſeruaſſe affirmat iam minorem minutis 40, iam multò maiorem; & Ricciolus ait ſe perfectam Lunę hypotheſim differre, dum certiora de hac Variatione tertiā per obſeruationes (Tychonicas, opinor intelligit, quarum editio expectatur) fuerint obſeruata..

NVMERVS VII.

Motus Apogei Lunæ.

APogeum Lunaris Eccentrici mouetur motu quodam valde tardo in conſequentia, quod ita compertum eſt. Artificio tradendo infra a repetitur locus Apogei in Eclipticā ad certum tempus. Deinde ad aliud tempus, menſibus aliquot vel etiam anno vno alterone interiectis, eodem artificio Apogei locus inquiritur, qui tum erit Orientalior, ſiue longiùs ab Arietis initio remotus, quàm priùs. Atque hoc conſtanti experimento ſemper accidit. Vnde manifeſtum eſt Apogeum in conſequentia moueri. Periodum huius motus docebimus loco citato abſolui annis Ægyptijs (hoc eſt dierum 365) 8, diebus 311, horis 5. 30' circiter. Vnde percurrit Apogeum vno die minuta 6'. 41". 4'". 48''''. *num. 35.*

NVMERVS VIII.

De duplici Apogeo.

QVæ numero præcedenti dicta ſunt, intellige de Apogeo Lunæ tempore Syzygiarum, ſeu ☌ & ☍. Extra Syzygias enim duplex Apogeum ſtatuemus *num. 16*, Medium & Verum, quæ in ipſis Syzygijs ab inuicem non differunt prorſuſque coincidunt. Extra Syzygias autem Medium Apogeum æquali fertur in conſequentia motu, integrum Zodiacum percurrens, planè vt in Syzygijs: at Verum Apogeum vltra citraque Medium libratur, vt *num. 16.* pluribus explanabitur.

NVMERVS IX.

Motus Lunæ in Latitudinem.

LVnam motu proprio non ferri ſub Eclipticā, ſed ab eā declinare, compertum eſt ex eius Altitudine Meridianā (vt tradidi ſub finem *num. 1.*) quæ modò maior eſt Altitudine Meridiana puncti a Solſtitialis, modò minor. Quare orbita Lunæ A C B D ſecat Eclipticam A O B Q, in duobus punctis A, & B, quæ dicuntur Nodi. Nodus A, per quem Luna tranſit ad ſemicirculū Borealem A C B, vocatur Nodus Borealis, ſeu Aſcendens, caput Draconis; eiuſque nota eſt ☊. Nodus B, per quem Luna tranſit ad ſemicirculum Auſtralem B D A, vocatur Nodus Auſtralis, ſeu deſcendens, Cauda Draconis; eiuſque Signum eſt ☋. Limites ſunt puncta C, D, quæ maximè ab Eclipticā declinant: diſtant à Nodis 90 gradibus.

Fig. 1.

a defin. 17. lib. 1. num. 1.

Maxima

b quid ſit latitudo Lunæ patet ex defin. 33. num. 1.

Maximâ [b] Latitudo Lunæ, ſiue diſtantia Limitum ab Eclipticâ, à Ptolomæo vſque ad Tychonem credita ſuit permanere ſemper eadem nempe grad. 4. 58'. 30", vel rotundè grad. 5. At Tycho primus detexit Latitudinem eam ſolùm conuenire Syzygijs; extra eas verò creſcere Latitudinem, vſque ad Quadraturas, in quibus tandem aſcendat ad grad. 5. 17'. 30". Nondum prodiere in lucem obſeruationes, quibus hanc inæqualitatem aſſecutus eſt. Tam perito obſeruatori meritò interim fides habebitur.

c cap. 6.

Periodum motus Lunæ in Latitudinem infra [c] ſerutabimur. Ea erit D. 27. H. 5. 5'. 36". Vnde quotidie Luna recedit à Nodis grad. 13. 13'. 45", 29‴, 28⁗. Eſt porro menſis Latitudinis, breuior non ſolùm Synodico, & Anomalliſtico, ſed etiam Periodico, eò quòd Nod (vt mox dicam) abeant in præcedentia, dum Luna fertur in conſequentia: vnde fit vt Luna Nodis, Zodiaco nondum abſoluto, occurrat.

NVMERVS X.

Motus Nodorum in præcedentia.

d per num. 35. lib. 1.

NOdorũ in præcedentia motus præſidio Eclipſium Lunæ ſic innoteſcit. Obſerua momentum Medium durationis Eclipticæ; quod efficies, ſi duratione Eclipſeos biſectâ, ſemiſſem addas tempori, quo Eclipſis incepit: tum ad momentum illud Mediæ durationis quære locum [d] Solis Verum. Pari modo obſerua momentum Medium alterius Eclipſis, & quis tum ſit Verus Solis locus inquire. Reperies hunc eſſe propiorem initio Arietis, quàm priorem, numerando ſcilicet in antecedentia: atque hoc experimento repetito contingere deprehendes. Quare cùm Luna, dum Eclipſatur, ſit Soli diametraliter oppoſita, etiam ipſius locus Verus in poſteriore Eclipſi erit propior initio ♈, quàm in priore, & ſic deinceps. Atqui Luna dum Eclipſatur, eſt in Nodis aut circa eòs, vt dicetur in Eclipſium Theoria *lib.* 4. Ergo Nodi mouentur ſenſim in antecedentia. Exactior inquiſitio fiet *num.* 50. & 51.

Periodus Nodorum abſoluitur annis Ægyptijs 18. D. 223. H. 6. 12' circiter. Motus Diurnus Nodorum eſt grad. 0. 3', 10". 38‴ circiter. Quæ omnia ex *cap.* 6. infra fient manifeſta.

NVMERVS XI.

Motus Lunæ in Altitudinem.

Fig. 4.

VAriam eſſe Lunæ à Terrâ diſtantiam ex eius parallaxibus inueſtigandis & demonſtrandis *cap.* 2. *lib.* 3. fiet manifeſtum. Et abſolutè quidem maximam, cùm Quadraturæ incidunt in E Apogeum Eccentrici; minimam, cùm in V Perigeum. Idem patebit ex variâ magnitudine diametri Apparentis, de quâ agemus *cap.* 5. *lib.* 3.

NVMERVS XII.

Libratio Lunæ multiplex.

OBſeruata hæc primùm eſt à Galilæo per tubum Opticum, & poſt hunc à Langreno, Gaſſendo, Bullialdo, Heuelio, Ricciolo, Franciſco Maria Grimaldi, alijſque. Poſtremi duo obſeruarunt librari Lunam ſuper axe ſuo ab Ortu in Occaſum, & ab Occaſu in Ortum vltro citroque, per partes 12 quarum Lunæ radius eſt 100. Colligitur hæc libratio ex eo, quod maculæ à limbo Orientali Lunæ per dictum ſpatium modò recedant, modò accedant (atque idem intellige de limbo Occidentali) quædam antea viſæ occultentur, ac deinde rurſus in conſpectum veniant. Simili indicio animaduerſa eſt libratio in Boream & Auſtrum, imò & in alias plagas. Conſule Ricciolum toto *cap.* 10. *lib.* 3. de hoc Phænomeno fusè & accuratè tractantem, item *cap.* 7. à *num.* 10. *Almag.*

CAPVT II.

Proponuntur Hypotheſes Lunæ in Longitudinem.

INter Lunæ Hypotheſes, quas magno numero Aſtronomi excogitarunt, duæ ſunt omnium ſimpliciſſimæ, & intellectu facillimæ, quarum alteram tradit Ricciolus *lib.* 1. *Almag. cap.*28: alteram fusè, ſed obſcure, & abſque demonſtratione vllâ congruentiæ cum Phœnomenis propoſuit primò Maginus *lib.* 1. *Theoricarum*, ac deinde nonnullis immutatis & adiectis Lansbergius. Has duas, ne Hypotheſium varietate Studioſorum mentes intricentur, omiſſis cæteris, adhibebo. Reijciam tamen Magini Solidos orbes, & librationem Æquinoctiorum Lansbergianam, eiuſdemque Anomaliam Æquinoctiorum, nec non circellum libratorium, quem Tertiæ inæqualitati ſaluandæ adhibet, vtpote Tychonis obſeruationibus non congruentem. Adhæc neutrius me numeris ac menſuris adſtringam, ſed eas ſequar quæ videbuntur maximè cælo conuenire.

NVMERVS XIII.

Hypotheſis Prima Longitudinis Lunæ.

PARS PRIMA HYPOTHESEOS.

§. 1. ZOdiacus ſit T R O Z, eiuſque ac Terræ centrum A; per quod ducatur diameter R Z. In hac à Terræ centro A ſumatur Eccentricitatis interuallum A B, & centro B deſcribatur circulus Eccentricus L F Q ω. Quanta porro ſit Eccentricitas A B inuenietur ac demonſtrabitur infra *num.* 38, partium nempe 8745, quarum radius Eccentrici B L eſt 100000. Per hunc Eccentricum moueatur Luna ſecundùm ordinem Signorum, qui in ſchemate porrigitur à puncto O versùs R T Z. Adhæc Apogeum L, motu quodam valde lento feratur etiam in conſequentia: cuius periodum abſolui annis Ægyptijs 8. diebus 311. horis 5. 30′. Demonſtrabitur *num.*35. Fig. 2.

§. 2. Per hanc hypotheſim prima pars Primæ inæqualitatis expoſita. *num.*3. §. 1. eodem planè modo explicabitur, quo inæqualitas Solis explicata fuit *lib.* 1. *num.*23. Altera verò pars Primæ inæqualitatis expoſita *num.*3. §. 2. 3. 4. quæ in menſium tam Synodicorum, quàm Periodicorum inæqualitate conſiſtit, ex eadem Hypotheſi demonſtrabitur eumdem prorſus ad modum, quo *lib.* 1. *num.*43 annorum Solarium inæqualitas fuit demonſtrata.

PARS SECVNDA HYPOTHESEOS.

§. 3. Ab Eccentricitatis A B termino B ſumatur diametro R Z, recta B C, quæ intelligatur diuiſa eſſe in partes æquales 180, & harum ſingulæ in ſcrupula 60. Quantitatem huius lineæ inueniemus *num.*41. oſtendemuſque eam eſſe partium 4308, quarum radius Ecc. C E eſt 100000. Per hanc lineam B C, centrum Eccentrici à Syzygijs ad Quadraturas aſcendat, deſcendat autem à Quadraturis ad Syzygias, ſic vt in Syzygijs centrum Ecc. ſemper ſit in B, in Quadraturis ſemper in C; & ſit motus ille centri ſemper duplo celerior vel motu Medio Lunæ à Sole, vel potius, vt ſatisfiat dictis §.9. *num.*5, motu Vero Lunæ à Sole; ita vt quo tempore Luna à Sole recedit vno gradu, centrum Eccentrici percurrat duas partes ex 180 in quas B C diuiſa intelligitur, & ſic deinceps. Vocetur autem reciprocus ille centri aſcenſus deſcenſuſque Anomalia Eccentricitatis, ſiue Anomalia centri. Fig. 2.

§. 4. Ne verò tyrones hæreant, quæ dicta ſunt exponam clariùs. In ☌ Eccentrici centrũ ſit in B. Inde vſque ad primam □ aſcendat in C duplo celeriùs, quàm recedat Luna à Sole, ſic vt quo tempore Luna recedit à Sole grad. 1, vel 2, vel 3, centrum Eccentrici percurrat ſurſum 2, vel, 4, vel 6 partes ex 180, in quas diuiſa eſt B C. Ita fiet vt in primâ □ centrum Ecc. præcisè futurum ſit in C, & Eccentricus ipſe in E G V: tunc enim, quia Luna receſſerit à Sole grad. 90, centrum percurrerit ipſius B C partes duplo plures, nempe 180, hoc eſt totam B C; ac proinde tum exiſtet in C. A Prima □ ad ☍ iiſdem legibus centrum per totam C B deſcendat, ſic vt in ipſo ☍ rurſum ſit in B. Atque ita ſpatio dimidij Synodici menſis vna periodus Anomaliæ centri complebitur. Eodem planè modo à ☍ ad Secundam □, centrum aſcendet ex B in C, rurſumque à ſecundâ □ ad ☌ ex C deſcendet in B, quæ erit Periodus altera Anomaliæ centri: ac proinde intra vnum menſem Synodicum bis Anomalia iſta abſoluetur.

§. 5. In

Fig. 4. § 5. In ſchemate 4 Eccentricitas minima pro Syzygiis eſto A B, & Eccentricus in B Q L M N, pro Quadraturis Eccentricitas maxima ſit A C, & Eccentricus in C H E S V; & per A centrum Eclipticæ R T Z D ducatur M P A I Q perpendicularis Apſidum lineæ E L V N. Æquatio *a* maxima in Syzygijs eſt B M A, vel B Q A, quando nimirum Syzygiæ incidunt in M, vel Q. Æquatio *b* maxima pro Quadraturis, vtrique ſimul inæqualitati reſpondens, eſt C P A, vel C I A (non C Q A) quando nempe □ □ incidunt in P vel I. Æquatio *c* maxima inæqualitati Secundæ ſoli reſpondens, eſt C O B, vel ei ſimilis ad partem alteram, non autem C P B. Caue autem, quia C O B eſt (vt dixi, maxima æquatio partialis, ne ideirco putes maximam compoſitam eſſe C O A, ea enim vt (dictum ſupra) eſt C I A, vel C P A.

a *propr.* 8. *num.* 25. *lib.* 1.
b *per eand.*
c *per eand.*

NVMERVS XIV.

Quomodo Phænomenis ſatisfaciat.

Fig. 2. HÆc Hypotheſis omnium ſimpliciſſima & facillima quomodo Phænomenis Secundæ inæquilitatis ſatisfaciat deinceps videamus.

§. 1. Centri motu iam explicato fit, vt minima Lunæ Eccentricitas ſit in ☌ & ☍ ſiue in Syzygiis, nempe A B; tunc enim centrum Ecc. ſemper eſt in B; à Syzygiis verò ad □ □, quoniam centrum Ecc. tunc aſcendit ex B in C, Eccentricitas aſſiduò creſcit, adeò vt maxima ſit in □□, tunc enim centrum Ecc. eſt in C. Inde fit rurſum vt à □□ ad Syzygias centro deſcendente ex C in B, Eccentricitas ijſdem gradibus decreſcat. Atque ita datur cauſa, cur (quod *num.* 11. obſeruatum eſt) Luna numquam ſit remotior à Terræ centro A, quàm dum Quadraturæ fiunt in Apogeo Eccentrici; numquã vicinior quàm dum in Perigeo. Nam in □□ centrum Eccentrici eſt in C termino Eccentricitatis maximæ A C, ac proinde Eccentricus tum eſt in E G V X, cuius Apogeum E, à centro Terræ A eſt remotius, quàm Apogea, K, L in quouis ſitu alio; Perigeum autem V centro A vicinius quàm in quouis alio ſitu Ecc. vt patet Perigeis Y, M.

§. 2. Idem centri motus dum à Syzygijs ad □□ auget Eccentricitatem, ſuppeditat baſim æquationis Secundæ, quæ ad tollendam inæqualitatem Secundam, vt *num.* 5. expoſui, neceſſaria eſt. Quod vt clariùs intelligatur, inſinuandus hic obiter (id enim infra *a* fiet exactè & plenè) eſt modus, quo Secunda proſthaphæreſis, ſeu æquatio reperitur.

a *num.* 47.

Fig. 3. Eccentricus minimam habens Eccentricitatem A B, ſit L F M N. Inueniatur D R motus Apogei, ſiue diſtantia Apogei R ab Arietis initio ad tempus datum, vt tradam *num.* 37. Inueniatur item Anomalia Lunæ Media (vt tradam item *num.* 37.) quæ in Zodiaco numerata, ſit R I, in Eccentrico autem ſit L F. Deinde præſidio Eccentricitatis minimæ A B, quæ nota fiet *num.* 38, reperiatur Æquatio Prima ſiue ſimplex B F A, ſiue G I, vt tradam *num.* 39, eâque Mediæ Anomaliæ additâ vel ſubtractâ, innoteſcat Anomalia Lunæ coæquata R G, & motus Lunæ Verus D R G. Hic motus Lunæ Verus, inuentus ſupponendo Lunam eſſe in Syzygijs, cùm tamen reuera ſit extra eas, vocari ſolet Motus, ſeu Locus Lunæ Fictus vel primò Æquatus. Quæratur demum per *num.* 55. *l.* 1. motus Solis Verus D H; quo ſubtracto à motu Lunæ vero D R G, notus fiet H R G motus Lunæ verus à Sole.

Habemus igitur ad tempus datum motum Verum H G Lunæ à Sole Primò Æquatum & Anomaliam Lunæ coæquatam R G per primam æquationem A F B: quæ quidem vtraque vnà cum motu Lunæ Vero D R G, eſſent exacta, ſi dato tempore Syzygiæ contingerent. At quia ſupponitur tum Luna extra Syzygias eſſe, neutra, vti nec locus Lunæ G, exacta erunt: eorum tamen ope reperietur Æquatio Secunda, per quam motus Lunæ correctus, cum motu per obſeruationem cognito, conſentiet. Id verò ita obtinebitur.

Quot gradus continet motus Fictus Lunæ Verus à Sole H G, ſed duplicatus, tot partes ex rectæ B C partibus 180 numera ex B in O. Per dicta 3. §. *præced. numeri*, erit tempore dato centrum Eccentrici ex B euectum in O, adeóque Eccentricus erit in K P Y. Deinde Anomaliæ coæquatæ R G per primam Æquationem A F B inuentæ, gradus numerentur in Eccentrico K P Y ab Apogeo K in P, ducanturque rectæ B P, O P. Erit angulus B P O Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis Secunda, (eius inuentio tradetur. *num.* 47.) quæ ſi motui Ficto Lunæ per Æquationem Primam inuento, addatur vel ſubtrahatur, is demum ita correctus, cælo conformior euadet, vt experientiâ conſtat.

Fig. 2. §. 3. Facilè iam oſtenſu erit, qui ſatisfiat obſeruatis *num.* 5. §. 1. Ponatur enim centrum Eccentrici primum in B, deinde in D puncto quopiam inter B, & C; ac demum in C; ſitque proinde Eccentrici poſitio triplex L Q M, K P Y, E G V. Anomalia Lunæ per Æquationem Primam, vt §. *præced.* dixi, coæquata numeretur ab Apogeo E in G, & ab Apogeo

geo K in P. Patet puncta G & P, eſſe vnum idemque Eccentrici punctom, cùm æqualiter ambo diſtent ab Apogeo, & Eccentricus exiſtens in E G V, ſit idem ille qui eſt in K P Y. Ducantur iam rectæ B P, D P, & B G, C G, vt fiant anguli B P D, B G C. Ex.§ 3.*num.* 13 patet in □□ centrum Eccentriei eſſe in C, termino Eccentricitatis maximæ A C, & ex §.2.*num. huius* patet Æquationem Secuodam Lunæ debitam eum tempore Quadraturæ Anomalia eius eſt E G, eſſe angulum B G C. Rurſum ex §.3.*num.* 13. patet cùm centrum Eccentriei eſt inter C & B ex.gr. in D, ætatem Lunæ verſari inter □□ & Syzygias, & ex.§. 2.*num. huius* liquet Æquationem Secundam Lunæ debitam, cùm talis eius ætas ſortitur Anomaliam K P, priori E G eamdem, eſſe angulum B P D. Atqui angulus B G C maior eſt angulo B P D. Igitur Secunda Æquatio Lunæ in □□ maior eſt, qualibet æquatione Secundâ, quæ eidem extra Quadraturas eamdem Anomaliam habenti, debetur: quod requirebat obſeruatio §.1.*num.*5.

Quod autem angulus B G C maior ſit angulo B P D, ſic oſtendo. Quoniam E G, & K P ſuot æqualium circulorum arcus æquales, etiam anguli ad centra n E C G, K D P æquales erunt. Ergo C G, D P o ſunt parallelæ. Ergo angulus G æqualis eſt p angulo B I D. Sed B I D externus q maior eſt interno P. Ergo etiam G angulus maior eſt angulo P. n *per* 29 3. o *per* 29.1. p 27.1. q *per* 32.1.

§. 4. Poſtremò, quod *num.*5.§.6. obſeruatur, rotam hanc Periodum variationis Æquationum Secundarum, intra menſem Synodicum bis abſolui, facilè erit in hac Hypotheſi demonſtrare. Incremeotum enim ac decrementum Æquationis Secundæ reſpectu determinati gradus Anomaliæ, pendet ab iocremento vel decremento Eccentricitatis, vt §.3. iam oſtendi: tota autem Periodus incrementi ac decrementi Eccentricitatis, intra menſem bis abſoluitur, vt patet ex §.3.*num.*13. Siquæ ſuperſint alia, *num.*5. obſeruata, iam illa per ſe Lector exponet.

NVMERVS XV.

In quo deficiat.

ILlud tamen, quod *nu.*5.§.8. obſerruatum eſt, per hanc Hypotheſim ſaluari quî poſſit, non video. Si enim Æquatio Secunda loco Lunæ per Primam Æquationem inuento iam addi debet, iam ſubtrahi: inde conſequens eſt Æquationem Primam & Secundam ſubinde inuicem vel partialiter vel totaliter elidere; ac proinde futurum vt motus Lunæ Verus non ſolùm ſubinde magis, ſed etiam ſubinde minùs differat à Medio extra Syzygias, quàm differret ſi ita quæſitus fuiſſet, ac ſi tum fuiſſent Syzygiæ; hoc eſt motus Veri ſecundò æquati differentiam à Medio ſæpe minorem fore, quàm loci Veri primò æquati. 658 2 *Ian.*

Eccentrieus in Syzygijs eſto L Q M. centrum habens in B termino minimæ Eccentricitatis A B. Extra Syzygias Eccentrieus ſit K P N, centrum habens in D. Manifeſtum eſt Anomaliam Lunæ Mediam inueniri independenter ab inæqualitate tam Primâ quàm Secundâ: habetur enim ſi à motu Medio Lunæ auſeratur motus Apogei. Motus autem Medius (vt patebit ex *num.*47) reperietur idem, ſiue tum Syzygiæ ſint, ſiue non. Similiter & motus Apogei erit idem, ſiue tum Syzygiæ contingant, ſiue non; quia ſi tum Luna eſſet extra Zyzygias, Eccentriei centrum ſolummodò eſſet in eâdem diametro R A Z, altiùs euectum, puta in D, ac proinde Apogei locus R in Eclipticâ idem eſſet, qui ſoret ſi eodem momento Syzygiæ contingerent. Ex quo patet eamdem Lunæ Anomaliam repertum iri, ſiue tum Syzygiæ ſint, ſiue non. Igitur ad datum temporis momentum Anomalia Lunæ Media in Eccentrico Syzygiarum ſit L F M ω, in Eccentrico verò, qui ſeruit Lunæ extra Syzygias, ea ſit K P Y N, æqualis priori, vel potius eadem, vt iam oſtendi. Ex A centro Zodiaci per Lunam in N ducatur ad Zodiacum recta A ϖ, & per Lunam in ω, recta A δ: erit O R T ϖ motus Verus Lunæ extra Syzygias exiſtentis in N, & O R T δ motus Verus Lunæ Syzygiarum tempore exiſtentis in ω. Ducantur à centris Ecc. B, D, rectæ B ω, D N. Quia Anomaliæ L F M ω, K P Y N (vt iam oſtendi) ſunt æquales, demptis ſemicirculis æqualibus L F M, K P Y, arcus M ω, Y N æquales erunt. Ergo anguli M B ω, Y D N ad centra per 29.3, æquales ſunt. Ergo D N, B ω per 29.1 ſunt parallelæ. Igitur ex A centro Zodiaci duci poterit recta A β, vtrique D N, B ω æquidiſtans. Quoniam ergo A β determinat motum Medium in Zodiaco, vt patet ex *defin.*22. *nu.*24. *lib.*1, erit O R T β motus Medius Lunæ tam exiſtentis in N, quàm exiſtentis in ω. Sed Lunæ exiſtentis in N motus verus eſt O R T ϖ. Ergo Lunâ exiſtente in N, differentia motus Veri & Medij eſt β ϖ; Lunæ autem exiſtentis in ω motus Verus eſt O R T δ, ac proinde motus Veri & Medij differentia tunc eſt β δ. Atqui arcus β ϖ ſemper maior eſt arcu β δ; cùm enim B ω, D N ſint parallelæ, recta A ϖ ex A per N ducta, neceſſariò cadit ſupra rectam A δ ductam ex A per ω. Ergo Lunâ extra Syzygias exiſtente ex.gr. in N, ſemper maior eſt differentia motus Veri & Medij, quàm ea quæ *Fig.* 2.

eſſet, ſi fingeremus eodem temporis momento Syzygias contingere, Lunâ ex.gr. poſitâ in ω. Quod repugnat obſeruatis §.8. *num.*5. ex quibus conſtat locum Verum Secundò æquatum aliquando minùs differre à Medio, quàm locum Verum Primò æquatum.

Quare hypotheſis Ricciolana hactenus explicata, ſi in ſuâ illâ ſimplicitate relinquatur, ijs quæ §.8.& 7.*num.*5. ex ipſo Ricciolo obſeruantur, manifeſtè repugnat. Vnde illi vel Anomaliam Apogei, qualis in Hypotheſi ſecundâ traditur, vel aliud quippiam iſti æquiualens, oportebit adiungere. Porro defectus Hypotheſeos non impedit veritatem calculi veri motus Lunæ, cuius formam *num.* 14.§.2. expoſui; is enim intra limites defectuoſæ Hypotheſeos non continetur, cùm Regulis *num.*5. §.7. recenſitis etiam innitatur. Quare ſi (quod poteſt) reſpondeat Ricciolus, noluiſſe hic ſe exactam Lunæ Hypotheſim, ſed tantùm aliquod calculi fundamentum proponere, libenter hanc eius defenſionem ſuſcipiemus, pleniorem aliam quam promittit in tomo tertio, Hypotheſim præſtolántes.

Porro quod ſupra oſtendi per arcus βδ, βϖ, eodem modo oſtendetur per angulos A ω B,
a per 27. 1. A N D. Nam quia D N, B ω ſunt parallelæ, erit angulus [a] A N D ſemper par ipſi B H A.
b per 32. 1. Sed B H A [b] maior eſt, quàm A ω H, ſeu A ω B. Ergo etiã A N D ſemper maior eſt, quàm A ω B. Sed A N D eſt Æquatio Lunæ exiſtentis in N extra Syzygias, & A ω B eſt Æquatio Lunæ exiſtentis in ω, in Syzygijs. Ergo cùm Luna extra Syzygias eſt, maior ſemper eſt Æquatio (hoc eſt differentia motus Veri & Medij) Æquatione, ſeu differentiâ motus Veri & Medij, quæ eſſet, ſi in idem illud momentum Syzygias incedere fingamus.

NVMERVS XVI.

Hypotheſis ſecunda Lunæ in Longitudinem.

Fig.5. §. 1. ZOdiacus eſto X R M, eius ac Terræ centrum A, diameter K M; in quâ à centro Terræ A, numeretur Eccentricitas A B, Syzygijs nempe conueniens (cuius quantitas inuenietur ac demonſtrabitur *num.* 38) & centro B deſcribatur Eccentricus G O F Y. Per hunc Luna moueatur ſub Zodiaco ſecundùm ordinem Signorum, qui porrigitur ab X versùs R: Apogeum verò G cum Eccentrico etiam in conſequentia circa Terræ centrum A feratur eâ tarditate, quam determinabimus *num.* 35.

§. 2. Hæc communia ſunt ſecundæ Hypotheſi cum primâ. Quare hîc Prima Lunæ inæqualitas eodem modo ſaluabitur, quo *num.* 13. §. 2. ea ſaluatur in primâ Hypotheſi: forma autem calculi Veri motus Lunæ tempore Syzygiarum, eadem erit quæ Solis tam in ſecundâ Hypotheſi, quàm in primâ.

Fig.5. §. 3. Vt ſatisfiat inæqualitati Secundæ, quam expoſui *num.* 5. Hypotheſis ſic ordinabitur. Centro accepto in diametro K M deſcribe circellum Q D, tranſeuntem per B terminum Eccentricitatis minimæ A B, quantitas diametri B C inuenietur ac demonſtrabitur *num.* 41. Per hunc circellum moueatur centrum Eccentrici ex B versùs D, eâ lege vt in parte ſuperiori D C Q in conſequentia, in inferiore Q E D, quæ Terræ centrum ſpectat, in præcedentia feratur. Duas prætereà conditiones hic motus habeat, vt & duplo ſit celerior motu Lunæ à Sole, & centrum Eccentrici in Nouilunio ſemper exiſtat in B perigeo circelli. Ita fiet vt, quoniam motus centri Eccentrici per circellum duplo celerior eſt motu Lunæ à Sole, cùm Luna receſſerit à Sole gradibus 90, hoc eſt, cùm attigerit primam Quadraturam, centrum Eccentrici abſoluerit gradus 180, adeoque ex B, vbi fuerat in Nouilunio, peruenerit in C Apogeum circelli. Fiet rurſum, vt cùm Luna receſſerit à Sole gradibus 180, hoc eſt peruenerit ad Plenilunium, centrum Eccentrici abſoluerit gradus duplo plures, ac proinde ex C per Q redierit in B. Idem continget à Plenilunio ad Quadraturam ſecundam, & ab hac ad Nouilunium. Itaque centrum Eccentrici in ☌ & ☍ ſemper erit in B circelli perigeo, in Quadraturâ vtraque ſemper in C circelli Apogeo, & intra menſem vnum Synodicum bis circellum totum abſoluet centrum Eccentrici.

§. 4. Idē centri motus efficiet, vt Eccentricitas, quæ eſt diſtantia centri Eccentrici ab A centro Terræ, à Nouilunio, quando nempe Luna eſt in B, continuè augeatur vſque ad Quadraturam primam, cùm Luna nempe eſt in C; & rurſum à Quadraturâ primâ vſque ad Plenilunium eodem ordine, ſed inuerſo, decreſcat, centro Eccentrici deſcēdente à C per Q in B. Pari modo quia à Plenilunio vſque ad Quadraturam ſecundam centrum Eccentrici rurſum aſcendit ex B per D in C, iterum Eccentricitas aſſiduè creſcet, & quia à Quadraturâ ſecundâ ad ☌ centrum rurſùs deſcendit ex C per Q in B, iterum eodem ordine (at inuerſo) Eccentricitas minuetur.

Fig.6.7. §. 5. Ex eodem centri motu duplex Apogeum efficitur, Medium & Verum, atque inde enaſcitur centri Proſthaphæreſis. Apogeum Verum eſt E punctum, in quo recta F E per Ter-

ræ centrum A, & Eccentrici centrum D, vel Q, ducta Eccentrico occurrit. Recta porro F E, ſeu L I, dicitur linea Apogei veri, & punctum I, in quo ipſa occurrit Zodiaco, eſt Apogei Veri locus in Zodiaco. Apogeum Medium eſt G punctum, in quo occurrit Eccentrico Recta H G, quæ ducta per centrum Eccentrici D vel Q, æquidiſtat diametro K A M, per centra circelli & Terræ tranſeunti. Ipſam autem G H voco lineam Apogei Medij in Eccentrico. Locus Apogei Medij in Ecliptica eſt punctum K, & linea Apogei Medij in Ecliptica (quam ſimpliciter deinceps lineam Apogei Medij nominabo) eſt Recta K M per circelli centrum & per A Terræ centrum ducta.

§. 6. Porro ad motum centri Eccentrici per circellum locus Apogei Veri I continuè mutatur. Quater in menſe (nimirum in ☌ & ☍, hoc eſt in Syzygijs, cùm centrum Ecc. eſt in B; & in □. □, hoc eſt in Quadraturis cùm centrum Ecc. eſt in C) Apogeum Medium & Verum coinciduor; tunc enim linea Apogei Veri I L congruit lineæ Apogei Medij K M, vt videre eſt in fig. 5, in qua pro ☌ & ☍ ſitus Eccentrici eſt G Z F Y, pro Quadraturis E S V H. A [a] Nouilunio vel Plenilunio vſque ad tempus, quo centrum Eccentrici peruenit ex B in D. vbi I L linea Apogei Veri tangit circellum, continuè in præcedentia locus Apogei Veri I recedit à loco Apogei Medij K versùs X. Inde verò vſque Quadraturam, quæ fit centro Ecc. delato in C, locus Apogei Veri ad locum Apogei Medij K accedit continuè in conſequentia. A Quadratura [b] autem vſque ad contactum ſecundum in Q, locus Apogei Veri iterum ab Apogei Medij loco K recedit, ſed in conſequentia versùs R: atque inde vſque ad Nouilunium vel Plenilunium, quod fit centro Ecc. redeunte in B, rurſum accedit, ſed in præcedentia. Itaque Veri Apogei locus I à contactu primo D per C vſque ad contactum ſecundum in Q, mouetur in conſequentia, à contactu autem ſecundo Q per B, vſque ad contactum D primum, in antecedentia; abſoluiturque reciprocus ille Apogei Veri motus ſpatio dimidij menſis Synodici. Non abſoluit hic motus vnquam circulum integrum in Zodiaco, ſed per 13 tantùm gradus ab Apogei Medij loco K vtrimque recedendo reciprocatur.

a fig. 6.

b fig. 7.

§. 7. Poſtremò ad motum centri Eccentrici, quem accidentia iam expoſita conſequuntur, adiungatur æqualis motus Apogei Medij, ſeu lineæ Apogei Medij A K in conſequentia circa Terræ centrum A: quo motu oſtendam [c] infra locum Apogei Medij K quotidie versùs R prorepere grad. 0. 6'. 41''. 4'''. 48'''': totum verò Zodiacum abſoluere annis Ægyptijs 8, diebus 311. horis 5. 36. Cùm linea Apogei Medij A K M, pariter ſenſim promoueri intelligatur totus Eccentricus vnà cum lineà Apogei Veri I E F L: quamuis huic motui illa ſuo motu reciproco, quem expoſui §. 6, intra menſem bis aduerſetur, & bis tantundem faueat.

c num. 35.

NVMERVS XVII.

Definitiones ad Secundam Hypotheſim pertinentes.

Zodiacus ſit X K M, cius & Terræ centrum A, per quod ſit diameter K M. In hac à Terræ centro ſumpta ſit A B, repræſentans minimam Eccentricitatem, & A C maximam, ambæ poſtmodo [a] reperiendæ. Circa B C Eccentricitatum differentiam deſcriptus ſit circellus B D C Q. Per hunc, vt dixi *num.* 16. §. 3. mouetur centrum Eccentrici motu duplicato Lunæ à Sole. Sit ex. gr. centrum Eccentrici in Q, vel D, Eccentricus ipſe in hoc ſitu ſit E Z H, & Lunæ centrum exiſtat in O. Linea [r] Anomaliſtica ſit Q O, vel D O. Linea loci Veri Lunæ ſit A O P: locus Lunæ Verus P: linea motus Medij A N; locus Lunæ Medius N. Initium ♈ eſto in X. Motus Lunæ Verus ſit X K P, Motus Solis Medius X ω T. His partim ex numero præcedenti partim ex definitionibus *lib.* 1 *num.* 24. ſuppoſitis, ſit definitio

Fig. 6. 7.

a num. 38. & 41.

r vide definitiones num. 24. lib. 1.

1. *Anomalia centri Lunæ* eſt motus Æqualis centri Eccentrici per circellum ex B versùs D, duplo celerior motu Medio Lunæ à Sole, & numerationis initium habens in B termino Eccentricitatis minimæ.

Anomalia centri Lunæ ad datum momentum eſt arcus circelli B D in fig. 6. vel B D Q in fig. 7, à circelli Perigeo B versùs D, vſque ad centrum Eccentrici D, vel Q, numeratus: quæ ſemper (vt iam dixi) eſt duplicata Longitudinis Lunæ à Sole.

2. *Linea Apogei Veri* eſt recta E F tranſiens per D, vel Q, Eccentrici & A Terræ centra.

3. *Apogeum Verum* eſt E, *Perigeum Verum*, F.

4. *Loca Veri Apogei & Perigei in Zodiaco* ſunt puncta I & L, in quibus linea Apogei Veri E F Zodiaco occurrit.

5. *Linea Apogei Medij* eſt diameter Zodiaci K A M, in quâ exiſtit centrum circelli.

6. *Loca Apogei & Perigei Medij in Zodiaco* ſunt puncta K, M, in quibus linea Apogei Medij Zodiaco occurrit.

7. *Linea Apogei Medij in Eccentrico* eſt G H, parallela ad lineam Apogei Medij K M,

Anomaliam orbis Mediam K R N, a ſeu G Z O. a defin 11.
Duplica motum Lunæ Medium à Sole T R N, ſeu T φ N, qui in circello numeratus à B num. 17.
versùs D, dabit Anomaliam centri B D C Q *in fig.* 7. B D *in fig.* 6. Per hunc inueni Æquatio-
nem centri K A I, ſiue K I vel G E, & Eccentricitatem temporaneam A Q, vel A D. Æqua-
tio centri dempta vel addita Anomaliæ orbis Mediæ K R N, ſeu G Z O, dabit Anomaliam
orbis coæquatam I R N, ſeu E Z O.
Ex temporaneâ Eccentricitate A Q, vel A D, & Anomaliâ orbis coæquatâ E Z O iam
notis, reperiatur Æquatio orbis b A O Q, vel A O D, ſiue N P Anomaliæ coæquatæ E Z O b defin. 13.
debita. Hæc Medio Lunæ motui X K R N ſubtracta vel addita, dabit motum Lunæ Ve- num 17.
rum X K R P.
Quæ iam quæri & inueniri iuſſimus, reperientur omnia Geometricè ſuis locis infra. Hîc
ſolam calculi formam repræſentauimus, quò Hypotheſeos natura meliùs intelligeretur.

NVMERVS XIX.

Secunda Hypotheſis meliùs Phænomena ſaluat, quàm Prima.

§. 1. SEcunda Hypotheſis Lunæ hactenus expoſita, non tantùm omnia Phœnomena ſal-
uat, quæ prima *num.* 14. ſed etiam ea, quæ ſaluare prima non poteſt. Habet enim
ſecunda eadem omnia, quæ prima, & præterea aliud, quo prima caret. Obſeruatum eſt
num. 5. §. 8. extra Syzygias ſæpe minorem reperiri differentiam motus Lunæ Veri & Medij,
quàm reperiretur, ſi fingeremus in idem illud tempus Syzygias incidiſſe. Demonſtraui au-
tem *num.* 15. ſi dato temporis momento Luna ſit extra Syzygias, Veri ac Medij motus dif-
ferentiam iuxta primam Hypotheſim ſemper eſſe maiorem, quàm reperiretur, ſi eodem illo
tempore dato Syzygiæ contingerent. Repugnat igitur huic obſeruationi prima Hypotheſis.
Inde verò præcipuè demonſtratio ducebatur, quòd in Hypotheſi primâ oſtenderetur eandem
ſemper reperiri Anomaliam Lunæ, ſiue ea in Syzygijs, ſiue extra Syzygias eſſet. At in ſe-
cundâ Hypotheſi, quia (vt *nu.* 16. §. 6. expoſui) centrum Eccentrici per circellum fertur, ha-
betur Apogeum duplex, Medium ſcilicet, quod motu æquali & lento in conſequentia mo-
uetur, & Verum, quod vltra citraque Medium modò in antecedentia, modò in conſequentia
libratur, quo motu reciproco Anomalia orbis Vera aſſiduè augetur vel diminuitur. Vnde fit
vt in ſecundâ Hypotheſi Phœnomeno ſupradicto ſatisfiat: quod ſic demonſtro.
§. 2. Zodiacus ſit X R M; eius ac Terræ centrum A; diameter K M; Eccentricitas minima. Fig. 8. 9.
A B, maxima A C, circellus B D C O; centrum Eccentrici in B, nempe in Syzygijs, & Eccen-
tricus ipſe in G Q H; linea Apogei Medij G H, ſiue K M, à quâ in Syzygijs linea Apogei
Veri o non differt; Principium ♈ in X. His poſitis ad datum tempus ſit motus Lunæ Me- o per §. 6.
dius X R, qui ſemper idem reperietur, ſiue dato tempore Luna ſit in Syzygijs, ſiue extra num. 16.
eas. Iam motus Medij linea ſit A R. Quæratur deinde Anomalia Lunæ ita, ac ſi tum Syzygiæ
contingerent; hoc eſt: quæratur Anomalia Lunæ eâ methodo, quâ ea quæritur in Syzygijs.
Methodus autem pro Syzygijs hæc eſt: Quæritur ad datum tempus motus Æqualis Apogei
X K, qui ablatus à motu Lunæ Medio X R, exhibet Anomaliam Lunæ K R ad datum tem-
pus, quæ numerata in Eccentrico ſit G P. Quia porro in Syzygijs nulla eſt diſtinctio m A- m per §. 6.
pogei Veri & Medij, nulla etiam Anomaliæ Veræ & Mediæ diſtinctio erit. Ponamus autem num. 16.
Anomaliam ſic inuentam, eſſe minorem gradibus 90, qualis eſt G P, vel maiorem gradibus
270, & ducatur ex B, vbi propter Syzygias iam ponitur eſſe centrum Eccentrici, recta B P.
Hæc erit parallela ad A R; cùm enim arcus G P, K R ſimiles ſint, erit angulus P B G par an-
gulo R A K, ideoq; P B æquidiſtat A R. Ducatur item ad P ex A centro Terræ Recta A P,
vt fiat angulus A P B, qui erit Æquatio ad datum tempus debita Lunę, ſupponendo eam tunc
eſſe in Syzygijs. Quoniam verò Anomalia G P ponitur eſſe minor gradibus 90, angulus
P B G acutus eſt, ac proinde P B circellum ſecat ex. gr. in M. *per.* 16. 3.
Iam quia Luna dato tempore non erat in Syzygijs, ſed ita proceſſum fuit, ac ſi tum in Sy-
zygijs fuiſſet, ponamus modò eam dato illo tempore talem habuiſſe ætatem ſiue elongatio-
nem à Sole, quæ duplicata, & ſic ex B versùs D in circello numerata, finiatur in O infra pun-
ctum M, in quo B P circellum ſecat, vt in *fig.* 8; vel in ipſo puncto M, vt in *fig.* 9. Igitur tum
centrum Eccentrici erit in O, vt patet ex *num.* 16. §. 3, & Eccentricus ipſe erit in E L V; du-
ctaque per A & O recta Y E O A V erit linea a Apogei Veri. Igitur iam Anomalia b Lunæ a defin. 11.
Vera ad datum tempus eſt Y R minor priore K R, quę ad idem datum tempus fuerat reperta, num. 17.
fingendo Lunam tum in Syzygijs eſſe. Ex puncto O ducatur O N parallela ad A R: erit b defin 12.
hæc *in fig.* 8. etiam parallela ad B P, quia ipſas A R, B P, oſtendi ſupra eſſe parallelas. In num. 17.
fig. 9. Rectæ O N, B P coincidunt. Erunt ergo ad centra O, A, anguli d N O E, R A Y æ- d per 27. 1.

e per cor.2. prop.33.li.6 quales, adeoque arcus N E, R Y ſimiles e ſunt. Quare cùm arcum Y R iam oſtenderim eſſe
Anomaliam Lunæ Veram, in Zodiaco numeratam, Lunæ extra Syzygias competentem ad
datum tempus, etiam arcus E N ea ipſa Anomalia erit in Eccentrico. Quare ductâ rectâ A N,
b defin.13. num.17. angulus A N O erit Æquatio b ad datum tempus debita Lunæ extra Syzygias poſitæ, in di-
ſtantiâ à Sole ſupra determinatâ. Recta autem O N parallela ad B M P; in fig. 8. neceſſariò ſe-
cat Rectam A P in I, eò quòd punctum O ſit infra M.

Fig. 8. Reliquum eſt vt oſtendam Æquationem N, ſiue A N O minorem eſſe Æquatione P, ſiue
f per 27.1. A P B. Oſtendi ſupra parallelas eſſe O N, B P. Quare angulus P æqualis f eſt angulo A I O.
g per 32.1. Sed externus A I O maior g eſt quàm internus N. Ergo etiam P maior eſt, quàm N. In fig. 9.
id faciliùs adhuc oſtenditur; iſthic enim angulus A P B immediatè per 32. 1. eſt maior
angulo N. Igitur ad datum tempus Æquatio A N O, hoc eſt differentia motus Veri à Me-
dio, extra Syzygias hic minor eſt Æquatione A P B, ſeu differentiâ motus Veri à Medio,
quæ collecta fuit fingendo Lunam tempore dato in Syzygijs fuiſſe. Quod erat demon-
ſtrandum.

In ſchemate 10. Æquatio A N O extra Syzygias maior eſt Æquatione A P B, quæ ad
idem tempus conueniret Lunæ in Fictis Syzygijs. Demonſtratio ex dictis facilè colli-
getur.

In ſchemate autem 11, exhibetur caſus quo Æquatio Lunaris, ſiue differentia motus Veri
à Medio æqualis eſt æquationi, quæ debetur Lunæ in Fictis eodem tempore Syzygijs: quòd
ſic demonſtro.

Fig. 11. Suppoſitis ijs quæ in demonſtratione ſuperiori ſunt vel poſita, vel demonſtrata, Anoma-
lia conueniens Lunæ, ſi dato tempore eſſent Syzygiæ, reperta ſit G P, Æquatio eidem tum
debita, erit A P B. Ducatur ex A per P Recta infinita A Z, ſitque Lunæ ea ætas, ſeu elon-
gatio à Sole, vt exiſtat centrum Eccentrici ſupra M in tali puncto circelli, puta in O, vt
recta O N iungens centrum O, cum puncto N, in quo Eccentricus ſecat infinitam A P Z
ſit parallela ad B P. Ex demonſtratis ſupra patet E N eſſe Anomaliam Veram, & A N O
Proſthaphæreſim, quæ ad datum tempus conueniunt Lunæ, ætatem hìc determinatam ha-
o per 27.1. benti. Atqui ob parallelas O N, B P, Æquationes o A N O, A P B æquales ſunt. Ergo hoc
caſu eadem eſt Æquatio extra Syzygias, quæ foret, ſi in idem tempus fingamus Syzygias inci-
diſſe. Quod erat demonſtrandum.

§. 3. Ex hactenus demonſtratis apparet per ſecundam Hypotheſim ſaluari poſſe Phœno-
mena *num.* 5. §. 8. propoſita, quæ prima non tantùm non ſaluabat, ſed etiam euertebat, vt
num. 15. oſtendi. Neque verò, quod nimis longum foret, caſus ſeorſim ſingulos opus eſt de-
monſtrare. Non enim eget hæc Hypotheſis Regulis additionis & ſubtractionis *num.* 5. §. 7.
recenſitis, cùm ad inueniendum Lunæ Verum locum non diſtinguat inter Æquationem Pri-
mam & Secundam, ſed Æquationem vnam totalem adhibeat toti Eccentricitati temporaneæ
ex.gr. A O, tanquam baſi inſiſtentem, quam Anomalia, propter centri Proſthaphæreſim, mo-
dò maior, modò minor, iam auget, iam diminuit.

Scholium.

Ricciolus Almageſti ſui lib. 4. cap. 28 negat vllis ſe Hypotheſibus hactenus excogitatis, quas fusè & accuratè cap. 25. 26. 27 expoſuerat, acquieſcere. In quo illi, quod ad pleraſque eorum attinet, libenter aſſentior. Nam, vt à Ptolomæo incipiam, iuxta eius Hypotheſim diſtantia Lunæ à Terrâ in Perigeo duplo maior eſt quàm in Apogeo, quod planè obſeruationibus repugnat. Copernici & Tychonis duplex Epicyclus in nimis implexos ſibique contrarios motus Lunam diſtorquent. Et omnibus Epicyclis, hoc eſt commune incommodum, quod non eandem ſemper faciem nobis Luna obuerteret, contra obſeruationem ocularem perpetuam. Euadi quidem poteſt hoc incommodum, ſi Lunæ vertiginem menſtruam circa ſuum centrum in partes contrarias tribuamus, ſed ita motus ſine neceſſitate multiplicantur. Kepplerus & Bullialdus Lunam per Ellipſim mouent: ſed realis motuum Lunæ æqualitas meliùs per circulos quàm per Ellipſes ſaluatur; & motus circularis Elliptico ſimplicior, ideoque potior eſt. Longè tamen meliùs Ellipticam Hypotheſim Bullialdus, quàm Kepplerus diſpoſuit, qui parum fundatis ſubtilitatibus vel potiùs figmentis inanibus ſuas Hypotheſes nequidquam ſtabilire conatus eſt. Sanè dum, Ptolomæum in hoc ſecutus, Eccentricitatem eandem perpetuò retinet maximam Lunæ apogeæ in Quadraturis diſtantiam negat maiorem eſſe

quàm

quàm in Syzygijs, contra obſeruationes parallaxium euidentes, vt a infra oſtendetur, (a lib. 3. num. 10.) *Quo eodem vitio etiam Rheitæ Hypotheſis laborat. Omnibus iam recenſitis incommodis ſe expediunt qui cum Magino & Lanſbergio vtuntur Eccentrico cum Eccentricitate maximâ in Quadraturis, & minimâ in Copulis, circa differentiam vtriuſque deſcripto circello per quem Eccentrici centrum motu duplicato Lunæ à Sole deferatur. Hanc Hypotheſim amplexus ſum, & expoſui num.* 16. 17. 18. 19; *eamque fatetur Ricciolus & omnium ſimpliciſſimam eſſe, & Phænomenis ſatisfacere: hoc tamen illi diſplicet, quòd æquales motus Planetæ circa fictitiũ quoddam punctũ, ab Vniuerſi centro diuerſum, inſtituantur; cuius nulla appareat prærogatiua vel dignitas, vt ipſum præ quouis alio reſpiciatur. Verùm hæc ratio, ſiquid probat: tantùm valet contra aſſertionem abſolutã, nihil autem aduerſùs Hypotheſim, quæ (vt ex ipsâ vocis Etymologiâ patet) tum bona eſt, ſi eâ ſuppoſitâ Phænomenis ſatisfiat. Quamquam ne contra ipſam quidem abſolutè aſſertam hoc argumentum magnopere facit, cùm plurima ſint in hoc Vniuerſo ita diſpoſita, vt eorum non alia ratio dari poſſit, quàm voluntas Conditoris. Cur enim tot ſtellæ & non plures? cur Sol eâ magnitudine eſt, & non maiori? cur circa hunc axem potiùs cælum voluitur, quàm circa alium? cur mundus non eſt decuplo aut centies maior quàm modò ſit? Quemadmodum igitur non debet horum ratio aſſignari; ita neque debet ratio dari, cur pro centro Æqualium Lunæ motuum hoc punctum potius, quàm aliud fuerit aſſumptum. Quare nihil eſt, cur non etiam abſolutè ea motuum forma teneri poſſit. Nobis tamen ſatis erit eam accipere vt Hypotheſim; quæ, vt talis, cum ipſo aſſentiente Ricciolo & Phænomenis ſatisfaciat, & omnium ſimpliciſſima ſit, eam meritò cæteris Hypotheſibus præferendam indicamus. Tandem enumeratis confutatiſque cæteris ſuam adfert Ricciolus, quam confictam vocat, ſpondens ſe tomo* 3. *Almageſti accuratiorem formam daturum. Ea porro, quam modò lib.*4. *cap.*28 *dedit, expoſita à nobis eſt num.*13. 14. 15. *& hoc fere vno à iam laudatâ differt, quod Æquatione centri careat quâ deſtituta abſolutè quidem ſimpliciſſima omnium euadit; ſed Phænomenis, vt num.* 15 *demonſtraui, ſatisfacere non poteſt.*

CAPVT III.

A fundamentis traditur quo artificio Motus Lunæ Æquales inueniantur.

NVMERVS XX.

Definitiones ad ſequentia.

NE vſquam ſtudioſi hæreant, explicationem terminorum nonnullorum, quas partim iam, vt res tulit, explicauimus & vſurpauimus, partim vſurpaturi deinceps ſumus, viſum eſt hic vnum in locum colligere. Supponimus autem hic, definitiones *lib.* 1. *num.* 24; & definitiones *libri* 2. *num.* 17.

1. Sol, & Luna ſolent ab Aſtronomis *Luminaria* appellari.

2. *Nouilunium*, & *Coniunctio*, *Copula*, *Synodus Luminarium* idem ſignificant: eius ſignum eſt ☌.

Similiter *Plenilunium*, & *Oppoſitio Luminarium* eadem ſunt: eius ſignum eſt ☍.

Syzygia ſignificat ☌ vel ☍, hoc eſt tam ☌ quàm ☍. Vox *Syzygiæ* (vti & *Copulæ*) ſignificat ☌ & ☍.

3. Signum Quadraturæ eſt □. Signum Quadraturarum eſt □ □.

4. *Linea Synodica* eſt Recta A P Q per Solis, & Terræ centra tranſiens, ſiue eſt linea Veri loci Solis. *Linea Verarum Syzygiarum*, eſt ipſa linea Synodica A P Q, producta in partem alteram versùs T. Fig. 12.

5. *Planum Verarum Syzygiarum*, eſt circulus per Polos Zodiaci, & lineam Verarum Syzygiarum tranſiens.

Quare cùm in lineâ A P Q Verarum Syzygiarum ſint centrum Terræ A, centrum P Solis, Verus locus Solis Q; manifeſtum eſt planum Syzygiarum Verarum tranſire per Polos Zodiaci, centrum Terræ, centrum Solis, locum Verum Solis.

6. *Vera Coniunctio Luminarium*, ſiue *Verum Nouilunium* eſt, cùm O centrum Lunæ ac proinde & locus Lunæ Verus, eſt in plano Verarum Syzygiarum inter Solem, & Terræ centrum, ſiue cùm motus Veri in Longitudinem G Q, Lunæ & Solis ab ♈ initio, ſunt ijdem, ſeu æquales; tunc enim loca Vera Solis & Lunæ erunt in eodem plano Syzygiarum, in eodem nempe Longitudinis circulo.

a defin. 31. num. 1. lib. 1. Igitur in Vero ☌ lineæ Veri motus Solis & Lunæ, ſunt in vno plano eiuſdem circuli Longitudinis [a].

7. *Oppoſitio Vera Luminarium*, ſiue *Plenilunium Verum* eſt, cùm B centrum, adeóque & D Verus locus Lunæ, eſt in parte oppoſitâ plani (E C A D) Verarum Syzygiarum, ſiue cùm Longitudo Lunæ G D differt à Longitudine Solis G Q E gradibus 180.

In Vero igitur ☍ lineæ Veri motus Solis & Lunæ A C E, A B D, ſunt in vno plano Longitudinis.

8. *Luminarium Coniunctio*, vel *Oppoſitio Vera*, & *Centralis* eſt, cùm centrum Lunæ non ſolùm eſt in plano, ſed etiam in lineâ Verarum Syzygiarum.

In ☌ igitur Vero centrali lineæ Veri motus Solis & Lunæ, vna ſunt eademque Recta A O P Q: In Vero autem ☍ centrali ſibi mutuo ſunt indirectum, vt A C E, A B D.

Fig. 13. 9. Centralis vocatur, quia tunc centra Terræ, Lunæ, Solis, loca inſuper Vera Lunæ ac Solis, ſunt in eadem Rectâ.

10. *Linea Mediarum Syzygiarum* eſt Recta A G I per Terræ centrum, & Solis locum Medium G tranſiens.

b vide def. 14. lib. 1. num. 24. 11. *Planum Syzygiarum Mediarum* eſt circulus per Polos Zodiaci, & A G lineam [b] motus Medij Solis tranſiens.

Quare cùm in A G lineâ motus Medij Solis exiſtant centrum Mundi A, & locus Solis Medius G, liquet planum Mediarum Syzygiarum tranſire per Polos Zodiaci, centrum Terræ, ſeu mundi, locum Solis Medium.

12. *Coniunctio Luminarium Media*, ſiue *Nouilunium Medium* fit, cùm locus Lunæ Medius eſt in A G plano Mediarum Syzygiarum: ſiue cùm motus Medij S G Solis ac Lunæ in Longitudinem æquales, ſeu ijdem ſunt.

Igitur in ☌ Medio parallelæ motus Medij Solis ac Lunæ ſunt in vno plano eiuſdem circuli Longitudinis, eaſque refert Recta A G.

Fig. 14. 13. *Oppoſitio Media Luminarium*, ſiue *Medium Plenilunium* eſt, cùm I Medius locus Lunæ eſt in parte oppoſitâ plani Mediarum Syzygiarum A G I; ſiue cum S R I longitudo Media Lunæ differt ab S G Solis Longitudine Mediâ gradibus 180.

Liquet igitur in Medio ☍ lineas Mediorum motuum Solis & Lunæ A G, A I, eſſe in vno plano eiuſdem circuli Longitudinis

Fig. 13. 14 14. *Luminarium Coniunctio*, vel *oppoſitio Media Centralis* eſt, cùm locus Lunæ Medius eſt non ſolùm in plano, ſed etiam in lineâ Mediarum Syzygiarum.

Igitur in Medio ☍ Centrali lineæ A I, A G Mediorum motuum Lunæ, & Solis non tantùm ſunt in vno plano, ſed etiam vnam Rectam ad oppoſitas centri partes conficiunt A G I, vt in *fig.* 14: at in Medio ☌ (*vide fig.* 13) parallela Medij motus Solis ac Lunæ eſt vna eademque Recta A G.

15. Eclipſis Vera eſt quæ fit in Vero vel ☌ vel ☍.

16. Eclipſis Media dicitur accidere in Medio ☌ vel ☍.

17. Eclipſem Veram ad Mediam reducere eſt ☌ aut ☍ Verum Eclipticũ reducere ad Mediũ.

18. *Menſis Periodicus Verus*, eſt reuolutio Veri loci Lunæ ab aliquo Zodiaci puncto ad idem punctum. Punctum verò, à quo numerandi initium ducitur, aſſumi ſolet initium ♈.

19. Menſes Veri Periodici ſenſibiliter inæquales ſunt, vt patet ex *num.* 3. §. 2. & demonſtrari poteſt eodem modo, quo *lib.* 1. *num.* 48 demonſtraui annos Solares Veros eſſe inſenſibiliter inæquales.

20. *Menſis Periodicus Medius*, eſt reuolutio loci Medij Lunæ ab aliquo puncto Zodiaci ad idem punctum.

Menſes Periodici Medij omnes æquales ſunt, quia per *propr.* 2. *num.* 25. *lib.* 1. locus Medius ſemper æqualiter per Zodiacum mouetur.

21. *Menſis Synodicus Verus*, ſiue *Lunatio Vera*, eſt tempus ab vno Nouilunio Vero ad aliud, vel ab vno Vero Plenilunio ad aliud.

Menſes Synodicos Veros eſſe inæquales patet ex *num.* 3. §. 4.

22. Menſis

22. *Menſis Synodicus Medius*, ſiue *Lunatio Media*, eſt tempus ab vno Nouilunio Medio ad aliud, vel ab vno Plenilunio Medio ad aliud.

Medij menſes Synodici omnes inter ſe æquales ſunt: cùm enim linea motus Medij Lunæ [m] æquali motu feratur, itemque linea Medij motus Solis [o] æquali (ſed tardiori) feratur motu, inde fit, vt quanto tempore opus fuit vt parallela motus Medij hoc menſe aſſequeretur parallelam Medij motus Solis, tanto præcisè eandem aſſequatur menſe alio. *m per prop 5 num.25. lib.1.* *o per eand.*

23. *Menſis Anomoliſticus*, ſiue *vna reuolutio vel reſtitutio Anomaliæ*, eſt reuolutio Lunæ ab vno Eccentrici puncto ad idem punctum. Ita fit enim, vt Luna eundem ſitum habeat reſpectu Apogei in fine reuolutionis, quem in principio.

Menſes tam Anomaliæ quàm Synodicus ſunt longiores Periodico, quia tam Apogeum, quàm Sol, mouentur in eaſdem partes, in quas Luna: vnde fit vt Luna ab Apogeo vel Sole digrediens, eadem Zodiaco iam abſoluto, hoc eſt finito menſe Periodico, nondum ſit aſſecuta.

24. Poſtremò bene Tyrones diſtinguant inter motum Anomaliæ, & Medium: in Lunâ ſiquidem maior eſt huius diſtinctionis neceſſitas quàm in Sole, quòd in Lunâ motus Anomaliæ ſenſibiliter tardior ſit motu Medio. Recolant igitur *defin.* 19. & 20. *num.*24. *lib.*1. Legant item *proprietatem* 3. *num.*25. *euſd. lib.* & notent motum Anomaliç in Zodiaco computatum à motu Medio ſolùm differre ratione termini, ſeu principij, à quo numeratur. Ponamus exempli gratiâ locum Apogei in Zodiaco eſſe K, & Lunam motu Medio 20 dierum ſpatio percurriſſe arcum K R N, atque interim Apogeum proceſſiſſe ex K in Y. Motus Medius dierum 20 eſt arcus K R N, motus Anomaliæ dierum 20 eſt arcus Y R N. Itaque motus Medius eò tantùm differt à motu Anomaliæ, quòd hic numeretur à puncto Mobili, ab ipſo nimirum Apogeo, quòd fertur in eaſdem partes, in quas Luna; ille verò à Zodiaci puncto ſtabili ex.g. K; atque inde etiam fit, vt motus Medius conueniens dato cuipiam temporis interuallo, ſemper exiſtat maior motu Anomaliæ, qui eidem temporis interuallo debetur; componitur enim ex motu Anomaliæ & ex motu Apogei. *Fig.6.*

Pari modo oportebit diſtinguere inter Lunæ motum Medium, & motum Medium Lunæ à Sole: differunt enim etiam illi ratione principij à quo numerantur; nam prior (vt dixi ſupra) à quouis Zodiaci puncto ſed immobili alter à mobili, nempe à loco Solis numeratur. Ponamus ante dies 14 Coniunctionem Mediam Lunæ cum Sole accidiſſe in ω, illis verò diebus 14, locum Solis Medium proceſſiſſe ex ω in T, Medium verò locum Lunæ ex ω per I in N. Medius motus Lunæ dierum 14 eſt arcus ω I N, Medius motus Lunæ à Sole dierum 14, eſt arcus T I N. Itaque tres illi motus Æquales, ſeu vniformes, nimirum Medius motus Lunæ, motus Anomaliæ Lunæ, Medius motus Lunæ à Sole, prout ad Zodiacum referuntur, ſolummodo differunt penès terminum *à quo*, qui in Medio motu ſtabilis eſt, in reliquis duobus mobilis. *Fig. 7.*

25. Communi vocabulo motuum Æqualium Lunæ intelliguntur Medius motus Lunæ, Medius motus Lunæ à Sole, motus Anomaliæ.

NVMERVS XXI.

Demonſtratur curſus Lunaris tota inæqualitas prima, quam nempe Luna ſubit in ☌ & ☍.

DE modis obſeruandi primam Lunæ inæqualitatem egi *num.* 3. ſed Lunari Hypotheſi iam conſtitutâ, eadem erit hoc loco accuratiùs exponenda.

Zodiacus eſto Q G I S, eiuſque centrum A; Eccentricus, ſeu Anomaliæ circulus, ſit O C R D, eiuſque centrum B: Eccentricitas A B, nempe minima, qualis eſt in Syzygiis: linea Apogei Q O B A R S. Per B centrum ducatur C D, perpendicularis ad O R. Ita circulus Anomaliæ diuiſus erit in quatuor quadrantes, quorum primus eſt O C, ſecundus C R, tertius R D, quartus D O. Ducantur præterea per C & D Rectę A C E, A D F, & per A Zodiaci centrum Recta G P A M I, perpendicularis ad Q S, quę proinde erit parallela ad C B D. His ita conſtitutis, ſi Luna ſit in Apogeo O, vel Perigeo R, loca eius Vera erunt Q vel S, nullâ exiſtente differentiâ inter locum Verum, & Medium. Cùm verò exiſtet Luna in C vel D, loca eius Vera erunt E, F; Lunæ motus Medij erunt A G, A I, loca Media G, I; Æquationes, ſeu Proſthaphæreſes A C B, A D B, ſiue G E, I F. quæ licet non ſint maximæ (illæ enim contingunt ad puncta Anomaliæ P, M, vt oſtendi *lib.* 1. *num.*25. *propr.* 8.) ſunt tamen maximis proximè æquales. Ex his iam apparebit quanta poſſit inæqualitas eſſe Verorum motuum Lunæ, æquali tempore factorum. *Fig. 19.*

§. 1. Motus Verus, qui reſpondet Anomaliæ Quadranti primo O C, vel quarto D O, deficit à motu Vero, qui reſpondet Quadranti tertio R D, vel ſecundo C R, ferè duplo Æquationis maximæ Syzygialis, hoc eſt gradibus ferè 10. Cùm enim Lunæ exiſtentis in O & C, loca Vera ſint Q & E, quo tempore Luna Æquali motu percurrit Anomaliæ Quadrantem O C, eodem apparet in Zodiaco percurrere arcum Q E. Vnde primo Anomaliæ Quadranti O C, reſpondet motus Verus Q E. Pari modo oſtendam Quadranti tertio Anomaliæ R D reſpondere motum Verum S F. Abſoluuntur autem motus Veri Q E, & S F temporibus æqualibus, quia abſoluuntur eodem tempore, quo Luna vniformi motu æquales arcus O C, R D percurrit; & differunt inter ſe vtrâque Proſthaphæreſi G E, I F, ſiue duplo vnius. Fiat enim I L par G E: erit L F par vtrique Proſthaphæreſi G E, I F, ſiue dupla vnius F I, cùm G E, F I æquales ſint. Et quia Quadrans S I par eſt Quadranti Q G, ablatis æqualibus I L, G E, erunt S L, Q E æquales. Quare cum S L, S F differant arcu L F, etiam Q E, S F different arcu L F, duplo Æquationis F I, ſeu G E. Igitur motus Veri Q E, S F æqualibus temporibus abſoluti, differunt inter ſe duplo Æquationis G E, vel I F, hoc eſt ferè 10 gradibus, cùm Æquationes G E, I F proximè ſint æquales maximis quæ contingunt ad puncta O & M, & ſunt (vt oſtendam infra) ſingulæ graduum 5.

Idem eodem modo oſtendetur de Veris motibus Q F, E S, qui reſpondent Quadranti quarto D O, & ſecundo C R.

§. 2. Motus Verus Q G S F reſpondens tribus Anomaliæ Quadrantibus primis O C R D, excedit motum Verum S I Q E, reſpondentem Quadrantibus R D O C tertio, quarto & primo, ac proinde æquali tempore abſolutum, ferè duplo Æquationis maximæ Syzygialis. Id eodem ferè modo demonſtrabitur, quo præcedens. Fiat enim G N par G E. Quoniam tres Zodiaci Quadrantes Q G S I æquales ſunt tribus Zodiaci Quadrantibus S I Q G, ſi addantur vtrimque æquales I F, G N, erit arcus Q G S F æqualis arcui S I Q N. Sed arcus S I Q N excedit arcum S I Q E arcu E N, duplo ipſius G E, qui eſt proximè æqualis Æquationi maximæ Syzygiali. Ergo etiam Q G S F excedit S I Q E arcu E N, proximè duplo Æquationis maximæ Syzygialis.

Idem eodem modo demonſtrabitur de motu Vero E S I Q, qui reſpondet Quadrantibus C R D O, ſecundo, tertio, & quarto, reſpectu motus Veri F Q G S, qui reſpondet Quadrantibus D O C R, quarto, primo, & ſecundo.

§. 3. Motus Verus E S F reſpondens Quadrantibus C R D, ſecundo & tertio, motum Verum F Q E reſpondentem Quadrantibus D O C, quarto & primo, adeoque æquali tempore abſolutum, excedit ferè quadruplo Æquationis maximæ Syzygialis, hoc eſt fermè gradibus 20. Eadem ferè rurſùs demonſtratio erit. Fiant enim G N, I L, æquales G E, I F. Erunt arcus F Q E, N S L, æquales. Sed E S F excedit N S L arcubus E N, F L. Ergo etiam E S F excedit F Q E arcubus E N, F L, quadruplo nempe Æquationis G E, vel I F, quæ proximè æqualis eſt Æquationi maximæ Syzygiali.

§. 4. Itaque ſi quatuor fuerint Lunæ Eclipſes obſeruatæ, quarum prima contigerit in Apogeo O, ſecunda in termino primi Quadrantis, ſeu Longitudine Mediâ C, tertia in Perigeo R, quarta in termino Quadrantis tertij, ſeu Longitudine Mediâ alterâ D, vel quarum prima inciderit in D, ſecunda in O, tertia in C, quarta in R; vel quarum prima acciderit in O, ſecunda poſt tres Quadrantes in D, tertia in R, quarta in C. Dico abiectis integris circulis, motum Verum à primâ Eclipſe ad ſecundam differre à motu Vero ab Eclipſi tertiâ ad quartam fere duplò Æquationis maximæ Syzygialis. Patet ex §. 1. & 2. Quod ſi prima Eclipſis contigerit in C, ſecunda in D, tertia etiam in D, quarta rurſum in C. Dico, abiectis integris circulis, motum Verum E S F à primâ Eclipſe ad ſecundam differre à motu Vero F Q E ab Eclipſe tertiâ ad quartam fere quadruplo Æquationis maximæ Syzygialis. Patet ex §. 3.

Cùm igitur, licet hìc locum Apogei nondum conſtitutum habeamus, ex motu Lunæ tardiſſimo, velociſſimo, inter tardiſſimum & velociſſimum medio, prope verum cognoſci poſſit quando Luna ſit in Apogeo O, Perigeo R, Longitudinibus Medijs C, D; & cùm in Eclipticis ☍ ex loco Solis notus ſit locus Lunæ, vtpote ab illo tunc ſemper diſtans grad. 180: liquet motus Veros harum Eclipſium interuallis debitos, adeoque & differentiam eorum (quæ per §. 1. 2. 3. eſt fere duplum vel quadruplum Æquationis maximæ) nota fuiſſe. Atque hunc in modum à veteribus deprehenſum eſt, Æquationem maximam in Syzygijs excreſcere ad grad. 5: quam *num.* 39 magis exactè determinabimus, ſtatuemuſque cum Ricciolo, grad. 5. 16.

NVME-

NVMERVS XXII.

Inæqualitas menſium Verorum tam Synodicorum quàm Periodicorum.

CVm tanta ſit Verorum motuum Lunæ inæqualitas præcedenti *num.* demonſtrata, non poſſunt non menſes tam Periodici quàm Synodici inæquales exiſtere. Poteſt tamen etiam inæqualitas menſium Periodicorum eodem proſus modo oſtendi, quo inæqualitas annorum Solarium *lib.* 1. *num.* 48. Hæc porro inæqualitas longè maior in Lunâ eſt, quàm in Sole, eò quòd Æquationes adeoque & Æquationum differentia multò ſit in Lunâ quàm in Sole maior.

Inæqualitas item menſium Synodicorum demonſtrari poterit ex diſtantiâ ☌ Veri à ☌ Medio, quod modò maius eſſe, modò minus oſtendemus *lib.* 4. *cap.* 1.

NVMERVS XXIII.

Notitia motuum Lunæ per Eclipſes Lunares acquiritur.

PRimus aditus ad ſcrutandos Lunæ motus per Eclipſes Lunares aperitur. Momento quippe medio durationis Eclipticæ, Luna Soli directè opponitur: ac proinde cùm locus Solis in Zodiaco [a] notus ſit, etiam locus Lunæ, nuſquam immiſcente ſe parallaxi, fit notus, ſi Solis loco ſemicirculus, hoc eſt 180 gradus addantur vel ſubtrahantur. Zodiacus eſto G D Q E; centrum eius & Terræ A; Sol in Eccentrici ſui puncto C; Luna in Eccentrico ſuo Soli oppoſita in B. Erunt igitur centra Solis, Terræ & Lunæ, ad eamdem Rectam C A B, quæ ad Zodiacum vtrimque protracta determinabit loca Vera Solis E, & Lunæ D. His poſitis, motus Verus Solis eſt G D Q E, Lunæ G D, à motu Vero Solis deficiens ſemicirculo D Q E. Quare à motu Vero Solis G D Q E demptis gradibus 180, remanet motus Verus Lunæ G D. Quod ſi motus Verus Lunæ excedat motum Verum Solis, ac proinde Luna ſit in C, Sol in B, tunc ad motum Verum Solis G D adde gradus 180, & prodibit Verus Lunæ motus G D Q E. Ad Æquales autem Lunæ motus inueſtigandos omnino neceſſarium [m] eſt vt loca Vera Lunæ aliqua per obſeruationem innoteſcant: id verò, niſi Eclipſes in conſilium adhibeantur, obtineri vix poteſt. Quamuis enim (vt patet ex *num.* 4.) Verus Lunæ locus etiam per diſtantiam Lunæ à ſtellis Fixis, vel à Sole non oppoſito cognoſci poſſit, ſi parallaxis, quæ vtrobique ſe immiſcet, extricetur; tamen, quia parallaxeos quantitas non niſi per ipſos Medios Lunæ motus innoteſcit, liquet hàc viâ minùs expeditè, quod quæritur, inueniri. Porro Lunæ motus in Syzygijs, hoc eſt in ☌ & ☍, vnâ tantùm inæqualitate inuoluitur; extra Syzygias verò duabus, imò iuxta Tychonis obſeruationes, etiam tribus; quarum altera ab alterâ diſcerni nequit, niſi ſeorſim è tribus vna cognoſcatur. E tribus autem ea, quam in Syzygijs Luna patitur, Eclipſium præſidio noſcitur, perque eam deinde duæ reliquæ innoteſcunt. Hæc cauſa eſt cur inæqualitas Syzygialis ante alias inueſtigetur, & cur cæteris obſeruationibus Lunares Eclipticæ præferantur.

a *per num.* 55. *lib* 1. *Fig.* 12.

m *patebit ex num.* 31. *&* 32.

NVMERVS XXIV.

Ex duabus Eclipſibus, in quarum vtrâque non ſint æquales Anomaliæ tam Solis quàm Lunæ, non elicitur certò quantitas menſis Synodici Medij.

CVm enim menſes Veri Synodici, ſeu Lunationes Veræ (vt *num. præced.* & alibi oſtendimus) ſint inæquales, etiam aggregatum, ſeu interuallum temporis conſtans certo Lunationum [b] Verarũ numero, ex. gr. trecentis, inæquale erit, vel eſſe poterit interuallo alteri totidem Veris Lunationibus conſtanti. Igitur Lunatio Media, ex priori interuallo iuxta modũ *num.* 22. §. 1. traditum, deducta, non erit æqualis Lunationi Mediæ, deductæ ex interuallo altero. Deberent autem eſſe æquales, cùm vna ſemper [a] eademque Synodicorum menſium Mediorum ſit quantitas. Quare ex duabus Eclipſibus illimitatè acceptis, non rectè elicitur quantitas Medij menſis Synodici.

b *def.* 21. *num.* 10.

a *oſtendi ad def.* 22. *num.* 10.

ſ, & in quarum
lis æquales,
nomali-

æ Lunationes conti-
ibuitur, adeoque in
ditum *num.* 22. §. 1.
ſque centrum A; So-
Lunæ Eccentricus
Primæ Eclipſeos Sol
indirectum, aut ſal-
tus Solis A G; linea
nalia Solis M H D;
ſequi. In caſu Figu-
Lunæ, A D E, A
Iedij motus Lunæ,
Medij motus Solis;
caſu Figuræ 17 &
ſt Soli D, adeoque
ſaltem in vno plano
rca O cum A G li-
munt omnes caſus
s eiuſdem ſpeciei.
tionibus Solis E G
n igitur per hypo-
empe P L F, etiam
pe K I. Pari modo
, etiam Æquatio-
O (tunc autem duæ
ddenda eſt vel vtra-
vtramque Mediam

ecundam repræſen-
referat X Z. Ergo
s X, Z præcedunt
s temporibus A X,
tempus inter Ecli-
inter Eclipſes Me-
es integros Synodi-
demque eſt quanti-
iſque ſunt Anoma-
tas, puta in 223. Si
Lunatio vna quan-
is Mediæ. Ergo ex
s fuerint Anomaliæ
lediæ: quod erat de-

ntitas menſis Ano-
ia Lunæ: liquet E-
ione. Quare ſi per
iſtiæ.
(quod idem eſt) reſti-

NVME-

NVMERVS XXVI.

Quo indicio Reditus Anomaliæ Lunaris deprehendatur.

§. 1. QVoniam Luna [a] circa Apogeum Eccentrici nobis apparet moueri tardiſſimè, circa Perigeum velociſſimè, & in primo ſemicirculo E Z F ab Apogeo E vſq; ad Perigeum F, velocitas quotidie creſcit, in ſecundo autē ſemicirculo à Perigeo vſq; ad Apogeum aſſiduè decreſcit; ſcire Aſtronomi potuerunt ad datum tempus Eclipſis in quo Anomaliæ ſemicirculo Luna verſaretur. Scire item ex attentâ motus Lunaris conſideratione potuerunt, vtrùm is eiuſdem velocitatis fuerit in ſecundâ Eclipſi, cuius in primâ. Quando igitur deprehenſum fuit, Lunam in vtrâque Eclipſi fuiſſe moram eâdem velocitate in eodem Anomaliæ ſemicirculo, neceſſe fuit in ſecundâ Eclipſe Lunam rediiſſe ad idem punctum Eccentrici, in quo fuerat in primâ, hoc eſt reſtitutam fuiſſe Anomaliam ab Eclipſi primâ ad ſecundam, ſiue eamdem in vtrâque Anomaliam fuiſſe: hæc enim omnia idem ſignificant.

[a] *vide prop. 11. num. 25. lib. 1. Fig. 6. 7.*

Cauendum in hoc negotio [b] ab Eclipſibus in quibus Luna eſt prope puncta Tranſitus Medij: aptiſſimæ autem ſunt illæ in quibus motus Lunæ Verus plurimùm differt à Medio, quod accidit prope Apogeum & Perigeum.

[b] *vide Regiom. Almag. lib. 4. prop. 5.*

§. 2. *Quæres* an ex binis Eclipſibus quantitate obſcurationis & duratione æqualibus in eodem Anomaliæ ſemicirculo celebratis, ſequatur Anomaliæ reſtitutio?

Reſpondeo non ſequi ſi Totales fuerint, ſequi autem ſi Partiales. Si enim in vtrâque Eclipſi fuerit obſcurata, hoc eſt immerſa vmbræ Terreſtri ex. gr. pars Lunæ dimidia, manifeſtum eſt ſpatium vmbræ, quod ab Eclipſis principio vſque ad finem Luna pertranſijt, in vtrâque Eclipſi fuiſſe æquale, vtpote commenſum Lunæ dimidio. Quare cùm Eclipſeos vtriuſque duratio fuerit æqualis, liquet Lunam æqualibus temporibus æqualia vmbræ ſpatia pertranſiiſſe, ac proinde æquali celeritate fuiſſe motam in Eclipſi vtrâque. Vnde, cum ex Hypotheſi etiam in eodem vtrobique Luna fuerit ſemicirculo Anomaliæ, ex indicio primo Anomaliam fuiſſe reſtitutam patet.

Quod ſi Eclipſes ambæ fuerint Totales, potuit in primâ fuiſſe Luna remotior à Terrâ & vicinior Apogeo, quàm in ſecundâ; ac proinde potuit in primâ fuiſſe totaliter immerſa vmbræ eo loco, vbi ea gracilior eſt, in ſecundâ verò ibi, vbi vmbra craſſior, adeoque minus vmbræ ſpatium pertranſiiſſe in primâ quàm in ſecundâ: & nihilominus, quia Luna in primâ (vtpote Apogeo propinquior) fuit mota tardiùs quàm in ſecundâ, potuit inæqualia vmbræ ſpatia æqualibus temporibus pertranſire. Ergo inæqualis velocitas conſiſtit, cum obſcuratione æquali, vtpote totali vtrobique, & cum æquali duratione. Ergo non ſequitur reſtitutio Anomaliæ, quæ (vt ex primo indicio patet) æqualem in vtrâque Eclipſi motus velocitatem requirit.

NVMERVS XXVII.

Aliud indicium Reſtitutionis, ſiue Reditus Anomaliæ Lunaris.

H*Abeantur Eclipſes quatuor hiſce tribus conditionibus prædita. 1. In duabus harum, quas Primam & Tertiam appellabo, eadem fuerit Veri Lunæ motus velocitas. 2. Tempus à primâ ad tertiam æquale tempori à ſecundâ ad quartam. 3. Motus Verus Lunæ à primâ ad tertiam æqualis motui Vero à ſecundâ ad quartam. Dico his datis Anomaliam Lunæ reſtitutam fuiſſe tam à primâ ad tertiam, quàm à ſecundâ ad quartam.*

Vſui eſt hoc indicium, quando non conſtat vtrùm Luna in Eclipſi primâ & tertiâ fuerit in eodem Anomaliæ ſemicirculo. Poteſt autem pro conditione primâ ſubſtitui altera, quæ ponat Eclipſes primam & tertiam Partiales fuiſſe, ſed æquales inter ſe quantitate obſcurationis & duratione; hinc enim (vt patet ex. §. 2. *num. præced.*) infertur æqualis in vtrâque motus velocitas.

Zodiacus eſto G N L P, eiuſque centrum V: Eccentricus Lunæ M X O A, eiuſque centrum E, Apogeum M, linea Apogei N M E V O P. Prima Eclipſis contingat in A (hoc eſt momento medio primæ Eclipſis, centrum Lunæ ſit in A) ſecunda in B. Dico, ſi adſint tres conditiones ſupradictæ, etiam tertiam contingere in A (eodem nempe Anomaliæ puncto, quo prima) & quartam in B eodem Anomaliæ puncto, quo ſecunda. Quod hunc in modum demonſtrabimus. Si negas Eclipſim tertiam contingere in eodem Anomaliæ puncto A, in quo prima, debebit ea incidere ad partem alteram Apogei M, in punctum Anomaliæ X, abſcindens arcum X M parem arcui A M; aliàs enim non poſſet eſſe æqualis velocitas Fig. 20.

motus Apparentis in primâ & tertiâ, quam hypotheſis requirit. Tum verò Eclipſis quarta neceſſariò contigerit in puncto Z, poſito vltra X versùs O, & abſcindente arcum Z M B parem arcui A M X: cùm enim per hyp. tempus inter Eclipſem primam & tertiam, tempori inter ſecundam & quartam ſit æquale, & motus Lunæ per Eccentricum æquabilis ſit, arcus A M X, quem à primâ Eclipſi A ad tertiam X, præter integros circulos, Luna percurrit, neceſſariò æqualis eſt arcui B M Z, quem poſt integros circulos Luna percurrit à ſecundâ ad quartam. Ductis igitur lineis Veri motus V A G, V X K, V B F, V Z L, Verus Lunæ motus poſt abſolutos integros circulos, ab Eclipſe primâ ad tertiam eſt arcus G N K, à ſecundâ verò ad quartam arcus F N L. Atqui (vt oſtendam infra) arcus G N K, F N L ſunt inæquales, eò quòd Eccentrici arcus A M X, B M Z quibus reſpondent, ſint oſtenſi æquales. Ergo motus Lunæ Veri ab Eclipſe primâ ad tertiam, & à ſecundâ ad quartam non ſunt æquales inter ſe, quod hypotheſi repugnat. Non poteſt igitur Eclipſis tertia contigiſſe in Z alio nempe Anomaliæ puncto, quàm in A, in quo prima. Igitur in Eclipſe primâ & tertiâ eadem ſuit Lunæ Anomalia M X O A, hoc eſt Anomalia à primâ in tertiam eſt reſtituta. Iam verò Eclipſi tertiâ incidente in Anomaliæ punctum idem A, in quod prima, etiam quarta neceſſariò incidit in idem Anomaliæ punctum B, in quod ſecunda. Quoniam enim tempus ab Eclipſi primâ A, ad tertiam C æquale ponitur tempori à ſecundâ B ad quartam D, patet etiam tempus à primâ A ad ſecundam B neceſſariò eſſe æquale tempori à tertiâ C ad quartam D. Ergo cùm Anomaliæ motu æqualibus temporibus Luna æquales arcus Eccentrici abſoluat, arcus A D, qui præter integros circulos percurſus eſt à primâ A, ad ſecundam B, æqualis eſt arcui qui præter circulos integros percurſus eſt à ſecundâ C ad quartam D. Ergo neceſſe eſt etiam quartam D incidiſſe in idem Eccentrici punctum B, in quod ſecunda inciderat.

Arcus porro G K, F L, ſiue angulos A V X, B V Z inæquales eſſe ſic oſtendo. Quoniam arcus A X æqualis eſt arcui B Z, dempto communi B X, etiam A B, Z X æquales erunt. Deinde quia A M, X M æquales ſunt, eſtque A B minor quàm A M; etiam A B erit minor quàm X M. Quare ab X M abſcindi poteſt X Y (inſpice figuram 21) æqualis ipſi A B, ſeu Z X. Ducantur deinde rectæ B V, A V, Z V, X V, Y V. Quia arcus A M, X M, item A B, X Y æquales ſunt, etiam Y M, B M æquales erunt. Vnde patet angulos X V Y, A V B æquales eſſe. Atqui Z V X maior eſt (per Poriſma ſeq.) quàm X V Y. Ergo etiam Z V X maior eſt quàm A V B. Addito igitur communi X V B, erit totus Z V B, maior toto X V A: quod erat demonſtrandum.

Poriſma.

Fig. 21. Circuli M X Q centrum ſit E; diameter M O; in eâ punctum V, ad quod ab æqualibus arcubus Z X, X Y ſubtendantur anguli Z V X, X V Y. Dico angulum Z V X maiorem eſſe angulo X V Y.

Producatur enim X V in Q; ducanturq; Z Q, Y Q, Y V, Z V. Ex 15. 3, patet Y Q maiorem eſſe quàm Z Q. Fiat ergo I Q par ipſi Z Q, ducaturque I V. Quoniam per hyp. arcus X Y, X Z, æquales ſunt; etiam anguli X Q Y, X Q Z æquales erunt per 29. 3. In triangulis igitur V Z Q, V I Q, quoniam anguli ad Q æquales ſunt, & latera Z Q, Q V, æqualia
r per 4. 1 lateribus I Q, Q V, erunt quoque *r* anguli Z V Q, I V Q æquales. Ergo etiam *ſ* Z V X,
ſ per 13. 1. I V X æquales erunt. Ergo Z V X maior eſt quàm Y V X. Quod erat dem.

NVMERVS XXVIII.

Æqualium motuum Lunæ prima inueſtigatio.

§. 1. ELigantur duæ Eclipſes quàm longiſſimo temporis interuallo diſtantes, in quarum vtrâque æquales fuerint Anomaliæ Lunæ, & Anomaliæ Solis æquales. Vtrùm Solis Anomaliæ fuerint æquales, ſcietur ſi ad tempus vtriuſque Eclipſis, Anomaliæ Solis ſupputentur per § 3. *num.* 55. *lib.* 1. An Lunares Anomaliæ æquales fuerint, cognoſces ex indicijs *num.* 26 *&* 27 demonſtratis. Ex binis autem eiuſmodi Eclipſibus rectè colligi quantitates menſium Synodici & Anomaliſtici, *num.* 25. oſtenſum eſt. Et tales fuêre, ſaltem quoad Anomaliam Lunæ (nam de Solis non conſtat) quas Hipparchus adhibuit: reperitq; interuallum earum Annorum Iulianorum 344, Dierum 363, & Horę vnius, hoc eſt Dierum 126009. Horæ 1: in hoc autem interuallo fuerunt menſes Synodici integri 4267, & Anomaliæ reuolutiones integræ, ſeu menſes Anomaliſtici integri 4573. Vtrumque haud difficulter potuit cognoſci; primum quidem ex numero Nouiluniorum; alterum ex diuerſitate motus

Appa-

Digitized by Google

Apparentis, quæ intra quamlibet Anomaliæ reuolutionem conſpicitur. In quâlibet enim ſemel motus Lunæ apparet tardiſſimus propè Apogeum, ſemel velociſſimus propè Perigeum, bis mediocris circa Tranſitus Medios; & ab Apogeo ad Perigeum quotidie augetur velocitas, à Perigeo ad Apogeum quotidie minuitur. Ex his ergo ſtatis cuiuſlibet reuolutionis Anomaliſticæ diuerſitatibus, facilè ſciri potuit, quantus earum numerus in dato temporis interuallo contineretur: & eſt credibile ab Eclipſibus non magno interuallo diſtantibus, veteres incepiſſe, atque inde ad alias magis diſſitas ſenſim progreſſos. Quoniam igitur tam 4267 Menſes Synodici, quàm 4573 Menſes Anomaliſtici conficiunt Dies 126009. H. 1: vnus Menſis Synodicus, vel Anomaliſticus quantum tempus conficiet? per Reg. Proportionum prodibit tempus, ſiue quantitas vtriuſque: interuallo namque Dierum 126009. H. 1, diuiſo per Menſes Synodicos 4267, prouenit Hipparcho Menſis Synodicus Medius D. 29. H. 12. 44′. 3″. 15‴. 44⁗. 39′. 4″. eodemque interuallo diuiſo per Menſes Anom. 4573, prodijt Menſis Anomaliſticus D. 27. H. 13. 18′. 18′. 59‴. 20″. 1′.

§. 2. Iam ex Menſe Synodico Periodicum ſic elicies. Ponamus ☌ incidiſſe in Zodiaci Fig. 7.
punctum X. Interim dum Luna à Sole digrediens ab X versùs R, eundem rurſus aſſequitur, etiam Sol procedit ab X versùs R. Vnde fit vt Luna, Zodiaco iam emenſo, reuerſa in X, Solem interim progreſſum in T, nondum ſit aſſecuta, ſed præter vnum Zodiaci circuitum X R M X percurrere debeat X T partem ſecundi. Inquire ^a igitur quot Gradus Sol Medio motu percurrat ſpatio vnius Menſis Synodici Medij, cuius quantitas iam innotuit. §. 1. Ita noti fient Gradus arcus X T, quibus additis ad Gradus 360 X R M X, noti fient Gradus X R M X T, quos Sol abſoluit ſpatio vnius Menſis Synodici Medij. Fiat igitur vt Gradus noti X R M X T ad Gradus 360 X R M X, ita notum tempus Menſis Synodici Medij ad quartum: prodibit tempus vnius Menſis Periodici Medij.

a per num. 36. lib. 1.

Quod ſi per Menſem Synodicum ſic inuentum, diuidas Annos Iulianos 344, Horam vnam, comperies eo interuallo contineri Menſes Periodicos, ſiue integros Zodiacos 4612 minùs Gradibus 7. 36.

§. 3. Ex Menſtruis temporibus iam conſtitutis reperientur Æquales motus Lunæ, datis temporum ſpatijs competentes, hunc in modum. Cùm vno Menſe Periodico Medio, hoc eſt Diebus 27. H. 7. 43′. 4″. ‴. ⁗. ′. Luna motu Medio abſoluat Zodiacum totum, nempe Gradus 360: igitur Die vno, vel Horâ vnâ, vel Scrupulo vno &c. quot gradus, vel minuta motu Medio abſoluit? Per Regulam proport. prodibit motus Medius Lunæ, Diurnus, Horarius, &c. Pari modo ex menſe Synodico elicietur motus Medius Lunæ à Sole Diurnus, Horarius &c. & ex menſe Anomaliſtico Medio, motus Anomaliſticus vnius Diei, Horæ &c. Atque ita conſtruentur tabulæ Æqualium motuum Lunæ, vt tradidi in Sole *num. 36. lib. 1.*

Motvs æqvales Divrni Lvnæ secvndvm Hipparchvm.

Medius.	Grad.	13.	16.	34′.	58″.	33‴.	30⁗.	30′.
Medius à Sole.	Grad.	12.	11.	26.	41.	20.	17.	59.
Anomaliæ.	Grad.	13.	3.	53.	56.	29.	38.	38..

Quod ſi motum Diurnum per datum Dierum numerum multiplicemus, prodibit motus Æqualis, dato cuilibet temporis interuallo debitus.

Atque hæc eſt inueſtigatio prima Æqualium motuum Lunæ: qui quamuis præciſionem omnimodam hîc nondum ſint aſſecuti, ex ijs tamen ad eoſdem penitus elimandos Numeris ſequentibus gradus fiet.

Corollarium.

In dato temporis interuallo quot menſes Synodici, Anomaliſtici, Periodici contineantur inuenire.

Dictum eſt §. 1. Annis Iulianis 344, Horâ. 1. hoc eſt. D. 126007. H. 1. contineri Menſes Synodicos integros 4267, Anomaliſticos integros 4573: igitur in dato interuallo ex. gr. Annorum bis mille, quot Menſes Synodici, quot Anomaliſtici continentur? Per Regulam proportionum prodibunt quæſita. Rurſum quia (vt §. 2 dictum eſt) Luna D. 126007. H. 1. abſoluit Zodiacos 4612 minùs grad. 7. 36, inde ſimiliter per proport. Regulam elicies quot Zodiacos abſoluat Annis 2000.

Inuentis Menſibus Synodicis, qui interuallo dato, puta Annorum 2000, continentur, pro Menſibus Anomaliſticis hoc compendium ſuggerit Ptolomæus: vt 4267 ad 4573, vel potiùs vt 251 ad 269 (ſunt enim hi minores numeri, maioribus proportionales) ita numerus

menſium Synodicorum, Annis 2000 contentorum ad quartum: dabit hoc numerum menſium Anomaliſticorum Annis 2000 exactorum.

Scholium.

Vt ex duabus Eclipſibus Lunarium menſium quantitates deducantur, notum eſſe debet temporis interuallum ab Eclipſi primâ ad ſecundam, hoc autem non innoteſcet, niſi priùs momenta ipſa Eclipticorum Pleniluniorum.quæ ſola in hoc negotio ſpectari debent, fuerint nota. Hæc igitur fiunt nota hunc in modum.

Tubi Optici adminiculo obſeruetur initium Eclipſeos,atque ipſum quo Luna incipit obſcurari, momentum, notum fiat Horologio ſciaterico accuratè conſtructo, vel potius adhibeatur ad hoc praxis magis accurata, quam tradam lib. 3. *num,* 23 *&* 24 *: quod ſi Eclipſis tempore nocturno contingat, adhibeatur praxis alia, quam exponam lib.* 5. *num.* 45. *Obſeruetur deinde finis Eclipſis, eodemque modo notum fiat momentum, quo Luna deſijt obſcurari. Sic nota habebitur Eclipſeos duratio tota; quâ bifariam diuisâ,ipſum primi Ecliptici Plenilunij momentum notum erit. Pari ratione notum fiet momentum Ecliptici Plenilunij poſterioris. Neque vllum vitioſi circuli periculum hic eſt, quia praxes illæ, quas adhibendas præſcripſi, à Lunæ motibus, quos iam inquirimus, nullatenus dependent, quod loco citato legenti perſpicuum erit.*

NVMERVS XXIX.

Attingitur Hypotheſis Epicyclica Lunæ in Syzygijs.

QVemadmodum in Sole, ita & in Lunâ tempore Syzygiarum Phœnomenis perinde ſatisfit per Epicyclum ac per Eccentricum; quanta enim eſt Eccentritas Eccentrici, tanta eſt ſemidiameter Epicycli. Quamuis autem Eccentricum prætulerim, tamen, quia viſum hic eſt etiam iuxta hypotheſim Epicycli inueſtigare Anomaliam Lunæ tempore Eclipſium, cuius notitia ad corrigendos Lunæ motus Medios, Anomaliſticos inprimis neceſſaria eſt; pauca hoc loco Epicycli hypotheſim (pro Syzygijs tantùm) opus erit exponere.

*Fig.*24. Zodiaci & Terræ centrum ſit A: circulus Zodiaco concentricus Zodiacum repræſentans, eſto DVB, Epicyclus ſit X C Z F, cuius centrum E motu æquali ſpatio menſis Periodici percurrit circulum DVB in conſequentia versùs Z B. Ex A centro Zodiaci per Epicycli centrum ducta Recta determinat in Epicyclo Apogeum C, & Perigeum F. Quo autem tempore centrum Epicycli in conſequentia motu æquali percurrit circulum E B D V, interim Lunæ centrum, incipiens ab Apogeo C, percurrit Epicyclum in partem oppoſitam ex C versùs H, motu etiam æquali, ſed paulò tardiori; ita vt, cùm Epicycli centrum abſoluto circulo E B D V E redijt in E, centrum Lunæ motum ex Apogeo C per H, nondum redierit ad Apogeum C,ſed opus ſit,vt centrum Epicycli ſecundæ reuolutionis partem ex. gr. E K priùs abſoluat,quàm centrum Lunæ ad Apogeum C reuertatur. Atque ita Luna iam Apogea non reſpondet eidem puncto Zodiaci E,cui reſpondebat Apogea Luna menſe priori,ſed puncto alteri magis Orientali, ſiue in conſequentia, puta K. Vnde fit vt Apogeum motu lento videatur in conſequentia moueri. In hypotheſi igitur Epicyclicâ Apogeum Epicycli motu ſibi proprio non mouetur, vt in hypotheſi Eccentricâ, ſed tantum æquiualenter habetur Apogei motus per aliquantò tardiorem motum Lunæ in Epicyclo. Atqui in hoc vtriuſque hypoteſeos differenria potiſſimùm conſiſtit.

Definitiones ad Epicycli hypotheſim pertinentes ſunt hæ:

Sit Lunæ centrum in H, vel G, & principium Arietis in ω, vtimur enim circulo D V B, (vt dixi ſupra) tanquam Zodiaco: ducanturque rectæ A N H, A K G: & tangentes A Z, A X, quæ in ſchemate non exprimuntur.

1. *Locus* Lunæ *Verus* eſt N,vel K, *Medius* E.
2. *Motus Verus ab initio* ♈ eſt arcus ω N, vel ω K.
3. *Motus Medius ab initio* ♈, eſt arcus ω E.
4. *Æquatio*, eſt differentia motus Medij, & Veri ab initio ♈, arcus nempe E N, vel E K, ſiue anguli C A H,vel C A G.
5. *Æquatio maxima* eſt cum Lunæ centrum ſtat in contactu Z, vel X; arcus nempe E Z,

vel

vel E X, ſiue anguli C A Z, C A X.

6. *Anomaliæ circulus* eſt ipſe Epicyclus.

Primus Anomaliæ ſemicirculus eſt C H F, *ſecundus* F X C.

7. Cùm Luna eſt (in H) in primo Anomaliæ ſemicirculo C H F, motus Verus ω N eſt minor Medio ω E: & tunc Æquatio E N auferenda eſt à motu Medio, vt habeatur Verus; addenda Vero motui, vt habeatur Medius.

8. Cum Luna eſt (in G) in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo F X C, motus Verus ω K eſt maior Medio ω E; & Æquatio E K addenda eſt Medio motui, vt habeatur Verus: auferenda à Vero, vt habeatur Medius.

9. *Anomalia* Lunæ eſt arcus Epicycli ab Apogeo ad centrum Lunæ in præcedentia numeratus. Vt ſi Lunæ centrum ſit in H, Anomalia eſt arcus C H; ſi in G, Anomalia eſt arcus C Z F G.

10. *Motus Verus dato temporis ſpatio conueniens*, eſt arcus Zodiaci, quem dato temporis ſpatio, centrum Lunæ percurrit.

Motus Medius dato ſpatio temporis congruens, eſt arcus, quem dato tempore Epicycli centrum abſoluit.

Motus Anomaliæ dato tempori conueniens, eſt arcus Epicycli quem dato tempore centrum Lunæ abſoluit. Fig.24.

Centrum Eccentrici ſit in B, Lunæ in G, tempus datum dierum 13. Diebus 13 percurrat centrum Epicycli arcum B φ D; centrum verò Lunæ interim abſoluat arcum Epicycli G C H, ducanturque rectæ A K G, A N H. Igitur quo tempore centrum Epicycli percurrit arcum B φ D, centrum Lunæ confecit arcum K φ N. Arcus igitur B φ D eſt *motus Medius*, arcus K φ N *motus Verus*, arcus G C H, *motus Anomaliæ dierum* 13.

NVMERVS XXX.

Lemmata ad ſequentia.

Lemma I. Cvm Lunæ motus Verus aliquo temporis interuallo abſolutus, deficit à motu Medio qui eidem interuallo temporis competit, notabiliter ampliùs quàm gradibus 5, Apogeum erit in eo arcu Anomaliæ, quem interim Lunæ centrum percurrit. Si autem Verus excedat Medium plùs quàm 5 gradibus, in dicto arcu erit Perigeum.

Demonſt. In temporis dati principio centrum Epicycli eſto in B, centrum Lunæ in G. In fine dati temporis Epicycli centrum ſit in D, Lunæ in H, ſic vt arcus Epicycli G C H dato temporis ſpatio percurſus, contineat Apogeum C. Patet ex *defin.* 10 motum Verum dato temporis ſpatio confectum, eſſe arcum K φ N, Medium verò eſſe arcum B φ D. Igitur Verus deficit à Medio binis Æquationibus K B, N D, (ſiue arcu K D N) quæ ſimul maiores eſſe poſſunt Æquatione maximâ D Z, quæ in ° Syzygijs eſt graduum 5. Quod ſi arcus Epicycli à Lunæ centro interim percurſus, inciperet in Apogeo C, aut vltra C versùs Z, ad ſummum poſſet motus Verus à Medio deficere Æquatione maximâ Z D. Fig.24. ° conſtat ex obſeru.nu. 21.ſ.4.

Idem patet in Eccentrico. Nam ſi arcus Veri motus O E H (inſpice *fig.* 48. *lib.* 1.) contineat Apogeum E, poterit is deficere à motu Medio P E H binis Æquationibus O P, H I, quarum ſumma maior Æquatione maximâ. At ſi arcus Veri motus non contineat Apogeum E, ſed incipiat, vel in E, vel vltra E versùs H, tunc rurſus à motu Medio ad ſummum poterit deficere Æquatione maximâ.

Secundæ partis demonſtratio non abſimilis.

Lemma II, Si nota eſt ratio A ad Z, & nota ſit ratio B ad Z: nota etiam eſt ratio A ad B.

A.	Z.	B.
5.	9.	6.

Demonſt. Sit enim A ad Z, vt 5 ad 9; & B ad Z, vt 6 ad 9. Igitur cùm A ſit ad Z vt 5 ad 9; & Z eſt ad B, vt 9 ad 6, erit ex æquo A ad B, vt 5 ad 6. Nota eſt igitur ratio A ad B.

NVMERVS XXXI.

Datis tribus Eclipſibus Radium Epicycli, ſeu Eccentricitatem Syzygialem; item Lunæ Anomaliam Mediam, locum Medium, ad Eclipſium momenta inuenire.

INſigne eſt huius Problematis artificium à Ptolomæo traditum *lib.* 4. *cap.* 5, 6, & 7: quod quia ex Ptolomæo ipſo aliúſue non facilè arbitror Candidatos Aſtronomiæ aſſecuturos, ex ijs

quæ iam præmiſi, & appoſito ſchemate aptiori, quantâ potero claritate, exponam.

§. 1. Tres Eclipſes à Ptolomæo obſeruatæ ſic habent.

Prima fuit Hadriani Anno 17, expletâ Die 20 Payni, Horâ 11. 15′. Sol erat in Tauri grad. 13, 15′, ac proinde Luna Soli oppoſita, in Scorpij grad. 13. 15′. fuit Totalis.

Secunda contigit Hadriani Anno 19, completâ Die 2 Chœac, Horâ 11 poſt Merid. Sol erat in Libræ, adeoque Luna in Arietis grad. 25. 10′.

Tertia accidit Hadriani Anno 20, expletâ Die 19 Pharmuti, Horâ 16 poſt Merid. Sol erat in Piſcium, adeóque Luna in Virginis grad. 14. 12′.

A primâ ad ſecundam, abiectis integris circulis, motus Verus Lunæ eſt graduum 161. 55′: tot enim ſunt à Scorpij gradu 13, 15′ ad Arietis gradum 25. 10′. Vt habeatur motus Medius in Zodiaco, & motus Anomaliæ eodem temporis interuallo confectus, interuallum ipſum temporis æquandum eſt per *num*. 58. *lib*. 1. quod ſic æquatum, eſt dierum 531. H. 23. 39′. Huic ſpatio temporis quantus debeatur tum motus Medius, tum motus Anomaliæ ſciri iam poteſt ex *num*. 28. Vtemur autem cum Ptolomæo motibus Hipparchi, cui motus Medius Diurnus eſt grad. 13. 10′. 34″. 58‴. 33^{iv}. 30^{v}. 30^{vi}; Diurnus autem Anomaliæ eſt grad. 13. 3′. 53″. 56‴. 29^{iv}. 38^{v}. 38^{vi}. Ex his per §. 4. *num*. 28 reperies Diebus 531. H. 23. 39′, interuallo nempe æquato Eclipſis primæ ac ſecundæ, deberi motum Medium poſt integros circulos abiectos, grad. 169. 37′: motum verò Anomaliæ, poſt circulos integros, grad. 110. 21′. Igitur ab Eclipſi primâ ad ſecundam motus Verus deficit à Medio gradibus 7. 42′.

b per lem. 1. num 30. Quare *b* arcus Epicycli grad. 110. 21′, à Lunæ centro interim percurſus, continet Apogeum.

Fig. 24. Circulus centrum Epicycli deferens eſto D V B, Zodiaco concentricus, quo proinde etiam vtemur tanquam Zodiaco; & initium ♈ ſit in ω. In primâ Eclipſi centrum Epicycli ſit in B, in ſecundâ ſit in D. Quia igitur arcus Epicycli à Lunæ centro interim percurſus continet Apogeum C, neceſſe eſt Lunæ centrum in primâ Eclipſi fuerit in ſemicirculo F X C, puta in G; in ſecundâ verò in ſemicirculo C Z F, puta in H. Ductis ergo rectis A K G, A N H, à primâ ad ſecundam, motus Verus eſt arcus K Φ N, motus Medius eſt arcus B Φ D, motus Anomaliæ G C H grad. 112. 21′, continens Apogeum C; defectus Veri motus à Medio ſunt arcus K B, ſiue K D, & N D, ſiue totus arcus K D N, grad. 7. 42′.

Deinde à ſecundâ Eclipſi ad tertiam motus Lunæ Verus abiectis integris circulis eſt grad. 139. 2′: tot enim ſunt ab ♈ grad. 25. 10′ ad ♍ grad. 14. 12′. Tempus à ſecundâ ad tertiam æquatum, eſt Dierum 502. H. 5. 30′. Huic, aſſumptâ quantitate Diurnâ Hipparchi, reperietur conuenire motus Medius grad. 137. 34′; motus verò Anomaliæ grad. 81. 36′, abiectis vtrobique integris circulis. Igitur ab Eclipſi ſecundâ ad tertiam motus Verus excedit Medium gradu 1. 28′. In ſecundâ Eclipſi centrum Epicycli erat in D, Lunæ centrum in H. In tertiâ igitur centrum Epicycli eſto in E, Lunæ in O; ducaturque recta A O I. Motus ergo Verus ab Eclipſi ſecundâ ad tertiam, erit arcus N V *n i*, motus Medius D V E, motus Anomaliæ H O. Iam quia arcus N D, *n i* E æquales, vel potius ijdem ſunt, addito communi D V *n*, erit N V *n* æqualis D V E. Sed arcus N V *n* I excedit arcû N V *n* arcu *in*. Ergo arcus N V *n* I, motus nempe Verus excedit etiam D V E, motum Medium arcu *in*. Quare cum motus Verus Medium excedat grad. 1. 28′, erit arcus I N, adeoque angulus I A N. grad. 1. 28′: arcus autem K D N, ſiue K E N, hoc eſt angulus K A N erat grad. 7. 42′. Ergo reliquus K A I eſt grad. 6. 14′.

Hactenus igitur inuenta ſunt hæc: nota eſt poſitio Lunæ in Epicyclo tempore Eclipſium: in primâ quippe centrum Lunæ eſt in G, in ſecundâ in H, in tertia in O; & arcus Epicycli G H à primâ ad ſecundam, continet Apogeum. Deinde noti ſunt arcus G H gr. 110. 21′ & arcus H O grad. 81. 36′. Noti quoque ſunt arcus K N, ſeu angulus G A H, grad. 7. 42′, & arcus I *n*, ſeu angulus I A H, grad. 1. 28′, & arcus K I, ſeu angulus K A I grad. 6. 14′. quæ omnia in Epicyclo centrum habente in E, ſimul repræſentantur, qui proinde ſolus deinceps inſpiciatur. Ex his porro ita notis ſoluetur problema in hunc modum.

§. 2. Ex puncto M, quo recta A G ſecat Epicyclum, ad A I, & A H ducantur perpendiculares M L, M Q. Ducantur item rectæ G E, H E, M H, M O. Demum ex O ad M H ſit perpendicularis O P, & ex E ad A G perpendicularis E S T. In trigono rectangulo M Q A

c per 32. 1. notus eſt angulus G A H, ſeu M A Q, adeoque *c* & reliquus Q M A. Ergo nota eſt ratio *d*

d per probl. 1 cap. 3. Geo. Pract. A M ad M Q. Deinde quia notus eſt arcus G H, notus eſt angulus G E H ad centrum, adeóque *e* & ipſius ſemiſſis G M H. Sed G M H per 31. 1. æquatur duobus M A H, M H A.

e per 21. 3. Ergo hi duo ſimul noti ſunt, ſed notus eſt M A H, ſeu G A H. Ergo alter M H A, ſeu M H Q etiam notus eſt. In trigono rectangulo igitur M Q H, quia notus eſt M H Q, etiam H M Q notus erit. Ergo nota eſt ratio M H ad M Q. Quare cùm nota iam fuerit ratio A M ad M Q, nota quoque erit per *lem. 2. num.* 30. ratio A M ad M H. In trigono rectangulo M L A, notus eſt angulus M A L, ſeu K A I, adeoque & reliquus A M L. Nota eſt igitur ratio A M ad M L. Ob notos deinde arcus G H, H O, notus eſt angulus G M O; ſed G M O

externus

externus æquatur binis internis M A O, M O A. Ergo ſumma duorum M A O, M O A nota eſt. At notus eſt M A O, ſeu K A I. Ergo etiam M O A, ſeu M O L notus eſt. Itaque in trigono rectangulo M L O, notus eſt acutus M O L, adeóque, & reliquus O M L. Ergo ratio M O ad M L nota f eſt. Sed etiam nota iam fuit ratio A M ad M L. Ergo g ratio A M ad M O, ſiue M O ad A M nota eſt. Atqui iam ſupra etiam ratio H M ad A M fuit nota. Ergo ratio H M ad M O h nota eſt. In trigono rectangulo M P O ob notum arcum H O, notus eſt angulus P M O, adeóque & M O P. Ergo nota eſt ratio M P ad M O, & P O ad M O. Sed nota iam fuit etiam ratio totius M H ad M O. Ergo nota etiam eſt ratio P H ad M O. Atqui iam ſtatim nota fuit ratio P O ad M O. Ergo etiam o nota eſt ratio P H ad P O in triangulo rectangulo O P H. In eo igitur per *prob. 5. cap. 3. Geom. Pract.* notus fiet angulus P H O, ſiue M H O. Ergo arcus M O notus erit, cùm is ſubtendat angulum centri M E O, duplum p anguli M H O. Ergo notus erit totus arcus M O H (quem Ptolomæus hoc diſcurſu reperit grad. 95. 16′. 50″): qui cùm ſit minor ſemicirculo, Epicycli centrum E neceſſariò eſt in portione H G M: vnde ductâ rectâ A F E C, Apogeum (quod etiam in lemmate oſtenſum eſt) erit in arcu G H, Perigeum F in arcu M O. Quia ergo notus eſt arcus M O H, itemque arcus etiam G H notus eſt, reliquus quoque G T M notus erit. Ergo per tabulas Sinuum eius ſubtenſa G M in partibus Radij E C nota fiet. Iam pridem nota fuit ratio A M ad M O; nota quoque eſt per tabulas Sin. ratio G M ad M O, cùm ſint chordæ notorum iam arcuum G M, M O. Ergo ratio G M ad A M etiam q nota eſt. Quare cùm G M nota ſit in partibus Radij E C, etiam A M in iiſdem nota erit. Tota igitur A G in partibus Radij E C, ſeu E F eſt nota. Ergo rectangulum G A M, hoc eſt r rectangulum C A F, notum eſt in partibus quadrati E F. Ergo rectangulum C A F vnà cum quadrato E F, hoc eſt t quadratum A E, notum eſt in partibus quadrati E F. Extractâ igitur radice, A E Radius Deferentis Epicyclum notus eſt in partibus Radij Epicycli E F, ſeu E C. Nota eſt igitur ratio Radij Epicycli ad Radium Deferentis, hoc eſt in Hypotheſi Eccentrici nota eſt ratio Eccentricitatis ad Radium Eccentrici: quam Ptolomæus reperit eſſe vt 5. 14′ ad 60, ſiue vt 8722 ad 100000.

f per prob. 1 cap. 3. Geo. Pract.
g per lem. 2. num. 30.
i per idem.
o per idem.
p per 21. 3.
q per lem. 2. num. 30.
r per 36. 3.
t per 6. 2.

§. 3. Venio ad Anomaliam. Quia ducta fuit ſupra E S T ex centro E perpendicularis ad M G, erit M G u biſecta in S. Quare cùm M G nota ſit in partibus Radij E G, erit & G S. Sed tota A G nota erat in partibus Radij E G. Ergo & A S in iiſdem eſt nota. In iiſdem verò etiam nota iam fuit A E. Igitur, cum in trigono rectangulo A S E nota ſit ratio A S ad A E, notus etiam fiet x angulus A E T, ſeu F E T, adeóque & arcus F T. Atqui notus etiam eſt arcus T G, vtpote ſemiſſis noti iam antea arcus M G. Ergo totus F T G notus erit. Reliquus igitur ad ſemicirculum notus eſt arcus G C: quo ſubducto à toto circulo, arcus C Z F G, qui eſt Anomalia Lunæ in primâ Eclipſi, etiam innoteſcet. Quod ſi notum arcum G C à noto pridem G H ſubducamus, notus remanet C H qui eſt Anomalia Lunæ in Eclipſi ſecundâ. Huic adde notum antea arcum H O; ita notus fiet arcus C H O Anomalia Lunæ in Eclipſi tertiâ. Ptolomæus reperit C Z F G grad. 314. 17′: C H grad. 64. 38′: C H O. grad. 146. 14′.

u per 3. 3.
x per probl. 4. cap. 3. Geo. Pract.

§. 4. Reſtant loca Media ad Eclip. ſingulas. In trigono rectangulo A S E, notus fuit ſupra acutus A E S. Quare notus eſt etiam alter S A E, adeóque, & arcus K E, Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis Lunæ in primâ Eclipſi: Hoc ablato à noto pridem arcu K N, notus remanet arcus E N, ſeu angulus E A N, Æquatio Lunæ in ſecundâ Eclipſi: eodemque K E ablato ab arcu pridem noto K I, notus remanet E I, ſeu angulus E A I, Æquatio Lunæ in Eclipſi tertiâ, ſiue in tertio Ecliptico ☍. Iam in momento tertij Ecliptici Plenilunij centrum Epicycli, hoc eſt locus Lunæ Medius, erat in E, motuſque Lunæ Medius ab ♈ initio erat ω V E; ipſius autem Lunæ centrum erat in O, locuſque eius Verus in I, & motus Verus ab ♈ initio fuit ω V I, qui notus eſt ex Vero loco & motu Solis, vt oſtendi *num. 23.* Quare ſi illi addas notam Proſthaphæreſim E I, etiam notus fiet ad momentum Ecliptici ☍ tertij, motus Lunę Medius ab ♈ initio ω V E, eiuſque locus Medius E. Pari modo in ſecundo Ecliptico ☍ cùm locus Lunæ Medius erat in D, Verus in N, quia ex Vero loco & motu Solis, notus eſt Verus Lunæ motus ω N, ſi huic addas inuentam Æquationem D N (ſeu E N) notus erit ab ♈ initio motus Lunæ Medius ω D in ſecundo Eclip. ☍. In primo denique, cùm locus Lunæ Verus eſſet in K, Medius in B, à motu Vero ω V E K demptâ Æquatione B K, (ſeu K E) notus erit motus Lunæ Medius ab ♈ initio ω V E B, in tertio Ecliptico ☍. Atque ita omnibus quæſiti partibus ſatisfactum eſt.

Scholium.

Scholium.

His in Hypotheſi Epicycli repertis, eadem omnia etiam nota iam ſunt in Hypotheſi Eccentrici. cùm in vtrâque Hypotheſi, eadem, ſeu æqualis, ſit tam Anomalia, quàm Æquatio & motus Medius, ad tempus idem: iuuat nihilominus eadem in Eccentrico ipſo perquirere.

NVMERVS XXXII.

Eadem per viam Eccentrici alijs duobus modis inuenire.

Fig. 9. Lib 6. Aſtronom. ELigantur tres Lunæ Eclipſes, ſeu Oppoſitiones Eclipticæ Lunæ cum Sole, ad quarum momenta inuento Vero loco Solis habetur etiam Verus locus Lunæ, vtpote Soli diametraliter oppoſitæ. Eccentricus autem ſit F C E, & ad momentum primæ ☍ centrum Lunæ ſit in Eccentrici puncto C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E. Eclipſium interuallis qui debeantur motus Veri, patet ex cognitis Veris locis Lunæ; qui debeantur Medij, ſcitur ex. *num.*28. §. 3. Igitur ex collatione Verorum cum Medijs ſcitur per *lem.* 1. *num.*30, in quo ex tribus arcubus C D, D E, E F C ſit Apogeum. Ponamus eſſe in H, & linea Apogei eſto H F, centrum Eccentrici K, centrum Zodiaci & Mundi B. Ducantur rectæ B C, B D, B E, quæ poſtrema continuetur in G; item rectæ K C, K D, K E, E D, D C, C G, D G. Ex *num.*28 ſcitur qui motus Anomaliæ debeatur interuallo temporis à primâ ☍ ad ſecundam; ac proinde abiectis integris circulis, notus fit arcus C D: eodemque modo fiunt *a per 33.6.* noti arcus D E, & C D E. Per arcus verò *a* noti ſunt anguli C K D, D K E, C K E. Deinde quia ad ſingulas ☍ Eclipticas nota ſunt loca Vera Lunæ in Zodiaco, etiam eorumdem di- *b per eand.* ſtantiæ, adeoque & anguli C B D, D B E, C B E, qui eas diſtantias *b* metiuntur, noti erunt. His ita conſtitutis, ſi opereris, vt præſcribetur *lib.6. num.*18. à §. 3 *vſque ad finem*, acquires Eccentricitatem, Anomaliam, Locum Medium ad ☍ ſingulas. Atque hic primus modus eſt.

Fig. 7. & 8 Lib. 6. Aſtron. Pro modo ſecundo, Eccentricus eſto F D E; centrum Mundi ac Zodiaci in A. Ad momentum primæ ☍ Eclipticæ Lunæ centrum ſit in C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E. Ducantur rectæ A C, A D, A E, quæ poſtrema continuetur in F; item perpendiculares, C P, F I, F N, ac demum rectæ D C, C F. Arcus F C, C D, F D, necnon anguli D A E, C A E innoteſcunt, vt in modo primo. His ita conſtitutis, ſi operetis, vt præſcribetur *lib.6. num.*17. à §. 4. *vſque ad finem*, prodibunt Eccentricitas, Anomalia, Locus Medius, ad ſingulas ☍ Eclipticas.

Via Eccentrici videtur facilior Epicyclicâ: hæc tamen non fuit negligenda, tum ne ipſius inſigne artificium ſtudioſi ignorarent, tum vt Eccentrici prærogatiua appareret.

NVMERVS XXXIII.

Æqualium Lunæ motuum examen & emendatio.

ELigendi ſunt ad hoc opus Eclipſium Terniones duo eiuſmodi, vt quæ eiuſdem ſunt Ternionis, interuallo diſtent quàm minimo, Terniones verò ipſi, quàm maximo.

§. 1. Ptolomæus *lib.*4. aſſumit tres Eclipſes, Babylone obſeruatas à Chaldæis. Prima fuit Anno 1. Mardocempadi, Die 29 Thoth expletâ, Horâ poſt Merid. 9. 30; ſed Alexandriæ Horâ 8.40: Sole in Piſcium, adeoque Lunâ in Virginis grad. 24. 30. Secunda accidit Anno 2 Mardocempadi, Die 18 Thoth, Horâ 11. 10 poſt Merid. Alexandriæ. Sol erat in Piſcium, ideoque Luna in Virginis grad. 13.45'. Tertia fuit eodem Anno, Die 15 Phamenoth, Horâ 7. 40. Alexandriæ poſt Merid. Sol erat in Virginis, ac proinde Luna in Piſcium grad. 13. 15'.

Aſſumpſit deinde tres alias Eclipſes à ſe obſeruatas, magno interuallo à prioribus diſtantes, quas recenſui *num.*31, *ſupra.*

Ex tribus prioribus eo artificio, quod fusè *num.* 31 expoſui, pro momento ſecundi ☍ Ecliptici inuenit Lunæ locum Medium in Virginis grad. 14. 44'; Anomaliam verò, ſeu diſtantiam Lunæ ab Apogeo, grad. 12. 24'. Ex tribus autem poſterioribus eodem artificio *nu.* 32 iam explicato, inuenit momento Medio Eclipſeos ſecundæ poſterioris, Medium locum Lunæ in Arietis grad. 29. 30; Anomaliam verò, ſeu diſtantiam ab Apogeo grad. 64. 38'. Quia verò Eclipſes eiuſdem Ternionis modico interuallo à ſe inuicem diſtant, motus æquales intervallis

uallis illis debiti, modicum vitij trahent ex motu Diurno Hipparcheo non penitus exacto, ex cuius aggregatione *num*.21. & 22 fuêre conflati, quod diligenter notandum eſt pro. §. tertio.

§.2. Quoniam igitur in momento ſecundi Ecliptici Plenilunij prioris, locus Medius Lunæ fuit in Virginis grad. 14, 44′, Anomalia verò grad. 12.24′: In momento autem ſecundi Ecliptici Plenilunij poſterioris, Lunæ Medius locus erat in Arietis grad. 29.36; Anomalia verò grad. 64.38′; manifeſtum eſt eo temporis ſpatio, quod inter duas haſce Eclipſes effluxit, Lunam motu Medio abſoluiſſe in Zodiaco (abiectis integris circulis) gradus 224.46′; tot enim ſunt à Virginis gradibus 14, 44′ ad Arietis gradus 29.36; in circulo autem Anomaliæ percurriſſe gradus 52,14′, quot nempe ſunt à gradibus Anomaliæ 12.24′ ad gradus 64.38′. Porro tempus, ſed Æquatum, ab Eclipſi ſecundâ priori, quæ fuit Anno 2 Mardocempadi (hoc eſt ante Chriſtum Anno 720) Die 18 Thot, Horâ 11.16, vſque ad ſecundam poſteriorem, quæ (vt *num*.32 recenſui) contigit Anno Hadriani 19, hoc eſt Chriſti 134, completâ Die 2 Chœac, Horâ 11 poſt Merid. eſt Annorum Ægyptiorum 854, Dierum 73. H.23. 26, hoc eſt, Dierum 311783. H.23. 26. Igitur Luna Diebus 311783. H.23.26, motu Medio percurrit in Zodiaco 224.46′, in circulo Anomaliæ grad. 52.14′, abiectis vtrobique circulis integris.

§.3. Colligamus iam motum Anomaliæ Diebus 311783. H.23.36 debitum, aggregando motum Diurnum Anomaliæ Hipparchæum, quem corrigendum ſuſceperamus, eſtque grad. 13.3′.53″.56‴.29⁗.38′′′′′.38′′′′′′; & inueniemus, abiectis integris circulis, grad. 52.31′, cùm tamen repertum ſit per duos Eclipſium Terniones, dicto temporis interuallo deberi ſolum grad. 52.14′. Porro hic motus Anomaliæ à Vero longiùs aberrat, quàm is qui paulò antè per duos Eclipſium Terniones inuentus eſt, cùm procreatus ſit ex Diurno motu Anomaliæ Hipparchæo toties ſumpto, quot ſunt in Eclipſium ſecundarum interuallo, Dies, nempe 311783, patet in illo vitium motus Diurni Anomaliſtici Hipparchi, ineſſe vicibus 311783 multiplicatū. Quamuis autem motus Anomaliæ, qui eidem interuallo Dierum nempe 311783. H.23.26, per duos Eclipſium Terniones inuentus eſt conuenire, etiam ipſe adminiculo Diurni motus Hipparchæi (vt patet ex proceſſu *num*.31.) repertus ſit, non ineſt tamen in eo vitium Diurni motus Hipparchei toties multiplicatum, vti patet ex eo, quod ſub finem primi §. notandum eſſe monui. Igitur motus Medius debitus ſecundarum Eclipſium interuallo, multò exactior eſt qui reperitur per duos Eclipſium Terniones, quàm is qui ex aggregatione Diurni motus Hipparchæi. Quare ſi vterque in motus Diurnos reſoluatur, ex priore multò exactior proueniet Diurnus motus Anomaliæ, quàm ex poſteriore. Reſoluitur autem poſterior in Diurnum Anomaliæ motū Hipparchæum grad. 13.3′.53″.56‴.29⁗.38′′′′′.38′′′′′′. ex cuius aggregatione conflatus eſt. Prior verò in quem reſoluatur, ſic inuenies. Prior inuentus fuerat graduum 52.14′, poſterior graduum 52.31. Poſterior ergo priorem excedit Minutis 17. Cùm ergo poſterior motus Anomaliſticus Dierum 311783. H.23. 26 priorem excedat Minutis 17: motus Anomaliſticus vnius Diei poſterior (nempe grad. 13.3′.53″.56‴.29⁗.38′′′′′.38′′′′′′.) priorem, qui adhuc latet, quantùm excedet? Per Reg. prop. reperies excedere grad. 0.0.0″.0‴.11⁗.46′′′′′.39′′′′′′. His ergo demptis à dicto Hipparchi motu Diurno Anomaliæ grad. 13.3′,53″.56‴.29⁗.38′′′′′.38′′′′′′. prodibit Diurnus Anomaliæ motus correctus, qui latebat, grad. 13 3′.53″.56‴.17⁗.51′′′′′.59′′′′′′.

Atque ita non ſolum ipſum correctionis artificium, ſed etiam demonſtratio eius eſt manifeſta.

§.4. Colligatur deinde Lunæ motus Medius in Zodiaco debitus Diebus 311783. H.23. 26, aggregando Hipparchi motum Diurnum in Zodiaco grad. 13.10.34″.58‴.33⁗.30′′′′′.30′′′′′′, abiectiſque circulis integris, inueniemus grad. 224.46′. totidem præciſè, quot per duas Eclipſium trinitates erant reperti. Ex quo infert Ptolomæus Hipparchi motum Medium in Zodiaco rectè ſe habere. In quo quidem aſſentiri Ptolomæo non debemus, in binis namque illis Eclipſibus, ex quarum interuallo Ptolomæus hanc correctionem inſtituit, valde diſſimiles fuerunt Anomaliæ Lunæ; in priore ſiquidem repertâ fuit grad. 12. 24′; in poſteriore grad. 64.38′. Quod quantùm obſit inuentioni motus Medij, ſatis patet ex demonſtratis *nu*. 24. & 25. Atque hæc videtur cauſa eſſe cur per duas Eclipſium trinitates Ptolomæus, Hipparchæi motus Medij correctionem nullam obtinuerit.

§.5. Nicolaus Copernicus ipſos Medios motus Ptolomæi, eodem artificio, ſed per Eclipſes aptiores, hoc eſt quæ ſimiliores haberent Anomalias, & longiùs diſtarent, iterum ad incudem reuocauit. Primò aſſumpſit tres Eclipſes à Ptolomæo obſeruatas Alexandriæ, quas recenſui ſupra *num*.31, eaſque reduxit ad Meridianum Fruenburgi. Deinde aſſumpſit tres alias à ſe obſeruatas Fruenburgi. Prima fuit Anno Chriſti 1511, completâ Die 6. Octob. H.0. 35′ poſt med. noctem, exiſtente Sole in Libræ, Lunâ in Arietis grad. 22.25′. Secunda contigit Anno 1522, expletis Diebus 5 Sept. Horâ. 1.26. p. m. n. Sole exiſtente in Virginis,

Lunâ

Lunâ in Piſcium grad. 22. 12′. Tertia fuit Anno 1523, elapſis Diebus Aug. 25. p.m.n, Horâ 4.25′ Sole in Virginis, Lunâ in Piſcium Grad. 11. 21′, exiſtente.

Ex tribus prioribus, iuxta modum *num.* 32 explicatum, Ptolomæus, adhibitis Diurnis motibus Hipparchi, elicuit pro momento ſecundi Ecliptici Pleniluoij (vt iam dixi 1. § *huius numeri*) locum Lunæ Medium in Arietis Grad. 29. 30, Anomaliam verò graduum 64. 38′. Ex tribus autem à ſe obſeruatis Copernicus ad momentum ſui ſecundi Plenilunij Ecliptici, vſus Diurnis motibus Ptolomæi, §. 1. iam inuentis per methodum *num.* 31, inuenit Medium Lunę locum in Piſcium Grad. 26, 50, Anomaliam verò Grad. 74. 27′, quæ ferè æqualis eſt Anomaliæ Eclipſeos ſecundæ Ptolomaicæ.

Ex his deinde eodem diſcurſu, quo §. 2. 3. 4. iam vſi ſumus, collegit Copernicus motus Diurnos aliquantò maiores Hipparchęis à Ptolomæo correctis.

§. 6. Ex Medijs motibus ſic correctis elicientur etiam quantitates Menſtruæ correctæ hoc modo: Si Luna abſoluat in Zodiaco Grad. 13. 16 35″ &c. Die vno; Gradus 360 quanto tempore abſoluet? Per Reg. prop. proueniet tempus quæſitum ſiue quantitas Menſis Periodici correcta. Eodem modo ex Diurno motu Lunæ à Sole correcto reperietur quantitas correcta Menſis Synodici, & ex Diurno motu Anomaliæ correcto Menſis Anomaliſtici quantitas correcta.

Scholium.

Motus Anomaliæ à Ptolomæo correctus, ab eo qui ſeq. Num. dabitur omnino (quantùm aſſequi humanâ induſtriâ licet) exactus, longiùs abit, quàm Hipparchæus ipſe, quem corrigendum ſuſceperat. Non idcirco tamen ſuſpecta eſſe debet correctionis ratio iam demonſtrata: ſed potiùs aut in Eclipſium (quod opinor) veterum obſeruatione, aut alibi peccatum eſſe quidpiam cogitemus. Satis infeliciter correctio iſta Ptolomæo ſucceſſit, cùm neque in motu Medio (vt §. 5 monui) Scopum attigerit. Viſum eſt tamen eam exempli loco proponere, vt nouus calculi labor vitaretur.

NVMERVS XXXIV.

Æqualium motuum Lunæ determinatio ſuprema.

EX motibus Æqualibus repertis *num.* 28, & correctis per *num.* 33. ad eam præciſionem deueniri poteſt, quanta poteſt humanâ induſtriâ obtineri. Oportebit igitur primò motuum prædictorum adminiculo exactas Menſium Synodici, Periodici, Anomaliſtici quantitates determinare, & ex ijs deinde motus Æquales, Diurnos, Horarios &c. deducere,

§. 1. Ad Menſium porro accuratam inuentionem aſſume cum Ricciolo duas Lunæ Eclipſes, in quibus eædem ſint Anomaliæ non ſolùm Lunæ, ſed etiam Solis; quales requiri ad hoc opus, liquet ex demonſtratis *num.* 24 & 25. Vtrùm verò eædem ſint Anomaliæ, id certò iam ſciri poteſt ex *num.* 31 & 32, hunc in modum. In momento Ecliptici Plenilunij, quod ex obſeruatione Copernici fuit anno 1522, expletis Diebus 5 Sept. Horâ 1. 20. poſt med. noctem per artificium *num.* 31. *vel* 32, reperta eſt *num.* 33. §. 5, Anomalia Lunæ Grad. 74. 27′. Habemus ergo vnam Radicem motus Anomaliæ, hoc eſt, notam habemus diſtantiam Lunæ ab Apogeo ad certum aliquod temporis momentum. Quare præſidio huius Radicis reperiemus Anomaliam Lunæ ad tempus datum quodcumque eâ methodo, quæ tradita eſt *lib.* 1. *nu.* 54, & rurſum tradetur *infra nu.* 46. & 47; ac proinde ſciri poterit, an in momentis duorum Pleniluniorum Eclipticorum eædē fuerint Lunæ Anomaliæ. Vtrùm verò etiam Solis fuerint eædem, cognoſci poterit ex *num.* 55. *lib.* 1. Indicium huius rei, quod *nu.* 27 demonſtrauimus, vſui eſſe in Eclipſibus, quas adhibebo, non poteſt, quòd conditiones in eo requiſitæ hìc non adſint.

§. 2. His præmiſſis: Eclipſis prima, à Chaldæis, vt refert Ptolomæus *lib.* 4. *cap.* 11, obſeruata eſt Babylone Anno 336 Nabonaſſari, hoc eſt ante Chriſtum 383, Die 26 Thot. completo nempè Die 22 Decemb. H. 19. 20 poſt Mer. ſed Alexandriæ H. 18. 30, ac proinde Bononiæ iuxta Ricciolum H. 16. 47′. Igitur Eclipticum hoc Plenilunium contigit Anno ante Chriſtum 383, Dec. 23, H. 16. 47′.

Secundam obſeruauit Gaſſendus Aquiſſextijs Anno 1628. Stylo Veteri, Die 10 Ianua-

rij,

iij. H.9.36'.30', ac proinde Bononiæ iuxta reductionem Riccioli, Anno 1628. Ian.16.Stylo Vet.H.10.5' 30'.

Inquirantur deinde, vt §.1. docui, vtriuſque Eclipſis Anomaliæ. In primâ, Anomalia Lunæ fuit Grad.230, in ſecundâ 231.4'.differentia earum, nullius eſt hoc in negotio momenti. Anomalia Solis in primâ fuit Grad.203. 40', in ſecundâ Grad. 203. 36, differentia rurſum momenti nullius. Quare in vtrâque Eclipſi Anomaliæ tam Lunæ quàm Solis, ſunt eędem. Quare ex his Eclipſibus rectè elicietur quantitas Menſis Synodici, & Anomaliſtici, vt patet ex demonſtratis *num.*25.

§. 3. Ex tempore Eclipſium, §.2 ſupra recenſito, liquet à primâ ad ſecundam fluxiſſe Annos Iul. 2009, Dies 18. H.19.11", ſiue Dies 733805, Tertia vnius Horæ 3957060. Numerum Lunationum hoc tempore contentarum certò cognoſces, vel eo modo, quem ex Hipparcho tradidi *in Coroll.num.*28. vel tempus diuidendo per quantitatem Lunationis Mediæ, ſeu Medij Synodici Menſis præcedentibus Numeris inuentam, quam, ex ibidem demonſtratis, conſtat ad eam iſthic præciſionem fuiſſe deductam, vt in bis mille Annis non poſſit error in vnâ integrâ Lunatione committi. Vtrolibet modo vtare, reperies contineri Lunationes 24849. Quoniam igitur Lunationes 24849 conficiunt Dies 733805, & Tertia vnius Horæ 3957060; Lunatio vna quantum tempus efficiet? Diebus & Tertijs horarijs per 24849 Lunationes diuiſis (vti Regulâ prop. exigit), proueniet vnius Lunationis Mediæ quantitas. D.29.H. 12.44'.3".11"'.28"" &c. Legitimum fuiſſe operationis proceſſum patet ex *nu.*25.

Ex Menſe Medio Synodico iam inuento quomodo eliciatur Periodicus, docui *num.*28. §.2.

Vt quantitas reperiatur Menſis Anomaliſtici, prædictarum Eclipſium interuallum, nempe Dies 733805, & Tertia Hor. 3957060, diuide per quantitatem Menſis Anomaliſtici, per *præcedentes numeros* inuentam, quæ ſatis exacta eſt, vt non poſſit in bis mille Annis committi error in vnâ integrâ Lunatione: vel vtere Regulâ Hipparchæâ, quam vide *in coroll. nu.*28. Reperies interuallo prædicto contineri Anomaliæ Reuolutiones 26631. Quoniam igitur Menſes Anomaliſtici 26631 efficiunt Dies 733805 & Tertia Hor. 3957060; vnus Menſis Anomaliſticus quantum tempus efficiet? Diebus & Tertijs Hor. per Menſes Anom.26631 diuiſis, proueniet tempus vnius Menſis Anomaliſtici.D.27.H.13.18'.34".25"' &c.

Hanc Porro bigam Eclipſium meritò laudat Ricciolus, cùm nullæ extent, quæ & tanto interuallo diſtent, & in Anomalijs æquè conueniant.

§. 4. Vt verò exploratior euadat Menſium Lunarium quantitas, ea erit ex pluribus Eclipſium binarijs elicienda, vt mediam inter quantitates repertas (aliquantillo namque inter ſe illæ different) eligendo, propiùs ad veram accedatur. Inſignis fuit Riccioli hoc in negotio vel peritia, vel labor. Selegit is 40 Eclipſes, bigas nempe 20, in quibus & temporis interuallum eſſet magnum, & Anomaliæ propinquior æqualitas. Has omnes expendit methodo iam explicatâ, & earum etiam nonnullas iuxta artificium *num.*33, atque ex ijs omnibus tandem ſtatuit,

Medium	*Menſ. Synod.*	D.	29.	H.	12.	44'.	3".	10"'.		
	Menſ. Period.	D.	27.	H.	7.	43'.	4".	58"'.	59"".	45""'.
	Menſ. Anomal.	D.	27.	H.	13.	18'.	34".	30"'.		

§. 5. Ex menſtruis quantitatibus ſic vltimò determinatis, motus Medij dato temporis ſpatio debiti inuenientur, & ipſi vltimam limam conſecuti. Nam ſi Luna Diebus 27. H.7. 43'.4" &c. motu Medio abſoluit totum Zodiacum, nempe Grad.360, vno Die, Horâ, Minuto &c. quot Gradus motu Medio abſoluet? Rurſum ſi Luna diebus 27. H. 13.18'. 34". 30"'. totum Anomaliæ circulum, abſoluat 1 vno Die, Horâ, Minuto, quot Anomaliæ Gradus percurret? Vtrobique per Regulam propor. quæſiti Medij motus innoteſcent. Diurnum porrò motum Medium Lunæ à Sole babebis, ſi à motu Medio Diurno Lunæ auferas Diurnum Solis motū Medium, qui *lib.*1.*n.*36 repertus eſt Grad. 0.59'.8".19"'.51"".46""'.20"""'.

DIVRNI MEDII MOTVS LVNÆ.

Medius	Grad.	13.	10'.	35".	1"'.	18"".	16""'.	
Medius à Sole.	Grad.	12.	11'.	26".	41"'.	26"".	29""'.	40"""'.
Anomaliæ.	Grad.	13.	3'.	53".	56"'.	30"".		

HORARII MOTVS LVNÆ MEDII.

Medius	Grad.	0.	32'.	56".	27"'.	33"".	15""'.	40"""'.
Medius à Sole.	Grad.	0.	30'.	28".	36"'.	43"".	50""'.	40"""'.
Anomaliæ.	Grad.	0.	32'.	39".	44"'.	51"".	15""'.	0"""'.

Eodem modo reperientur motus Medij vnius Menſis & Anni. Quamquam & motus Menſtruus etiam ex aggregatione motus Diurni, & Annuus aggregando Menſtruum obtinebitur.

tur. Quod ſi deinde ſpecies hæ ſingulæ aggregentur additione continuâ, procreabuntur motus Medij Menſium duorum, trium &c. Annorum duorum, trium &c. atque ita tabulæ Mediorum Lunæ motuum conficiuntur.

Corollarium.

a propr. 5. num. 25. lib 1. Ex his etiam motus Diurnus Apogei habetur, ſi à Dinrno motu Medio *a* ſubtrahatur motus Diurnus Anomaliæ; reſiduum quippe Grad. $0.6'.41''.4'''.48''''.16^{v}$ eſt motus Diurnus Apogei. Ex illo autem per Reg proport. elicitur tempus vnius integræ Reuolutionis Apogei, quod eſt Ann. Ægypt. 8. Dierum. 311. H. 5.36. quàm proximè.

Scholium.

Tempus Apparens Eclipſium quibus ad inueſtigandos Lunæ Menſes ſum vſus, non reduxi ad Æquale, quòd id in tanto Eclipſium internallo minimè neceſſarium videretur. Ricciolus porro non ſolum tempus æquauit, ſed etiam Ecliptica Plenilunia Vera reduxit ad Media, vt interuallum inter Eclipſes Medias obtineret. Id verò labore ſuperfluo eum feciſſe, cum Anomaliæ tam Solis quàm Lunæ in Eclipſi vtrâque fuerint eædem, patet ex ijs, quæ num. 25 demonſtrauimus. Et Menſis quidem Synodicus, quem ex binis Eclipſibus nos vtroque illo neglecto deduximus, ad eam quantitatem, in qua ipſe tandem acquieſcit, fere accedit æqualiter. Deduxi namque ego Dies. 29. H. $12.44'.3''.11'''.28''''$; ipſe D. 29. H. $12.44'.3''.8'''.47''''$, quæ quantitates Menſtruæ, abeâ quam Ricciolus ſtatuerat eſſe exactam, paribus quàm proximè interuallis abſunt. Idem accidit in Menſe Anomaliſtico.

NVMERVS XXXV.

De Periodis Luniſolaribus.

PEriodus, ſiue Cyclus Luniſolaris, eſt ſpatium temporis, quo Media Nouilunia ad eiuſdem Diei eamdem Horam, & eiuſdem Horæ idem momenrum reuertuntur. De his pauca dicere, quando Æquales Lunæ motus iam conſtitutos habemus, non erit ab inſtituto alienum.

Primi Cleoſtratus, Harpalus & Eudoxus Periodumſtatuerunt Annorum 8. Sed rudior ea eſt, quàm vt inter Cyclos reponi mereatur, cùm intra illud ſpatium, ☌ anticipet priores ſedes per 6 Horas.

Secunda fuit Metonis, Annorum 19, longè celeberrima, & vſque ad correctionem Gregorianam ab omnibus recepta. Putauit igitur Meton Annis 19 compleri Lunationes, ſeu Menſes Synodicos 235 præcisè. Sed falſus eſt; complentur enim illæ paulò citiùs, & Media ☌ finem Annorum 19 præuertunt Horâ $1.27'.31''.55'''$. Quare ſpatio Annorum 19, ☌☌ priſtinas ſedes præueniunt Horâ $1.27'.31''.55'''$. ſpatio autem quatuor Cyclorum Metonicorum, hoc eſt Annorum 76, præueniunt Horis $5.56.7''.40'''$; ac tandem Annis $312\frac{1}{2}$ Die fermè integro. Vnde à Concilio Nyceno ad noſtra tempora 4 fermè Dies versùs initia Menſium progreſſa ſunt. Ita Clauius *in Kal.*

Tertia Calippi fuit Annorum 76, ex 4 nempe Metonicis conſtans. Sed neque illa ita reſtituit ☌☌ in ſedes priſtinas, quin anticipent aliquantò, quod & experientia ipſa docuit, & re ipsâ comperies, ſi Annos Iulianos 76 per Menſem Synodicum *ſuperiori numero* ſtabilitum, diuiſeris.

Quarta eſt Chaldaica Dierum 17956, ſiue Annorum Iul. 54. Dierum 34; quibus compleri putabantur Lunationes 669. At ſi Dies 17956 diuidantur per Lunationes 669, prodit Lunatio vna Dierum 29. H. $13\frac{48}{669}$, nimis magna, vt ex *num. præt.* & omnium Aſtronomorum obſeruationibus patet.

Quinta eſt Hipparchi, qui (vt *num.* 28. indicaui) deprehendit Diebus 126009, & Horâ 1, compleri Lunationes 4267, quibus ſi diuidantur Dies 126009. H. 1; prodit Lunatio vna, ſeu Menſis Synodicus. D. 29. H. $12.44'.3''.15'''.44''''.39'''''.4''''''$. aliquantò maior eo qui *num. præt.* ſtabilitus fuit. Quare ne hæc quidem Periodus, licet priores longè vincat, omnino eſt exacta. Illius tamen etiam illa laus eſt, quod ferè reſtituat non ſolùm Menſes Synodico-

dicos, ſed etiam Anomaliſticos & Periodicos, vt *num.* 28. inſinuaui.

Sexta eſt Vietæ Annorum Iul. 3400 continens Menſes Synodicos 42053, per quos diuiſis Annis 3400, hoc eſt Diebus 1241850, prouenit Menſis Synodicus D. 29. H. 12. 44'. 3". 10'". 43"". 50.' 41". 25'". 43"", excedens illum, qui *num. præc.* ſtabilitus eſt, minùs quàm vno Tertio horario. Sanè etiam Clauius fatetur hunc Cyclum ad veritatem accedere quàm proximè, & Kepplerus putat à reſtitutione exactâ deficere vno ſolùm Minuto Horario, & Secundis 19.

Hæc de Cyclis Luniſolaribus ſtrictim inſinuata: neque enim omnes, ſed eos tantùm qui cæteris celebriores viderentur, hîc recenſendos putaui.

NVMERVS XXXVI.

Radicem Lunæ Motuum ad quamuis Epocham ſtatuere.

ADminiculo trium Lunæ Eclipſium (vt docui *num.* 31 & 32) reperi locum Medium Lunæ, eiuſque Anomaliam ad momentum vnius è tribus Ecliptici Plenilunij, ſed æquatum. Sunt autem hoc in opere adhibendi motus Æquales, qui per *num.* 34. vltimam limam adepti ſunt. Ita motus tam Medij, quàm Anomaliſtici Radices habebis Primitiuas, hoc eſt, è cælo immediatè deductas, ex quibus ad aliam quamuis Epocham, eorumdem motuum Radices conſtitues, vt tradidi *lib.* 1. *num.* 53. in Sole; quæ enim iſthic dicta ac demonſtrata, omnibus Planetis conueniunt. Radix Medij motus Lunæ à Sole, eſt differentia Radicum Medij motus Lunæ, & Medij motus Solis.

Ricciolus Bononiæ ad principium Anni 1644, ſiue ad finem Anni 1643, reperit Radicem motus Medij Lunæ. Signorum 5. Grad. 20. 28'. 23". 53'". Radicem verò motus Anomaliæ Sign. 11. Grad. 22. 15'. 26". 18'".

NVMERVS XXXVII.

Ad datum tempus quodcumque, Motus Lunæ Æquales ſupputare.

NEmpe Motum Medium ab initio ♈, Anomaliam, Motum Apogei ab initio ♈, Motum Medium Lunæ à Sole.

Radices ſingulorum Motuum *num.* 36 repertas, redue ad [a] Meridianum loci, in quo es, aut quem vis, eæ enim ſolùm conueniunt Meridiano loci, in quo facta eſt obſeruatio Ecliptici Plenilunij, ad cuius Epocham Radices ſunt inuentæ. a vide num. 60. lib. 1.

Ex §. 5. *num.* 34, collige ſingulos motus Medios, qui debentur temporis interuallo ab Epochâ vſque ad momentum datum. Si momentum datum eſt Epochâ poſterius, ſingulos hoſce motus Medios iam collectos, adde ſuis quoſque Radicibus; aufer verò ab ijſdem, ſi anterius, iuxta Regulas, *lib.* 1. *num.* 54 expreſſas. Prodibunt ſinguli Motus Medij quæſiti ad datum momentum.

Demonſtraui *lib.* 1. *num.* 54.

Poteſt etiam ex motu Apogei primùm inuento, reperiri Anomalia, ſi hic dematur à motu Medio ab ♈. Et viciſſim ex Anomaliâ reperiri motus Apogei, ſi hæc dematur à motu Medio ab ♈. Motum Medium Lunæ à Sole ad datum tempus vt obtineas, quære ad datum tempus motum Medium tam Lunæ, vt iam docui, quàm [b] Solis. Medium Solis aufer à Medio Lunæ: prodibit Motus Medius Lunæ à Sole ad datum temporis momentum. b per num. 54. lib. 1.

CAPVT IV.

Modus inueſtigandi Verum Motum & Locum Lunæ in Syzygijs.

NVMERVS XXXVIII.

Eccentricitatem Lunæ in Syzygijs exactè inuenire.

ECcentricitas Lunæ in Syzygijs (ſiue minima) quæ *num.* 31. & 32 reperta fuit, non eſt vſquequaque exacta, quòd ad eius inuentionem adhibiti iſthic fuerint motus Æquales debitam præciſionem nondum aſſecuti.

Quare vt Eccentricitatem in Syzygijs quàm accuratiſſimam obtineas, aſſume tres Eclipſes à Copernico obſeruatas, quas recenſui *num.* 33.§. 5. vel ex *Theſauro Eclipſium apud Ricciolum Almag.lib.* 5.*cap.* 19, ex ijs, quæ plures nactæ ſunt obſeruatores, aliam ſelige Eclipſium triadem; ſed motum Medium & motum Anomaliæ, qui Eclipſium interuallis debentur, collige ex Diurnis motibus ad extremam limam *num.* 34. deductis. Tum cætera deductio omnis inſtituatur vt *num.* 32. tradidimus. Ita prodibit Eccentricitas priore exactior. Quod ſi per diuerſas Eclipſium trinitates hunc in modum Eccentricitas ſæpiùs inquiratur, atque inter repertas, ſi quæ ſit diuerſitas, media eligatur, in hac merito licebit acquieſcere.

Eccentricitatem Syzygialem Ricciolus inuenit partium 8745, quarum Eccentrici Radius eſt 100000, Ptolomæus autem 8722. Prior, vtpote ex motibus accuratioribus deducta, Ptolemaicæ præferenda.

NVMERVS XXXIX.

Æquationes Lunæ in Syzygijs ad ſingulos Anomaliæ Gradus inuenire.

PRæſidio Eccentricitatis iam notæ per *num. præced.* reperiuntur illæ eodem prorſus modo, quo in Sole *nu.* 40 *lib.* 1. Atque ita pariter innoteſcet exactè quantitas Æquationis maximæ Syzygialis, quæ *num.* 21.§.5. innotuerat vtcumque. Hanc ſtatuo cum Ptolomæo, & Ricciolo Grad. 5.1′.

Corollarium.

Fig. 37 l. 1 a vide def. 23. num. 24 lib. 1. *Maxima Æquatio Lunæ in Syzygijs B I A, ſiue L M, contingit ad Anomaliam F I. Grad* 95.1′, *& ad Anomaliam F I G N Grad.* 264.59′. *Æquatio enim maxima L M Graduum* 5. 1′. *addita Quadranti C I, facit arcum C M Grad.* 95.1′: *cui, quia ſimilis a eſt arcus F I, etiam ipſe erit Grad.* 95.1′.

NVMERVS XL.

Ad datum quoduis tempus in Syzygijs motum Lunæ Verum, ſiue Locum Lunæ Verum, in Zodiaco ſupputare.

Fig. 5. ZOdiacus eſto K R M X; eius ac Terræ centrum A: Eccentricus G Y F Z: eius centrum B: linea Apogei K G B A F M: Lunæ centrum in O: locus eius Verus in P; linea motus Medij A N; locus Lunæ Medius in N. Igitur Media ad datum tempus Anomalia Lunæ, b eſt G Y O, ſeu K R N, motus Verus X R M P, motus Medius X R N: motus Apogei X K: Æquatio B O A, ſeu N P.

b def. 23. num. 24. lib. 1.

Per *num.* 37. quæratur ad datum tempus motus Medius X R N, & Anomalia G Y O, ſeu K R N. Deinde per *num.* 39, inueniatur Æquatio N P, Anomaliæ repertæ conueniens. Hæc, ſi Luna ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo G Y F, auferatur à motu Medio iam inuento; addatur verò, ſi Luna (vt hic contingit) ſit in ſecundo ſemicirculo F Z G: proueniet motus Lunæ Verus X R M P. Quia verò hic motus Verus inuentus, eſt ad tempus Apparens, adhibenda eſt correctio quæ traditur *lib.* 1 *num.* 58.

CAPVT V.

Modus inueſtigandi Verum Motum & Locum Lunæ extra Syzygias.

DVplicem expoſui *num.* 13. & 16, extra Syzygias Hypotheſim Lunæ in Longitudinem. Vtraque erit, vt ſequentia intelligantur, recolenda. Singulis ſua methodus ſupputandi Verum Lunæ locum, reſpondet. Sed, quia earum alteram meliùs ſaluare Phænomena *num.* 19. oſtendi, viſum eſt ab hac principium ducere.

NVME-

NVMERVS XLI.

Maximam Lunæ tum Proſthaphæreſim tum Eccentricitatem, quæ nimirum ipſi competunt in Quadraturis, inuenire.

§. 1. EX Ptolomæo *Almag. lib.5.cap.2. & 3* hunc modum colligimus. Obſeruandum eſt illud temporis momentum, quo Quadraturæ in Mediam Eccentrici Longitudinem, & ſimul (vt vitetur a parallaxis in Longitudinem) in Gradum Zodiaci Nonageſimum ab Horizonte incidunt. Tunc enim ex loco Vero Solis notus fiet Verus locus Lunæ: locus autem eius Medius innoteſcet *per num.*37. ex Mediorum Motuum tabulis iam *nu.* 34. conſtitutis. Quare motuum Veri & Medij differentia, hoc eſt ipſa Æquatio, nota fiet, quæ ad momentum illud omnium maxima eſt. *a vide dicenda lib. 3. num. 38. & 39.*

Zodiacus eſto D R T Z, eiuſque centrum A: Eccentricus in Quadraturis H E S V, eiuſque centrum C: linea Apogei R E C A V Z; Eccentricitas maxima A C, minima A B. Per A, Zodiaci centrum ducta ſit ad R Z perpendicularis T I, ſecans Zodiacum in T, Eccentricum verò in P & I, ducaturque recta C P. Igitur locus Apogei in Zodiaco eſt R; R T quadrans Zodiaci; P & I, Tranſitus Medij, angulus A P C, Æquatio maxima in Quadraturis. Initium Arietis ſit in D. *Fig. 4.*

Oporteat inuenire angulum A P C, & ex eo maximam Eccentricitatem A C.

Obſeruetur illud temporis momentum, quo locus Verus Solis, & locus Apogei Lunæ in Zodiaco coincidant, puta in R, & locus Lunæ Verus ſit in Nonageſimo Eclipticæ, & diſtet à loco Vero Solis Grad.90. Diſtantia Lunæ à Sole captatur inſtrumento, vt per occaſionem docui *num.*4. Modus reperiendi locum Solis traditur *lib.*1. *num.*55. Locus Apogei reperitur per *num.* 37. *libri huius* a. Modus reperiendi Lunam in Nonageſimo, independenter ab his tradetur *lib.*3. *num.*7. Oportet igitur vt in vnum momentum tres illæ conditiones conueniant; nimirū vt Luna ſit in Nonageſimo; vt à Sole ſupra Horizontem conſpicuo, diſtet Grad.90; vt Sol & Apogeum Lunæ ſint in eodem puncto Zodiaci. Porro Sole & Apogeo Lunæ concurrentibus in Zodiaci puncto R, cùm Lunæ Verus locus à Vero Solis loco R diſtet grad.90, Verus vtique Lunæ locus erit in Zodiaci puncto T, quo finitur Quadrans R T: at Luna ipſa erit in Eccentrici puncto P, ductâque A F parallelâ ad C P, erit locus Lunæ Medius in F, motuſque eius Medius D R F, Verus D R T. Quoniam verò ad momentum prædictum ex obſeruatione nota ſunt tam motus Solis Verus D R, quàm diſtantia Vera Lunæ à Sole T R, etiam motus Lunæ Verus D R T notus erit. Quare ſi ad idem momentum quæratur per *num.*37 locus Lunæ Medius D R F, vtriuſque motus Veri nempe & Medij differentia T F nota erit. Atqui T F eſt ipſa Proſthaphæreſis quæſita; metitur enim angulum F A T, ſeu F A P, hoc eſt c angulum C P A. Et quia T A I ex hyp. eſt perpendicularis ad lineam Apogei R Z, trigonum P A C rectangulum erit: in quo quia notus iam eſt angulus C P A, etiam nota fiat ratio n A C ad C P. Igitur Eccentricitas A C in partibus Radij Eccentrici C P nota eſt. Porro Æquatio C P A ſic inuenta, eſt maxima omnium in hac Eccentrici E S V H poſitione per *propr.8.num.25.lib.*1: tam ipſa verò, quàm Eccentricitas A C, cum tribus ſupradictis conditionibus inuentæ, ſunt abſolutè omnium maximæ quicumque alius fuerit ſitus Eccentrici: quæcunque enim abſque iſtis conditionibus obſeruationes inſtituantur, ſemper iſtis minores inueniuntur. *c per 29.1.* *n per prob. 1. cap 3. geom. pract*

§. 2. Ratio autem cur captanda fuerit Luna in Nonageſimo Eclipticæ, hæc eſt, quòd tunc u parallaxis Longitudinis euaneſcat, adeóque diſtantia Lunæ à Sole inſtrumento accepta, quæ tantùm eſt Apparens, ſeu Viſa, ſit quàm proximè æqualis diſtantiæ Veræ. Dixi quàm proximè, quia licet in Nonageſimo euaneſcat parallaxis Longitudinis, poteſt tamen aliqua eſſe parallaxis r diſtantiæ, licet valde parua. Deinde quia Lunâ exiſtente in Nonageſimo, Sol ex hyp. extra Nonageſimum eſt, is aliquam parallaxim ſubit: quæ tamen, quia (vt x oſtendam alibi) ferè inſenſibilis eſt, diſtantiam Lunæ à Sole Viſam à Verâ vix ſenſibiliter faciet differre: vnde & contemni hoc loco poteſt. Plus officere poteſt refractio Solis; vtpote prope Horizontem, in hoc caſu, exiſtentis. Quare cum ea Solem altiorem Vero, adeóque & Lunæ propinquiorem iuſto reddat, quando diſtantia Apparens Lunæ à Sole erit Grad.90, tunc Vera excedet Grad.90 totâ quantitate refractionis, quæ eſt Minutorum circiter 33, & *lib.3.num.26.* innoteſcet independenter ab omni motu Lunæ. Oportebit igitur captare momentum illud, quo diſtantia Apparens Solis à Lunâ eſt Grad.89.27'. tunc enim Vera erit Graduum 90. *u lib.3.nu. 39.* *r vide lib. 13 nu.18.* *x lib 3. nu. 20 corol. 4.*

§. 3. Quia porro etiamſi Luna ſit in Nonageſimo Eclipticæ, adhuc aliqua manere po-

teſt parallaxis Diſtantiæ, intentum fortè non minùs exactè obtinebitur, ſi loco Nonageſimi Gradus Eclipticæ, obſeruetur Luna in Meridiano conditionibus alijs manentibus, & obſeruatio fiat prope Tropicum. Nam ſi in loco obſeruationis Altitudo Poli fuerit Grad. 30, erit Altitudo Æquatoris ſupra Horizontem Grad. 60, complementum *q* nempe Altitudinis Poli; cui ſi addatur Diſtantia Tropici ab Æquatore Grad. *r* 23. 30′, Lunaque obſeruationis tempore in Cancro exiſtat, erit Luna ſupra Horizontem eleuata Gradibus 83. 30′. Quare parallaxis eius *ſ* Altitudinem, ac proinde *t* etiam in Longitudinem, vix ſenſibilis euadet. Itaque ſi parallaxi neglectâ, procedatur vt ſupra, Æquatio & Eccentricitas maximæ reperientur Veris quàm proximæ: quibus deinde, ex motuum per ipſas inuentorum congruentiâ vel non congruentiâ cum cælo, quæ deinde correctio ſit adhibenda, innoteſcet.

q vide dicta ad defin 14 lib. 1.
r per nu 31. lib. 1.
ſ vide th. 4 num. 19. lib. 1.
t vide dicenda.
o vide defin. 13, nu. 17.

§. 4. Æquatio *o* maxima maximarum Lunæ extra Syzygias Ptolomæo, Copernico, Lansbergio eſt Graduum 7. 40′: Bullialdo, Vendelino, Ricciolo Grad. 7. 30′. Eccentricitas maxima, eſt Lansbergio 13340, Ricciolo 13053, quarum Radius Eccentrici eſt 100000.

Corollarium.

Æquatio maxima in □□ fit ad P Gradum 97. 30′. Nam arcus L P, ſimilis eſt arcui R F, qui excedit Quadrantem R T, Æquatione F T Grad. 7. 30′.

NVMERVS XLII.

a def 9. nu. 17.

Æquationem a Centri maximam, & Gradum Anomaliæ, in quo contingit inuenire.

Fig. 25.
o def. 1. nu. 17.
a per def. 5. num. 17.
b per def 9. ibid.

Zodiaci centrum eſto A (præter figuram 25 in margine adſcriptam, etiam ſub initium iuuabit inſpicere *fig. 6 & 7.*); circellus *o* Anomaliæ Centri ſit B D C Q eiuſque centrum P. Erit igitur A P C *a* pars lineæ Apogei Medij, & ſi ducantur rectæ A G, A D, &c. erunt *b* anguli C A G, C A D &c. Æquationes Centri. Liquet autem Æquationem Centri maximam ad contactus D, Q, exiſtere. Quæruntur igitur angulus C A D, & arcus B D.

Ducatur Recta P D. Per 18. 3. angulus P D A eſt rectus. Vnde trigonum A D P rectangulum eſt: in quo nota ſunt latera A P, P D; nam A B Eccentricitas Lunæ minima *num.* 38 inuenta, eſt partium 8745, quarum Radius Eccentrici eſt 100000; & *num.* 41. A C Eccentricitas Lunæ maxima reperta; eſt earumdem partium 13053; adeoque A B demptâ ab A C, remanet B C earumdem partium 4308, cuius ſemiſſis P B, ſeu P D, eſt earumdem partium 2154, quâ additâ ad A B 8745, fit A P earumdem partium 10899. Quoniam igitur in rectangulo trigono A D P nota eſt baſis A P 10899, & latus P D, 2154, ex his *b* reperietur angulus P A D Grad. 11. 23′. 55″ $\frac{5}{7}$: igitur Æquatio Centri maxima P A D, ſeu C A D, eſt Grad. 11. 23′. 55″. $\frac{5}{7}$.

b per Probl. 4. cap. 3. Geom. pr.

Deinde ſubtracto angulo P A D Grad. 11. 23′. 55″ $\frac{5}{7}$ à Gradibus 90, remanet angulus A P D, adeoque arcus B D, Grad. 78. 36′. 4″ $\frac{4}{21}$. Quare Æquatio maxima Centri fit ad Anomaliæ Gradum 78. 36′. 4″. $\frac{4}{21}$.

Denique quia eodem in trigono rectangulo nota eſt baſis A P in partibus Radij Eccentrici, & acutus P A D iam inuentus eſt, ex bis *d* reperietur A D Eccentricitas conueniens Gradibus Anomaliæ B D in partibus ijſdem Radij Eccentric.

d per Probl. 2. cap. 3. Geom. pr.

NVMERVS XLIII.

Ad ſingulos Anomaliæ Centri Gradus Eccentricitates, & Æquationes Centri inuenire.

Fig. 25.

Anomaliam Centri numerari ex principio B versùs D, ſic vt in ſuperiori parte circelli procedat in conſequentia Zodiaci, in inferiori in præcedentia, patet *num.* 17. *def.* 1. & ex §. 6. *num.* 16.

Anomalia Centri data ſit primùm minor Gradibus 180, ex gra. B G Grad. 150, qui numerentur ex B in G, ducaturque Eccentricitas A G. Oportet inuenire Eccentricitatem A G, & Æquationem Centri C A G.

Quarum partium Radius Eccentrici eſt 100000, earum A B, Eccentricitas minima eſt 8745, maxima A C 13053, ac proinde B C 4308, eiuſque ſemiſſis B P, ſeu G P 2154.

Ergo

Ergo AP eſt 10899, & GP 2154. Quoniam igitur in triangulo APG nota ſunt latera AP, PG, & angulus APG, ſeu BPG, propter Anomaliam datam BG, ex his [i] reperietur latus AG Eccentricitas, & angulus CAG Æquatio, quæ debentur Anomaliæ Centri datæ BG. *i per probl. 10. cap 3. Geo. Pract.*

Hunc in modum ad ſingulos Anomaliæ Gradus vſque ad 180, Eccentricitates, & Æquationes Centri reperiuntur, & in tabulas digeruntur.

Quod ſi deinde Anomalia detur BDI Gradibus 180 maior, ei debentur Eccentricitas AI, & Æquatio CAI, eædem quæ eius complemento IQB. Aufer igitur Anomaliam datam BDI à Gradibus 360, & nota erit Anomalia reſidua IQB, cuius Eccentricitas AI, & Æquatio CAI, iam modo dicto inuentæ, etiam conueniunt Anomaliæ datæ BDI.

NVMERVS XLIV.

Cum datâ Eccentricitate Temporaneâ Æquationes Orbis ad ſingulos Gradus Anomaliæ Orbis Veræ inuenire.

CVm quælibet Ætas Lunæ incidere poſſit in Gradum quemlibet Anomaliæ Orbis Veræ, & cuilibet Ætati Lunæ ſua conueniat [o] Eccentricitas, quantitate ab alijs differens, quam Temporaneam [a] appellauimus; manifeſtum eſt, Eccentricitatem Temporaneam quamlibet, etiam poſſe incidere in quemlibet Gradum Anomaliæ Orbis Veræ. *o per §. 4. num. 16. a defin. 10. num. 17.*

Zodiacus eſto KRMX, eiuſque centrum A: circellus Anomaliæ Centri BDCQ: Eccentrici centrum ponatur eſſe in Q, adeoque Anomalia Centri ſit BDCQ, & Eccentricitas Temporanea AQ: linea Apogei Veri IEQAFL. Oporteat cum Eccentricitate AQ, Æquationes Orbis ad ſingulos Gradus Anomaliæ [b] Orbis Veræ inuenire. Id verò obtinebitur eodem prorſus modo, quo in Sole *lib.* 1. *num.* 40. Ponamus enim Lunam eſſe in O, adeoque Anomaliam Orbis Veram dari EO. Ducantur rectæ AO, QO. Quia datur Anomalia Vera EO, notus eſt ad centrum Q angulus EQO, ac proinde etiam OQA notus eſt. Quia verò *num.* 43 inuenta iam eſt Eccentricitas AQ in partibus Radij Eccentrici QO, nota erunt in triangulo AQO latera QO, AQ, vnà cum angulo OQA. Ex his ergo [b] reperietur Æquatio Orbis AOQ, debita Anomaliæ Orbis Veræ EO. Ita cum datâ Eccentricitate Temporaneâ Æquationes Orbis ad Gradus ſingulos Anomaliæ Orbis Veræ reperiuntur, & in Tabulam digeruntur. *Fig. 7. b defin. 12. num. 17. b per probl. 10. cap 3. Geo. Pract.*

NVMERVS XLV.

Quo compendio condantur Tabulæ Æquationum Orbis.

QVia Eccentricitates Temporaneæ ad Gradus ſingulos Anomaliæ Centri BDC ſunt diuerſæ, ac proinde ſunt numero 180, ſi modo iam explicato pro ſingulis Eccentricitatibus velimus Æquationes ad omnes Gradus Anomaliæ Orbis Veræ (EZF) inueſtigare, condendæ eſſent Æquationum Tabulæ 180, quod laboris eſſet propè immenſi: quem vt deuites, hoc compendio vtere.

Cum Eccentricitate minimâ AB inueſtiga Æquationes ad ſingulos Gradus Anomaliæ, vt docui *num.* 39, & confer in Tabulam. Deinde cum Eccentricitate maximâ AC, ad ſingulos item Anomaliæ Gradus Æquationes inquirito. Tum auferendo Æquationes minimas ab his maximis inueni exceſſus maximarum ſupra minimas, quos ordine Graduum minimis adſcribe. Aufer deinde Eccentricitatem minimam AB à ſingulis Eccentricitatibus Temporaneis, vt earum habeantur exceſſus ſupra minimam, atque hos exceſſus reducito ad partes ſexageſimas ipſius BC exceſſus maximæ Eccentricitatis ſupra minimam; quod obtinebitur, ſi fiat vt BC nota [c] in partibus Radij Eccentrici, ad exceſſum datæ Eccentricitatis Temporaneæ ſupra minimam notum in ijſdem partibus, ita 60 ad alium numerum. Exceſſus Eccentricitatum ita reductos, ſolent Aſtronomi adſcribere Æquationibus Centri, & Scrupula Proportionalia appellant. *c per nu 41*

His peractis, oporteat ex tabulis reperire Æquationem ex. gr. ad Gradum Anomaliæ Orbis 80, debitam Eccentricitati AQ; cuius exceſſus QS ſupra AB, ſit ex. gr. 20, quarum CB eſt 60. Excerpe ex tabulâ Æquationem Orbis, debitã minimæ Eccentricitati AB ad Gradum Anomaliæ Orbis 80. Illi adſcriptum reperies exceſſum Æquationis debitæ Eccentricitati maximæ AC ad eundem Anomaliæ Gradum. Eſto ille Grad. 2. 20′. Fiat igitur vt (CB) 60

ad (QS) 20, ita exceſſus maximus Æquatorius Grad. 2. 26 ad alium. Hic additus Æquationi ad Gradum Anomaliæ 80 repertæ pro Eccentricitate minimâ AB, dabit Æquationem quæſitam pro Eccentricitate AQ ad Grad. Anomaliæ 80.

NVMERVS LXVI.

Ad datum quoduis tempus extra Syzygias Motum Lunæ Verum, adeóque Verum eius Locum Geometricè ſupputare.

ZOdiacus eſto X K R, eiuſque centrum A; circellus Anomaliæ Centri B D C Q: linea
Fig. 6. 7. Apogei Medij KAM: Eccentricitas maxima AC, minima A B. Initium ♈ ſit in X.

§. 1. Ad datum tempus quærantur hi motus Æquales; motus [a] Medius Solis X ω T; mo-
a per num. 54. lib. 1. tus [b] Medius Lunæ X R N; Anomalia Media [c] KRN, vel loco eius [d] Apogei Medij motus
b per nu. 37 X K, is enim ablatus à motu Medio Lunæ, relinquit Anomaliam Mediam KRN.

c per nu 37 §. 2. Aufer motum Medium Solis à motu Medio Lunæ, prodibit motus Medius, ſeu
d per nu. 37 Longitudo Media Lunæ à Sole TN. Hæc duplicata dabit Gradus Anomaliæ Centri, quæ in *fig. 6.* ſit BD, in *fig. 7.* BDQ. Quare centrum Eccentrici erit in D, vel Q, & linea Apogei Veri IEDAFL, vel IEQAFL.

Ricciolus, cum Tychone ad determinandam Centri Anomaliam, mauult aſſumere Longitudinem Lu-
e per nu. 55 lib. 1. *næ Veram à Sole: id enim cælo magis congruere. Quare ſi hos placuerit ſequi, ad datum tempus, inquire* [e] *motum Solis Verum, deinde motum Lunæ* [f] *Verum eo modo, ac ſi eſſent Syzygiæ, hunc ab illo auferen-*
f per nu. 40 *do, habebitur Longitudo Vera Lunæ à Sole, quæ duplicata dabit Anomaliam Centri.*

§. 3. Inquire [i] Eccentricitatem AD, vel AQ, & Æquationem [m] Centri KAI, ſeu K I,
i per nu. 43 m ibid. quæ debetur Anomaliæ Centri, §. 2. inuentæ.

§. 4. Æquationem Centri K I, ſi Anomalia Centri fuit minor Gradibus 180, vt in *fig. 6*, adde Anomaliæ Orbis Mediæ K R N; deme autem, ſi Anomalia Centri fuit Gradibus 180 maior, vt in *fig. 7.* prodibit Anomalia Orbis Vera I R N.

n per num. 44. §. 5. Cum Eccentricitate AD, ſeu AQ ſuperiùs inuentâ, inueni [n] Æquationem Orbis AOD, ſeu AOQ, adeoque arcum Æquatorium N P.

In tabulis Æquatio Orbis ſic inquiritur: Æquationi Centri K I ſupra §. 3. inuentæ adſcripta reperies Scrupula Proportionalia: quæ excerpe & ſerua. Deinde cum Gradibus Anomaliæ Orbis Veræ I R N ingreſſus Tabulam Æquationum Orbis, ex eâ ſume Æquationem Orbis debitam Anomaliæ I R N ad Eccentricitatem minimam A B, cui adſcriptum reperies exceſſum Æquationis, qui eidem Anomaliæ debetur ad Eccentricitatem maximam A C. Tum fiat, vt 60 ad Scrupula Proportionalia, ita exceſſus ſupradictus ad aliud: hoc additum Æquationi Orbis quæ debetur Eccentricitati minimæ, dabit Æquationem Orbis quæſitam N P, quæ nimirum debita eſt Anomaliæ I R N cum Eccentricitate A Q, vt patet ex num. 45.

§. 6. Æquationem Orbis N P, ſi Anomalia I R N eſt maior Gradibus 180, vt in *fig. 6*, adde motui Lunæ Medio XRN; deme autem, ſi Anomalia I R N eſt Gradibus 180 minor, vt in *fig. 7*: prodibit motus Lunæ Verus XRP, ad tempus datum.

§. 7. Denique motui Vero ſic inuento, quia repertus eſt ad tempus Apparens, ſeu inæquatum, adhibeatur correctio, quæ traditur *lib. 1. num. 58.*

Corollarium.

Longitudinem Lunæ Veram à Sole ad tempus datum inuenies, ſi per *num.* 55. *lib.* 1. inquiras motum Verum Solis, & per *num.* 47 *hic*, motum Verum Lunæ: à quo aufer motum Verum Solis: reſtabit motus Verus Lunæ à Sole ad tempus datum.

Scholium.

Motibus Veris Lunæ tanto labore & artificio conſtitutis, adhuc deeſt aliquid extra Syzygias, & Quadraturas, vt cum cælo perfectè conueniant, atque ea eſt tertia Lunæ inæqualitas, de quâ egi num. 6. *neque plura hic addo, donec certiùs de eâ conſtet editis in lucem obſeruationibus Tychonis.*

NVME-

NVMERVS XLVII.

Modus alter Geometricè ſupputandi Verum Motum & Locum Lunæ extra Syzygias.

INprimis eo vtitur Ricciolus, eſtque accommodatus eius hypotheſi, quam expoſui *nu.* 13.
Hoc potiſſimum à præcedenti differt, quod ad datum tempus ita primò inquiratur *a* locus *a per num.*
Verus Lunæ, ac ſi tum eſſent Syzygiæ, adhibitâ nimirum Æquatione ſimplice, cuius baſis 40.
eſt minima Eccentricitas: qui locus deinde corrigitur per Æquationem ſecundam, cuius baſis eſt exceſſus Eccentricitatis Temporaneæ, ſupra minimam. Vnde modus iſte Æquationem compoſitam, ſeu totalem, qua extra Syzygias, iuxta priorem methodum, locus Lunæ Medius reducebatur ad Verum, in duas partitur.

Inſpiciatur ſchema 3. in quo Zodiacus eſto D R I Z, ciuſque centrum A: linea Apogei *Fig.* 3.
R Z, Eccentricitas minima AB, maxima AC: Situs Eccentrici in Syzygijs L F M N, centrum habentis in B: principium ♈ in D.

§. 1. Ad datum tempus quære motum Lunæ Verum D R G, per *num.* 40, ita ac ſi tum eſſent Syzygiæ: eodemque modo reperi Anomaliam Lunæ Veram R G.

§. 2. Quære item motum Verum Solis D H ad idem tempus, per *num.* 55. *lib.* 1. quem aufer à motu Vero Lunæ D R G, vt proueniat Elongatio Vera Lunæ à Sole, H G, quam duplica. Quod ſi Elongatio Lunæ ſit tanta (ex. gr. H G T) vt duplicata excedat Grad. 180, accipe eius ad Grad. 360 complementum (T H), idque duplica. Hæc vocabitur Anomalia Centri ad tempus datum.

§. 3. Intelligatur deinde B C differentia Eccentricitatum maximæ & minimæ, ſecta in partes 180, atque ita totus Anomaliæ circulus repræſentabitur rectâ B C. Numeretur igitur in rectâ B C, ex B, in O Anomalia Centri ad tempus datum §. 2. iam reperta, ex. gr. partium 160. quarum BC eſt 180. Erit *i* ergo momento dato centrum Eccentrici in O parte 160 A- *i per §. 3. num* 13.
nomaliæ Centri, eiuſque ſitus erit KPYQ.

§. 4. Quoniam verò *num.* 41. Eccentricitas maxima AC reperta, eſt 13053, minima AB 8745. *num.* 38, adeóque BC 4308, quarum Eccentrici Radius eſt 100000: ſi fiat vt BC 180 ad BO 160, ita BC partes Eccentrici 4308 ad aliud; prodibit BO Eccentricitas Temporanea in partibus Radij Eccentrici. Atque ita ad ſingulos Anomaliæ Centri Gradus, ſeu partes, Eccentricitas Temporanea reperietur, & in tabulam conferetur.

§. 5. Numeretur Anomalia Vera Syzygialis, ſuperiùs §. 1. inuenta RG, in Eccentrico, ab Apogeo K in P, ducanturque rectæ BP, OP. Erit angulus B P O Æquatio ſecunda, inſiſtens ipſi BO exceſſui Eccentricitatis Temporaneæ AO, ſupra minimam AB. Innoteſcet autem BPO ſic: quoniam ob notum Anomaliæ arcum KP, notus eſt angulus KOP ad O centrum Eccentrici, etiam reliquus POB notus erit. In triangulo igitur POB, quia nota ſunt latera P O, BO (eſt enim iam inuentum §. 4, quot BO contineat partes, quarum PO
Radius Eccentrici continet 100000), & angulus POB; ex his reperietur *b* angulus BPO *b per probl.*
Æquatio ſecunda quæſita. *10. cap. 3. Geo. Pract.*

Quia autem Eccentricitas A B O, incidere poteſt in quemuis Gradum Anomaliæ Eccentrici, pro ſolâ B O condenda eſſet vna tabula Æquationum: Et quia Eccentricitates Temporaneæ diuerſæ ſunt numero 180, *condendæ eſſent Æquationum tabulæ* 180. *A tanto labore te expedies per compendium expoſitum num.* 45, *quo vtere, vt docui num.* 46. § 5.

Quod ſi accidat Anomaliam Veram Syzygialem eſſe maiorem Grad. 180, cuiuſmodi eſt ex. gr. K P Y Q, Æquatio ſecunda BQO æqualis erit ei, quæ ſit ad Anomaliam K P S, æqualem Q K complemento prioris KPYQ ad Gradus 360.

§. 6. Æquatio ſecunda ſic reperta, ſi addatur, vel ſubtrahatur motui Lunæ Vero D R G (qui §. 1. repertus eſt, vt ſolet in Syzygijs, & vocatur motus Lunæ Primò Æquatus), dabit motum Lunæ Verum, ad tempus datum extra Syzygias.

Leges porro huius additionis, & ſubtractionis ſunt iſtæ. Si tunc Linea *c* Synodica eſt in *Fig.* 5.
ſemicirculo HES continente Apogeum, & Luna tendat à ☌ ad ☍, Æquatio ſecunda eſt ſub- *c vide def.*
trahenda; addenda verò cùm tendit à ☍ ad ☌. Si Linea Synodica tunc eſt in altero ſemi- *14 nu.* 20.
circulo SVH, tunc à ☌ ad ☍ ſecunda Æquatio eſt addenda; ſubtrahenda verò à ☍ ad ☌. Haſce Regulas experientia docuit & comprobauit.

In quo autem ſemicirculo Linea Synodica verſetur, ita ſcies. Quoniam nota eſt Anoma- *Fig.* 3.
lia Lunæ Vera RG per §. 1, hâc ſubtractâ à motu Lunæ Primò Æquato D R G, nota erit D R diſtantia Apogei Lunaris R ab ♈. Quare cùm etiam nota ſit D H diſtantia Loci Veri

Solis ab ♈, ab hac (memor Regulæ tertiæ *num.* 54. *lib.* 1.) aufer Apogei diſtantiam DR: ita nota erit diſtantia Solis ab Apogeo Lunari; quæ ſi fuerit minor Gradibus 90, ſeu vno Quadrante, aut maior Gradibus 270, hoc eſt tribus Quadrantibus, linea Synodica erit (*vide fig* 5) in ſemicirculo H E S, continente Apogeum E; ſi autem maior Grad. 90, aut minor 370, erit in altero SVH in *fig.* 3. diſtantia Solis à loco Apogei Lunę R, eſt R I Z H maior Grad 270, ideóque eo caſu linea Synodica eſt in ſemicirculo Apogeum continente.

CAPVT VI.

Motus Lunæ in Latitudinem inueſtigatur.

NVMERVS XLVIII.

Definitiones ad Latitudinem Lunæ pertinentes.

PLanum Eccentrici, quem motu Proprio Luna percurrit, inclinatum eſſe ad planum Solaris Eccentrici, ſiue Eclipticæ, patet ex *num.* 9. Sit igitur planum Eclipticæ A C B D: planum Eccentrici Lunæ AOBQ, ſecans Eclipticę planum ſecundùm rectam AB, per I Mundi centrum tranſeuntem, vnaque eius medietas AOB, ab Eclipticâ declinet ad Polum Boreum, altera BQA ad Polum Auſtralem. *Fig.* 1.

1. Semicirculus AOB, ab Eclipticâ ad Polum Boreum declinans, vocatur *Borealis ſemicirculus Latitudinis*: alter BQA, ab Eclipticâ declinans versùs Polum Auſtrinum, dicitur *Auſtralis*: Polum Boreum concipe inter figuram & te, Auſtralem poſt figuram.

2. *Nodi*, ſunt puncta A, B, quæ in Zodiaco deſignat AIB communis ſectio planorum Eclipticæ, & Eccentrici Lunæ.

Vocari ſolent *Caput & Cauda Draconis*.

3. *Limes Boreus* eſt Borealis ſemicirculi punctum O, maximè declinans ab Eclipticâ, diſtans ab vtroque Nodo etiam Grad. 90.

4. *Limes Auſtrinus*, eſt Q punctum ſemicirculi Auſtrini, maximè ab Eclipticâ declinans, diſtans ab vtroque Nodo etiam Grad. 90.

5. *Nodus Boreus*, ſiue *Aſcendens*, eſt (A) qui contra Signorum ordinem, numerando à Limite Boreo O, diſtat ab eodem Grad. 90. Per hunc Luna motu Proprio euehitur, ſeu tranſit ad ſemicirculum Latitudinis Borealem. Eius ſignum eſt ☊.

6. *Nodus Auſtrinus*, ſiue *Deſcendens*, eſt (B) qui ſecundùm ordinem Signorum numerando à Limite Boreo O, diſtat ab eodem Grad. 90. Per hunc Luna deſcendit in ſemicirculum Latitudinis Auſtralem. Eius ſignum eſt ☋.

7. *Latitudo Lunæ*, ſiue *diſtantia Lunæ ab Eclipticâ*, eſt circuli maximi per Polos Eclipticæ, & Lunæ centrum tranſeuntis, arcus inter Lunæ centrum, & Eclipticam interceptus. *Latitudo Vera*, eſt diſtantia Veri loci Lunæ ab Eclipticâ: *Latitudo Media* eſt diſtantia loci Medij ab Eclipticâ.

8. *Latitudo Lunæ Borea*, eſt cùm Luna exiſtit in ſemicirculo Latitudinis Boreo, *Auſtrina* cùm in Auſtrino.

9. *Latitudo Borea*, ſeu *Septemtrionalis Aſcendens* eſt, cùm Luna tendit à Nodo Boreo A ad Limitem Boreum O. Deſignatur his litteris S A.

10. *Latitudo Septemtr. Deſcendens* eſt, cùm Luna tendit à Limite Boreo O, ad Nodum Auſtrinum B. Deſignatur in Ephimeridibus litteris SD.

11. *Latitudo Auſtralis*, ſeu *Meridionalis Deſcendens*, eſt cùm Luna tendit à Nodo Auſtrino B, ad Limitem Auſtrinum Q. Deſignatur litteris M D.

12. *Latitudo Meridionalis Aſcendens*, eſt cùm Luna tendit à Limite Auſtrino Q, ad Nodum Boreum A. Deſignari ſolet litteris M A.

Porro Nodi, adeoque & Limites non conſiſtunt eodem ſemper loco, ſed mouentur ſenſim ſub Zodiaco in præcedentia, ſeu contra Signorum ordinem, vt *num.* 10 oſtenſum eſt; quo motu fit, vt tam Nodi, quàm Limites totum Zodiacum perambulent, muteturque aſſiduè diſtantia Limitum, non quidem ab Eclipticâ, (niſi modicè, vt dicam *num* 61. §. 3) ſed ab Æquatore; & Lunæ Eccentricus modò totus vltra Eclipticam vtrimque versùs Mundi Polos exiſtat, modò totus exiſtat inter Eclipticam, & Æquatorem.

Fig. 26. Sit enim in *fig.* 26 Colurus Solſtitiorum H D O E; Polus Boreus X; Auſtrinus Z; Æquator B C; Ecliptica DAG, principium tam ♈ quàm ♎ in A, initium ♋ in D, ♑ in G. Sit autem Limes Boreus ſub F initio ♋. Auſtrinus ergo erit in E ſub initio ♑, & Lunæ Eccentricus in FAE. Ad motum Nodorum in præcedentia, etiam Limites F, E mouentur, ſeruato

ſemper

ſemper eodem interuallo ſuo ab Eclipticâ, ac proindè continuè appropinquant Æquatori, donec eumdem contingant in Q, & S; & toto eo tempore Eccentricus Lunæ totus vtrimque porrigitur vltra Eclipticam DAG versùs Polos X, Z. Poſtquam verò Limites in Q, & S Æquatorem tranſiêre, iam neceſſariò illi incipiunt, adeóque & Lunæ Eccentricus, eſſe inter Eclipticam DAG, & Æquatorem BAC, ita vt, cùm Boreus Limes peruenerit in P ad initium ♑, & Auſtrinus in I ad initium ♋, ſitus Eccentrici Lunæ ſit PAI. Id tamen nihil impedit quò minus Boreus Limes ſemper declinet ab Eclipticâ DAG versùs Boream, & Auſtrinus versùs Auſtrum, cùm Boreus (etiam in P) ſemper ſit inter Eclipticam DG, & Polum Boreum X, Auſtrinus ſemper (etiam in I) ſit inter Eclipticam D G, & Polum Auſtralem Z.

13. *Motus Lunæ in Latitudinem* numeratur in conſequentia à Boreo vel Nodo, vel Limite. Non differt à motu Longitudinis quoad rem, ſed penes initium numerationis; hic enim numeratur ab ♈, ille à Limite Boreo, vel à Nodo Boreo.

14. *Reſtitui* dicitur *Latitudo Lunæ, & motus in Latitudinem Verus vel Medius*, cùm in fine alicuius temporis Lunæ centrum, vel centri locus Medius, eandem habet ab eodem Nodo (A) diſtantiam (A E) quam in principio eiuſdem temporis.

15. *Menſis Latitudinis*, eſt tempus, quo motus Lunæ in Latitudinem ſemel reſtituitur.

NVMERVS XLIX.

Reſtitutionem motus Lunæ in Latitudinem cognoſcere.

§.1. COgnoſcitur Reſtitutio motus Lunæ in Latitudinem (primò videlicet, & independenter à tabulis Aſtronomicis, quas nondum inuentas eſſe hîc ſupponitur) præſidio duarum Lunæ Eclipſium ſimilium. Similes autem Lunæ Eclipſes vt ſint, tres conditiones requiruntur. Prima eſt, vt in vtrâque æquales Lunæ portiones fuerint obſcuratæ. Secunda, vt Latitudo Lunæ in vtrâque Eclipſi ſit vel Borea eiuſdem ſpeciei, vel Auſtrina eiuſdem ſpeciei; *vide defin.* 8. 9. 10. 11. *num. præc.* Tertia, vt in vtrâque Eclipſi æquales fuerint diſtantiæ Lunæ à Terrâ: quod continget, cùm in Eclipſi vtrâque, vel æquales fuerint Anomaliæ, vel maioris (FOGS) (*vide fig.* 37. *lib.* 1.) complementum (S F) ad totum circulum æquale fuerit Anomaliæ minori (FO). Tunc enim vtriuſque ab Apogeo diſtantiæ (FO, FS) æquales erunt, adeóque (cùm, vtpote in Syzygijs, Eccentricitates quoque Eccentrici Lunaris æquales ſint) etiam Lunæ à Terræ centro diſtantiæ æquales erunt.

Si duæ igitur Eclipſes eiuſmodi, tribus iam dictis conditionibus præditæ, reperiantur; centrum Lunæ in vtrâque ab eodem Nodo, puta A, æquali interuallo in conſequentia diſtabit; *Fig.* 1. ac proinde æqualis erit in vtrâque Lunæ in Latitudinem motus ex. gr. AE.

§.2. Quod autem ad hoc neceſſaria ſit conditio non ſolùm prima, ſed etiam ſecunda, facilè intelligitur.

Quod verò etiam tertia requiratur ſic oſtendo. Sectio coni vmbroſi Terræ, in loco vbi cum Luna pertranſit in primâ Eclipſi, eſto COGF, eiuſque centrum A, & ſemidiameter AO: *Fig.* 29. ſegmentum Eclipticæ CAG; ſegmentum Eccentrici Lunaris E I; pars Lunaris diametri intra vmbram immerſa DO, maior ſemidiametro Lunæ D B. Ponamus deinde in Eclipſi ſecundâ, ſaluis conditionibus primâ, & ſecundâ, Lunam minùs fuiſſe à Terræ centro remotam, quàm in primâ. Igitur ſectio coni vmbroſi Terræ QSFR, in loco vbi cum Luna pertranſit, iam maior erit quàm prior, adeóq; & ſemidiameter eius AS maior erit ſemidiametro *Fig.* 28. prioris AO. Ex hypotheſi autem pars Lunaris diametri intra vmbram immerſa KS, æqualis eſt priori DO. Quare ſi ab æqualibus DO, KS, auferantur æquales ſemidiametri Lunæ DB, KN, remanent BO, NS, æquales. Quare ſi ab inæqualibus AO, AS, auferantur æquales BO, NS, remanent BA, NA inæquales; BA videlicet minor quàm NA. Atqui BA eſt Latitudo Lunæ in primâ Eclipſi, NA in ſecundâ. Minor igitur eſt Latitudo Lunæ in primâ, quàm in ſecundâ. Igitur in *fig.* 1 Latitudo Lunæ Eclipſeos primæ eſto E I, ſic vt centrum Lunæ ſit *Fig.* 1. in Eccentrici puncto I. Quoniam in Eclipſi ſecundâ oſtenſum eſt Latitudinem Lunæ fuiſſe maiorem, quàm E I; neceſſe eſt Lunæ centrum longiùs abfuiſſe à Nodo A, puta in F; ſic enim maior eſſe poterit Latitudo FN. Ergo etiam motus Lunæ in Latitudinem A F, in ſecundâ Eclipſi maior fuit, motu AE in primâ. Ergo licet duæ primæ conditiones adfuerint, ſi deſit tertia, nempe æqualis Lunæ diſtantia à Terrâ, concludi non poteſt reſtitutio motus Lunæ in Latitudinem ab Eclipſi primâ in ſecundam.

Quod ſi tres conditiones illæ ſimul omnes concurrant, manifeſtum eſt æquales eſſe in vtrâque Eclipſi Lunæ motus in Latitudinem, ac proinde reſtitutum fuiſſe motum Lunæ in Latitudinem ab Eclipſi primâ ad ſecundam.

§. 3.

ſ.3. Reliquum eſt vt oſtendam, quomodo diſcerni poſſint vtrùm adſint conditiones prædictæ.

Quod ad primam attinet, modus obſeruandi quantitatem diametri obſcuratam tradetur independenter ab his *lib.4.num.62.*

Secunda conditio diſcernetur hunc in modum. Si pars obſcurata Lunæ vergat ad Septemtrionem, Latitudo eius eſt Auſtrina, ſi pars obſcurata vergat ad Auſtrum, Borea eſt Latitudo. Si in Eclipſi Latitudo Lunæ fuerit Borea, & poſt Eclipſim augeatur manens Borea, tempore Eclipſis fuit Borea Latitudo Aſcendens. Si in Eclipſi fuerit Latitudo Borea, & poſt Eclipſim decreſcat manens Borea, vel primò decreſcat, ac poſtea creſcat, ſed facta iam Auſtrina, tempore Eclipſis fuit Borea Deſcendens. Si Latitudo Lunæ in Eclipſi fuit Auſtrina, & poſt Eclipſim creſcat manens Auſtrina, tempore Eclipſis fuit Latitudo Auſtrina Deſcendens. Si in Eclipſi fuerit Latitudo Auſtrina & poſt Eclipſim decreſcat manens Auſtrina, vel primò decreſcat ac poſtea creſcat, ſed facta iam Borea, tempore Eclipſis fuit Latitudo Auſtrina Aſcendens. Quæ omnia ex inſpectione figuræ 1 facilè intelliges. Vt verò diſcerni poſſit an creſcat, vel decreſcat Latitudo Lunę, & an Borea tum ſit, an Auſtrina, ſic oportuit procedere.
a *per num. 46. vel 47.* Ad momentum, quo Luna attingit Meridianum proximè poſt Eclipſim a quære locum Lunæ in Zodiaco; eritque ſic notum Eclipticæ punctum, quod Lunæ tunc reſpondet; non quidem
o *num.65.* exactè, ſatis tamen ad opus præſens: ſiquidem infra o oſtendam ab eo, quod reſpondet exactè, non abeſſe Minutis 7. Huius dein Eclipticæ puncti declinationem ab Æquatore no-
b *per num. 51. lib.1.* tam b facito; quam ſi Borealis eſt, adde, ſi Auſtralis, deme Altitudini Meridianæ Æquatoris, notæ *per num.27. lib.1*: atque ita prodibit Altitudo Meridiana dicti puncti Eclipticæ. Meti-
c *per num. 28 lib.1.* re deinde ad idem momentum Altitudinem c Lunæ ſcilicet Meridianam: quæ ſi maior ſit Altitudine puncti Eclipticæ, eius exceſſus indicabit Latitudinem Borealem; ſi minor, defectus erit indicium Latitudinis Auſtralis; ſi plures diuerſis Diebus eiuſmodi obſeruationes inſtituantur, & Latitudines inuentæ inter ſe, & cum eâ quæ fuit in Eclipſi, conferantur, an poſt Eclipſim eæ creſcant vel decreſcant, & Boreæ ſint an Auſtrinæ, apparebit.

Tertia conditio diſcernitur *per num.37. lib.2.*

NVMERVS L.

Quomodo motus Nodorum notitia prima acquiratur.

NOdos moueri in antecedentia, vnamque Periodum abſoluere Annis Ægyptijs pluribus quàm 18, paucioribus quàm 19, cognoſci poteſt vel ex rudiori obſeruatione Eclipſium, vt oſtendi *num.* 10. Accuratior verò huius Periodi notitia obtineri potuit hunc in modum.

Altitudo Meridiana maxima, quam Luna habere poteſt, ea eſt quam habet, cùm eſt & in principio Cancri & in Limite Boreo, ſiue cùm tam Luna quàm Boreus Limes ſimul ſunt in principio Cancri. Tunc enim Altitudo Meridiana Lunæ compoſita eſt ex Altitudine Meridiana DO (*vide fig.26.*) puncti Solſtitialis D Eclipticæ, & ex Borei Limitis F diſtantiâ FD, ab Eclipticâ versùs Septemtrionalem Polum X. Debuit igitur obſeruari, quo Die Altitudo Lunæ Meridiana eſſet omnium maxima, tunc enim conſtabat Limitem Boreum in principio Cancri exiſtere. Sed quia Nodorum reuolutio nonniſi poſt Annos Æg. 18 abſoluitur, ac proinde Limes Boreus 18 Annorum ſpatio tantùm ſemel in prin. Cancri reperitur, etiam Altitudo Meridiana omnium maxima intra annos 18 erit vnica tantùm. Quare opus fuit, vt qui primi hunc motum ſcrutati ſunt, ex varijs coniecturis vtcumque collegerint, quo ferè tempore Limes Boreus in princ. Cancri futurus eſſet. Nunc verò, cùm tabulæ cæleſtium motuum iam ſint confectæ, licebit illud tempus ex tabulis cognoſcere, non vt tabulis fides habeatur, cùm propoſitum nobis ſit notitiam huius motus primam, à quâ tabularum ipſarum conſtructio pendet, acquirere; ſed eo tantùm fine, vt tempus obſeruationi opportunum exploremus. Eo autem, ſiue per tabulas, ſiue per alias coniecturas vtcumque explorato, per plures
a *per num. 28. lib.1.* Dies ante, & poſt ipſum, Lunæ Altitudines Meridianæ a capiantur, & Dies illa quâ ea fuerit omnium maxima, notetur. Quod ſi eadem obſeruatio poſt Annos Æg.18 repetatur Dieſque ſimiliter in quem maxima Altitudo Meridiana Lunæ inciderit, inueniatur, tempus inter vtramque maximam Altitudinem intercedens, eſt Periodus vnius Reuolutionis integræ Nodorum. Neque officit huic operi parallaxis neglectio, cùm ea in vtrâque obſeruatione æqualis, vtramque eodem modo afficiat.

Verùm, quòd difficultatibus non modicis hæc methodus obnoxia ſit, idem ſequenti Num. aliâ viâ tentabitur.

NVMERVS LI.

Aliâ viâ Motus Nodorum, eiuſque Periodi notitiam primam acquirere: eâdemque operâ ad Epocham, ſeu momentum alicuius Eclipſis diſtantiam Veram & Mediam Lunæ à Nodo, & Locum Nodi in Zodiaco reperire.

§. 1. ELigantur duæ Eclipſes Lunares, in quarum vtrâque æquales Lunæ portiones, & verſùs eumdem Polum obſcurentur; & quarum vna contingat circa Nodum Boreum, altera circa Auſtrinum: quod ſi etiam Anomalia Lunæ in vtrâque æqualis ſit, opus erit omni ex parte exquiſitum: quamuis tamen hoc deeſſet, ſufficiens accuratio pro primâ notitiâ poterit obtineri. Vtrùm autem Eclipſes hiſce conditionibus ſint affectæ, innoteſcet per ea quæ *num.*49.§.3. diſſeruimus.

Zodiacus eſto X T S V, eiuſque centrum A: Eccentricus Lunæ D C E Y, eiuſque centrum B: linea Apogei T C B A Y V: Nodus Boreus D, Auſtrinus E: Eccentrici ſemicirculus Borealis D C E, Auſtralis E Y D. Quoniam Lunæ pars deficiens in vtrâque a Eclipſi eumdem Polum, puta Auſtralem, ſpectat, continget vtraque in Boreali ſemicirculo D C E, vna circa Nodum b Boreum in F, altera circa Auſtrinum in G. Et quoniam Lunæ portiones in vtrâque æquales obſcurantur, diſtantiæ centri Lunæ à Nodis F D, G E, in vtrâque, vel omnino æquales erunt, vel quàm proximè; præſertim ſi o Anomalia Lunæ aliqualiter ſaltem æqualis in vtrâque extiterit. Perinde eſt autem quo ab inuicem temporis interuallo Eclipſes illæ diſtent. Vnde faciliùs eæ reperientur, quàm ſi interuallum ingens requireretur. Per F & G ducantur A F I, A G P; item B F, B G, & his parallelæ A K, A Q. Erunt Eclipſium tempore Lunæ loca Vera I, P; loca Media K, Q. Ducantur inſuper rectæ A D M, A E R, & A N A S, parallelæ ad B D, B E; erunt Nodorum loca Vera M, R, loca Media N, S. Principium ♈ eſto in X; & Signorum ordo ab X verſùs N, T.

Fig. 30. a *Hyp.* b *per Hyp.* o *vide dicta nu.* 49.

§. 2. Ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in F, notus fiat n motus Lunæ Medius X K, & ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in G, notus fiat motus Lunæ Medius X T Q. Auferatur minor à maiore, & notus fiet arcus K T Q. Quia ob parallelas A K, B F, & A Q, B G, anguli G B F, Q A K æquales m ſunt, erit arcus G C F ſimilis p arcui Q T K. Quare cùm notus ſit Q T K, etiam G C F notus erit: quo ablato à ſemicirculo E C D, ſumma reſiduorum G E, F D, erit nota. Ergo cum *per* §.1. G E, F D æquales ſint, etiam F D diſtantia centri Lunæ à Nodo in Eccentrico, ad momentum Ecliptici ☍ in F innoteſcet.

n *per nu.* 37. m *per* 27.1. p *per cor.* 2.*p.*33.6.

§. 3. Deinde ad idem momentum Ecliptici Plenilunij celebrati in F, nota fiat q Anomalia Lunæ C G Y F: quâ ablatâ à toto circulo, notus erit arcus C F. Huic adde notum iam arcum D F, & notus erit arcus C D. Sed quia ob parallelas B D, A N, æquantur r anguli C B D, T A N, arcus C D, T N ſimiles ſ ſunt. Ergo etiam arcus T N notus eſt. Rurſum, quia arcus C D iam notus fuit, etiam reliquus ad circulum totum C G Z D, Nodi nempe D, Anomalia eſt nota. Ergo eius Proſthaphæreſis B D A, ſeu M N t etiam nota fiet. Hanc aufer à noto iam arcu T N, & notus erit arcus T M. Inquiratur demum X T diſtantia u Apogei Lunæ ab initio ♈. Quia igitur noti ſunt arcus T X, & T M; notus quoque relinquitur arcus M X diſtantia loci Veri in Zodiaco Nodi D ab initio ♈. Quare ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in D, notus eſt Verus locus in Zodiaco Nodi D.

q *per num.* 37. r *per* 27.1. ſ *per cor.* 2.*p.*33.6. t *per num.* 39. u *per num.* 37.

Steuinius vt locum Nodi in Zodiaco aſſignet, iubet à loco Vero Lunæ I numerari in præcedentia, nempe verſùs X, Gradus arcus F D, iam inuenti §. 2. *Verùm ita non exhibetur Nodi Verus locus M; quia arcus M I diſtantia loci Veri ipſius Nodi D, ab I loco Vero Lunæ, ex vi eorum quæ hic dantur, non eſt ſimilis arcui F D.*

§. 4. Vt innoteſcat diſtantia tam Veri, quàm Medij loci Lunæ à loco Vero Nodi, inueniatur x motus Lunæ Verus X I ad momentum Ecliptici ☍ facti in F: à quo ſi aufers notum iam §. 3. arcum M X, reſtabit arcus I M diſtantia loci Veri Lunæ, à Vero loco Nodi. Inquire deinde *per num.*39. Æquationem K I debitam Anomaliæ C G Y F iam §.3. notæ, eamque aufer à noto arcu I M, remanebit nota K M diſtantia loci Medij Lunæ à loco Nodi.

x *per num.* 40.

§. 5. Quemadmodum §. 3. ad momentum Ecliptici ☍ facti in F, inuentus eſt Nodi Borei D, locus M in Zodiaco, ita per duas alias Eclipſes iiſdem conditionibus affectas, reperiatur ad momentum vnius è ſecundis hiſce Eclipticis Plenilunijs eiuſdem Nodi locus in Zodiaco. Conuenit autem Ecliptica Plenilunia, ad quæ Nodi loca ſunt inuenta Annis 8, vel 9, vel etiam 10 diſtare. Ex Nodi porro duobus locis in Zodiaco notis, ſcies quantùm ab

vno

vno Ecliptico ☍ ad aliud, nempe Annis ex.gr. 9, Nodus in Zodiaco ſit progreſſus. Tum ita ratiocinabere: ſi Nodus confecit in Zodiaco Gradus . . . . Annis 9: Gradus 360 quot Annis abſoluet? Per Regulam prop. prodibit tempus vnius Reuolutionis integræ Nodorum.

§. 6. Hoc igitur vel ſimili artificio. Periodus Nodorum fuit reperta. Copernico ea eſt Annorum Æg. 18. Dierum 228. Hor. 3. 49′. circiter, ſiue Dierum 6798. Hor. 3. 49′. Keplerus vix vno Minuto diſſentit: Magino eſt Annorum Æg. 18. D. 223. H. 6. 12′, ſiue Dierum 6793. Hor. 6. 12′.

§. 7. Ex Periodo Nodorum iam notâ, motum Diurnum eorumdem ita reperies. Cùm Diebus 6798. H. 3. 49′. Nodi abſoluant Grad. 360: Die vno quantum abſoluent? Per Reg. prop. reperies abſoluere in præcedentia Grad. 0. 3′. 10″. 38‴. 21.″. 21′. 35″. 58‴, ita Copernicus. Ricciolo eſt. Grad. 0. 3′. 10″. 38.‴. 9″. 44′.

Scholium.

Vt Nodi locus in Zodiaco ſecundus reperiatur, non eſt opus duabus nouis Eclipſibus: ſufficit enim ſi vna reperiatur noua, ſimilis prioribus, cui è prioribus ea adiungatur, quæ ad Nodum diuerſum accidit.

Potuit etiam obtineri quæſitum per duas Eclipſes ſimiles, ab eodem Nodo D, vtrimque æqualiter (puta in F, & Z) diſtantes, eademque fuiſſet tota deductio, vt patet rem expendenti.

NVMERVS LII.

Motus Medios Lunæ in Latitudinem inuenire.

MOtum Medium Lunæ in Latitudinem quoad rem non differre à motu Medio Longitudinis, ſeu Periodico, ſed tantùm penes initium numerandi, quod in motu Periodico ſtabile eſt, in motu Latitudinis mobile, patet ex *def.* 13. *num.* 48.

Fig. 27. §. 1. Zodiacus eſtu G K P N, eiuſque centrum A: Eccentricus Lunæ C I D M; eiuſque centrum B: Nodi C, D: locus Nodi C Verus in Zodiaco, ſit O. Statuamus Lunæ locum Medium etiam eſſe in O, atque inde vnius Diei naturalis ſpatio in conſequentia moueri, vſque in E. Erit O E motus Medius Lunæ Diurnus in Zodiaco, quem *num.* 34. §. 5. reperimus eſſe Grad. 13. 10′. 35″. 1‴. 18″. 16′. Iam eodem tempore, quo locus Lunæ Medius in conſequentia fertur ex O in E, Nodus in præcedentia retrocedit ex O in F. Vnde motus Diurnus Medius Lunæ à Nodo eſt F E, motum Medium O E excedens motu Diurno Nodi O F. Quare ſi ad motum Medium Lunæ Diurnum in Zodiaco Grad. 13. 10′. 35″. 1‴. 18″. 16′ adijciatur motus Nodi Diurnus, qui *num. præced.* §. 7. repertus eſt. Grad. 0. 3′. 10″. 38‴. 21″. 21′. 35″. 58‴, proueniet motus Medius Diurnus Lunæ à Nodo. Grad. 13. 13′. 45″. 39‴. 39″. 37′. 35″. 58‴.

Ex motu Medio Latitudinis Diurno reperientur Medij motus Latitudinis, vnius Horæ, Minuti &c. vnius Menſis, Anni &c. *vide dicta num.* 34. §. 5. *& alibi ſæpius.*

§. 2. Quantitas autem Menſis Latitudinis Medij ita reperietur. Statuamus rurſum locum Lunæ Medium, & locum Verum Nodi in eodem puncto Zodiaci O. Eo tempore quo Lunæ locus Medius in conſequentia Zodiacum totum percurrit ex O per K P N in O, etiam Nodus retrocedit ex O in præcedentia ex.gr. vſq; in G; ita vt quo tempore locus Medius Lunæ percurrit totum Zodiacum, Nodus percurrat arcum O G. Ergo locus Lunæ Medius; cum Nodo coniunctus in O, ad eumdem redit in G. Atqui tempus quo Lunæ lo-
a def. 20. num. 20. cus Medius percurrit Zodiacum O K P N O, eſt [a] Menſis Medius Periodicus; tempus autem quo percurrit arcum O K P N G, quo nimirum à Nodo recedens in O, ad eumdem re-
b def. 14. 15. num 48. dit in G, eſt [b] Menſis Medius Latitudinis. Ergo Menſis Medius Periodicus excedit Menſem Medium Latitudinis eâ temporis quantitate, quâ Luna motu Medio percurrit arcum G O, quem Menſis Periodici ſpatio Nodus percurrit. Quare vt innoteſcat Menſis Latitudinis, notus reddi debet arcus G O, quod ita fiet.

Motus Nodi Diurnus *num.* 51. §. 8. repertus eſt Grad. 0. 3′. 10″. &c. Cùm ergo Nodus Die vno abſoluat Grad. 0. 3′. 10″. &c. igitur vno Menſe Periodico, hoc eſt (vt oſtendi *num.* 34. §. 4) Diebus 27. H. 7. 43′. 4″. 58‴. 59″. 45′, Nodus quantùm abſoluet? Per Reg. prop. prodibunt Minuta, quæ vno Menſe Periodico Medio Nodus percurrit, & tantus erit arcus G O.

Quare

Quare ſi Minuta noti iam arcus G O ᶜ conuertantur in tempus, idque auferatur à Menſe Medio Periodico Dierum 27.H.7.43ʹ.4ʺ.58‴.59ʺ.45ʹ, remanebit Menſis Medius Latitudinis D.27.H.5.5ʹ.&c. *c per num. 58. lib. 1.*

§. 3. Inuento iam Latitudinis Menſe Medio, ſcire poterimus, (id quod ſcitu neceſſarium eſt ad limam vltimam hiſce motibus *num.* 44. adhibendam) quot Latitudinis Menſes in dato temporis interuallo, etiam magno, abſoluantur; ſi nimirum per Latitudinis Menſem hîc inuentum, datum interuallum temporis diuidatur.

Licebit etiam vti Regulâ quam tradit Hipparchus. Is cùm Menſem Medium Latitudinis, ſiue artificio tam explicato, ſiue alio, notum reddidiſſet, comperit Annis Æg. 441. D. 213.H.23.23ʹ, ſiue Diebus 161,188.H.23.23ʹ. compleri exactè Latitudinis Menſes 5923. Dato igitur quouis annorum interuallo ex.gr. 2000, quot Latitudinis Orbes compleantur, ita cognoſces. Annis Æg.441. D.213.H.23.23ʹ complentur Latitudinis Orbes 5923: igitur Annis 2000 quot? Per Reg.prop.quæſitum dabitur.

Scholium.

Motus Latitudinis hoc Numero inuenti, quamuis extremam præciſionem non habeant, vſu tamen, & quidem eximio, non carent; per eos ſiquidem motus abſolutè exactos, Num 44. reperiemus. Præter alia quippe ad hoc requiſita, duo ſunt, quæ horum motuum rudiorum adminiculo obtinentur. Primum eſt, cùm obſeruationes non extant, cognoſcere circa quem Nodum Eclipſis præterita quæcumque acciderit, vt tradam Num. 54. §.3. Alterum quot Latitudinis Menſes in dato Eclipſium interuallo contineantur, quod per rudiores hoſce motus, §.3. hîc iam repertum eſt.

NVMERVS LIII.

Ad datam Epocham Radicem Æqualis motus Lunæ in Latitudinem conſtituere.

§.1. N*Vm.* 51. §.4 duarum Eclipſium ſimilium adminiculo iam reperimus diſtantiã Lunæ Mediã à Nodo, ad Epocham, ſeu momentum notum alicuius Ecliptici Plenilunij: quæ eſt Radix Primitiua motus Lunæ in Latitudinem. Inde verò ad aliam Epocham quamcumq; ex.gr. Chriſti Epocham, Lunæ diſtantiam Mediam à Nodo, hoc eſt Radicem motus Medij, ſeu Æqualis in Latitudinem, reperiemus eâ methodo, quam tradidi *lib.* 5. *num.* 53. Sed quia ad hoc opus eſt motu Medio Latitudinis, qui *num.* 52. limam vltimam nondum fuerat adeptus, oportebit Radices haſce non Primitiuas *num.ſeq.* ad limam quoque reuocare.

§. 2. Ad Epocham porro alicuius Ecliptici ☍ diſtantiam Lunæ Mediam à Nodo, hoc eſt Radicem Primitiuam motus in Latitudinem poterimus hoc etiam modo reperire. Certum eſt in eâ Eclipſi, cuius duratio longiſſima eſt in momento ipſius Ecliptici ☍, centrum Lunæ eſſe in Axe coni vmbroſi Terræ: qui Axis cùm ſit in plano Eclipticæ, etiam Lunæ centrum tum in Eclipticæ plano erit. Sed Lunæ centrum, vti ſemper, ita etiam tum eſt in plano ſui Eccentrici. Cùm ergo Lunæ centrum tum ſit & in plano Eclipticæ, & in plano ſui Eccentrici, neceſſe eſt vt in communi vtriuſque ſectione, in ipſo videlicet Nodo, tum exiſtat. Quare ad datum momentum, ſiue Epocham Ecliptici ☍, ſcio Lunæ centrum in ipſo Nodo exiſtere: quæ eſt Radix Primordialis motus Latitudinis. Inſuper, quia tum locus Lunæ in Zodiaco notus eſt, vtpote oppoſitus loco Solis, qui per *num.* 55. *lib.* 5. innoteſcit, etiam tum, nimirum in momento Ecliptici huius ☍, locus Nodi in Zodiaco notus erit: adeóque eâdem operâ habebitur ad Ecliptici ☍ Epocham Radix motus Nodorum.

Quare ſi Eclipſim quampiam nanciſcamur, cuius duratio longiſſima ſit, ad eius Epocham reperta erit Radix motus Lunæ in Latitudinem, imò & motus Nodorum. Eiuſmodi verò Eclipſim qui ſupputationis artificio hîc voluerit inquirere, manifeſtè circulum committet, cùm Eclipſium ſupputatio Epochas motuum Lunarium iam conſtitutas ſupponat. Oportebit igitur Eclipſim eiuſmodi ex obſeruatione ſolâ diſcernere. Obſeruatum porro eſt longiſſimas Eclipſium Lunæ durationes eſſe Horarum 4, quàm proximè. Ricciolus & Lansbergius eam aſſerunt eſſe Horarum 3.57ʹ; ſed alij plerique Horarum 4, & paucorum inſuper Minutorum. Inter hos media eſt duratio Horarum 4. Quare adhibito tubo optico præſtanti, obſeruetur momentum, quo incipit obſcuratio Lunæ, & momentum quo finitur. Tempus

Medium inter vtrumque momentum erit Eclipſis duratio: quod ſi 4 Horas adæquet, concludemus eam eſſe longiſſimam, ac proinde (vt demonſtraui *ſupra*) in momento huius Ecliptici ☍, Lunæ centrum in ipſo Nodo exiſtere. Momenta porrò initij ac finis Eclipſis nota facies per *num*. 45. *lib*. 5. qui à motu Lunæ non dependet.

Reinholdo Annum inchoanti à mediâ nocte ante primam Ianuarij, Radix motus Medij Latitudinis ad Epocham Chriſti, eſt Regiomonti Graduum 129. 41′. 50″. 37‴. 59⁗. 17′. 3″. à Limite Boreo.

Lansbergio inchoanti Annum à Meridie primæ Ian. eadem Radix ad Epocham Chriſti eſt Goeſæ Grad. 137. 3′. 31″. à Limite Boreo.

Ricciolo Annum inchoanti à Meridie vltimæ Decembris, eadem Radix ad initium Anni 1644 Bononiæ eſt Grad. 192. 52′. 27″, à Nodo Boreo numerando in conſeqoentia, vel Grad. 192. 34′. 22″.

Eidem Bononiæ diſtantia Nodi Borei ab initio ♈ numerando in conſeq. eſt Grad. 170. 15′. 38″.

NVMERVS LIV.

Motuum Æqualium Lunæ in Latitudinem & Radicis eorumdem determinatio exacta.

§. 1. VT Menſis Draconitici, ſeu Latitudinis, atque inde Mediorum Latitudinis motuum quantitas reperiatur exacta, opus eſt duabus Eclipſibus eiuſmodi, vt à primâ ad ſecundam motus Latitudinis ª reſtituatur Ita quippe fiet vt vtriuſq; Ecliptici ☍ interuallum adæquatè in certum numerum Menſium Latitudinis diuidi, ſeu reſolui poſſit. Is verò numerus *per* §. 3. *num*. 52. fiet notus. Quare ſi per eum diuidatur Eclipſium interuallum, prodibit quantitas vnius Medij Menſis Draconitici. [a *vide def*. 14 *nu*. 48.]

§. 2. Verùm non reſtituitur Latitudo Lunæ, niſi Eclipſes illæ ſint omnino ſimiles, hoc eſt niſi affectæ ſint tribus illis conditionibus, ex quibus *num*. 49. cognoſci Reſtitutionem Latitudinis Lunæ demonſtraui. Eclipſes autem binæ eiuſmodi ab omnibus antehac Aſtronomis fruſtra conquiſitæ, obtigerunt Ioanni Baptiſtæ Ricciolo noſtro.

Prima apud Ptolomæum. *lib*. 4. *cap*. 6. à Chaldæis obſeruata eſt Babylone Anno 2. Mardocempadi, peractâ Die 15 Phamenoth, hoc eſt ante Chriſtum Anno 720, peractâ Die 1 Sept. defecitque à Septentrione dimidium Lunaris diſci. Fx duratione Eclipſis collegit Ptolemæus medium Eclipſis fuiſſe Alexandriæ H. 7. 40′ poſt Merid. Vnde Ricciolus colligit Eclipſis medium fuiſſe Bononiæ H. 5. 57′. Sed tempore ª Æquato, H. 6. 5′. [a *vide nu*. 56. *lib*. 1.]

Secunda à Ricciolo, multiſque alijs obſeruata eſt Bononiæ Anno 1643. Sept. 27, ſed Stylo Veteri Sept. 17. H. 7. 30′. 52″, at tempore Æquato, H. 7. 29′. 25″. & tum erat ſummum Eclipſis: defecitque rurſum dimidium Lunaris diſci ad Septentrionem.

§. 3. Quamuis autem hæc à Ricciolo præclariſſimè ſint obſeruata, minimè tamen oſtendit quomodo abſque circuli vitio demonſtrari poſſit, tres illas conditiones neceſſarias *num*. 49. recenſitas, binis his Eclipſibus ineſſe; item quot Latitudinis Menſes in dato Eclipſium interuallo contineantur, quâ viâ demonſtretur. Nos autem vtriuſque demonſtrandi gratiâ, ea omnia iam præmiſimus, quæ totis *Numeris* 49. 50. 51. 52. 53, ſunt deducta. Ex his igitur, quæ hìc deſiderantur colligemus hunc in modum.

Et quidem prima conditio, æqualitas videlicet obſcurationis, ex ipſa obſeruatione patet.

Pro notitiâ conditionis ſecundæ, collige temporis interuallum à momento medio Eclipſis Chaldaicæ, vſque ad Epocham motus Latitudinis *nu*. 53 conſtitutam, nempe vſque ad initium Anni 1644. Inueni deinde *per nu*. 52. §. 1. motum Medium Latitudinis, debitum huic temporis interuallo: quem, quia Epocha poſterior eſt Eclipſi Chaldaicâ datâ ᵇ aufer ab Epochæ ipſius Radice, videlicet à ᶜ Gradibus 192. 52′. 27″. Prodibit motus ᵈ Medius Latitudinis, qui maior erit Gradibus 180, ſiue vno ſemicirculo Latitudinis (A O B), minor verò Gradibus 270, ſeu tribus Latitudinis Quadrantibus (A O B Q): ac proinde momento medio Eclipſeos antiquæ Chaldaicæ, centrum Lunæ fuit inter Nodum Auſtrinum (B), & Limitem Auſtrinum (Q), fuitque Latitudo Lunæ ᵉ Auſtrina Deſcendens. Quamuis autem Latitudinis motus repertus *num*. 52, eiuſque Radix ad Epocham Anni 1644, reperta *nu*. 53. quibus hic vſus ſum, non ſint vſquequaque exacta; ſunt tamen exacta plùs quàm ſatis ad cognoſcendũ id, quod modò quærebamus, videlicet inter quem Nodum & quem Limitem momento medio Eclipſis datæ, centrum Lunæ extiterit. Liquet etiam hic non eſſe vſui methodum, quam tradidi *num*. 49. §. 3. Quæ enim iſthic præſcripſi, præſtanda fuêre ab Antiquis

[b *vide nu*. 53. *lib*. 1. c *vide nu. praced*. *Fig*. 1. d *patet ex num*. 53. *lib* 1. e *per def*. 11. *nu*. 48.]

quis illius Eclipſeos obſeruatoribus; quid porro præſtiterint illi, non extat.

Pari modo ſi tempus collegeris à momento medio Eclipſeos Ricciolanæ, vſque ad Epocham *num.* 53 conſtitutam, nempe vſque ad initium Anni 1644, atque huic temporis interuallo debitum inuenias motum° Medium Latitudinis; eumque, quia Epocha anterior eſt *o per §. 1.* p addas Radici Epochæ, Gradibus nempe 192.52′.27″; prodibit motus Medius Latitudinis *num. 52.* ad momentum medium Eclipſis Ricciolanæ, qui rurſum oſtendet centrum Lunæ tum fuiſ- *p vide num.* ſe inter Nodum Auſtrinum (B) & (D) Limitem Auſtrinum, ac proinde Latitudinem Lunæ *53. lib. 1.* iterum fuiſſe Meridionalem Deſcendentem. Habent igitur hæ Eclipſes conditionem ſecundam, quæ requirebat, vt in vtrâque Latitudo Lunæ eſſet non ſolùm versùs eumdem Polum, ſed etiam circa eumdem Nodum, hoc eſt Latitudo eſſet vel vtraque Aſcendens, vel vtraque Deſcendens,

Tertia conditio colligi potuit à Ricciolo ex ijs quæ ipſe præmiſerat; & nos quoque ex ijs quæ præmiſimus, colligemus. Per *num.* 37 *huius libri*, inquirantur ad momenta media vtriuſque Eclipſis, Anomaliæ Lunæ. Eam in primâ reperies Grad. 198.20′, in ſecundâ Grad. 195, 10′. priori etiam proximè æqualem. Quare Lunæ diſtantia à Terræ centro in vtrâque Eclipſi quoad ſenſum æqualis fuit. Quod ſi ad prædicta ☍ Ecliptica inquirantur etiam Anomaliæ Solis, hæ quoque proximè æquales reperientur, in primo quidem Grad. 93.10′; in ſecundo Grad. 89.5′.40″.

Liquet igitur binas Eclipſes datas, affectas eſſe tribus illis conditionibus, quas *nu.* 49. demonſtraui neceſſarias eſſe, vt facta ſit Reſtitutio Lunæ in Latitudinem à primâ in ſecundam. Harum itaque Eclipſium adminiculo, quod erat propoſitum, nullo iam negotio obtinebimus.

§. 4. Tempus collige, quod inter vtramque Eclipſim intercesſit. Ricciolus, Plenilunijs Eclipticis Veris ad Media priùs redactis (quod tamen ſuperfluum eſſe patet ex demonſtratis *num.* 25, cùm non ſolùm Anomaliæ Lunæ in vtrâque Eclipſi æquales fuerint, ſed etiam Solis) collegit Annos Iulianos 2362. D. 16. H. 6. 42′. 31″, ſeu Dies 862736. H. 6. 42′. 31″. Modum ſciendi quot Latitudinis Menſes hoc interuallo, & alio quolibet, contineantur, demonſtraui *num.* 52. §. 3. per quem reperies prædicto temporis interuallo ab Eclipſi primâ ad ſecundam, completos fuiſſe Latitudinis Menſes 31704 præcisè. Per quos diuiſo Eclipſium interuallo Dierum 862736. H. 6. 42′. 31″, prodibit Menſis Medij Latitudinis quantitas exacta Dierum 27, H. 5. 5′. 36″. 0‴. 55″.

§. 5. Ex quantitate Menſtruâ Latitudinis reperientur Medij Latitudinis motus exacti dato cuiuis temporis ſpatio conuenientes, vt docui §. 5. *num.* 34, & in Tabulas conijcientur. Motus Medius Latitudinis Diurnus ſic reperitur Grad. 13. 13′. 45″. 29‴. 28″. Horarius Grad. 0. 33′. 4″. 24‴. 7″. 55′. 40″.

§. 6. Ex motu Medio Latitudinis Diurno motum Diurnum Nodorum plane exactum elicies, ſi à Diurno Latitudinis, auferas Diurnum in Zodiaco *num.* 34. §. 5. inuentum. Prodibit ille Grad. 0. 3′. 10″. 38‴. 9″. 44′. Quod ſi ab Horario Latitudinis auferas Horarium in Zodiaco, repertum *num.* 34. §. 5; prodibit Horarius Nodorum Grad. 0. 0′. 7″. 56‴. 34″. 40″. Demonſtratio patet ex diſcurſu §. 1. *num.* 52

MOTVS MEDIVS LVNÆ IN LATITVDINEM.

Diurnus.	Grad.	13.	13′.	45″.	29‴.	28″.		
Horarius.	Grad.	0.	33′.	4″.	24‴.	7″.	55′.	40″.

MOTVS NODORVM.

Diurnus.	Grad.	0.	3′.	10″.	38‴.	9″.	44′.
Horarius.	Grad.	0.	0′.	7″.	56‴.	34″.	40′.

§. 7. Denique pro conſtitutione exactâ Radicis ad Epocham datam, vtere Radice Primitiuâ ad momentum alicuius Eclipcici ☍ repertâ, vel *per* §. 4. *nu.* 51, *vel per* §. 2. *nu.* 53. Tum adminiculo Radicis Primitiuæ, ſed adhibitis motibus Latitudinis hîc iam vltimò elimatis, conſtitues Radicem ad Epocham datam, vt docui *num.* 53. *lib.* 1.

NVMERVS LV.

Motum Æqualem Lunæ in Latitudinem ad datum quodlibet tempus, ſeu Diſtantiam Lunæ Mediam à Nodo Boreo, Geometricè ſupputare.

PTolomæus, Copernicus, Reinholdus in Tabulis Prutenicis, Lansbergius in ſuis motum Latitudinis numerant à Limite Boreo: Alphonſini, & Ricciolus à Nodo Boreo. Sequor poſteriores.

Radicem Epochæ *num.*53. repertam & *num.*54. §.6. limatam reducito ad Meridianum
a per num. 54.§.5. loci deſiderati, vt docui in Sole *lib.*1.*num.*60. Collige deinde [a] motum Medium Latitudinis debitum interuallo temporis ab Epochâ ad momentum datum, quem adde vel deme Radici Epochæ, vt docui *lib.*1.*num.*54. prodibit motus Latitudinis ad momentum datum.

NVMERVS LVI.

Motum Verum Lunæ in Latitudinem, ſiue Diſtantiam Lunæ Veram à Nodo Boreo, in Syzygijs, ad datum tempus Geometricè ſupputare.

Fig.30. AD datum tempus inquire (C G), ſiue (TQ) Anomaliam Lunæ per *num.* 37, & competentem illi Proſthaphæreſim (P Q) per *num.*39. Reperi deinde per *num. præced.* motum Latitudinis Medium (MTQ) ad tempus datum; cui deme Proſthaphæreſim (P Q), ſi Anomalia eſt Gradibus 180 minor; adde, ſi maior. Prodibit motus Lunæ Verus (M T P) à Nodo Boreo ad tempus datum.

NVMERVS LVII.

Motum Verum Lunæ in Latitudinem à Nodo Boreo, extra Syzygias, ad datum tempus Geometricè ſupputare.

Fig.6.7. QVære ad datum tempus Anomaliam Orbis Veram (I R N), vt docui *num.* 46. *vſque ad* §.5. Tum Æquationem illi competentem reperi (P N) per *num.*44. vt tradidi *num* 46. §.5. Deinde per *num.*55, inquire ad tempus datum, motum Latitudinis Medium (VRN) cui iuxta communem legem Æquationum, deme Æquationem (PN) ſi (vt in *fig.*7) Anomalia Orbis Vera(IRN), eſt Grad.180 minor: adde, ſi (vt in *Fig.6.*) eſt Grad. 180 maior. Prodibit Lunæ in Latitudinem motus Verus(VRP)ad tempus datum extra Syzygias.

Aliter.

b per num. 56. Inueni motum Verum Latitudinis ad datum tempus, eo modo [b] vt in Syzygijs. Tum inquire Æquationem ſecundam, vt docui *num.*47, *vſque ad* §.6. hæc, motui Vero Latitudinis tanquam in Syzygijs iam reperto, addita vel ſubtracta iuxta leges *num.*47. §.6. præſcriptas, dabit motum Latitudinis Verum ad tempus datum extra Syzygias.

NVMERVS LVIII.

Locum Nodi Borei in Zodiaco per motum Latitudinis inuenire ad tempus datum.

Fig.6.7. PEr *num.*55. inueni motum Latitudinis Medium (VRN), & per *num.*37 motum Medium (XKRN) ab initio ♈, vtrobique ad tempus datum. Aufer motum Medium Latitudinis (VRN) à motu Medio Lunæ (XKRN). Reſiduum (XKV) erit diſtantia Nodi (V) ab initio ♈. In ſubtractione memento Regulæ tertiæ *num.*54. *lib.*1.

NVMERVS LIX.

Nodi Borei locum in Zodiaco independenter à Latitudinis motu inuenire ad tempus datum.

N*Vmero* 53 *ſub finem* diſtantia Nodi Borei ab initio ♈, ſecundùm ordinem Signorum, reperta eſt Graduum 170.15′.38″, ad initium Anni 1644. Inde numera temporis interuallum vſque ad momentum datum, & motum Nodi ei competentem collige per §.6.*nu.*54, quem Radici Epochæ Grad.170.15′.38″, ſubtrahe, ſi momentum datum Epochâ poſterius

eſt,

eſt; adde, ſi anterius. Prodibit diſtantia Nodi ab initio ♈ ad tempus datum, ſecundùm ordinem Signorum numerata.

Nota. Quia motus Nodorum fit in præcedentia, hìc oportuit ſubtrahere, cùm in alijs Medijs motibus factis in conſequentia, debuiſſet addi; & viciſſim hìc addi, cum ſubtrahi in alijs. Ratio patet ex dictis *num.54.lib.1.*

NVMERVS LX.

Ad datum tempus, ſiue in Syzygijs, ſiue extra, Verum motum Lunæ in Latitudinem, aliter quàm Num.56 & 57, inuenire,

AD datum tempus inueni Lunæ diſtantiam Veram (XRP) ab initio ♈ per *num.* 40. 46. 47. Deinde ad idem tempus per *num.præced.* reperi diſtantiam Nodi (XKV) ab initio ♈. *Fig.6.7.*
Hanc aufer ab illâ, remanebit motus Lunæ Verus in Latitudinem (VRP) ad tempus datum, In ſubtractione memor eſto Regulæ tertiæ *num.*54. *lib.*1. quæ, vt iſthic monui, in omni ſubtractione eiuſmodi verſari ob oculos debet.

CAPVT VII.

Inquiritur Latitudo Lunæ.

NVMERVS LXI.

Maximam Lunæ Latitudinem, ſiue diſtantiam Limitum ab Eclipticâ, in Syzygijs, & Quadraturis inuenire.

LAtitudo maxima Lunæ eſt arcus Maximi circuli per Polos Eclipticę & Limites tranſeuntis, inter Lunæ Eccentricum & Eclipticam interceptus.

Omiſſis aliorum modis, in quibus videtur circulus committi, dum ijs vtuntur, quæ à Latitudine ipsâ dependent, proponam eum, quo vſus eſt Ptolomæus.

§.1. Inprimis locus obſeruationis is eſſe debet, vt Luna aliquando ſit in vertice obſeruatoris, aut propè eum: ſic enim parallaxis Altitudinis erit, vel nulla, vel modica. Talis fuit Alexandria, vbi Æquatoris Altitudo ſupra Horizontem, Ptolomæo teſte, eſt Graduum 59.2'; cui ſi addes diſtantiam Tropici ab Æquatore Grad.23. 30', & maximam Latitudinem Lunæ Grad. (vt mox patebit) 5, poterit aliquando Lunæ Altitudo Meridiana eſſe Grad.87: in *a per num. 31.lib.1.*
quâ Altitudine parallaxis minor eſt 4 Minutis.

Suppoſito igitur loco ad obſeruandum idoneo, inquire quo Meridiano tempore Luna *Fig.26.*
futura ſit, & in principio Cancri, & in Limite Boreo, ſeu diſtans à Nodo Boreo Gradibus 90: tunc enim Altitudo Lunæ maxima erit quæ eſſe poteſt (puta OF), & Latitudo Lunæ etiam erit maxima, & Meridianus tranſibit per Polos Eclipticæ, vtrobique nimirum Nodo exiſtente in ipſo margine Horizontis, ac proinde arcus Meridiani F D, maximam Lunæ Latitudinem metictur.

Porro quando Luna in Meridie futura ſit in principio ♋, ſciri poteſt *ex n.*40.46.47; quando in Limite Boreo, *ex nu.*56.57. Inuento igitur eiuſmodi Meridie in ipſo eius momento, metire Altitudinem Lunæ (F O): à quâ ſubtrahe Altitudinem Æquatoris (B O) (quæ innoteſcit per *num.*27. *lib.*1) & (BD) diſtantiam maximam Eclipticæ ab Æquatore, quæ eſt *b* Grad. *b per num. 31.lib.1.*
23.30'. Relinquetur (F D) Latitudo Lunæ maxima.

§.2. Hoc modo Ptolomæus reperit Latitudinem maximam Lunæ Grad. 5 quàm proximè, eamque putauit eſſe ſtabilem; quem Aſtronomi omnes vſque ad Tychonem ſecuti, tam in Syzygijs quàm extra eas, Latitudinem Lunæ maximam 5 Graduum aſſumpsêre, quòd eam aduerterent Eclipſium Phœnomenis proximè ſatisfacere.

§.3. At Tycho *tomo* 1. *Progymn. pag.*126. & *in Epiſt. pag.*140 affirmat ex ſuis diligentiſſimis obſeruationibus euidenter ſibi conſtare maximam Lunæ Latitudinem, ſiue Diſtantiam Limitum ab Eclipticâ in Syzygijs eſſe Grad. 5 quamproximè, videlicet Grad.4.58'.30": at in Quadris Grad.5.17'.30". Ex quo conſequens eſt Latitudinem maximam Lunæ à Syzygijs ad Quadraturas continuè augeri, à Quadraturis autem ad Syzygias continuè minui. Tychoni

ſubſcribunt Rothmanus, Longomontanus, Maginus, Mulerius, Bullialdus. Lansbergius in Quadris eam ſtatuit Grad. 5. 16′, nullâ peculiari obſeruatione id confirmans, qui ideo à Ricciolo reprehenditur. Ricciolus verò ſibi nondum ait rem ſatis liquere, quem vide *pag.* 220. *in Scholijs, num.* 3. Tychoni omnium diligentiſſimo obſeruatori, dum eius obſeruationes prodeant, fides adhibenda. Bullialdus ſanè inconſultum cenſet à Tychonicâ Latitudine recedere, quòd eam in applicationibus Lunæ ad Fixas ad amuſſim cum cælo conſentire ſæpiùs ſit expertus.

NVMERVS LXII.

Extra Syzygias, & Quadraturas ad datum tempus diſtantiam Limitum ab Eclipticâ, reperire.

a per corol. num. 46. QVære ad datum tempus Longitudinem Lunæ [a] Veram à Sole: ex quâ cognoſces an Luna tendat à Syzygijs ad Quadraturas, an contra à Quadraturis ad Syzygias. Cùm enim motus Lunæ à Sole eſt minor Grad. 90, Luna tendit à ☌ ad □ primam: cùm eſt maior Gr. 90; ſed minor 180, tendit à □ primâ ad ☍: cùm eſt, maior Grad. 180, ſed minor 270, tendit à ☍ ad □ ſecundam: cùm eſt maior Grad. 270, tendit à □ ſec. ad ☌.

Si ergo Luna tendat à ☌ ad □, ita ratiocinare: cùm Luna diſtat à Sole Grad. 90 ac proinde cum eſt in □, diſtantia Limitis ab Eclipticâ excedit 5. Gradus, diſtantiam nempe Limitis in ☌ Minutis 17′. 30″: igitur cùm à Sole diſtat ex. gr. Gradibus 30, diſtantia Limitis quot Minutis excedet Gradus 5? Per Reg. proport. exceſſum quæſitum reperies: quem ſi ad Gradus 5 adieceris, proueniet diſtantia Limitis ab Eclipticâ ad tempus datum. Hunc in modum ad ſingulos Gradus Longitudinis Lunæ à Sole, vſque ad □ primam, diſtantia Limitis reperitur, & in Tabulam conijcitur. Neque opus eſt calculum pro reliquis Quadrantibus iterare. Nam à □ primâ ad ☍ eodem ordine, ſed inuerſo, diſtantia Limitis decreſcit, quo ante creuerat; & à ☍ ad □ ſec. eodem ordine rurſum creſcit; & à □ ſec. ad ☌ eodem ordine, ſed inuerſo, iterum decreſcit.

NVMERVS LXIII.

Ad datum tempus in Syzygijs & Quadris Veram Latitudinem Lunæ Geometricè ſupputare.

a per num. 56, 57, vel 60. §. 1. AD datum tempus inquire [a] Veram Lunæ diſtantiam à Nodo Boreo; quæ ſi ſit Grad. 0. vel 180, nulla erit Latitudo Lunæ: ſi Grad. 90 aut 270. Luna erit in Limite alterutro, ac proinde eius Latitudo eadem, quæ Limitum: vnde, quando tunc eſſet ☌
b per nu. 61 aut ☍, Latitudo Lunæ foret [b] Grad. 5, quando □ □, Grad. 5. 17′ 16″.

Quod ſi ex cognitâ Lunæ diſtantiâ à Nodo Boreo cognoueris eam eſſe extra Nodos, & Limites, inde pariter cognoſces eius à Nodo proximo diſtantiam; vt ſi repereris diſtare Lunam à Nodo Boreo Grad. 120, Nodus Lunæ proximus erit Auſtrinus, & ſi à Grad. 180 ſubducas Grad. 120, remanent Grad. 60 pro diſtantiâ Lunæ à Nodo Auſtrino ſibi proximo.

Fig. 31. Quadrans igitur Eclipticæ eſto AB. Quadrans Orbitæ Lunaris AC: A, Nodus alteruter: C, Limes alteruter: Diſtantia Lunæ à Nodo ſibi proximo A, ad datum tempus iam inuenta ſit AE: arcus C B, E D partes ſint circulorum Maximorum per Polum Eclipticæ, & Limi-
c patebit ex num. 68. tem C, ac locum Lunæ E tranſeuntium. Igitur in triangulo Sphærico angulus E D A [c] rectus eſt: angulus autem A, quia eum metitur [n] arcus B C diſtantia Limitis C ab Eclipticâ,
n patebit ex num. 66. defin. 4. & num 70 eſt Grad. [d] 5 in Syzygijs, in Quadris autem Grad. 5. 17′. 30″, & latus A E notum eſt, ex. gr. Grad. 73. Ergo notum fiet [e] latus E D, quæ eſt Latitudo [o] Lunæ ad datum tempus in Syzygijs, vel Quadris.

d per nu. 61 e per trigonom. Sph. prob. 2. o defin. 7. num. 48. §. 2. Hunc in modum ad ſingulos Gradus diſtantiæ Lunaris à Nodo proximo, vſque ad 90, reperiuntur Latitudines Lunæ, & in Tabulam conferuntur pro Syzygijs; quando nimirum angulus A eſt Grad. 5. Deinde ſimilis conſtruitur Tabella pro Quadris, cùm nempe angulus A eſt Grad. 5. 17′. 30″. Non ſolent tamen Latitudines in Quadraturis deſcribi integræ, ſed tantùm earum exceſſus ſupra Latitudines in Syzygijs, ob cauſam *num. ſeq.* indicandam.

NVME-

NVMERVS LXIV.

Ad datum tempus extra Syzygias & Quadraturas, Veram Latitudinem Lunæ Geometricè ſupputare.

§. 1. PEr *num.62* inquire diſtantiam Limitum ab Eclipticâ ad tempus datum, quæ ex. gr. ſit Grad. 5. 10′. Reperi deinde ad idem tempus diſtantiam [a] Lunæ Veram à Nodo Boreo: ex quâ ſi cognoueris Lunam verſari in Limite alterutro, eius Latitudo eadem erit, quæ Limitum, ex. gr. Grad. 5. 10′. Quod ſi Luna extra Limites exiſtat, cognoſces, vt *nu. præced.* eius diſtantiam à Nodo proximo.

[a] *per num. 56. 57 vel 60.*

Eſto igitur Quadrans Eclipticæ AB; Quadrans Orbitæ Lunaris AC; diſtantia nora Lunę à Nodo ſibi proximo AE: Arcus CB diſtantia Limitis ab Eclipticâ inuentus ad tempus datum ex. gr. Grad 5. 10′; arcus ED, diſtantia Lunæ ab Eclipticâ, ſeu Latitudo Lunæ. *Fig. 31.*

Quoniam in triangulo ſphærico ADE rectangulo [n] ad D, notus eſt angulus A, Grad. 5, 10′, quia eum metitur [o] arcus CB Grad. 5. 10′: & Latus AE notum eſt, diſtantia nempe Lunæ à Nodo A, etiam latus [b] ED innoteſcet, Latitudo Lunæ quæſita ad datum tempus. Atque hunc in modum Latitudines Lunæ ad ſingulos Gradus diſtantiæ Lunaris à Nodo vſque ad 90 reperientur.

[n] *vt patebit ex num 68*
[o] *patebit ex defin. 4. nu. 66, & ex num. 70.*
[b] *per trigon. ſph. probl. 2.*

§. 2. At ſi Tabulas Latitudinum Lunæ extra Syzygias & Quadraturas volueris condere, niſi compendio vtaris, infiniti laboris negotium ſuſcipies. Cùm enim (vt dictum §. 3. *nu. 61*) CB diſtantia Limitis ab Eclipticâ, adeóque & angulus ſphæricus A, per Quadrantem integrum à Syzygiis ad Quadras, & contra aſſiduè varietur, 90 Latitudinum Tabulæ eſſent conficiendæ. Sed hunc laborem effugies, ſi vnam conſtruxeris Latitudinum Tabulam pro Syzygijs, & Latitudinibus ſingulis hiſce Syzygialibus adſcripſeris exceſſus Latitudinum in Quadris, vt *num. præc.* §. 2 docui: ſic enim Latitudinem Lunæ ad datum tempus, nullâ aliâ Tabulâ conſtructâ, reperies hunc in modum.

Inquire ad datum tempus per *num. 63*, Latitudinem Lunę (QD), ac ſi tum eſſent Syzygiæ, quæ ſit ex. gr. Grad. 3. 8′. Ad idem tempus inquire Latitudinem Lunæ (OD) ac ſi tum eſſet in □, quæ ſit ex. gr. Grad. 3. 15′. Aufer priorē à poſteriori, vt habeas exceſſum (OQ) nempe Min. 7. de quo ſume partem competentem (EQ) Scrupulis proportionalibus, debitis tempori dato, eamque adde Latitudini Syzygiali (QD). Inquirendo autem Latitudinem Lunæ, ac ſi tum eſſent Syzygiæ, ipſa etiam proportionalia Scrupula reperies. Vt enim per *num. 63* reperias Latitudinem Lunæ Syzygialem ad datum tempus, opus eſt reperire diſtantiam Lunæ Veram [c] à Nodo; ad quod rurſum opus eſt diſtantiâ Lunæ [d] Verâ ab initio ♈: ad hanc demum requiritur, vt nota [i] fiat Eccentricitas (omnia ad tempus datum); cum quâ reperiuntur Scrupula proportionalia quæſita, vt tradidi *num. 45*. Ea porro ſint ex. gr. 40. Horum adminiculo pars competens de exceſſu accipietur, ſi fiat, vt 60 Scrupula ad Scrup. 40, ita exceſſus (OQ) Minutorum (7) ſupra inuentus ad Aliud: prouenient quippe Grad. 0. 4′. 40″, ex. gr. quæ addita Latitudini Syzygiali (QD Grad. 3. 8′, ſupra inuentæ) dabunt Latitudinem quæſitam (ED) ad tempus datum extra Syzygias & Quadraturas (Grad. 3. 12′. 40″.) *Fig. 32.*

[c] *per num. 56 57.*
[d] *qua nota fit per n. 46*
[i] *per nu. 43*

Aliter ſumetur pars competens de exceſſu hunc in modum: Si ad datum tempus Latitudo Lunæ (OD) in □□, hoc eſt diſtantis à Sole Grad. 90, Latitudinem (QD) in ☌ vel ☍ excedat arcu OQ ex. gr. Minut. 7: igitur Latitudo Lunæ extra □□ & ☌ ☍, diſtantis à Sole ex. gr. Gradibus 40, Latitudinem eandem QD in ☌ vel ☍, quot Minutis excedet? per Reg. proport. fiat vt diſtantia à Sole Grad. 90 ad diſtantiam à Sole Grad. 40, ita exceſſus OQ, Num. 7, ad Aliud: prodibunt pro EQ, minuta $3\frac{1}{9}$, quæ addita Latitudini Lunæ QD in ☌ aut ☍, dabit Latitudinem Lunæ ED extra ☌ ☍ & □□, ad tempus datum. *Fig. 32.*

NVMERVS LXV.

Reductio Lunæ ad Eclipticam.

QVadrans Eclipticæ eſto AB. Intelligitur circulus Maximus per Polos Eclipticæ, & B ductus, cuius pars ſit arcus CB inter Eclipticam, & Lunæ Orbitam AC interceptus. Erit etiam arcus Eccentrici, ſeu Orbitæ Lunaris AC, Quadrans circuli, & angulus ad B [a] rectus erit: arcus autem BA erit Lunæ à Nodo A diſtantia in Eclipticâ; quæ, ſi Luna exiſtat in Limite C, æqualis eſt ipſi CA diſtantiæ Lunæ à Nodo A in ſuâ Orbitâ, ac proinde nullâ Reductione eſt opus. *Fig. 31.*

[a] *videnu. 68.*

Exiſtat deinde Luna extra Limites, puta in E. Per Polos Eclipticæ, & per E ducatur circulus Maximus, cuius pars ſit arcus ED. Erit [b] angulus EDA rectus, & DA eſt diſtantia Lunæ à Nodo in Eclipticâ, eaque iam inæqualis eſt arcui EA diſtantiæ Lunæ à Nodo in ſuo Eccentrico. Inuenire igitur arcum DA, eſt Lunam reducere ad Eclipticam. Inuenitur autem ſic. Per *num.* 61. *&* 62 nota fit ad tempus, quo Luna eſt in E, diſtantia Limitis C ab Eclipticâ, arcus nempe CB; & per *num.* 56. *vel* 57, nota fit EA diſtantia Lunæ à Nodo A. Iam quia arcus AB eſt Grad. 90, & rectus ad CB erit Nodus A [d] Polus Maximi circuli, cuius BC pars eſt; ac proinde [m] arcus BC metitur angulum A. Cùm ergo notus ſit arcus BC, etiam angulus A notus erit. Quoniam igitur in triangulo rectangulo ſphærico EDA, notus eſt angulus A, & latus EA, etiam [o] DA innoteſcet; quod petebatur.

b ibidem.
d per num. 70
m per deſin 4 num. 66.
o per trigonom ſphær. probl. 14.

Porro quia iam ſcitur quantùm D locus Lunæ in Eclipticâ diſtet à Nodo A, ſi per *num.* 58. *vel* 59, nota fiat diſtantia Nodi ab initio ♈, etiam diſtantia loci reducti Lunæ D, ab initio ♈, nota erit.

Hunc in modum fiunt Tabulæ Reductionis Lunæ ad Eclipticam. Sed quoniam angulus A (vt *numero* 61. §. 3 expoſuimus) continuè variatur, extruendæ eſſent ad ſingulas mutationes anguli Tabulæ ſingulæ. Verùm tanto labore non eſt opus: ſufficiet enim vnica ad huius anguli quantitatem Mediam, videlicet Grad. 5. 8′; cum maxima ſit Grad. 5. 17′. 16″, minima Grad. 5. Eiuſmodi Tabulam exhibuit Tycho *tomo* 1. *Progym. pag.* 118: quâ vtendo nunquam committes errorem dimidio Minuto maiorem.

Maxima porro Reductio Lunæ ad Eclipticam eſt ferè 7 Minutorum.

CAPVT VIII.

De inuentione Lunæ in Gradu Eclipticæ Nonageſimo, atque eâ occaſione rudimenta quædam doctrinæ Sphæricæ.

NVMERVS LXVI.

Definitiones Sphæricorum Triangulorum.

QVando frequens deinceps futurus eſt Sphæricorum Triangulorum vſus, imo ſub finem capitis præcedentis iam eſſe cœpit, eorum prima quædam rudimenta, ne aliundè peti debeant, quàm breuiſſimè recenſebo.

1. *Angulus Sphæricus* eſt, quem in Sphæræ ſuperficie efficiunt duo arcus circulorum Maximorum ſeſe mutuò ſecantes.

Fig. 33.

2. *Angulus Sphæricus rectus* eſt quem in ſuperficie Sphæræ efficiunt duo arcus, duorum Maximorum circulorum (ABGC, ADGE) ſe mutuò perpendiculariter interſecantium. Tales ſunt anguli BGD, BGE, item CGD, CGE.

3. *Triangulum Sphæricum* eſt quod tribus arcubus circulorum Maximorum in Sphæræ ſuperficie continetur.

4. *Arcus Maximi circuli Sphæricum angulum metiens*, ille eſt qui ex anguli vertice tanquam Polo inter crura anguli deſcribitur.

Quid ſit Polus circuli, expoſitum eſt defin. 3. num. 1. lib. 1.

Angulus eſto Sphæricus DBG, ex cuius vertice vt polo deſcriptus ſit arcus DG. Arcus DG metitur angulum DBG.

NVMERVS LXVII.

Maximi in Sphæra circuli ADGE polus eſto B, centrum A. Recta BA à polo ad centrum ducta, circulo ADGE perpendicularis eſt.

Fig. 33.
a per def. 3. lib. 1. num. 1.
b per 8 1.
c per def. 4. 1.

DVcantur BD, BG, BE. Triangula DBA, EBA ſibi mutuo æquilatera ſunt: nam AD, AE æquales ſunt, quia ex A centro; BD, [a] BE, quia ex polo B ad circumferentiam DGE; AB verò communis. Ergo anguli BAD, BAE [b] æquales ſunt. Ergo [c] recti. Pari modo oſtendam æquari angulos BAE, BAG. Quare cùm BAE oſtenſus ſit rectus, etiam

BAG

BAG rectus erit. Ergo cùm BA ad rectas AG, AE, ſeſe in plano circuli ADGE ſecantes, perpendicularis ſit, etiam circulo ipſi [d] ADGE perpendicularis erit. d per 4.11.

NVMERVS LXVIII.

Maximus in Sphæra circulus ſit ADGE, per cuius polum B alius tranſeat Maximus circulus ABGC. Hic ad illum perpendicularis eſt, & angulus BGD rectus. Fig. 33.

EX polo B ad A Sphæræ centrum ducatur recta BA. Hæc ad circulum ADGE perpendicularis eſt per *præced.* Circulus autem ABGC ex hyp. tranſit per B, &, quia Maximus etiam per centrum A: adeoque per rectam BA: quæ quia perpendicularis eſt ad circulum ADGE, etiam circulus ABGC [d] circulo ADGE perpendicularis eſt, adeóque per *defin.* 3. angulus BGD rectus eſt. d per 18.11.

NVMERVS LXIX.

Angulum Sphæricum Rectum metitur Quadrans circuli.

DVo Maximi Sphæræ circuli ABDC, ABGC ſe mutuò perpendiculariter ſecent, conſtituentes angulum rectum Sphæricum DBG. Deinde ex B anguli vertice, tanquam polo, deſcribatur circulus Maximus ADGE. Arcus igitur DG [a] metitur Sphæricum angulum rectum DBG. Dico arcum DG eſſe Quadrantem. Ducatur enim ex B polo circuli ADGE ad centrum A, recta BA. Hæc ad [l] circulum ADGE perpendicularis eſt. Quare etiam circulus ADBEC per eam tranſiens ad [m] ADGE circulum, rectus eſt, & è conuerſo ADGE ad ADBEC perpendicularis, ſeu rectus eſt. Sed ex hyp. etiam ACGB ad eundem ADBEC rectus eſt. Ergo etiam GA communis ſectio circulorum ADGE, ACGB, ad [n] circulum ADBEC recta eſt. Ergo etiam GA ad [o] rectam AD in circulo ADBEC ductam, recta, ſeu perpendicularis eſt, & angulus DAG rectus. Arcus igitur DG metiens angulum Sphæricum rectum DBG, eſt Grad. 90. ſeu Quadrans circuli.

Fig. 34.
a per defin. 4. num. 66.
l per num. 67
m per 18.11
n per 19.11.
o per def. 3. 11.

NVMERVS LXX.

Circuli Maximi ADGEK, AGBKC, ad inuicem recti, per mutuos tranſeunt polos.

NAm ab interſectione G numerentur in B Gradus 90. Dico B eſſe polum circuli ADGEK. Rurſum ex G in E numerentur Gradus 90: dico E eſſe polum circuli AGBKC. Fig. 34.

Ex Sphæræ centro A in circulo ADGEK, ducatur quæuis AF, itemque AB, AE; iunganturque BF, BE. Quoniam AB ex centro A biſecat ſemicirculum GBC (eſt enim [a] GB Grad. 90); liquet AB eſſe rectam diametro GAK, quæ eſt circulorum AGBKC, AGDKE ſectio communis. Quia ergo BA eſt in plano AGBKC ad AGDKE [b] recto, & ſimul recta eſt ad communem eorum ſectionem GAK, liquet BA eſſe [c] rectam plano AGDKE. Ergo BA recta [d] eſt ad lineas AF, AF, & anguli BAF, BAE recti, adeóque æquales ſunt. Quare cùm etiam AF, AB, æquales ſint AE, AB; etiam BF, BE [i] æquales erunt. Eodem modo quæuis rectæ ex B ad peripheriam DGEK ductæ, oſtenduntur æquales. Ergo B polus eſt [q] circuli AGDNE.

Non aliter demonſtrabitur E polus eſſe circuli AGBKC. Liquet ergo propoſitum.

a conſtr.
b per hyp.
c ex defin. 4.11.
d per def. 3. 11.
i per 4. 1.
q per def. 3. lib. 1.

NVMERVS LXXI.

Circulo Sphæræ Maximo AFKEI, inſiſtat medietas alterius circuli Maximi AFDE. Polus circuli AFKEI ſit B; Polus circuli AFDE, ſit C. Dico circulum Maximum AGDI; qui tranſit per polos priorum, B, & C, ſecare biſariam in D ſemicirculum FDE.

AD A centrum ducantur rectæ CA, BA, DA. Secent autem circuli AFDE, AGBI, circulum AFKGEI ſecundùm diametros FE, GI. Quia B eſt polus circuli AFKGEI, Fig. 35.

erit

poſitam FA. Si-
DE, adeoque, &
ntes in A, recta eſt,
A recta eſt. Quo-
ſemiperipheriam

omento ſupra Hori-
D à Verticali; GCBI,

per Polos B, & C,

liptica in Meridia-

s tranſit ſemper per

eſimo exiſtet,

gibboſa. Cùm
r directè Solem
exactè in circulo
niam nunquam
culo quàm pro-

itates vtriuſque
mento Luna in

um, filo exactè
ed, per ea quæ
Eclipticæ tranſ-
rnuum, tranſit
Eclipticæ, eius
nte Nonageſi-
o etiam ſunt in

ASTRO-

ASTRONOMIÆ

LIBER TERTIVS

DE SOLIS ET LVNÆ

PARALLAXI, REFRACTIONE, DIAMETRO APPARENTE, DISTANTIA, MAGNITVDINE.

CAPVT PRIMVM.

Dimenſio Temporum Vibrationibus Perpendiculi.

CVm in rebus Aſtronomicis maximi momenti ſit accurata temporis dimenſio, eiuſque vſus ſub ipſum ſtatim huius libri exordium in determinandâ Parállaxium quantitate futurus ſit, de eâ breuiter hoc Capite agendum erit. Menſuræ porro temporis variæ ſunt excogitatæ, ſed vna omnium tutiſſima exactiſſimaque ea eſt, quæ per vibrationes Perpendiculi obtinetur.

NVMERVS PRIMVS.

Perpendiculi ad menſuram temporis accommodati forma, & definitiones eò pertinentes.

AD regulam, a ſeu trabeculam ferream FT, affixæ ſint duæ laminæ ferreæ FG, HK, mutuò parallelæ; quibus cylindrus CI, axe vtrimque prominente inſertus ſit, regulæ ferreę FT æquidiſtans, ſic vt circumagi expeditè & æquabiliter poſſit, quod quidem præcipuâ curâ & induſtriâ curandum eſt. Fiat deinde ſphærula metallica, quæ à catenulâ ex minutis annulis (quos ſchema non bene exprimit) confectâ, ſuſpendatur ex O. Sphærula non excedat duas libras, ne axis cylindri nimium atteratur, & catenula tres ſaltem pedes ſit longa, aliàs nimis citò motus ceſſabit. His ita præparatis, tota machina trabi alicui cochleis vel aliter affigatur, ſic vt laminæ FG, HK ſint ad Horizontem rectæ, adeoque cylindrus CI ad eumdem parallelus. Sphærula deinde, tensâ ſemper catenulâ, in plano Verticalis per OA ad laminas FG, HK parallelè ducti, attollatur ex A in L. Vbi eam ſibi permiſeris, vltra citraque perpendicularem OA, per circuli arcum mouebitur ex L in M, ex M in N, ex N in P, ex P, in Q, ex Q in R donec extincto motu in OA conquieſcat. *Fig. 1.* *a Ricciol. Alm. l. 2. cap. 22.*

Perpendiculum vocabimus, totam machinulam iam expoſitam: quam deſumpſi ex Riccioli *Almag. lib. 2. cap. 20.*

Vibratio Perpendiculi eſt motus eius ex L in M, vel ex M in N, & ſic deinceps.

Vibratio compoſita, eſt motus ex L in M, & ex M in N.

Altitudo Perpendiculi, eſt AO, diſtantia centri Sphærulæ ab axe cylindri CI.

NVMERVS II.

Eiuſdem Perpendiculi vibrationes æquè multæ, æqualibus temporibus abſoluuntur.

VT ſi primò numeres 1000 vibrationes, ac deinde mille alias; mille primæ abſoluentur eodem tempore, quo mille ſecundæ. Illuſtrem hanc motus proprietatem primus deprehendit

prebendit Galilæus, poſt quem multi ſuis eam ſcriptis illuſtrarunt.

Probatio rudior fit Clepſidris & Horologijs; ſed longè accuratiſſima ea eſt, quam tradit Ricciolus *lib. 2. Almag. cap. 22. prop. 1*, & eſt huiuſmodi.

Fig. 2.
a per num. 26. lib. 1.

Inuentâ lineâ a Meridianâ C B, ſuſpende filare Perpendiculum D A, Meridianam tangens in A. Tum ex eodem puncto D, tende filum D C vſque ad Meridianam in C. Triangulum filare A D C, exhibebit planum Meridiani. Oculo deinde poſito poſt filum D A, expecta donec centrum alicuius ſtellæ ab vtroque filo tegatur; eo enim momento ſtella in Meridiano o exiſtet. Tum ſocius illico Perpendiculum moueat, & numerare vibrationes incipiat, donec alia ſtella eodem modo fuerit obſeruata Meridianum attigiſſe. Quod ſi nocte ſequenti inter tranſitus ſtellarum earumdem per Meridianum, vibrationes eiuſdem Perpendiculi numerentur, idem erit vibrationum numerus, qui nocte præcedenti, aut certè differentia contemptibilis erit. Atqui tempus à tranſitu vnius ſtellæ vſque ad tranſitum alterius, vtrâque nocte, imo aliâ quacumque, eſt exactiſſimè æquale. Ergo vibrationes eiuſdem Perpendiculi æquè multæ, æquali tempore fuerunt abſolutæ.

o *Mechanicen accuratam huius filaris trianguli vide apud Ricciolum l. 5. c. 15. Prob. 8.*

Ita Ricciolus tribus noctibus facto experimento, à tranſitu Spicæ, ad tranſitum Arcturi cum duobus exercitatiſſimis ſocijs, bis numerauit vibrationes 3212, & ſemel 3214, calculis poſt tricenas quaſque vibrationes in vas iniectis.

Curandum porro eſt diligenter, I. vt Perpendiculi motus ſemper maneat in eodem Verticali; II. vt ſi languidior euaſerit motus, & breui videatur extinguendus, Sphærula ex. gr. deſcendens ex R, vbi fere Perpendicularem attigerit, trahatur in L, & ſtatim dimittatur: ita vibrationes per multas Horas poterunt continuari. III. Vt arcus A L, per quem Sphærula attollitur, numquam excedat Gradus 90, imò conſultum eſt vt non excedat 45.

Corollarium.

Hinc *patet I. vibrationes eiuſdem Perpendiculi, ſingulas ſingulis æquitemporaneas eſſe.*

Patet II. tempora vibrationibus proportionalia eſſe, & è conuerſo: vt ſi tempore, A, peractæ ſint vibrationes X, & tempore B, vibrationes Z: Tempus A eſt ad tempus B, vt vibrationes X ad vibrationes Z: & contra.

A.	X.	3400
B.	Z.	8702

NVMERVS III.

Dati Perpendiculi, quot vibrationes, vnâ Horâ, vel aliâ quâuis Diei Naturalis parte notâ abſoluantur, inuenire.

Dicet quiſpiam fortaſſe, qui ſtatum difficultatis non perceperit: numera vibrationes ab alicuius Horæ principio vſque ad finem eius, & ſcies quot vibrationes vni Horæ conueniant. At quomodo numerabis vibrationes Horæ ſpatio peractas, niſi priùs exhibere tempus noueris, quod eſſe Horam, hoc eſt vigeſimamquartam Diei Naturalis partem certò ſcias. Id quidem adhuc latet, atque independenter à vibrationibus Perpendiculi debet innoteſcere.

Quæſitum igitur hoc artificio obtinebitur. Eligantur duæ ſtellæ in Æquatore poſitæ. Eiuſmodi ſunt, ea quæ eſt in pectore Antinoi, & ea, quæ in flexu manus dextræ Aquarij. Prima eſt in Æquatore præciſè; altera limbulo ſuo Æquatorem tangit, quæ differentia nullius in hoc negotio momenti eſt. Has porro ſtellas eſſe in Æquatore comperies, ſi Altitudines a earum Meridianas inquiras: has enim comperies cum Altitudine Æquatoris (quæ per *Num. 27. lib. 1.* innoteſcit) conuenire. Æquator iam eſto A B C, Horizon X Z, Meridianus Z D X. Ope Filaris Trianguli obſerua (vt docui *Num. præced.*) quo momento centrum primæ ſtellæ A, attingit Meridianum Z D X, eodemque incipe vibrationes Perpendiculi numerare, vſque dum centrum ſtellæ ſecundæ B eumdem Meridianum attingat. Ita ſcies quot vibrationes ſint factæ eo temporis ſpatio, quo arcus Æquatoris A B, Meridianum pertranſiit. Tempus verò illud ſic fiet notum. Metire quàm accuratiſſimè vtriuſque ſtellæ diſtantiam, quæ eſt ipſe Æquatoris arcus ab ijs interceptus A B: is porro eſt Grad. 36. 25′ ferè. Poterit eum Lector, cùm voluerit, accuratiùs explorare. Ego eam quantitatem exempli gratiâ aſſumo. Æquatoris autem Gradus 36. 25′ Meridianum b pertranſeunt Horis 2. 23′. 53″. 57‴. 30″. Cùm ergo ſciam quot vibrationes ſint peractæ interim dum arcus A B Meridianum pertranſijt, etiam ſcio totidem peractas eſſe Horis 2. 23′. 53″. 57‴. 30″: ſit autem ex. gr. vibrationum ille numerus 7500.

a *per num. 28. lib. 1.*
Fig. 4.
b *per num. 32. lib. 1.*

Hunc

Hunc in modum poſtquam ſemel reperimus, quot vibrationes aliquâ Diei Naturalis parte abſoluantur, inde quot cuiuis alteri vibrationes conueniant, nullo iam negotio reperiemus. Velim ſcire quot eiuſdem Perpendiculi vibrationes debeantur vni Horæ. Per *corol.* 2. *præc.Num.* vt Horæ 2. 23'.53''.57'''.30'''' ad Horam. 1, ita vibrationes ex.gr.7500 debitæ (vt iam inuentum eſt) Horis 2. 23' &c. ſunt ad vibrationes debitas Horæ 1. Quare per Reg. Prop. quot vibrationes vni Horæ conueniant, innoteſcet.

Scholium.

I. Ricciolus vſus eſt duabus ſtellis ex. gr. F, G, extra Æquatorem poſitis: Vt ergo notum faceret tempus à tranſitu ſtellæ G per Meridianum, ad tranſitum alterius F per eumdem, reperire debuit earum Aſcenſiones Rectas, OA, OB; vt ex Aſcenſionum differentiâ notus euaderet arcus Æquatoris AB. Verùm Aſcenſionibus Rectis inueniendis ſe Parallaxis & Refractio immiſcent, quas hìc declinare conſultum eſt,

II. Erit fortaſſe cui videbitur nimis quàm operoſum Perpendiculi vibrationes per duas Horas, & ampliùs numerare. Sed is profectò non intelligit, quanta non modò peritia, ſed etiam patientia & labor in Aſtronomicis obſeruationibus requiratur. Ricciolus ſanè, vt ipſe refert lib.2.Alm. cap.20. prop. 11. *Sociis qui ſibi mutuò ſuccederent, nouem adhibitis, numerationem vibrationum ab vno Meridie in alium per Horas 24 continuauit. Rurſum à tranſitu Caudæ Leonis per Meridianum vſque alterum tranſitum, eiuſdem numerationem per alias 24 Horas produxit. Atque his nondum acquieſcens, duas ſtellas, vt hìc paulò ante commemoraui, adhibuit.*

III. Præter eas ſtellas quas aſſumpſi ſupra, aptæ ſunt ad eumdem finem etiam ſequentes quatuor, Æquatorem proximè ſtringentes:

In nodo Hydræ Occidentalior, ad gradum Æquatoris 138.20'.*fere:*
Ibidem alia Orientalior, ad grad. Æq. 140^{2} *fere.*
In alâ ſiniſtra ♍ ad grad. Æq. 186.*fere.*
Informis magn. 6. *ad grad. Æq.* 204. *fere.*

NVMERVS IV.

Datum quoduis temporis ſpatium notum facere:

HOc eſt, quanta Diei Naturalis pars ſit, nimirum quot contineat Horas, Minuta &c. inuenire.

Tempus datum ſit ex.gr. duratio alicuius Eclipſis. Numera quot vibrationes Perpendiculi dato tempore abſoluantur, quæ ſint ex.gr.9000. Deinde per *Num præc.* inueni, quot eiuſdem Perpendiculi vibrationes vnâ Horâ peragantur quæ ſint ex. gr. 3000. Cùm ergo 3000 vibrationum efficiant Horam vnam: 9000 vibrationum quot Horas efficient? per Reg. Prop. proueniunt Horæ 3, quibus datum tempus, quod erat ignotum, æquale eſt.

Demonſtratio patet ex *Coroll.*2.*Num.*2.

NVMERVS V.

Exhibere tempus æquale vni Horæ, vel cuiuis parti Diei Naturalis.

NVmera tot vibrationes Perpendiculi, quot per *Num.* 3. comperiſti vnâ Horâ abſolui: tempus quo numerus ille vibrationum peractus eſt, vni Horæ æquatur.

Si Tempus deſideras ex.gr. æquale Horis 2.25'; fiat vt Hora 1. ad Horas 2.25', ita numerus vibrationum vnius Horæ, qui notus eſt per *Num.*3, ad quartum prop. Erit hoc numerus vibrationum conueniens Horis 2.25', per *Cor.*2.*Num.*2. Numera igitur tot vibrationes Perpendiculi quot compereris Horis 2.25' conuenire. Tempus quo ille vibrationum numerus fuerit peractus, erit Horis 2.25' æquale.

NVMERVS VI.

Temporis momentum exactiſſimè notum facere.

NOtum ſit momentum, ſeu Inſtans temporis, quando ſcitur, inter ipſum & Meridiem quot Horæ, Minuta Prima, Secunda &c. intercedant. Inſtans porro Meridiei innoteſcit per *Num.*26 *lib.*1.

Numera vibrationes Perpendiculi à puncto Meridiei præcedentis, ſi ea eſt momento quæſito vicinior, vſque ad momentum quæſitum; vel à momento quæſito, vſque ad punctum Meridiei ſequentis, ſi ea momento quæſito vicinior eſt. Deinde fiat vt numerus vibrationum vnius Horæ notus per *Num.*3, ad numerum vibrationum hîc inuentum; ſic Hora vna, ad quartum proportionale: prodibunt Horæ, Minuta prima, Secunda &c. quibus momentum quæſitum diſtat à Meridie ſibi proximâ.

Demonſtratio patet ex *Corol.*2. *Num.*2.

CAPVT II.

Modus inueniendi Parallaxim Lunæ in circulo Altitudinis, & ex eâ diſtantiam Lunæ à centro Terræ

NVMERVS VII.

De triplici loco Solis & Lunæ.

HActenus duplicem Solis & Lunæ locum, videlicet Medium & Verum, cognouimus: deinceps eriam, cum Parallaxes attingemus, tertius ſeſe offeret Apparens nempe, ſeu Viſus. Luminarium igitur locus eſt triplex, Medius, Verus, Apparens ſeu Viſus; atque inde triplex Luminarium tam Longitudo, quàm Latitudo conſurgit, Media, Vera, Apparens, ſeu Viſa. Res ex ſchemate lucem accipiet.

Fig. 3. Zodiacus eſto G H O, eiuſque & Terræ centrum A; Terra A B Q; Zenith H; linea Verticalis H A; centrum Eccentrici in D; Eccentricus R N C S; in cuius puncto C, exiſtat centrum Lunæ vel Solis: per C tranſeat Verticalis, ſeu circulus Altitudinis A P C K M. Ex D centro Eccentrici per C centrum Luminaris ducatur D C, eique parallela A G, ex centro Terræ vſque ad Zodiacum t ducantur item ab Oculo in B, & à Terræ centro A, per Luminaris centrum C, rectæ B C F, A C L, occurrentes Zodiaco in F, & L.

Locus Medius Luminaris eſt G; Verus L; Apparens, ſeu Viſus F: & ſi principium Arietis ſit in X, Longitudo Media eſt X G; Vera X L; Apparens, ſeu Viſa X F. Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis eſt D C A, Parallaxis Altitudinis B C A.

Cæterum vt faciliùs intelligantur ſequentia, repetenda ſunt quæ de Parallaxi Altitudinis expoſui lib. 2.*num.*18 & 19.

Scholium.

Aſtronomi extra negotium Parallaxis, motum Verum & Apparentem promiſcuè accipiunt, quod à nobis etiam in præcedentibus ſubinde factum.

NVMERVS VIII.

Lunæ Declinationem Veram ab Æquatore ad datum tempus inuenire.

Fig. 5. COlurus Solſtitiorum ſit C A G; Æquator C E, eiuſque Polus A; Ecliptica F G, eiuſque Polus B; principia ♋ & ♑ in F, & G; princ. ♈ in D. Igitur D F eſt primus Quadrans Eclipticæ. Locus Lunę Verus eſto in O, per quem à Polo Eclipticæ B ducatur circulus Maximus B O P, Eclipticæ occurrens in P. Erit O P Latitudo Vera Lunæ, & P locus Verus Lunæ ad Eclipticam a reductus. Præterea per O, ex A Polo Æquatoris ducatur

a vide nu. 65. lib. 1.

circulus

circulus Maximus A O N, occurrens Æquatori in N, erit O N Declinatio Lunæ, quam oportet inuenire.

Inueni *c* ad tempus datum locum Lunæ Verum, eumque reduc *d* ad Eclipticam: ita nota erit Lunæ ab initio ♈ diſtantia D P in Eclipticâ, quæ primò ſit minor 90 Gradibus, ſeu Quadrante primo D F. Hanc igitur ſi demas à Grad. 90, remanent Gradus arcus F P, qui quòd eius Polus ſit ipſe anguli vertex B, metietur angulum *e* F B P, ſeu A B O, qui proinde notus eſt. Reperi deinde ad datum tempus Latitudinem *o* Lunæ, nempe O P: quâ detractâ ex Quadrante B O P, notus remanet arcus O B. Eſt verò etiam notus arcus *p* A B diſtantia Polorum, nempe Grad. 23. 30′. In triangulo igitur Sphærico A B O, quia nota ſunt duo latera A B, O B, & angulus ad B, etiam latus reliquum *r* A O innoteſcet. Hoc ſi demas ex Quadrante A O N, nota remanebit O N, Lunæ Declinatio Vera ad tempus datum.

c per num. 46. 47. lib. 2.
d per num. 65 lib. 2.
e per def. 4 nu. 66. lib. 2.
o per nu. 63. vel 64. lib 2.

Si Longitudo Lunæ ſit maior Grad. 90 adeoque pertineat ad Quadrantem ſecundum, tunc angulum ad B, metitur exceſſus Longitudinis Lunæ ſupra Grad. 90. Ex quibus etiam patet quî idem angulus in Quadrante 3 & 4 innoteſcat.

p per coroll. nu. 32. lib 1.

Hunc in modum conſtruuntur Tabulæ Declinationum Lunæ ad ſingulos Longitudinis & Latitudinis Gradus, quas vide apud Maginum, & Regiomontanum.

r trig. ſph. Prob. 16.

NVMERVS IX.

Parallaxeos Lunæ in Altitudinis circulo prima inueſtigatio.

Fig. 6. 7.

ALtitudinem Lunæ Meridianam (F B) quàm accuratiſſimè *a* obſerua ſed liberam à Refractione, cùm ea nempe non eſt minor Gradibus 38, aut 40; & momentum temporis quo Lunæ centrum Meridianum pertranſijt, fac notum, numerando vibrationes Perpendiculi, vt docui *num. 6.* vel adhibendo praxes, quæ tradentur *num. 36 huius lib. eiuſque corollario, aut num. 45. lib. 5*, à Lunâ penitus independentes. Ad hoc deinde temporis momentum prius conuerſum ex Apparenti in Æquale, ſeu Medium per *num. 58. §. 1. lib. 1.* inueni *b* Declinationem Lunæ Veram C D. Tum metire Altitudinem Æquatoris D B: quæ dimenſio quomodo independẽter ab omni Parallaxi & Refractione peragatur, patet ex *nu. 27. lib. 1.* Altitudini Æquatoris D B ſi addas vel demas Declinationem Lunæ Veram C D, prodibit Vera Altitudo Meridiana Lunæ C B; quæ ſemper maior *c* eſt Altitudine Apparenti, ſeu Viſâ. Quare ſi Altitudinem Viſam F B obſeruatione cognitam ſubduxeris à Verâ C B, nota fiet vtriuſque differentia C F, quæ eſt *d* ipſa Lunæ Parallaxis quæſita.

a per num. 18. lib. 1.
b per num. 5.
c per theor. 8. num. 19. lib. 1.

Hunc in modum abſque vllo vitioſo circulo, in quo à magnis etiam Aſtronomis vehementer eſt laboratum, Parallaxum inueſtigatio o *prima peragitur. Summi ea momenti eſt, neque poteſt expediri, niſi Solis & Lunæ motibus iam conſtitutis, id quod totis primo & ſecundo libro independenter à Parallaxi & Refractione præſtitimus.*

d per theor. 2. num. 19. lib. 1.
o Patebit hoc clarius ex nu. 20.

NVMERVS X.

Lunæ Apogeæ & Perigeæ in □ & ☍ tum diſtantia à centro Terræ, tum Parallaxis Horizontalis ſtatuitur.

§. 1. INquire tempus, quo Luna ſit Perigæa vel Apogea, & ſimul Quadrata vel Plena. Primum colliges ex *num. 37 lib. 2.* ſi nimirum Anomaliam reperias vel nullam, vel Graduum 180. Secundum ex 46, vel 47. *lib. 2.* Tum eadem agendo omnia quæ *num. præced.* ad momentum illud Parallaxim Lunæ reperies, ex quâ deinde diſtantiam Lunæ à centro Terræ, & Parallaxim Horizontalem elices hunc in modum.

Verticalis, ſeu Altitudinis circulus eſto A G F E; Semidiameter Terræ A B, centrum A; linea Verticalis F B A; Horizon Verus A E, Viſus B D. Parallaxis Lunæ, ſeu Apogeæ, ſeu Perigeæ, in □ vel ☍ iam inuenta ſit per *Num. præc.* adeoque angulus B C A; Parallaxis Horizontalis illi reſpondens A D B. Oporteat diſtantiam Lunæ A C, ſeu A D, & Hor. Parallaxim A D B inuenire. Quoniam ad inueniendam Parallaxim C, nota priùs reddi debuit *a* Altitudo Lunæ Vera C E, etiam C F diſtantia Vera Lunæ à vertice, adeoque & angulus F A C innoteſcet. Quia igitur in triangulo A C B, noti ſunt anguli C & B A C, etiam proportio laterum A C, A B, nota *b* fiet; ſcieturque proinde, quot Semidiametros Terræ A B, diſtantia C A Lunæ Apogeæ vel Perigeæ, in □ vel ☍, contineat.

Fig. 8.
a patet ex num. præc.
b per prob. 7 cap. 3. Geom præc.

Deinde, quia in triangulo rectangulo D B A nota eſt ratio laterum A B, A D, (eſt enim

c per probl. 4 cap 3. Geo. Pract. AD diſtantia Lunæ à centro iam inuenta), etiam angulus c D, ipſa nimirum Parallaxis Horizon. quæſita innoteſcet.

b Alm. li. 4 pag. 125. §. 2. Hæc inuentionis theoria eſt. Nunc quantitates ipſas, prout b à Ricciolo pluribus obſeruationibus ſunt inuentæ, ſubijcio. Quem vnum ex omnibus, ob inſignem eius in obſeruando peritiam hic viſum eſt adhibere.

I. In ☍ propè Apogeum, cùm nempe eſſet Anomalia Lunæ Æquata Grad. 4. 24'. 6'', inuenta eſt diſtantia Lunæ à Terræ centro, Semidiametrorum Terræ, 64. 13' ./. 64 13/60: Parallaxis Horizontalis Min. 53'. 44''.

II. In ☍, prope Apogeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Signorum 11. Grad. 25. 14'. 27'', inuenta eſt diſtantia à centro, Semid. 64. 20': Parallaxis Horiz. Min. 53. 35'. Sed in ipſo Apogeo diſtantia fuit Semid. 64. 15': Parallaxis Hor. Min. 53'. 30''.

III. In ☍, prope Perigeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 5. Grad. 24. 40', inuenta eſt diſtantia Semid. 54. Parallaxis Horiz. Min. 63. 43'. Sed in ipſo Perigeo diſtantia fuit Semid. 53. 45': Parallaxis Hor. Min. 63'. 55''.

IV. In □, proximè ad Apogeum, cùm nempe Anomalia Æquata eſſet Grad. 1. 45'. 3'', inuenta eſt Lunæ à centro Terræ diſtantia Semid. Terræ 66. 40'.

V. In □, prope Apogeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 11. Grad. 23. 16'. 30'', inuenta eſt diſtantia Lunæ, Semid. Terræ 66. 42': Parall. Horiz. Min. 51'. 32''.

VI. In □, prope Perigeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 5. Grad. 26. 50, inuenta eſt diſtantia Lunæ à centro. Semid. Terræ 51. 30'.

§. 3. Ex his alijſque obſeruationibus prædictas diſtantias & Parallaxes Horizontales definit Ricciolus, vt ſequitur.

In □ □

Lvnæ Apoo. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 66. 42'. vel, 40'. / *Parallaxis Horiz. Min.* 51'. 32''.

Lvnæ Perig. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 51. 20' / *Parallaxis Horiz. Min.* 66'. 56''.

In ☌ ☍

Lvnæ Apoo. { *Diſtantia Semid. Terr.* 64. 15' / *Parallaxis Horiz. Min.* 53'. 30''.

Lvnæ Perig. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 53. 45' / *Parallaxis Horiz. Min.* 63'. 55''

Ricciolum ſequor donec ipſe, vel alius certiora protulerit,

Corollarium.

1. Lunæ Apogeæ in □ diſtantia à centro Terræ eſt omnium abſolutè maxima; Perigeæ autem in □, abſolutè minima.

Nam ſi eius Parallaxes quouis tempore artificio iam explicato inquiras, ſemper maiores

e vide theo. 6. nu. 19. lib. 2. inuenies, quàm in caſu primo; & ſemper minores, quàm in caſu ſecundo. Ergo e &c.

2. Errarunt igitur Ptolomeus, Albategnius, Alfraganus, qui maximam Lunæ diſtantiam ſtatuerunt in ☌ ☍, minimam in □ □. Errauit etiam Keplerus, qui maximam & minimam ſtatuit in ☌ ☍. Quare Ptolomæi, & Kepleri hypotheſes cælo diſſentiunt, ac proinde reijciendæ. Illæ autem, quas *num.* 13, & 16. *lib.* 2 expoſui, hinc egregiè confirmantur.

NVMERVS XI.

Certum eſt Lunæ, & Solis à Terrâ diſtantiam variari.

DVplex aſſertionis demonſtratio eſt:

Prima ex euidenti inæqualitate Parallaxium. Parallaxis enim Lunæ in □ vno tempore inuenta, excedit Parallaxim in □ alio tempore inuentam multis Minutis, vt patet ex §. 3. *num. præced.* & ex *Tabellâ num ſeq.* quæ tanta inæqualitas tantâ obſeruationum conſtantiâ, & ſubtilitate deprehenſa, neque in errorem inſtrumentorum, neque in aliam cauſam vllam refundi poteſt, quàm variam Lunæ diſtantiam à Terrâ.

Secunda ex euidenter ſenſibili inæqualitate Diametrorum Apparentium, etiam tum, cùm

Luna

Luna extra Refractionis aleam eſt. In ☐ enim Diameter Lunæ Apparens (vt oſtendam *num.* 33) modò eſt Minutorum 27', modò 35'.6".

Itaque variam Lunæ à Terrâ diſtantiam eſſe, verum eſt non ſolùm hypotheticè, eo nimirum ſenſu, quod eâ poſitâ ſatisfiat Phœnomenis, ſed etiam abſolutè. Diſtantiam Solis variari hypotheticè quidem verum eſt, eâ enim poſitâ, Phœnomena ſaluantur; abſolutè tamen non perinde ex cauſis iam dictis conſtat, quia Parallaxis Solis non admodum ſenſibilis eſt; & varietas Diametri Apparentis non eſt tanta, quin à pertinaciter aduerſante poſſit in Refractionem vtcunque refundi.

Nihilominus diſtantiam Solis à Terrâ verè immutari etiam certum eſt ex alio capite, nimirum ex ratione opticâ, quam adfert Scheinerus; qui in Roſâ Vrſinâ affirmat, ad maculas Solares diſtinctè repræſentandas, teleſcopium in Solſtitio Hyberno debere palmo ferè vno longiùs deduci, quàm in Æſtiuo. Ex quo conſequens neceſſariò eſt Solem diſtare longiùs à Terrâ, Æſtate, quàm Hyeme.

NVMERVS XII.

Diſtantia Lunæ à centro Terræ numquam minor eſt Terræ Semidiametris 50, nunquam maior Semidiametris Terræ 72.

EX *theoremate 6 num. 19. lib. 1.* conſtat diſtantiam Aſtri à Terrâ eò maiorem eſſe quò Parallaxis eſt minor; eò minorem, quò Parallaxis maior eſt. Nullus autem è poſterioribus Aſtronomis (nam veterum hoc in negotio errores ex manifeſtâ eum phœnomenis diſſonantiâ omnibus ſunt manifeſti) Parallaxim Lunæ Horizontalem vnquam obſeruauit tantam, vt Minuta 68 æquaret, neque tam exilem vnquam, vt Minuta 48, non excederet, vti ex Tabellâ ſubiectâ apparet:

Authores	*Maxima Paral. Horiz.*	*Minima Paral. Horiz.*
Alphonſus	63'. 17"	53'. 19'
Copernicus	65. 48.	50. 19
Tycho	65. 36.	56. 44
Longomontanus	66. 9	57. 15
Lansbergius	67. 6	51. 12
Bullialdus	63. 43	53. 30
Kepplerus	63. 41	55. 26
Argolus	65. 36	56. 45
Vendelinus	61. 18	53. 46
Ricciolus.	66. 56	51. 32

Eſto iam Terræ centrum A; Oculus in ſuperficie Terræ in B, Verticalis A G F E; linea Verticalis F B A; Horizon Verus AE, Viſus B D; Lunæ centrum in D; Parallaxis Hori- *Fig 8.* zontalis A D B, quæ ponatur eſſe Min. 68', ſeu Grad. 1. 8', maior videlicet quàm ſit ab illuſtribus Aſtronomis vnquam obſeruata. In triangulo rectangulo ABD, recta AB eſt Sinus anguli D Grad. 1. 8', adeóque ex Sinuum Canone A B eſt 1977, quarum A D Sinus Totus eſt 100000. Sed 1977 continetur in 100000 plùs quàm vicibus 50. Ergo AD diſtantia Lunæ à centro Terræ continet Semidiametros Terræ AB plùs quàm 50. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex Parallaxi Grad. 1. 8', quæ (vt oſtendi ſupra) maior eſt, quàm fuerit vnquam ab Aſtronomis illuſtrioribus obſeruata. Ergo diſtantia Lunæ nunquam 50 Semidiametris Terræ eſt minor.

Sit deinde Parallaxis D Minutorum 48. Igitur in triangulo rectangulo ABD, latus A B, vtpote Sinus anguli D Grad. 0. 48', eſt 1396, quarum AD Sinus Totus eſt 100000. Diuiſione factâ continebit AD, plùs quàm 71, ſed minùs quàm 72 AB. Quæ diſtantia cùm ſit deducta ex Parallaxi Grad. 0. 48', minore quàm ab Aſtronomis poſterioribus vnquam ſit obſeruata, conſtat Lunæ diſtantiam 72 Terræ Semidiametris nunquam eſſe maiorem.

NVMERVS XIII.

Diſtantiam Lunæ à Terræ centro ad datum tempus inuenire.

Fig. 12. Diſtantiæ Lunares à Terrâ aſſiduè variantur duplici ex capite, ex motu Anomaliæ, & ex mutatione Eccentricitatis. Sit Lunæ Eccentricus, ſiue Anomaliæ circulus B E G D F, eiuſque centrum B; centrum Terræ A; linea Apogei D B A E. Manifeſtum eſt ex 7. 3. *elem.* diſtantias D A, CA, GA, IA, &c. inæquales eſſe omnes inter ſe, & maximam quidem eſſe DA, minimam EA, reliquarum verò eam eſſe maiorem, quæ maximæ vicinior eſt. Quare motus Anomaliæ per integrum ſemicirculum aſſiduè mutat diſtantiam Lunæ à centro Terræ A. Deinde quia (vt dictum eſt in Lunæ Hypotheſi *num.* 13 & 16) etiam mutatur aſſiduè Eccentricitas AB, fit vt ad quemlibet Anomaliæ Gradum toties mutari poſſit diſtantia Lunę, quot ſunt Eccentricitates diuerſæ, hoc eſt vicibus 180; ac proinde, vel ſolâ integrorum Graduum habitâ ratione, variari poterit diſtantia Lunæ vicibus 32400. His explicatis

Oporteat ad datum tempus Lunæ diſtantiam inuenire, quæ ex. gr. ſit A C, terminata ad Gradum Anomaliæ D C, quem dato tempore Luna obtinet. Inquire ad datum tempus Anomaliam Centri, vt docui *lib.* 2. *num.* 46 § 1, *vel num.* 47. §. 1. & 2. Tum ad repertum Anomaliæ Centri Gradum reperi Eccentricitatem AB ei competentem, vt docui *lib.* 2. *nu.* 43, *vel num.* 47. § 4. ita Eccentricitas AB, ad tempus datum, nota erit in partibus, quarum Radius Eccentrici B D eſt 100000. Sit deinde Eccentricitas minima AX, & pro eâ ſitus Eccentrici ſit X O L E M; & Apogeum in O. Per *num* 38. *lib.* 2. AX eſt 8745, quarum X O Radius Eccentrici eſt 100000. Quare tota AO eſt 108745, quarum X O eſt 100000. Atqui AO diſtantia eſt Lunæ Apogeæ in Syzygijs (in his enim Eccentricitas eſt minima), eaque per *num.* 10. eſt Semidiametrorum Terræ 64, $\frac{15}{60}$. Ergo, ſi fiat vt AO prout eſt 108745, ad X O Radium prout eſt 100000; ita AO prout eſt Semid. Terræ 64. $\frac{15}{60}$, ad Quartum prodibit Radius Eccentrici X O in Semidiametris Terræ 59. Rurſum quia Eccentricitas AB ad datum tempus, ſupra iam innotuit in partibus ex. gr. 9483, quarum Radius Eccentrici X O, ſeu B D eſt 100000; ſi fiat vt Radius B O prout eſt 100000, ad Eccentricitatem Temporaneam AB prout eſt 9483; ita Radius B D prout iam notus eſt in Semidiametris Terræ, ad Quartum; prodibit Eccentricitas AB in Semidiametris Terræ. Denique ad tempus datum inquire *o* Anomaliam Orbis Lunæ Veram D C: ſic enim innoteſcet angulus C B D, adeóque etiam CBA. In triangulo igitur ACB notus eſt angulus CBA, & nota ſunt in Semidiametris Terræ duo latera, B C Radius, & A B Eccentricitas; ex quibus *p* etiam latus A C, Lunæ à centro diſtantia ad datum tempus innoteſcet. Quod erat quæſitum.

o per num. 46. *lib.* 2.

p per probl. 11. *cap.* 5. *Geo. Pract.*

In Syzygijs operatio eſt breuior, vt patet ex diſcurſu toto.

Corollarium.

I. Radius Lunaris Eccentrici, ſiue diſtantia mediocris Lunæ à centro Terræ, eſt Semid. Terr. 59; Patet ex diſcurſu præced.

II. Parallaxis Horiz. Lunæ mediocriter diſtantis, nimirum 59 Semid. Terr. eſt Grad. 0. 58′. 16″.

Fig. 5. L. 1. III. Eccentricitas Lunæ Minima eſt Semid. Terr. 5. 15′, Maxima Semid. Terr. 7. 40′. Nam ſi à diſtantiâ Lunæ Apogeæ in □ A E, quæ per *num.* 10. eſt Semid. 66 40′, demas Radium Eccentrici C E, qui eſt Semid. 59, remanent pro Eccentricitate Maximâ A C, Semid. 7. 40′. Rurſum ſi ab A G diſtantiâ Lunæ Perigeæ in ☌ ☍, quæ per *num.* 10 eſt Semid. Terr. 64. 15′, ſubducat Radium B G Semid. 59; remanent pro A B Eccentricitate Minimâ Semidiametri 5. 15′.

NVMERVS XIV.

Datâ Altitudine Lunæ, ſiue Verâ, ſiue Viſâ, Lunæ Parallaxim in Altitudinem ad datum tempus inuenire.

Fig. 8. Circulus Altitudinis, ſeu Verticalis, eſto AGFE; Horizon Rationalis, ſeu Verus A E, Viſus BD; Oculus in B; Lunæ centrum in C.

Detur primùm Lunæ Altitudo Vera E C. Datur ergo etiam diſtantia eius Vera à vertice

ce F C, adeóque angulus FAC notus eſt. Reperi [a] diſtantiam Lunæ à centro Terræ, dato tempori conuenientem, ſic enim notum erit latus A C in Semidiametris Terræ A B. Quoniam igitur in triangulo ACB nota ſunt duo latera AC, AB, & angulus BAC, ex his reperietur [b] Parallaxis ACB ad tempus datum. *a per num. præc.* *b per probl. 10.c.1.Geo. Pract.*

Parallaxim Horizontalem ad tempus datum dabit analyſis trianguli rectanguli ABD. In eo enim datur latus AB, & per *num.præc.* latus AD diſtantia Lunæ. Ergo per *probl.* 4. *cap.* 3. *Geom.Pract.* datur angulus D Parallaxis Horiz. quæſita.

Detur deinde Altitudo Lunæ Viſa, angulus nempe C B D. Datur ergo etiam diſtantia Viſa à Vertice, angulus nempe F B C, adeóque & CBA. Tum [c] repertâ, vt prius, A C diſtantiâ Lunæ ad datum tempus, in Semidiametris Terræ AB, nota erunt duo latera AC, AB, & angulus CBA: ex quibus [d] innoteſcet Parallaxis C. *c per num. præc.* *d per probl. 11.cap.3. Geo. Pract.*

Ex his colligitur modus conſtruendi Tabulas Parallaxium Lunæ. Varias earum formas vide in Tabulis Aſtronomorum paſſim editis.

NVMERVS XV.

Altitudinem Lunæ Veram conuertere in Viſam, & Viſam in Veram.

Data ſit Altitudo Vera Lunæ E C, ſeu CAE. Petitur Viſa C B D. *Fig. 8.*

Per *num. præc.* inquire ParallaximC, debitam Veræ Altitudini C A E. Parallaxis C dempta Altitudini Veræ CAE, dabit Viſam C B D. Parallaxis enim C eſt exceſſus [e] Altitudinis Veræ CAE ſupra Viſam C B D. *e per Theor. 2. num.19. lib.1.*

Detur Deinde Altitudo Viſa CB D. Petitur Vera C A E.

Per *num.præc.* inquire Parallaxim C, debitam Altitudini Viſæ C B D. Parallaxis C addita Altitudini Viſæ C B D, dabit Veram CAE.

Scholium.

In conſtituendis Lunæ Parallaxibus num. 9. 10. 14. 15. *Suppoſitum fuit Lunam in Altitudine Graduum* 45. *vel etiam* 40 *ſenſibilem Parallaxim non ſubire: quod ſciri poſſe negat Ricciolus refractione adhuc ignotâ. Quare Almag. lib.*10.*pag.*637. *theor,*3. neque Parallaxis, *inquit*, ſine præcognitione refractionis aut diſtantiæ à Terrâ; neque refractio ſine præcognitione Parallaxeos aut diſtantiæ à Terrâ, ſiue in Lunâ, ſiue in alio quouis ſidere, poteſt exactè atque euidenter ſciri per vllas obſeruationes naturales. *Vide hæc illum loco citato, itemque pag.* 634, *probl.* 73 *multis probantem, vbi etiam affirmat, qui hanc difficultatem ſoluerit, eum de Aſtronomiâ bene meriturum, ſeque illum, ſi fuerit ſuperſtes, libentiſſimè auditurum. Atqui ego iſtud puto oſtendi poſſe argumento neque difficili & ſatis certo, vt ex* Corollario 4. num. 28 *fiet manifeſtum.*

CAPVT III.

Inquiritur diſtantia Solis à Terrâ, & ex eâ Parallaxis.

Parallaxis Lunæ ex Motibus, vt *cap. præced.* vidimus, determinatur, & ex Parallaxi diſtantia. At Solis Parallaxis adeò parua eſt, vt ea ex Motibus diſcerni certò non poſſit. Imo needum omnino conſtat vtrùm Solis Parallaxis ſit vlla. Priùs igitur indaganda diſtantia Solis à Terrâ, atque ex eâ deinde, ſiqua eſt Parallaxis, eruenda. Modi porro ſunt duo, quibus diſtantia Solis à Terrâ ab Aſtronomis inueſtigatur, per Eclipſes, & per Lunæ Dichotomiam. Prior notas requirit Diametros Apparentes Solis & Vmbræ in loco tranſitus Lunæ, & Parallaxim Lunæ Horizontalem.

Radij tangentes Solem, & Terram, qui Terræ Vmbram determinant, ſint G K X, C D X: *Fig.4.l.4.* axis per Solis & Terræ centra B, A, tranſiens, ſit BAX: Semidiameter Vmbræ in loco tran-

ſitus Lunæ, eſto E Q; ducanturque rectæ CAF, EA, B C, AD. Quoniam C D X tangit Terram in D, patet C D X eſſe Horizontem Viſum Oculi exiſtentis in D; ac proinde liquet
a ex def. 12. num. 18. lib. 1. a angulum ACD eſſe Parallaxim Horizontalem Solis, & A E D Lunæ. His vtriſque b æquatur externus FAE: qui, quia componitur ex angulis FAQ, ſeu BAC, & QAE metientibus Diametros Apparentes Solis B C, & Vmbræ Q E, ex hypotheſi notus eſt. Ergo etiam
b per 32. 1. nota eſt ſumma Parallaxium Horiz. ACD Solis, & AED Lunæ. Ab hac ſummâ aufer Pa-
c per 18. 3. rallaxim Lunæ AED ex hyp. notam. Prodibit Solis Parall. Horiz. A C D: cum quâ, & Semidiametro Terræ AD, reperietur in triangulo ad D c rectangulo latus A C diſtantia Solis à Terræ centro A.

Quoniam igitur Solis Parallaxis hîc colligitur ſubtrahendo Parallaxim Horiz. Lunæ à ſummâ Semidiametrorum Appar. Vmbræ QAE, & Solis FAE, quot Minutis aberraueris in his tribus independenter à Solis Parallaxi, & diſtantiâ reperiendis, totidem planè Minutis reſidua inde Solis Parallaxis à verâ abludet. Vnde, cùm in tribus datis illis conſtituendis cæteri vix poſſit error trium Minutorum, fieri poterit vt ſaluis vtrobique Eclipſium phœnomenis, hâc viâ deducatur Parallaxis Horiz. Solis modò trium Minutorum, modò ne vnius quidem Minuti dimidij. Quare meritò Keplerus, Vendelinus, Ricciolus, hanc viam, licet à Ptolomæo, & pleriſque poſt hunc Aſtronomis vſurpatam, tanquam incertam, & tantæ ſubtilitatis negotio inidoneam repudiant. Modus alter qui Lunæ Dichotomiâ vtitur, & certiſſimus eſt, & vnicus, quo ad diſquiſitionem tam arduam eniti humana induſtria poſſit. Illum Ariſtarcho Samio debemus: excoluêre poſt illum Kepplerus, Vendelinus, Langrenus, & diligentiſſimè omnium Ricciolus.

NVMERVS XVI.

Modus inueſtigandi diſtantiam Solis à Terrâ per Dichotomiam Lunæ.

AD clariorem Problematis deductionem quædam Lemmata, ſeu Poriſmata præmitto.

PORISMATA.

1. QVia Sol Lunâ eſt maior, pars Lunæ per Solem illuminata ſemper eſt maior dimidiâ: exceſſus tamen, ob immanem Solis à Lunâ diſtantiam adeò patuus eſt, vt appareat dimidia. Vtrumque ſatis per ſe clarum eſt, & demonſtratur in Opticâ.

2. Pars viſa Lunæ ſemper eſt minor dimidiâ; ſed ob ingentem Lunæ ab oculo diſtantiam apparet dimidia. Vtrumque demonſtratur in Opticâ, & per ſe patet ſatis.

3. Quamuis Solis ac Lunæ ſuperficies ſint Sphæricæ, tamen ob diſtantiam ab oculo ingentem, apparent inſtar circuli, planæ. Demonſtratur in Opticâ & ſatis per ſe patet.

Fig. 9. 50. 4. Cùm Luna apparet biſecta, ſeu Dichotoma, hoc eſt, dimidiâ ſui parte illuminata, planum ſeparans partem Illuminatam C Q D ab obſcurâ C B D, tranſit per Lunæ centrum O, & per Oculum A, vtrumque ſatis eſt manifeſtum.

5. Cùm Luna apparet biſecta, recta E O, Solis ac Lunæ centra connectens, perpendicularis eſt plano lucidam partem ab obſcurâ ſeparanti. Patet, quia pars illuſtrata C Q D, adeòque & baſis eius, ipſum nempe planum ſeparans, directè Soli ſemper obuertitur.

Fig. 50. 6. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſit per Oculum A, ſed non per Terræ centrum Z, tria centra Lunæ, Solis, & Oculi rectis lineis connexa, conſtituunt rurſus triangulum Dichotomicum AOE, rectangulum ad O centrum Lunæ.

c per defin. 3. 11. d per Poriſ. 4. Nam recta E O per Poriſ. 5, perpendicularis eſt ad planum, ſeparans partem lucidam CQD ab obſcurâ C B D; ac proinde c etiam ad rectam A O in eo ductam. Angulus igitur A O E rectus eſt. Recta porro A O, eſt in plano ſeparanti, quia planum d tranſit per O centrum Lunæ, & A centrum Oculi.

Fig. 9. 7. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſit non ſolùm per A centrum Oculi, ſed etiam per Z centrum Terræ, tria centra Lunæ O, Solis E, Terræ Z, rectis lineis connexa, iterum conſtituunt triangulum Dichotomicum, rectangulum Z O E.

a per Poriſ. 4. b per hyp. c per Poriſ. 5. d per defin. 3. 11. Nam quia planum ſeparans tranſit per O a centrum Lunæ, & per Z b centrum Terræ, patet rectam Z O eſſe in plano ſeparante; ad quod cùm c E O ſit recta, etiam d E O ad ZO, in plano dicto exiſtentem recta erit. Angulus igitur Z O E rectus eſt.

8. Quò Sol fuerit à Terrâ remotior, eò magis à Lunâ diſtat; & contra. Quantacumque tamen ponatur Solis remotio à Terrâ, diſtabit à Lunâ minùs ſemper, quàm Gradibus 90. ſed quando, triangulum Dichotomicum terminatur ad Oculum A, vt in fig. 50 aſſertionem intellige

intellige de Solis à Lunâ diſtantiâ Viſâ ; cùm terminatur ad Terræ centrum Z, vt in *fig*.9. intellige de diſtantiâ Verâ.

Sit primò Sol in E, ducaturque A E, ſit deinde in F, ducaturque A F. Patet angulum Fig. 9.10.
OAE, ſeu O Z E, qui metitur diſtantiam à Lunâ Solis altioris, maiorem eſſe angulo OAF,
ſeu O Z F, qui metitur diſtantiam à Lunâ Solis humilioris. Quia tamen angulus ad O rectus
eſt, fit vt angulus diſtantię OAE, ſeu O Z E, quantumcumque à Terrâ Solem remoueris, ſemper minor [q] recto permaneat. [q] *patet ex 32.1.*

9. *Temporis momentum, quo Luna apparet Dichotoma, inuenire.*

Luna apparet biſecta, quando nec cornuta, nec gibboſa apparet; id quod tubo optico accuratè poteſt diſcerni.

Primò tempus Dichotomiæ, ne eius obſeruatio fruſtra tentetur, vtcumque prænoſci debet, quod facile eſt, ex Lunæ Motibus iam *libro* 2 conſtitutis. Deinde adhibendus eſt tubus
opticus quàm optimus, & prægrandis, qui totum Lunæ diſcum, & omnes in eo maculas diſtinctè vno intuitu exhibeat, quod non obtinebitur, niſi tubo duobus vitris conuexis inſtructo. Eiuſmodi tubo igitur in Lunam directo obſerua, quando dimidius Lunæ diſcus illuminatus appareat, atque illud momentum fac notum [i] vibrationibus Perpendiculi. Hoc verò [i] *per nu.6.*
quia plerumque non ſtatim poteſt diſcerni, eò quòd per aliquod temporis ſpatium Luna biſecta appareat, elige duo momenta extrema; primum, quò dubium eſſe incipit, an Luna (ſi eſt primæ Quadraturæ) adhuc appareat cornuta; alterum quo dubitare cœperis, an iam gibboſa appareat, & vtrumque momentum illud vibrationibus Perpendiculi fac notum; ſic enim nota erit temporis quantitas inter ea momenta intercedens, quæ nunquam aut vix vnquam mediam Horam æquabit. Hoc deinde ſpatio temporis ſecto bifariam, ipſum Dichotomiæ momentum innoteſcet.

Qui nudo oculo Dichotomiam obſeruare voluerit, ne ille nimis in obſeruando ſit craſſus: videbitur enim illi Luna adhuc caua, non rarò Horâ integrâ poſt vel ante Dichotomiam tubo obſeruatam.

Modus primus.

Obſerua Lunæ Dichotomiam, quando eſt in Gradu Eclipticæ ab Horizonte Nonageſimo, & (ſi fieri poteſt) cùm nullam aut modicam Latitudinem habet: tunc enim (vt patet ex Fig.9.
dictis *num.72.lib.2.*) planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ, eſt circulus Maximus per Eclipticæ Polos tranſiens, ac proinde tunc planum ſeparans tranſit non ſolùm per Oculi centrum A, ſed etiam per Terræ centrum Z. Oportet autem, vt etiam Luna tunc ſit expedita à Refractione, adeóque alta Gradibus ſaltem 40. Obſeruatio Dichotomiæ habetur per *Poriſma* 9; inuentio Lunæ in Nonageſimo per *num.72.lib.2.* Tribus igitur centris Terræ Z, Lunæ O, Solis E, per tres lineas connexis, conſtituitur triangulum Dichotomicum Z O E, quod per *Poriſma* 7 ad O rectangulum eſt; cuius angulus O Z E in Terræ centro terminatus, Veram Lunæ à Sole diſtantiam metietur. Igitur ad momentum Dichotomiæ, quod per *Poriſ.* 9. eſt
notum, inquire [a] motum Solis Verum, & motum [b] Verum Lunæ; ab hoc ſi ſubtrahas mo- [a] *per num. 55.lib.1.*
tum Solis, vel contra; diſtantia Vera Lunæ à Sole, hoc eſt angulus OZE, innoteſcet. Iam quia
angulus Z O E rectus eſt, & notus eſt acutus O Z E, etiam reliquus E notus erit. Quare [b] *per num. 46. vel 47. lib.2.*
per *probl.1.cap.3.Geom.Pract.* nota fiet ratio laterum Z E, Z O, ac proinde quoties Z E diſtantia Solis à Terræ centro contineat Z O diſtantiam Lunæ ab eodem, innoteſcet. Quare ſi per *num.13.* inueniatur ad momentum Dichotomiæ, diſtantia Lunæ Z O in Semidiametris Terræ, etiam Z E diſtantia Solis ad idem momentum Dichotomiæ, in Terræ Semidiametris nota erit. Quod erat faciendum.

Verùm, quia rarò Dichotomia reperitur in Nonageſimo, modum alterum, & tertium adiungo.

Modus ſecundus, immediatus, & ab omni motu Solis ac Lunæ independens.

Obſerua Dichotomiam Lunę, vt *Poriſ.9.* eſt traditum, quando Luna eſt extra aleam Refra- Fig.10.
ctionis. Centris Oculi A, Lunæ O, Solis E per rectas lineas connexis, triangulũ conſtituetur Dichotomicum, quod per *Poriſ.6.* rectangulum eſt. Quare angulus OAE (ſeclusâ refractione Solis) metitur diſtantiam Lunæ à Sole, non Veram, ſed Viſam. Itaque ſi inſtrumentum præſto ſit exactum & grande, in quo etiam Secunda ſint notata, & Sol ſupra Horizontem extet, metire diſtantiam Lunæ à Sole: ſic enim notus fiet angulus OAE. Inquiratur deinde Refractio Simplex Altitudinis Solis, ipſius Viſæ Altitudini congruens. Modus ab his independens

tradetur *num.* 26.*&* 27. Ex Refractione autem Altitudinis eliciatur Refractio Longitudinis, vt tradam infra independenter ᵒ ab his *num.* 45. *Coroll.* 2: quam adde angulo OAE ſupra inuento (Refractio quippe Solem iuſtò altiùs attollendo, hunc angulum effecerat verò minorem) vt habeatur exactè angulus diſtantiæ Viſæ Lunæ à Sole: quo noto, reperitur, vt ſupra, proportio diſtantiæ Solaris AE ad Lunarem A O.

o *vide Schol. n.* 45

Modus tertius.

Quòd ſi Sol conſpicuus non ſit, aut eiuſmodi inſtrumento careas, vel vti nolueris, ad momentum Dichotomiæ, quod per *Poriſ.* 9. fit notum, inquire motum, ſeu Longitudinem Veram tam ᶜ Solis, quàm ᵈ Lunæ. Ad momentum idem metire Altitudinem Lunæ, Refractionis expertem, ad eamque Parallaxim Altitudinis Dichotomiæ momento congruentem ᶠ reperi: atque ex hac, (vt independenter ab his oſtendam *num.* 45.) elice Parallaxin Longitudinis: quæ, ſi Luna declinat à Nonageſimo versùs Occaſum, Longitudini Veræ demenda eſt, vt habeatur ᵒ Longitudo Viſa; addenda verò, ſi Luna à Nonageſimo vergit in Ortum. Longitudinem Solis Veram auſer à Longitudine Viſà Lunæ iam inuentâ, vel contra. Prodibit diſtantia Viſa Lunæ à Sole aliquantò adhuc maior minorue iuſtà, eò quòd Longitudinem Veram Solis non expediuerim à Parallaxi, quæ proinde Solem versùs Horizontem retrahit, longiusque à Lunâ abducit, vel adducit. Vt igitur exactè habeatur diſtantia Viſa Lunæ à Sole, diſtantiæ iam inuentæ addenda vel ſubtrahenda erit Parallaxis Solis in Longitudine. Hic enim verò apparet Parallaxim ſolis tantam, quanta fuit à pleriſque aſſumpta, ſeipſam perimere. Quò namque eam voluerint maiorem eſſe, eò circa □ primam diſtantia Viſa Lunæ Dichotomæ à Sole, angulus nempe OAE, fiet maior, adeóque & diſtantia Solis à Terrâ ᵃ eò maior, & Parallaxis ᵇ eò minor euadet. Ipſi igitur ſtatuant, quantùm nos ad diſtantiam priùs inuentam, vt ſit completa; ſi velint adiicere; euertent ſe quidquid ſtatuerint. Nam ſi tenere voluerint Parallaxim Horizontalem Tychonis trium Minutorum, & deductam inde Longitudinis Parallaxim angulo OAE priùs inuento, vt ſit completus; adiecerint: colligetur inde diſtantia Solis à Terrâ planè enormis, & Parallaxis propè nulla. Nos interim, vt à fortiori, quod aiunt, ratiocinatio noſtra procedat, diſtantiæ angulum OAE priùs repertum, complebimus additamento quàm minimo, Secundorum videlicet 30, aut 20, aut 15, qui nihilominus vel taotillo auctus, reperietur non minor Gradibus 89. 28′. Hunc igitur in modum angulus OAE in rectangulo triangulo AOE innoteſcet. Quo noto, reperitur quoties AE diſtantia Solis ab Oculo, contineat AO diſtantiam Lunæ ab eodem. Quare ſi ad momentum Dichotomiæ nota fiat in Semidiametris Terræ AO, diſtantia Lunæ ab Oculo, etiam AE diſtantia Solis in Terræ Semidiametris nota erit: quod erat faciendum.

c *per num.* 55. *lib.* 1.
d *per num.* 46, *aut* 47 *lib* 2.
f *per nu.* 14.
o *oſtendam infra.*
a *per Poriſ.* 8.
b *per Theo.* 8 *num.* 19. *lib.* 1.

Hunc in modum reperietur diſtantia Solis (vt oſtendam *num.* 19) nunquam minor 7000 Semidiametrorum Terræ, & Parallaxis Solis Horiz. nunquam maior 30 Secundis.

Ricciolus alium modum tradit ſed valde operoſum, quo tempus Dichotomiæ Viſæ in ſuperficie Terræ reuocat ad tempus, quo apparet Dichotomia in Terræ centro. Ipſum conſule, ſi voles, Almag. pag. 732. 733. 734.

NVMERVS XVII.

Omnino certum eſt diſtantiam Solis à Terra continere diſtantiam Lunæ plùs quàm decies nouies, hoc eſt plus quàm Terræ Semidiametros 950, *adeóque plùs quàm* 3101750 *milliar. Italic. Bonon. Imo ex recentioribus obſeruationibus Dichotomiæ certum eſt diſtantiam Solis excedere diſtantiam Lunæ quinquagies ſepties, hoc eſt Semidiametros Terræ* 2850; *ſeu milliaria Italica Bonon.* 9315250.

Fig. 9. 10. EX omnibus Dichotomiæ obſeruationibus, tam antiquis quàm nouis, in momento Dichotomiæ angulus diſtantiæ Lunaris à Sole tã Viſæ q; àm Veræ, palpabiliter & euidentiſſimè maior eſt Gradibus 87, ac proinde angulus E in centro Solis minor Gradibus tribus. Poſito autem angulo E Grad. 3. eius Sinus Z O in *fig.* 10, ſeu AO in *fig.* 11, eſt 5233, quarum Z E, vel AE, eſt 100000, nempe Sinus Totus. Diuiſis autem 100000 per 5233, reperies Z E continere Z O in *fig.* 9, ſeu AE continere AO in *fig.* 10, plùs quàm 19 vicibus: quibus per certò minimam Lunæ diſtantiam, quæ ᵃ eſt Semid. Terræ 50, multiplicatis, fit Z E, ſeu AE diſtantia Solis Semidiam. Terræ 950. His rurſum ductis in Semidiametrum Terræ minimam, quæ eſt milliariorum Bonon. 3265, diſtantia Solis euadit milliar. Bonon. 3101750.

a *per nu.* 12

Atqui

Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex angulo O Z E, vel O A E euidentiſſimè, vt dixi ſupra, nimis paruo, adeóque ex angulo E nimis magno. Ergo [b] prorſus eſt euidens diſtantiam Solis à Terrâ excedere &c. *b per Pon. 8. num. 16.*

At prope iniuriam cælo faciat, qui Lunæ Dichotomæ diſtantiam à Sole vltra Gradus 87 non extendat. Ex obſeruationibus Vendelini & inprimis Riccioli permultis & accuratiſſimis, ſatis conſtat, vt *num.* 19. oſtendam, Lunam Dichotomam à Sole diſtare non minùs quàm Grad. 89.30′. ac proinde meritò opinabimur diſtare ſaltem Grad. 89: ex quâ diſtantiâ elicitur, vt ſupra, Solis à Terrâ diſtantia vicibus 57 maior diſtantiâ Lunari à Terrâ, hoc eſt maior Semidiametris Terræ 2850, hoc eſt milliarijs Bonon. 9315250.

NVMERVS XVIII.

Datâ aliquâ Solis diſtantiâ cum Gradu Anomaliæ, eiuſdem diſtantiam ad quemuis Anomaliæ Gradum inuenire.

§. 1. DAta ſit primò diſtantia Solis Apogea, ex. gr. Semidiametrorum Terræ 8000. Ex câ diſtantiam mediocrem, ſeu Radium Eccentrici, diſtantiam Perigeam, & alias ad Gradus ſingulos Anomaliæ reperiemus hunc in modum.

Eccentricus Solis eſto B C E D F, eius centrum B, Terræ A; linea Apogei C B A D; Eccentricitas A B. Per *num.* 38. *lib.* 1. A B eſt 3460, quarum Radius B C eſt 100000. Ergo A C eſt 103460. Quare ſi fiat vt A C prout eſt 100000, ad A B prout eſt 3460, ita A C prout eſt Semidiametri Terræ 8000, ad Quartum; prouenient pro Eccentricitate A B Semid. Terræ $267 \frac{56180}{103460}$. His ſubtractis ab A C 8000 Semid. remanent pro Radio B C Semidiametri $7732 \frac{47280}{103460}$, quæ eſt diſtantia Solis media. *Fig. 11.*

A Radio ſic inuento aufer rurſum B A, Semidiametros nempe $267 \frac{56180}{103460}$: remanent Semidiametri $7464 \frac{94560}{103460}$ pro A D diſtantiâ Solis Perigeâ.

Sit iam Sol in quouis Anomaliæ puncto noto E, & oporteat inuenire eius à Terrâ diſtantiam A E. Duc Radium B E. Quoniam datur Anomaliæ arcus C E, adeóque & angulus C B E, etiam E B A datur. In triangulo igitur A E B, nota ſunt angulus E B A, & in Semidiametris Terræ duo latera A B, B E: ex quibus reperietur [o] in Terræ Semidiametris latus A E, diſtantia Solis quæſita. *o per probl. 10. cap. 3. Geom. prac.*

§. 2. Detur ſecundo in Semid. Terræ diſtantia Solis quæcumque A E, cum Anomaliâ C E. Ex hac reliquas diſtantias omnes hunc in modum elicies. Quoniam nota eſt Anomalia C E, adeóque & angulus C B E, etiam A B E notus erit. Sunt verò & latera B A, B E nota, nam [i] B A eſt 3460, quarum B E eſt 100000. Ergo etiam [p] A E in ijſdem partibus fiet nota, eritque ex. gr. 90025, quarum B E eſt 100000. Igitur ſi fiat vt A E prout 90025 ad B E prout eſt 100000, ita A E prout eſt certus numerus Semidiametrorum Terræ, ad Quartum: prodibunt Semidiametri Terræ pro Eccentrici Radio B E. Et rurſum ſi fiat vt B E prout eſt 100000, ad B A prout eſt 3460, ita B E prout eſt certus numerus iam inuentus Semidiametrorum Terræ, ad Quartum: prodibunt Semidiametri quæ debentur Eccentricitati A B: quibus adiectis ad Semidiametros Terreſtres Radij B E, ſeu B C, prouenient Semidiametri Terreſtres diſtantiæ Solis Apogeæ A C. Demum Semidiametris ipſius B A ſubductis ex Semidiametris Radij B D, prodibunt Semidiametri diſtantiæ Solis Perigeæ A D. *i per num. 38. lib. 1.* *p per probl. 10 cap 3. Geom. prac.*

Ex Radio B E, & Eccentricitate A B in Semidiametris Terræ iam notis, diſtantiæ reliquæ ad ſingulos Anomaliæ gradus reperiuntur, vt *ſupra ſub finem* §. 1.

NVMERVS XIX.

Diſtantia Solis à Terrâ numquam minor quàm 7000 Semidiametrorum Terræ, hoc eſt milliariorum Bonon. 22. millionibus, 855 millibus, & Parallaxis Solis Horizontalis numquam maior Minuto dimidio.

NObiliſſimum Aſtronomiæ Theorema hoc eſt, ad cuius inueſtigationem Kepplerus omnes Europę Aſtronomos inuitauit. Eius veritas quibus nitatur fundamentis, ex ijs quæ ſubijciam, apparebit.

Anno 1651. Apr. 27. Hor. 7.38′ poſt Meridiem Ricciolus Bononiæ obſeruauit teleſcopio maximo

maximo Lunam Dichotomam, ſeu biſectam. Luna tunc erat alta Grad.65,& paucis Gradibus tranſgreſſa Nonageſimum. Ex his datis procedendo iuxta modum tertium *Numeri* 16, in triangulo a rectangulo Dichotomico A O E, reperitur angulus O A E diſtantiæ Viſæ Lunæ à Sole, Grad.89.34.50′ quàm proximè: & tantum reperit in centro Terræ per modum ſuum Ricciolus in *fig.9.* angulum O Z E. Ex quo vlteriùs iuxta modum tertium operando elicitur ad momentum Dichotomiæ diſtantia Solis à Terrâ par Semidiametris Terræ 8333. Sol autem tunc erat in ♉ Grad.7.16′, longè videlicet ab Apogeo quod eſt b in ♋ Grad.7.26′. Quare diſtantia Solis Apogea maior eſt Semidiametris 8333. Sed ponamus tantùm eſſe Semid. 8000. Ex hac diſtantiâ Solis Apogeâ, per *num. præc.* §. 1, reperitur diſtantia Perigea, ſeu minima Semidiametrorum Terreſtrium 7464.

a per Perio. 6. num. 16. Fig. 10.

b per num. 38. lib. 1.

Neque verò diſtantia Solis maior 7000 Semid. Terræ ex hac vnâ Dichotomiæ obſeruatione quamuis accuratiſſimâ, deducta eſt à Ricciolo, ſed ex alijs multis, vt refert ipſe *Almag. pag.*734. Et ſuffragantur obſeruationes Dichotomicæ Vendelini in *Tabulis Atlanticis*, qui longè adhuc altiùs Solem euehit. Ait enim Lunæ Dichotomæ diſtantiam à Sole collectam à ſe eſſe Grad. 89.45′ꞌ ex quâ prouenit diſtantia Solis à Terrâ Semidiametrorum Terreſtrium 13740. Poſthæc alijs inſuper conſiderationibus adductus, concludit Solis-mediocrem à Terrâ diſtantiam Semid. Terr. 14656.

Maneat igitur diſtantiam Solis à Terrâ numquam minorem eſſe 7000 Semid. Terr. hoc eſt (aſſumptâ o minimâ Terræ Semidiametro) milliariorum Bonon. 22855000

o vide Geometr. pract. cap 6. ante probl. 5. Fig. 8.

Atque hinc manifeſta iam eſt pars altera Theorematis. In ſchemate 8. Parallaxim Horizõtalem Solis referat angulus A D B, & ſit A D diſtantia Solis à Terræ centro A, Semid. Terr. 7000. In triangulo rectangulo A B D, quia nota ſunt latera A D, A B, cùm A D ſit 7000, quarum A B eſt, 1 ex his per *probl.4.cap.3.Geom.prac.* reperies angulum D minorem Minuto dimidio, ſeu 30 Secundis. Quò autem A D ponitur minor, eò Parallaxis D, proueniet maior, & contra. Cùm ergo A D diſtantia Solis à Terrâ numquam minor ſit 7000 Semid. Terræ, liquet Parallaxim Solis Horizontalem numquam eſſe maiorem Minuto dimidio. Suffragatur rurſum Vendelinus, ex cuius diſtantiâ Solari Semidiametrorum Terræ 14656 Parallaxis Horizontalis elicitur Secundorum 14.

Ricciolus ex pluribus Dichotomiæ obſeruationibus factâ electione, Solis diſtantias ſtatuit eas, quæ tabellâ ſequenti exhibentur.

	Diſtantia Solis			Different. Max. & minimæ	Eccentricitas.
	Max.	Med.	Min.		
In Semid. Terræ.	7580	7327	7074	506	253
In milliar. Bonon.	24(748.700	23(922.655	23(096.610	1(652.090	826.045

Aſſumpſi Semidiametrum Terræ minimam, quæ eſt milliariorum Bononienſium 3265; vide *Geom.prac.cap.6.ante Probl.*5

NVMERVS XX.

Deducuntur Corollaria, ex quibus liquet Luminarium motus & Parallaxes à nobis ritè hactenus fuiſſe deducta.

I. CVm tantilla ſit Parallaxis Solis in Horizonte ipſo, ad Gradum Altitudinis 60, aut 70, ea iam propè euaneſcat neceſſe eſt.

II. Vix operæ pretium erit Parallaxim Solis in Longitudinem & Latitudinem inquirere, cum eæ adhuc minores ſint a Parallaxi Altitudinis. Laboris hoc erit compendium non minimum in ſupputandis Eclipſibus.

a Oſtenſa num 39. affect. 8.

III. Liquet motus Solis ac Lunæ ritè conſtitutos fuiſſe, tametſi Parallaxis Solaris fuiſſet neglecta. Nos tamen in motu Solis eius neglectum euitauimus vbique, præterquam *lib.* 1. *num.*33. vbi parui ea momenti eſt, & *num.* 37, vbi eius neglectus prorſus inſenſibilis eſt, vt patet conſideranti. In motu verò Lunæ neglecta ſolum fuit *num.*41 *lib.*2. Parallaxis Longitudinis

tudinis Solis, quæ cùm adhuc minor ſit Parallaxi Altitudinis, non potuit inde error ſenſibi-
lis in Lunæ Eccentricitatem maximam iſthic conſtitutam deriuari.

IV. Ex his obiectio ſoluitur, quæ formari poſſet contra motus, & Parallaxes Solis &
Lunę hactenus conſtitutas: quę eſt huiuſmodi. Parallaxis Solis in Longitudinem neglecta
fuit in ſtatuendâ Eccentricitate maximâ Lunę *lib.* 2. *num.* 41: Eccentricitas porrò maxima
influit in motus Lunę tam Longitudinis, quàm Latitudinis: hi verò influunt in Lunę La-
titudinem; hęc vnà cum motu in Longitudinem & Latitudinem influit in Declinationem
Lunæ, illa in Parallaxim Lunę; hęc rurſum in Parallaxim Solis, cũ determinari nequeat quot
Solis diſtantia contineat Semidiametros Terrę, niſi priùs conſtiterit, quot Semid. Terr. con-
tineat diſtantia Lunæ.

Manifeſta inquam eſt huius obiectionis ſolutio. Cùm enim ex neglectâ Parallaxi Lon-
gitudinis Solis, in Eccentricitatem Lunę maximam error nonniſi inſenſibilis profluxerit, et-
iam motus Lunę in Longitudinem & Latitudinem, atque inde Latitudo Lunę, adeoque &
Declinatio eius, non niſi inſenſibiliter potuerunt alterari. Vnde liquet Parallaxim Lunę, quę
adeò ſenſibilis eſt, non potuiſſe hinc errorem notabilem contrahere. Quod ſi Parallaxis
Lunę ritè fuit conſtituta, manifeſtum iam erit etiam Solis ex eà deductam, errore ſenſibili
carere. In ſummâ, vt iam dicta paucis complectar: Error paruus in Motibus, longè adhuc
minorem cauſat in Parallaxi Lunæ; Error verò in Lunæ Parallaxi, ſiquis fuiſſet commiſſus,
adhuc multò minorem in Parallaxim Solis inducet: Vt ſi error in Motibus fuiſſet vnius Mi-
nuti, inde Parallaxis Lunæ vix errorem vnius Secundi, Solis autem vix vnius Tertij con-
traxerit. Hæc vera an ſint, ſi experiri calculum volueris, ita explorabis. Ad datum tempus re-
peri Longitudinem Lunæ, & ex eà diſtantiam à ☊ tum ex vtrâque Latitudinem Lunæ; ex
his Declinationem, ac tandem Parallaxes tum Lunæ tum Solis, quas ſerua. Deinde longi-
tudinem Lunæ auge vel minue Minuto vno, duobus aut tribus, atque ex eà ſic minutâ vel
auctâ, collige eodem ordine, quo ſupra, Parallaxes Luminarium. Ita cernes quantillo inter-
uallo hæ à prioribus diſſideant. Simili modo ſoluitur obiectio, quæ formari poſſet contra
motum Solis.

Atque ita fauente Deo, ex multiplici Solarium Lunariumque Motuum labirintho abſque
vllo vitioſo circulo tandem emerſimus, ſi Refractiones excipias, quas mox aggrediar, oſten- o vide Scholia num. 26. & 27. & num. 46.
damque neque ex o illis circuli vitium in Motus Luminarium *lib.* 1. & 2. conſtitutos, inferri.

NVMERVS XXI.

Parallaxim Solis in circulo Altitudinis ad datum tempus inuenire.

EX *num. præc.* iam conſtat diſtantiam Solis Perigeam, ſeu minimam, eſſe ſaltem 7000 Se- a per num. 46. lib. 2.
midiam. Terr. Quęre igitur a Anomaliam Veram Solis ad datum tempus; eum quâ, & di-
ſtantiâ 7000 Semid. Terr. per *num.* 18. reperies diſtantiam Solis à Terrâ ad tempus datum.
Cum hac deinde reperies ad ſingulos Altitudinis Gradus Parallaxes Solis, vt tradidi in Lunâ Fig. 8.
num. 14. ſit enim Altitudinis circulus (*in fig.* 8.) G F E, eiuſque centrum A, Oculus verò in
Terræ ſuperficie eſto in B; Sol in C, altus ex.gr. Grad. 70, & diſtantia Solis ad datum tem-
pus iam inuenta, ſit A C. Quoniam datur arcus E C Grad. 70, etiam F C, adeoque angulus
F A C datur. In triangulo igitur A B C, quia nota ſunt angulus B A C, & in Semidiametris o per probl. 10. cap. 3. Geom. prac.
Terræ duo latera A C, A B, ex his quoque angulus o A C B, Parallaxis quæſita ad tempus
datum, innoteſcet.

Verùm cùm tanta ſit Parallaxis Solaris exilitas, non eſt opus tantâ præciſione. Sufficiet
igitur ad datum tempus notam habere Altitudinem Solis; atque ad hanc cum diſtantiâ 7000
Semid. Terr. modo iam dicto Parallaxim inquirere.

Quod ſi Tabulam Parallacticam deſideras, cum eâdem illâ 7000 Semid. diſtantiâ ad ſin-
gulos Altitudinis Gradus Parallaxes inquire. Eas citra diſcrimen vllum erroris ſenſibilis ad
quemuis Aſtronomicum vſum adhibebis, qualiſcumque ad tempus datum Solis à Terrâ di-
ſtantia fuerit.

CAPVT IV.

Modus inueſtigandi Refractiones Solis & Lunæ.

NVMERVS XXII.

Definitiones nonnullæ ad ſequentia.

Fig. 13. 1. L*Ocus Refractus Solis vel Lunæ*, eſt punctum in quo per Refractionem Sol vel Luna apparet; & *diſtantia Apparens Refracta à Vertice*, eſt arcus à Vertice vſque ad locum Refractum: *Altitudo autem Apparens Refracta*, eſt arcus Verticalis à loco Refracto ad Horizontem Viſum.

Verticalis ſiue Altitudinis circulus eſto M N; Vertex M; Horizon Verus F K, Viſus L E; locus Verus Luminaris, quem linea à Terræ centro per Luminaris centrum ducta, oſtendit, ſit I; locus Apparens, ſeu Viſus, ad quem per Parallaxim Luminare deprimitur, ſit O; locus in quo per Refractionem apparet, C. Hunc voco *locum Apparentem Refractum*, & M C *Diſtantiam à Vertice Apparentem Refractam*, & C B *Altitudinem Apparentem Refractam*; ad diſtinctionem à loco Viſo O, & diſtantiâ Viſâ à Vertice M O, & Altitudine Viſâ O B, de quibus actum *num.* 7.

2. *Refractio Horizontalis* eſt, quâ Luminare infra Horizontem Viſum exiſtens, apparet in margine Horizontis.

Horizon Verus eſto F K, Viſus L E, Verticalis M N, Verus locus Luminaris in A, ſed Refractus in B. Arcus A B eſt Refractio Horizontalis.

Porro Solis Refractio plerumque maior eſt Parallaxi, ſubinde minor, nonnumquam etiam æqualis. Cùm maior eſt, diuiditur in Simplicem & Compoſitam.

3. *Refractio Simplex*, eſt arcus Verticalis, quo Sol ſupra locum Verum attollitur. *Refractio Compoſita, ſeu Tota*, eſt arcus Verticalis ex Parallaxi, & Refractione Simplici compoſitus.

Locus Verus Solis ſit in I; Viſus, ſeu Parallacticus in O, Refractus in C. Arcus C I eſt Refractio Simplex; Compoſita verò, ſeu Tota eſt O C: nam ſi nulla eſſet Refractio, Sol verè exiſtens in I, vi Parallaxeos appareret in O. Cùm ergo vi Refractionis appareat in C, liquet totum Refractionis effectum eſſe arcum O C.

4. *Refractio Simplex Horizontalis* eſt arcus Verticalis A D, quo Sol à loco Vero A attollitur ad Horizontem Verum F K. *Horizontalis Compoſita*, ſiue *Tota*, eſt arcus A B, quo Sol attollitur à loco Vero A, ad Horizontem Viſum L E: ſiue eſt arcus Verticalis ex Horizontali Simplice A D, & Parallaxi Horizontali compoſitâ.

Nam Horizontis Veri ac Viſi diſtantia B D, Parallaxim Horizontalem metitur, vt patet in *fig.* 8. Cùm enim Horizontes Verus A E, ac Viſus B D, ſint paralleli, erit Parallaxis Horiz. a per 27.1. A D B, æqualis alterno a ſibi angulo D A E, quem metitur arcus D E, diſtantia Horizontium.

5. *Diſtantia Æquatoria Syderis V à Meridiano F M R*, eſt arcus Æquatoris (Q S) inter Meridianum, & circulum Declinationis à Mundi Polo (G) per Sydus V deſcriptum interceptus.

Primæ Refractionis Aſtronomicæ affectiones referuntur lib. 5. num. 20, quem conſule.

NVMERVS XXIII.

Diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano & Diei tempus inuenire, cùm Sol gradus ſaltem 40 altus eſt.

HÆc determinatio additur, vt excludatur Refractio, cùm ad eius inuentionem hoc ipſo Problemate vſuri ſimus.

Fig. 14. Meridianus ſit A Q D; Horizon A B, Polus Mundi Boreus X; Vertex Q; Æquator C D centrum Solis in G, declinans ad boream, per quod ductus ſit Declinationis Quadrans X-G E. Arcus igitur o C E, eſt diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano, quam oportet inuenire. o per def. 5. nu. præc.

Inſtrumento cape Solis diſtantiam à Vertice, cui deme Parallaxim per *num.* 21 inuentam. Sic nota erit (Q G) diſtantia Vera Solis à Vertice. Tum notus fiat arcus (Q X) diſtantia Poli à Vertice, quod fiet, ſi (B X) Altitudo Poli inuenta per *num.* 27. *lib.* 1. ſubducatur à Quadrante

drante (B Q). Reperiatur deinde EG Declinatio Solis; ad quod opus eſt, vt hoc ipſum Diei tempus, quod hic quæritur, aliunde ſit notum præter propter, vt ad illud inquiri poſſit locus [b] Solis in Ecliptica, atque ita innoteſcat [c] eius Declinatio E G. Fiet verò præter propter notum Horologio Horizontali Sciaterico accuratè conſtructo. Subductâ iam Declinatione (E G) à Quadrante (E X) notus erit arcus G X. Quoniam igitur in triangulo G Q X nota ſunt tria latera Q G, Q X, G X, ex his reperietur [n] angulus Q X G, ſeu C X E, adeoque & arcus Æquatoris C E ipſum [p] metiens, ipſa videlicet diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano A Q D: quæ conuerſa [r] in tempus Solare, dabit quæſitum Diei tempus exactè.

Quæret aliquis quî fieri poſſit, vt ex tempore Diei, hoc eſt diſtantiâ Solis à Meridiano ſolùm præter propter cognitâ, exacta eiuſdem cognitio obtineatur.

Reſpondeo: licet error in tempore commiſſus æquaret quadrantem vnius Horæ: tamen quia Sol interim vix abſoluit Secunda 2 & 27 Tertia, locus eius ad falſum tempus quæſitus, non aberrabit à loco debito Tempori Vero vel ad vnius Gradus Minutũ vnum. Quare hinc neque in Declinationem, loco Solis ita reperto debitam, neque in diſtantiam Solis Meridianam ex illâ repertam, poterit error ſenſibilis deriuari.

b per num. 55 lib. 1.
c per num. 52. lib. 1.
n per trigon. Sph. prob. 18.
p per def. 4. num. 66. lib 2.
r per nu. 51. lib. 1.

Si Sol ſit in Æquatore, puta in E, quod in Æquinoctijs contingit, vtere triangulo E Q X; in quo datur Quadrans Declinationis EX, & Q E diſtantia Vera à Vertice nota ſit, vt ſupra. Si Sol ſit in O, declinans ad Auſtrum, vtere triangulo O Q X, in quo latus O X componitur ex Declinatione O F, & Quadrante F X: reliqua latera nota fiunt, vt ſupra.

Corollarium.

Vbi Refractiones fuerint inuentæ, vniuerſalis erit Problematis ſolutio iam tradita qualiſcumque fuerit Altitudo Solis, ſi diſtantiæ à Vertice per inſtrumentum captæ, addatur Refractio, & dematur Parallaxis; ſic enim nota [a] erit diſtantia Vera à Vertice Q G: quâ inuentâ reliqua operatio eadem erit, quæ ſupra.

a num. 19. & 20. l. 1.

NVMERVS XXIV.

Diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, & tempus Diei, licet Sol infra Horizontem, aut ei vicinus ſit, incognitâ adhuc Refractione, inuenire.

OBſerua tempus quo Sol non abſit longiùs ab Horiz. quàm 40 Gradibus, & ad illud inquire per *num. præc.* diſtantiam illius momenti ab Horâ 12 præcedenti, ſi obſeruatio fiat poſt Meridiem. Metire deinde vibrationibus Perpendiculi (vt docui *num.* 4), quantum ſit temporis ſpatium, ab eo momento quod iam factum eſt notum, vſque ad momentum quæſitum, quod nempe fieri notum petebatur, & ad quod reperiri debebat diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano. Hoc temporis interuallum adde diſtantiæ momenti prioris ab Horâ 12; ita notum fiet totum tempus ab Horâ 12, vſque ad momentum quæſitum: quod [a] conuerſum in Gradus & Minuta Æquatoris, dabit diſtantiam Æquatoriam Solis à Meridiano ad momentum quæſitum.

a per nu. 51. lib. 1.

Quod ſi obſeruatio fiat ante Meridiem, vibrationibus Perpendiculi metire quantum temporis ſpatium ſit à momento quod vis facere notum, & ad quod deſideras diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, vſque ad momentum aliquod, quo Sol iam incipit attolli ſupra Horiz. Gradibus 40, vt Refractio vitetur. Illius verò momenti ſecundi diſtantiam ab Horâ 12 ſequenti notam fac per *num. præc.* quæ addita interuallo priori, dabit totum tempus à momento primo vſque ad 12 ſequentem; atque hoc tempus conuerſum in partes Æquatoris, exhibebit diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano ad momentum primum.

Corollarium.

Poſtquam Refractiones fuerint inuentæ non requiretur Altitudo Solis par, aut maior 40 Grad. tunc enim Problema vniuerſaliter abſoluetur, iuxta *Corol. num. præc.* licebitque captare tempus quo Sol parum ab Horizonte diſtet, atque ita breuiùs fiat tempus vibrationibus Perpendiculi numerandum.

NVMERVS XXV.

Diſtantiam Lunæ Æquatoriam à Meridiano inuenire.

e per num. 55 lib.1. d per num. 46. vel 47. lib.2. f per num. 65 lib.2. i per nu.52. lib 1. Fig.14.

MOmentum illud, ad quod deſideras diſtantiam Lunæ Æquatoriam à Meridiano, fac notum, itemque notam fac diſtantiam Solis Æquaroriam a Meridiano ad idem momentum. Vtrumque obtinebis vel per *num.* 23, ſi Sol ſit alrus ſaltem Grad.40, vel per *num.*24, ſi Horizonti ſit propior, aut iofra eum. Inquire deinde ad momentum, quod iam factum eſt notum, Longitudinem Veram tam *e* Solis, quàm *d* Lunæ; ſed Longitudinem Lunæ, ſi Latitudinem tum habeat, ad *f* Eclipticam reducito. Quærâtur deindè ad idem momenrum iam notum *i* Aſcenſiones Rectæ, (hoc eſt diſtantiæ Æquatoriæ ab initio ♈) tam Lunæ quàm Solis: ſic enim innoteſcet etiam diſtantia Æquatoria Lunæ & Solis, quæ ſit ex.gr. arcus Æquatoris F T. Si iam Sol fuerit in T, remotior videlicet à Meridiano, aufer a T C diſtantiâ Æquatoriâ Solis à Meridiano, quæ ſupra iam innotuit, diſtantiam Æquatoriam Lunæ & Solis F T etiam notam: reſiduum F C dabit diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Meridiano. Quod ſi Sol ſit in F, propior Meridiano, quàm Luna in T, tunc T F diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Sole, adde ad F C diſtantiam Æquatoriam Solis à Meridiano: ſic oota erit T C diſtantia Æquatoria Lunæ à Meridiano, quæ petebatur.

NVMERVS XXVI.

Refractionem Solis Horizontalem, tam Simplicem, quàm Compoſitam, inuenire.

Fig.13. o def 4. num 22.

HOrizon Verus eſto F K, Viſus L E; Zenith M; Verticalis M N, Polus Mundi G; Æquator Q R; Meridianus F M R. Sol ſit in A infra Horizontem Verum; ſed eius centrum appareat in B puncto Horizoonis Viſi. Oporteat Parallaxim Horizontalem *o* Simplicem A D, & Compoſitam A B reperire.

a per nu.4.

Per Polum G, & A centrum Solis ductus intelligatur arcus circuli Declinationis G A, ſecans Æquatorem in S. Erit S Q diſtantia Æquatoria Luminaris à Meridiano F M R. Si iam obſeruare placuerit Refractionem Veſpertinam, vibrationibus Perpendiculi *a* metire tempus à Meridie præcedenti vſque ad momentum, quo Solis centrum apparet in Horizontis Viſi puncto B; ſi Matutinam, tunc eodem modo metire tempus à momento, quo Solis centrum apparet in Horizonte Viſo, vſque ad Meridiem ſequentem. Tempus ſic inuentum in partes Æquatoris conuerſum, dabit diſtantiã Solis Æquatoriam S Q à Meridiano. Et hanc quidem omnino expedit vibrationibus Perpendiculi, vt iam expoſui, notam facere, tum quia is modus omnium certiſſimus eſt, tum quod hic labor ſemel exantlatus, non ſolùm Parallaxi Horizontali inueniendæ, ſed alijs etiam ad ſingulos Altitudinis Gradus reperiendis, inſeruiet, ſi vibrationum numerus ad ſingulos Gradus Altitudinis ineatur. Quod ſi laborem iſtum numerandi vibrationes ſubire totum nolueris, vtere Problemate *num* 24, eoque inueni & tempus quo Luminare Horizontem Viſum apparenter attingit, & eius diſtantiam tunc Æquatoriam à Meridiano. Vtrouis modo inuenta diſtantia Æquatoria dabit angulum Q G S, ſeu M G A, quem *b* metitur. Deinde ad notum ſic momentum, quo Solis centrum in Horizonte Viſo apparet, quære *i* Declinationem Veram Solis A S, quæ addita Quadranti S G, dabit arcum A G. Arcus verò G M eſt complementum Altitudinis Poli K G, quæ nota ſit per *Num.* 27. *lib.*1. In triangulo igitur A M G, quia nota ſunt angulus M G A, & latera A G, G M, ex his innoteſcet *m* latus A M, diſtantia Vera Solis à Vertice, quæ ſemper reperietur maior Quadrante. Ab hac igitur ſi demas Quadrantem D M, nota erit Parallaxis Horizontalis Simplex A D.

b per def.4. nu 66 l.2. i per num. 52.lib.1. m per trigon Sph. prob.19.

Arcus autem B D metitur Parallaxim Horizontalem, vt oſtendi ad *def.*4.*num.*22. Parallaxis verò Horizontalis Solis inuenta eſt *num.*19.*&* 21. Quare arcus B D notus. Hunc ergo ſi addideris arcui iam noto A D, tota Solis Refractio Horizontalis A B nota erit.

Solis Refractio Horizontalis Simplex Tychonica eſt Grad.0.31′. 6″; Tota, ſeu Compoſita Grad.0.34′, ſed nimia, quia Parallaxim Horizontalem nimis magnam aſſumit Grad.0. 2′.54″. Quantitates à Ricciolo inuentæ, multò ſunt accuratiores, quas Tabellâ ſequenti exhibeo.

Refractio Solis Horizontalis Compoſita.

Æſtiua.	*Æquinoctialis.*	*Hyberna.*
Grad.32'.25".	Grad.0.33'.0"	Grad.0.33'.40".

Corollarium.

Refractio Solis Horizontalis eſt maior Parallaxi Horiz. eiuſdem. Semper enim, cùm Sol in Horizonte apparet (puta in B) eius à Vertice diſtantia Vera (puta M A) Quadrante maior reperitur.

Scholium.

Solis Refractio Horizontalis Simplex inuenta à nobis eſt independenter ab omni Parallaxi, & Motibus Lunaribus; quod quidem totum ratiocinium noſtrum excutienti manifeſtum erit. Id Viſum eſt hic annotare, vt appareat circulum non fuiſſe commiſſum in maximâ Eccentricitate Lunæ determinandâ lib.2.num.41, *ex quo loco huc, & ad* numerum ſeq. cum ſuo Scholio, *inprimiſque ad* Scholium num.46. *vbi totum hoc negotium concludetur, Lectores remiſeram.*

NVMERVS XXVII.

Solis ſupra Horizontem apparentis Refractiones tam Simplices, quàm Compoſitas inuenire.

§.1. Iiſdem poſitis quæ *num.præced.* Inſtrumento cape diſtantiam Solis Apparentem Refractam à Vertice; deinde eo modo, quem *num.præced.* iam tradidi, inquire Solis à Vertice diſtantiam Veram. Ex vtriuſque collatione diſtantiæ, Refractiones innoteſcent hunc in modum. *Fig. 13.*

§.2. Si Solis diſtantiâ à Vertice Apparens Refracta M C minor ſit diſtantiâ verâ M I; Apparens M C ſubtracta Veræ M I, dabit Refractionem Simplicem I C; cui ſi addas Solis Parallaxem *a* I O, dato tempori conuenientem, habetur Refractio Tota, ſeu Compoſita O C. Atque in hoc caſu Refractio abſolutè maior eſt Parallaxi. *a qua reperitur per num.21.*

§.3. Si diſtantiâ à Vertice Apparens Refracta par eſt diſtantiæ Veræ M I, Refractio Parallaxi æqualis eſt, parallaxis enim iſti momento conueniens ſit I O. Vi Parallaxeos Sol, ſi abeſſet Refractio, appareret in O: cùm ergo appareat in I, liquet Parallaxim I O à Refractione elidi, ac proinde hanc illi æqualem eſſe.

§.4. Si diſtantia Apparens Refracta M X à Vertice maior ſit diſtantiâ Verâ M I, ſed non tanto exceſſu, quanta eſt Parallaxis I O, tunc Refractio eſt O X, minor Parallaxi, quæ vt innoteſcat, aufer à diſtantiâ Apparente Refractâ M X, Veram M I, & reſiduum I X à Parallaxi I O: reliquum dabit Refractionem O X.

§.5. Si diſtantia Apparens Refracta à Vertice par ſit diſtantiæ Veræ M I, vnà cum Parallaxi I O, Refractio eſt nulla, ſeu inſenſibilis. Siqua enim eſſet, attolleret Solem ſupra locum O, ad quem à Parallaxi deprimitur.

Hunc in modum Refractiones Solis ad ſingulos Altitudinis Apparentis Refractæ Gradus reperiuntur, quarum Tabulam exactiſſimam exhibet Ricciolus *ſub finem tomi* 1. *Almag. Tab.* 9.

Corollarium.

Circa Gradum Altitudinis 45 Refractiones modo iam dicto inuentæ euaneſcunt: iſthic enim reperitur diſtantia Apparens à Vertice, æqualis diſtantiæ Veræ vnà cum Parallaxi. Ergo per §.5.*&c. vide Coroll.4.num.28.*

Scholium.

Solis Refractiones Simplices hic repertæ à nobis ſunt independenter à Motibus Lunaribus, & Parallaxi quacumque; vti liquidò patebit totam inuentionis ſeriem recolenti; quod hic moneo ob cauſam præcedenti Scholio indicatam.

NVMERVS XXVIII.

Refractiones Lunæ, tam in Horizonte, quàm ſupra Horiz. Apparentis inuenire.

Fig.15. HOrizou Verus ſit F K, Viſus L E; Zenith M; Verticalis M N; Polus Mundi G; Meridianus F M R; Æquator Q R.

§.1. Appareat primò Lunæ centrum in Horizontis Viſi puncto B, ipsâ infra eum exiſtente. Tum, vt *num.26.* docui in Sole, inueni diſtantiam Veram Lunæ à Vertice, quæ ſemper reperietur minor Quadrante; adeóque Lunâ Apparente in Horizunte Viſo in B, locus eius Verus inter Horizontem Verum F K, & Viſum L E, exiſtet, ex.gr. in A, Veraque eius diſtantia à Vertice erit A M, minor Altitudinis Quadrante D M. Quia porro ad reperiendam Lunæ diſtantiam Veram à Vertice, opus eſt, vt patet *ex num.26*, diſtantiâ Lunæ Æquatoriâ à Meridiano S Q, eam reperies aut ſolis Perpendiculi vibrationibus, vt *num.26.* iam tradidi, vel per modum *numeri* 25. Inuentam igitur Lunæ diſtantiam Veram à Vertice M A, aufer à Quadrante M D, & reſiduum D A aufer ab arcu D B, qui eſt [b] Parallaxis Lunæ Horiz. ac proinde notus fit per *num.* 14. Poſtremum reſiduum AB dabit Refractionem Lunæ Horizontalem.

b *oſtendi ad def.4.n.22.*

§.2. Appareat deinde Luna ſupra Horizontem Viſum: ſit autem Lunæ locus Verus in I; locus Viſus, ſeu Parallacticus, O; adeóque Parallaxis iſti momento conueniens I O. Inueni diſtantiam Veram Lunæ à Vertice M I, vt docui *num.* 26; ſed quando iſthic pro Sole adhibetur *numerus* 24, hic vtere *numero* 25. Capiatur deinde inſtrumento Lunæ diſtantia à Vertice Apparens Refracta M X, quæ ſemper reperietur maior diſtantiâ Verâ M I, & minor diſtantiâ Viſâ, ſeu Parallacticâ M O, adeóque Lunæ locus Apparens Refractus inter Verum I, & Viſum, ſeu Parallacticum O, intercedet. Aufer tandem diſtantiam à Vertice Veram M I, à diſtantiâ Apparente Refractâ M X, & reſiduum I X aufer à Parallaxi I O, quæ nota fit per *num.* 14. Poſtremum reſiduum O X, dabit Refractionem Lunæ quæſitam ad Altitudinem Lunæ Apparentem Refractam B X.

Hunc in modum inueniuntur Refractiones Lunares ad Gradus ſingulos Altitudinis Refractæ Apparentis.

Refractiones Lunæ Horizontales à Ricciolo inuentæ ſunt hæ:

Æſtiua	*Æquinoctialis*	*Hyberna*
Gr.0.33′0″.	Gr.0 33′.40″.	Gr.0.34′.20″

Corollarium.

1. Refractio Lunæ Horizontalis ſemper minor eſt Parallaxi eiuſdem Horizontali. Cùm enim Luna apparet in Horizonte Viſo in B, ipſa verè exiſtit inter Horizontes Verum F K, & Viſum L E, (vt dixi §.1.) puta in A. Ergo AB Refractio Horizontalis Lunæ minor eſt arcu D B, qui eſt Parallaxis Lunæ Horizontalis, vt oſtendi *ad defin.4, num.22.*

2. Etiam Refractiones Lunæ ſupra Horizontem apparentis ſunt Parallaxibus, quæ iis reſpondent, minores. Quia Lunæ locus Apparens Refractus (X) ſemper Medius eſt inter Verum (I), & Viſum ſeu Parallacticum (O), vt dixi §.2. Ergo Refractio (O X) rurſum minor eſt Parallaxi (O I).

3. Quemadmodum Solis, ita & Lunæ, Refractiones modo iam tradito inuentæ; ad Gradum 45 Altitudinis euaneſcunt. Ad hunc diſtantia Apparens Refracta à Vertice inuenitur ad omnes deinceps Gradus vſque ad 90, æqualis diſtantiæ Viſæ, ſeu Parallacticæ M I O.

4. Abſolutè verum eſt Refractiones Lunæ, Solis, Fixarum à Gradu Altitudinis 45 euaneſcere; ac proinde tam Parallaxes quàm Refractiones iam inde à *Cap.2.* huc uſque hoc ſuppoſito

poſito deductæ, rectè ſe habent. Nam per *præc. Coroll.* diſtantia Parallactica Lunæ à Vertice, & eiuſdem diſtantia Refracta à Vertice à Gradu 45 per omnes ſequentes vſque ad 90, ſemper æquales reperiuntur, ſic vt locus Lunæ Refractus cum Parallactico ſemper conueniat. Atqui æqualitas, & conſenſus adeò conſtans haberi non poſſet, ſi Hypotheſis de Refractione ad Grad 45 euaneſcente, ex quâ Parallaxes, & Refractiones hactenus deduxi, fuiſſet falſa, ſi enim poſt Grad.45 adhuc verè Refractio ſe immiſceret, locus Refractus in tanto Graduum numero à loco Parallactico aliquando diſſideret. Quamuis enim fieri poſſet, vt aliquoties coinciderent; vt tamen coincidant ſemper, id prorsùs commentitium eſſe, nemo (opinor) inficias ibit. Ergo &c. Quoniam verò Sol, & Fixæ, vtpote altiores, minùs *a* refringuntur quàm Luna, ſi huius Refractio ad Grad.45 euaneſcat, euaneſcet à fortiori etiam illorum, & Fixarum quidem ad Gradum Altitudinis 20, vt dicetur *num.6. lib.5.* *a per propr. 6 num.20. lib.1.*

NVMERVS XXIX.

Notæ ad Refractiones.

§.1. REfractio Veſpertina cæteris paribus aliquanto minor eſt Matutinâ, quia veſpertinus aër calore Diurno magis excoctus, adeóque purior eſt.

§.2. Ob eandem cauſam Refractiones Æſtiuæ minores ſunt Æquinoctialibus, & hæ Hybernis.

§.3. In Refractiones Solis Compoſitas magnus error inducitur, ſi Parallaxis Solis nimis magna ſtatuitur. In quo grauiter Tycho, & alij eum ſecuti hallucinantur: dum enim Parallaxim Solis Verâ maiorem Refractioni Simplici addunt, Refractionem Totam, ſiue Compoſitam neceſſariò efficiunt longè verâ maiorem. Atque hinc factum opinor, vt Solis Refractio Horizontalis Tychonica (quemadmodum patet ex *tom.1. Progymn. pag.79, & 124.*) euaſerit maior Lunari, quòd obſeruationibus repugnat.

§.4. Refractiones Horizontales obiectorum inæqualiter à Terræ centro diſtantium, vt Solis, Lunæ, apicis altiſſimi montis cuiuſpiam, omnes æquales ſunt, ſi eadem reſpectu omnium fuerit Atmoſphæræ, ſeu Refractiui aëris denſitas & Altitudo. Quod quidem hactenus non videtur ab Aſtronomis & Opticis animaduerſum.

Probatio eſt manifeſta. *In ſchemate 32. lib.1*, Terra ſit A O D, Atmoſphæra D O L C F, Horizon Verus AK, Viſus O B, Oculus in contactu O. Refractio Horizontalis obiecti E ad Oculum O ea eſt, quæ fit per radium Refractum O C tangentem, & in ipſo Horizontis Viſi plano exiſtentem. Ille verò tantùm eſt vnicus, is nempe qui Terram (vt iam dixi) tangit in O, vbi Oculus ponitur. Ergo etiam radius incidens Refracto illi vnico C O reſpondens, tantùm eſt vnicus. Quare cùm in omni Refractione Horizontali, idem ſit radius incidens E C, atque idem radius Refractus C O, etiam Refractionis angulus O C I ſemper erit idem. *Fig.32.l.1*

Neque hæc pugnant cum ijs quæ dixi *Propr.6. num.20. lib. 1*, nempe ſiderum eandem Altitudinem, ſiue diſtantiam à Vertice habentium, illud refringi magis, quod Terræ vicinius eſt. Sint enim duo ſidera, E remotius à Terrâ, P vicinius. Horum (vt iam oſtendi) Horizontalis Refractio vnâ eâdemque peragitur viâ E C O, P C O: Sed eorum diſtantiæ à Vertice N E, Q P, manifeſtò inæquales ſunt.

§.5. Quo pacto igitur fieri poteſt, vt (quod obſeruationes Tychonis, & aliorum requirunt) Refractio Horizontalis Lunæ ſuperet Horizontalem Solis, hæc autem excedat Horizontalem Fixarum?

Iam ſanè liquet id non contingere (quod putauit Ricciolus *lib.10. Almag. pag.653. Probl,25*) quia Luna ſit Terrę vicinior, quàm Sol, cùm §.4. oſtenſum ſit Refractionem Aſtrorum Horizontalem, quantumuis inæqualiter diſtantium à Terrâ, peragi vnâ ſemper eâdemque viâ E P G O. Videntur igitur Obſeruationes intelligi debere non de Refractione Horizontali præciſè, ſed de ijs quæ contingunt, quando Aſtra ſunt Horizonti Viſo quàm proxima: ſi enim vel tantillam habuerint Altitudinem, poterunt ea quæ magis diſtant à Terrâ, refringi minùs, quàm ea quæ minorem à Terrâ diſtantiam habent, vt patet ex *propr.6. num. 20. lib.1.* cùm demonſtratio hìc allata ſolùm valeat, quando Aſtra apparent in Horizonte Viſo præciſè.

CAPVT V.

Inquiruntur Apparentes Diametri Solis & Lunæ.

NVMERVS XXX.

Diametrum Solis Apparentem obſeruare.

Fig. 19. SEctus ſit Sol plano per B centrum ſuum,& A centrum Oculi producente in ipſo circulum Maximum F R E L; quem tangant radij Viſuales AC, AD, in C & D. Arcus C L D ſolus ſpectatur ab Oculo A, & eſt minor ſemicirculo F L E, ſed inſenſibiliter.

Recta igitur C D ſubtendens arcum Solis Viſum F L D, eſt Diameter Solis Apparens.

Eodem modo Apparens Diameter cuiuſuis Aſtri definitur.

Cùm autem petitur Apparens Diameter, petitur quantitas anguli CAD, ſub quo ea ſpectatur,, ſiue Scrupula arcus C P D centro A deſcripti,à quo C D inſenſibiliter differt. Hunc igitur angulum, ſiue arcum,hic oportebit inquirere. Quæ quidem diſquiſitio quantum Aſtronomis negotium faceſſat, ex ſingulorum conatibus apparet.

Modus primus.

Deſigna planum Meridiani duobus filis tenuiſſimis,ſupra lineam Meridianam perpendiculariter ſuſpenſis. Tum, capite tranſuerſæ cuipiam trabeculæ innixo, contemplare Solem per tubum vitris coloratis inſtructum, & immobilem, donec collimando per duo fila, conſpicias Solis limbum Occidentalem attingere planum per duo fila ductum; hoc eſt ipſum planum Meridiani; eodemque momento iube numerari vibrationes Perpendiculi, vſque dum limbus Solis Orientalis idem planum attingat; hoc eſt vſque dum totus Solis discus Meridiani pla-

a per nu. 4. num pertranſeat. Ita notum [a] fiet temporis ſpatium, quo Solis Diameter Meridianum per-

b per num 51.lib.1. tranſit. Hoc tempus, ſi Sol tum ſit in punctis Æquinoctialibus, in partes Æquatoris [b] conuerſum, dabit Minuta,quæ Diameter Solis Apparens ſubtendit. Si verò ſit extra Æquatorem, tunc de Æquatoris arcu ſumenda eſt pars proportionalis, vt iam dicturus ſum.

Fig. 16. Axis Mundi ſit AB; Meridianus A C B D; Æquator C D; Parallelus,in quo Sol tum eſt, E G F; Arcus Paralleli Diametrũ Solis ſubtendens E G. Per G ducatur circulus Declinationis A G K B. Tempus quo arcus E G, à Solis Diametro ſubtenſus, adeóque & arcus C K, Meridianum pertranſierunt in partes Æquatoris conuerſum,notificauit non arcum E G, ſed arcum C K, illo maiorem tantò, quantò Æquator C D maior eſt Parallelo E F. Quare ſi fiat vt Æquator C D, ad Parallelum E F, ita Minuta arcus iam noti C K ad Quartum; prodibunt Minuta Æquatoris, quibus arcus E G, hoc eſt Solis Diameter, æqualis eſt. Ratio au-

c per num. 37. vel nu. 52. lib 1. tem peripheriarum C D, E F ſic fiet nota. Inquire ad momentum datum [c] Solis Declinationem E C, ſeu G K; quâ demptâ à Quadrante CA,notus erit arcus AE, eiuſque Sinus E M.

d in ſelectis ex Archim. pag. 7. Peripheriæ [d] C D, E F ſunt inter ſe, vt Radij ipſarum N C, M E. Sed N C, M E ratio nota eſt, cùm N C ſit Sinus Totus, & M E Sinus noti arcus AE. Ergo peripheriarum C D, E F ratio nota eſt.

Idem obtineri poteſt in ſpecie Solis per foramen exiguum tranſmiſsâ, numerando vibrationes Perpendiculi, dum tota ſpecies ſectionem Meridiani, in Tabellâ candidâ deſignatam, pertranſeat.

i conſtructioně eius tradit. lib. 3 Almag. cap. 20. Hunc modum Ricciolus egregiè excoluit, vſus Perpendiculo [i], cuius vna ſimplex vibratio erat vnius dimidij Secundi: eoque affirmat ſe omnibus penſitatis Diametrum Solis Apogei adeptum eſſe Min. 30'. 30", Perigei Min. 33'. Fatetur tamen de vnius dimidij Minuti exceſſu defectuve ſemper ſe dubium manſiſſe, eò quòd duo circiter Secunda temporis numerentur, antequam certus ſis marginem Solis planum filare ſub initium, & finem obſeruationis attingere. Interim vel ex hac ipsâ dubitatione apparet, quantam in obſeruando vir ille ſubtilitatem adhibeat.

Modus ſecundus.

Fig. 18. Trabeculæ ligneæ M G perpendiculariter affixa ſit lamina metallica L N, rotundo foramine pertuſa in B, cuius Diameter non excedat duas vncias Pedis Romani. Huic æquidiſtet

altera

altera tabella candida G K, interuallo 10 Pedum, aut plurium. Nota autem eſſe debet Diameter foraminis in minimis particulis, puta in centeſimis vnius vnciæ, & in ijſdem particulis nota etiam ſit oportet tabellarum diſtantia Q P. Deinde in cubiculo totaliter obſcurato, ſub Meridiem, intromitte Solis ſpeciem per foramen lamellæ B, in tabellam candidam G K, ſic vt coni lucidi axis B I, ſit ad tabellam rectus, & puncturâ acus deſigna ſpeciei Solaris Diametrum O C. Id verò debet celeriter expediri, ne interim imago Solis moueatur, vel potiùs à duobus vtraque punctio in O, & C, eodem momento abſoluenda. Tum circino acutiſſimo acceptam Diametrum O C notam fac in partibus diſtantiæ tabellarum Q P, ſeu B I. Sic enim in triangulo rectangulo BIC, nota erunt latera C I, I B: ex quibus [a] reperietur angulus CBI, qui eſt ſemiſſis anguli C B O; ac proinde C B O, adeóque & ipſi ad verticem æqualis D B E ſub quo Solis Diameter apparet, notus fiet. a per Probl 5. cap. 3. Geo. Pract.

Porro vt exacta ſit obſeruatio, præter iam dicta, ſequentes adhibeantur cautelæ.

1. In determinandâ ſpeciei Solaris Diametro O C etiam penumbra, ſeu vmbrago includatur, excluſâ tantùm merâ ac ſimplici vmbrâ.

2. A Diametro ſpeciei Solaris O C, ſubducatur Diameter foraminis B, aliàs Diameter O C colligetur nimis magna, ob cauſam à Keplero indicatam, quam etiam nos, fauente Deo, in [a] Dioptricâ exponemus. Hoc quia Scheinerus, diligenter aliàs in hoc ſcrutinio verſatus, omiſit, Diametrum Solis Viſualem ſemper iuſtâ maiorem collegit. Ipſum conſule, *Roſæ Vrſinæ lib. 4.* a mors Authoris Dioptricam ipſius intercepit.

3. Plura expedit adhibere foramina, vt peritè monet Ricciolus, qui ſe ait plerumque iteratâ obſeruatione duo foramina adhibuiſſe, quorum alterum altero duplo eſſet maius, vt ſibi conſtaret, an vtriuſuis ſubtractâ Diametro, æqualis (quod oportet) remaneret ſolaris imaginis Diameter O C.

Hoc modo vſi ſunt Tycho, Keplerus, Cyſſatus, Ricciolus; eſtque omnium haud dubiè optimus, ſi cautelæ iam dictæ adhibeantur. Nihilominus quia confinia lucis, & vmbræ non ſunt prorſus euidentia, & dum oculus ſatagit dubium eximere, inquit Ricciolus, baſis lucida mouetur: remanet ſemper dubium de exceſſu dimidij circiter Minuti in Diametro Solis inde deductâ.

Modus tertius.

Hunc tradit Gaſſendus in *lib. de Magn. Solis humilis & ſublimis.* Trabeculæ, cuius longitudo erat 22 Ped. Pariſienſium, normaliter affixit duas tabellas ad capita æquales, & parallelas, quarum latitudines erant 796, qualium diſtantia ipſarum fuit 38308, hoc eſt Pedum, vt iam dixi, Pariſinorum 22. Deinde rectâ obuerſis ad Solem tabellis dimenſus eſt vmbræ latitudinem à primâ tabellâ proiectam in ſecundam. Ex quâ demum collegit angulum Viſualem Solis. Praxis verò ſe habet, vt ſequitur.

Tabellæ prioris latitudo ſit AB, per cuius extremitates A, B tranſeuntes Solis radij KAN, P B N, in tabellâ poſteriori determinent C D latitudinem vmbræ ipſius AB. Concurrant autem radij in N. Quia tabellæ ſunt parallelæ, erit vmbra C D, parallela ad AB; ideóque ſi ex N ad C D perpendicularis ducatur N E, ea producta in F, etiam erit perpendicularis ad A B. Et quia tabellæ ſunt Soli obuerſæ æquidiſtanter, liquet radios AN, B N, & angulos NAF, N B F æquales eſſe. Cùm igitur in triangulis N F A, N F B anguli ad F ſint æquales, vtpote recti, itemque ad A, & B, & æqualia ſint latera AN, AB, etiam anguli ad N æquales erunt, itemque AF, BF æquales. Eâdem de causâ etiam, C E, D E æquales erunt. Ducatur iam D G parallela ad E F; quia etiam C D, AB, parallelę ſunt, erit E E G F parallelogrammum; ideóque F G æqualis D E. *Fig. 17.*

His poſitis, acutiſſimo circino cape vmbram C D, ſed vmbram puram, penumbrâ excluſâ, eamque fac notam in partibus diſtantiæ tabellarum, atque in ijſdem eodem modo fac notam AB, ita notæ erunt D E, F B, quas iam oſtendi earum eſſe ſemiſſes. Quia verò D E iam nota, æqualis oſtenſa eſt F G, etiam F G erit nota. Quare ſi F G notam auferas à notâ F B, remanebit B G nota. In triangulo igitur rectangulo D G B, cùm nota ſint duo latera B G, & D G, ſeu E F tabellarum diſtantia, ex his reperietur angulus G D B, hoc eſt (quia DG, NF ſunt parallelæ) F N B. Quare cùm oſtenderim ſupra F N B, eſſe ſemiſſem totius K N P, etiam K N P, ſobtenſus à Solis Diametro Apparente, notus erit. Quod erat quæſitum.

Quemadmodum modus ſecundus plerumque exceſſu aliquantillo peccat, ita poſtremus ille defectu. Procliue eſt ſiquidem ob incerta vmbræ, ac lucis confinia, vt cùm vmbræ C D quantitatem accipis, aliquid penumbræ, ſeu lucis dubiæ includatur, adeóque vmbra C D capiatur iuſtâ maior; ex quâ deinde angulus N colligatur iuſto minor: nam quò C D, adeóque & E D, ſeu F G, fuerit aſſumpta maior, eò reliqua G B, adeóque & angulus G D B,

hoc

hoc eſt, F N B, erit minor. Quæ cùm ita ſint, ſi vtroque modo varis, atque inter collectas ex vtroque Diametros, mediam eligas, proximè ad veram accedes.

Præter hoſce tres modos iam explicatos, alij ſunt plures ab Aſtronomis vſurpati; ſed minùs certi, quos hic propterea omiſi.

NVMERVS XXXI.

Solis Apogei Diameter Apparens eſt Min. 30'. 30". *Perigei Min.* 33'. 8": *Medij Min.* 31'. 56".

Et certum eſt Diametrum Solis Perigei Apparentem non eſſe minorem 30 *Minutis.*

VEritas tam partis primæ quàm ſecundæ comperietur ex accurato exercitio modi triplicis *Num.præc.* Ricciolus ſiné, qui videtur præ alijs omnibus in hoc negotium accuratiùs incubuiſſe, has quantitates omnibus penſitatis amplexus eſt.

Quod verò ſeorſim ad partem ſecundam attinet, ea inſuper ex omnium Aſtronomorum obſeruatione conſtat, quorum nullus Diametrum Solis Apparentem Minutis 30 reperit minorem.

NVMERVS XXXII.

Diametrum Lunæ Apparentem obſeruare.

Modus primus.

IDem erit cum eo, qui fuit *Num.* 30 primus pro Sole. Secundus iſthìc & tertius Lunę minùs conueniunt.

Modus ſecundus.

Obſerua quàm accuratiſſimè initium alicuius Eclipſeos Lunæ Totalis, adhibitis cautelis
a *num* 63. exponendis infra *lib.* 4, ^a atque ab eo momento vibrationibus Perpendiculi metire ^b tempus
b *per num.* 4. vſque ad momentum illud, quo Luna præcisè tota obſcuratur; quod ſit ex gr. Horâ 1. 6'. Inquire deinde motum Horarium Lunæ a Sole; quod quidem fiet hoc modo.

c *per num.* 46, *vel* 47 *lib.* 2. Inueni motum ^c Lunæ Verum ad momentum 12 Horis tempus obſeruationis præcedens, & rurſum ad momentum 12 Horis ſubſequens. Verorum motuum ſic inuentorum differentiam diuide per 24; quotiens dabit motum Horarium Lunæ Verum Eclipſis tempori conuenientem, vt patet. Eodem modo reperies motum Verum Horarium Solis. Aufer deinde motum Horarium Solis à motu Hurario Lunæ, Reſiduum dabit motum Horarium Verum Lunæ à Sole, Eclipſeos tempori conuenientem. Sit is ex.gr. Grad. 0. 26'. 48". Alios modos *vide infra lib.* 4. *num.* 2.

Cùm igitur Luna moueatur à Sole ſpatio Horæ 1. ex. gr. Gradibus 0. 26'. 48": igitur Horâ 1. 6', à Sole quot Minutis remouebitur? Per Regulam prop. Minuta quæſita innoteſcent: & tantam eſſe Apparentem Lunæ Diametrum concludes. Cùm enim poſitum fuerit ab initio obſcurationis vſque ad obſcurationem totalem fluxiſſe Horam 1. 6', manifeſtum eſt tot Minuta explere Apparentem Lunæ Diametrum, quot Minutis ſpatio Horæ 1. 6', Luna à Sule receſſit.

NVMERVS XXXIII.

D*iameter Apparens Lunæ Apogeæ in* ☌ & ☍ *eſt Gr.*0.28'; *in* □ □ *Gr.*0.27'. *Lunæ Perigeæ in* ☌ & ☍ *Grad.*0.33' 30". *in* □ □ *Grad.*0. 35'.6". *In diſtantiâ Mediâ Grad* 0.30'. 30".

APparentis Diametri Lunæ quantitas, vt habeatur exacta, pluribus ea modis inquirenda eſt, & ex inuentis media quædam eligenda. Adhæc conciliari ea debet cum obſeruationibus Eclipſium, quarum quantitas à Solis, & Lunæ Diametris Apparentibus dependet. Incredibili

credibili labore, & ſolertiâ hoc in negotio Ricciolus noſter verſatus eſt, qui tandem hiſce omnibus, pluribuſque alijs expenſis, quantitates ſupra recenſitas amplectitur. Ipſum conſule *Almag. lib. 4. cap. 16. præſertim pag. 231. 232*, vbi luculentiſſimè oſtendit, quam egregiè cùm Eclipſium phœnomenis, Diametri à ſe conſtitutæ, conſentiant.

NVMERVS XXXIV.

Veram Solis ac Lunæ Diametrum inuenire.

TAngentes ab Oculo ductæ AC, AD, determinent Apparentem Luminaris Diametrum C D, atque ex B centro ducantur BA, B C, B D. Referat autem AB diſtantiam Luminaris Perigeam, quæ nota eſt per *num.* 19: vel per *num.* 10: proinde C A D metietur Diametrum Apparentem Luminaris Perigei, qui notus eſt *per num.* 31, vel *per num.* 33. Quoniam triangula C B A, D B A ſibi mutuò æquilatera ſunt (Nam A C, A D, vtpote tangentes, æquantur *per Corol.* 2. 36. 3; & B C, B D ſunt radij, & B A communis eſt) erunt *per* 8. 1. anguli BAC, BAD æquales. Quoniam ergo notus eſt CAD, etiam eius dimidius BAC notus erit. Angulus verò B C A in contactu C, *per* 18. 3. rectus eſt. Quoniam igitur in triangulo rectangulo A C B, nota ſunt latus AB, [o] diſtantia Lunaris Perigei, & acutus BAC, ex his [a] reperietur B C Semidiameter Vera Luminaris. *Fig. 19.*

o *per num.* 12. & 19.
a *per Probl.* 2. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

Corollarium.

Eodem modo reperitur Diameter Vera cuiuſuis Aſtri, datis Apparente eius Diametro, & diſtantiâ à Terrâ.

NVMERVS XXXV.

Ad datum quoduis tempus Diametrum Apparentem Solis, vel Lunæ inuenire.

CVm Luminarium diſtantiæ à Terrâ aſſiduè varientur, neceſſe eſt etiam Apparentem Luminarium magnitudinem aſſiduè variari. *Fig. 19.*

Oporteat igitur eam ad datum tempus, adeóque ad quamlibet à Terrâ Luminaris diſtantiam inuenire. Reſumatur *in figurâ* 19 triangulum rectangulum ACB, in quo diſtantia Luminaris eſt AB, & Semidiameter Vera B C, angulus verò Diametri Apparentis eſt CAD. Inueni ad datum tempus diſtantiam Luminaris AB; Lunæ quidem *per num.* 13; Solis verò *per num.* 10. & 18: tum [d] vtriuſlibet reperi Semidiametrum Veram B C. Ex his [b] angulus CAB innoteſcet: qui cùm ſit æqualis [o] angulo BAD, notus erit Apparentis Diametri angulus totus CAD ad tempus datum.

Hunc in modum fiunt Diametrorum Apparentium Tabulæ.

d *per n. præc*
b *per Probl.* 4. *cap.* 3. *Geo Pract.*
o *Oſtendi num. præc.*

CAPVT VI.

De magnitudine Solis, & Lunæ.

NVMERVS XXXVI.

Sol maior eſt Terrâ plùs quàm millies ſeptingenties. Imo nouiſſimæ atque accuratiſſimæ Lunaris Dichotomiæ obſeruationes, Solem exhibent plùs quàm vicies, & ſepties millies Terrâ maiorem.

NVmero 17 oſtenſum eſt diſtantiam Solis à Terrâ excedere Semidiametros Terræ 2850; & *Numero* 31 Diametrum Solis Apparentem nunquam minorem eſſe 30 Minutis. Ex hac Diametro Apparente, & diſtantiâ Semidiametrorum Terr. 2850, quæ vtraque veris minora ſunt, reperitur per *Num.* 34. Vera Solis Diameter maior Semidiametris Terr. $12\frac{42420}{100000}$; quæ minor eſt verâ, vtpote deducta ex Diametro Apparente, & diſtantiâ nimis paruis.

uis. Sed demus eam eſſe tantùm Semid. 12, ac proinde ſit Diameter Terræ ad Diametrum Solis vt 1 ad 12. Si hæc ratio per quatuor terminos continuetur, 1. 12. 144. 1728, erit
a per 18.12. vt primus terminus, nempe 1, ad quartum 1728; ita [a] Terra ad Solem. Atqui hæc Solis quantitas elicita eſt ex Diametro Verâ, nimis paruâ. Ergo Sol eſt Terrâ maior pluſquam vicibus 1728.

Verùm longè altiùs ſolem euehunt obſeruationes Lunæ Dichotomæ, ſummâ diligentiâ atque ſolertiâ à Vendelino, ac inprimis Ricciolo noſtro inſtitutæ: ex quibus, (vt *num.* 19. oſtenſum eſt) colligitur diſtantia Solis à Terrâ nunquam minor 7000 Semid. Terr. Ex hac
b per n.11. diſtantiâ, & Apparente Diametro 30 Min. (quæ verâ [b] minor eſt) elicitur Vera [c] Solis Dia-
c per n.34. meter Semidiametrorum Terreſtrium $30\frac{12222}{100000}$; pro quâ aſſumo tantùm Semid. 30, vt Diameter Terræ, ſit ad Solis Diametrum, ſicut 1 ad 30. ſi ea proportio continuetur per 4 termi-
o per 18.12 nos, 1.30.900.27000, erit vt 1, primus terminus, ad 27000 terminum quartum, ita [c] Terra ad Solem. Quæ ipſa Solis quantitas quia deducta eſt ex verâ Diametro, adhuc nimis paruâ, erit Sol Terrâ maior plùs quàm vicibus 27000.

NVMERVS XXXVII.

Lunæ eſt ad Terram, vt 1 ad 55.

EX diſtantijs Lunæ Apogeæ, & Perigeæ in ☌, ☍ *num.* 10, repertis; ac præſertim ex mediocri repertâ *num.* 13. *Coroll.* 1, & ex Diametris Apparentibus *num.* 33. conſtitutis, colligitur per *num.* 34, vera Lunæ Diameter eſſe ad Diametrum Terræ, vt $26\frac{1}{3}$ ad 100. Quare ſi hæc proportio per quatuor terminos continuetur, erit vt [d] primus, nempe $26\frac{1}{4}$ ad quar-
d per 18.12 tum, ita Luna ad Terram. Ea vera proportio poſt abſolutum calculum reperietur, quæ eſt 1 ad 55.

CAPVT VII.

Modus inueniendi Parallaxes Longitudinis, & Latitudinis.

NVMERVS XXXVIII.

Definiuntur Parallaxes Longitudinis, & Latitudinis, item Parallaxes Aſcenſionis Rectæ, Declinationis, Diſtantiæ.

SVppoſitis ijs quæ definita ſunt *lib.* 1. *num.* 18, & *lib.* 3. *num.* 7. circa Parallaxim Altitudinis, ab hac demum ad reliquas Parallaxium ſpecies progrediemur. Species autem ſunt iſtæ, *Parallaxis Altitudinis*; *Latitudinis*, *Longitudinis*, *Aſcenſionis Rectæ*; *Declinationis*, *Diſtantiæ*: ad quarum intelligentiam clariorem, duplex ſchema adhibeo, in quo

Fig. 23. Meridianus ſit Q Z P, Polus Boreus A; Polus Zodiaci B; Zenith Z; Horizon Verus
& 24. Q P; Verticalis Z X; Ecliptica L H. Per B Polum Eclipticæ, & Zenith Z, ducatur circulus Maximus B Z N; erit hic vnus ex circulis Latitudinis; ſemicirculum verò Eclipticæ,
a per Corol qui ſupra Horizontem extat, ſecabit [a] bifariam in O, in duos Quadrantes; quorum vnus ad
1. num.71. Orientem pertineat, alter ad Occidentem. Quadrans Orientalis exhibetur in *fig.* 23, eſt-
lib.2. que H O: Occidentalem repræſentat *figura* 24, deſignaturque ijſdem litteris H O. His præmiſſis ſit

DEFIN. 1. Sidus quodcumque dicitur eſſe in *Nonageſimo Gradu Eclipticæ* (nimirum ab Horizonte computato) cùm attingit circulum Latitudinis, ſeu Longitudinis, Verticalem BZON. Hic enim, (vt dixi) ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum biſecat in O.

Sit deinde in circulo Verticali Verus aſtri locus in R, Viſus ſeu Apparens in F, adeóque Parallaxis Altitudinis ſit R F. Ab Eclipticæ Polo B, ducantur per locum Verum R, & Viſum F, Latitudinum circuli B R K, B F I, ſecantes Eclipticam in K, & I. In K terminatur Longitudo Vera ſideris, in I Viſa: ac proinde Longitudinis Veræ, & Viſæ differentia eſt K I. Latitudo autem Vera eſt R K, Latitudo Viſa F I.

2. *Parallaxis Longitudinis*, eſt differentia (K I) Longitudinis Veræ & Viſæ.

3. *Parallaxis Latitudinis*, eſt differentia Latitudinis Veræ R K, & Viſæ F I.

4. *Trian-*

4. *Triangulum Parallacticum Solis aut Lunæ*, eſt quod tres Parallaxes, Altitudinis, Longitudinis & Latitudinis conſtituunt.

Locus Verus ſit R vel C, Viſus F vel D. Per F vel C ducatur arcus F S, vel C M, inter Laritudinum circulos B R K, B F I, vel B C, B M D, parallelus Eclipricæ L H; qui quoad ſenſum non differt ab arcu circuli Maximi, & æquali ipſi K I, ſeu G E, Longitudinum differentiæ, eò quòd in Lunâ & Sole dictus arcus F S, vel C M, non niſi modicè ab Eclipticâ diſtet. Triangulum igitur Parallacticum eſt R F S, ſeu C D M, cuius vnum latus eſt R F, ſeu C D, Altitudinis Parallaxis; alterum F S (hoc eſt K I) vel C M (hoc eſt G E) Parallaxis Longitudinis; tertium R S, ſeu M D, Parallaxis Latitudinis, differentia videlicet Latitudinis Veræ K R & Viſæ I F, ſiue Veræ E D & Viſæ G C, arcus enim I F, K S; item G C, E M ob paruitatem & propinquitatem cenſentur eſſe paralleli.

5. *Parallaxis Aſcenſionis Rectæ*, eſt differentia Aſcenſionis Veræ & Viſæ.

6. *Parallaxis Declinationis*, eſt differentia Declinationis Veræ & Viſæ.

Pro 5. & 6 def. explicatione, Horizon eſto Q P; Zenith Z; Polus Boreos A; Æquator M N; Verticalis Z X; Syderis locus Verus R, Viſus F; Parallaxis Altitudinis R F; Sectio Verna O. Ex Polo A, per Verum locum R & Viſum F, tranſeant Declinationum circuli A R K, A F I. Igitur [a] Aſcenſio Vera eſt O K, Aſcenſio Viſa O I; & K I ipſarum differentia: hæc eſt Parallaxis Aſcenſionis Rectæ. Similiter [b] Declinatio Vera eſt R K, Declinatio Viſa eſt F I, ductoque arcu parallelo F S, ipſarum differentia eſt R S; hæc eſt Parallaxis Declinationis.

Fig.20. — *a def.39. nu.1. lib.1.* — *b def.18. ibid.*

7. *Parallaxis Diſtantiæ*, eſt diſtantiæ Veræ Viſæque differentia.

Horizon ſit Q P; Zenith Z; duo Sydera C, & D; Verticales per ea ducti Z C M, Z D B; Syderum loca Viſa ſint M, N; Diſtantia Vera arcus D C, Diſtantia Viſa arcus M N, circuli vterque Maximi. Igitur diſtantię Veræ D C & Viſæ M N differentia eſt Parallaxis Diſtantiæ.

Fig.21.

Ex his facilè iam erit exponere ſpecies Refractionis, quæ totidem ſunt quot Parallaxium.

NVMERVS XXXIX.

Affectiones primæ Parallaxium Longitudinis & Latitudinis, ac cæterarum.

1. IN gradu Eclipticæ Nonageſimo Parallaxis Longitudinis euaneſcit.

Ecliptica ſit L H; Horizon Q P; Polus Eclipticæ B; Zenith Z. A Polo Eclipticæ B, per Verticem Z ducatur circulus Longitudinis B Z N. Hic biſecat [a] ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum in O. Quoniam igitur Sydus ponitur eſſe in Nonageſimo Eclipticæ, erit in O, vel certè in [b] circulo Longitudinis Verticali B Z N, puta in V. Sit ergo Verus eius locus in V. Quoniam verò B Z N eſt circulus & [m] Longitudinis & Altitudinis, in eo continget Parallaxis Altitudinis, puta V Y, adeoque locus Verus V, & Viſus Y in vno Longitudinis circulo exiſtunt. Ergo nulla hoc caſu eſt Parallaxis Longitudinis, ad quam requiruntur duo Longitudinum circuli, quorum vnus tranſeat per locum Verum, alter per Viſum.

Fig.23. 24. — *a per Cor.2. nu.71. li.2.* — *b per def.1.* — *m def.31. nu.1. lib.1.*

2. In gradu Eclipticæ Nonageſimo, vna eademque eſt Altitudinis & Latitudinis Parallaxis.

Nam poſitis iiſdem quæ affectione 1, cùm circulus B Z N ſit Altitudinis circulus, liquet V Y eſſe Parallaxim Altitudinis; & cùm idem B Z N etiam ſit [i] circulus Latitudinis, liquet V Y eſſe differentiam Latitudinis veræ V O, & Viſæ Y O, ac proinde V Y etiam eſſe Parallaxim Latitudinis.

i per def.31. nu.1. lib.1.

3. In Nonageſimo gradu Æquatoris, ſiue in Meridiano, nulla eſt Parallaxis Aſcenſionis Rectæ, & Parallaxis Declinationis eadem eſt quæ Altitudinis.

In fig.20 Meridianus ſit Q Z A N; Polus Boreus A; Æquator M N; Sectio Verna O; locus Syderis Verus V, Viſus Y. Quoniam Meridianus Q A N eſt hic circulus non ſolùm Altitudinis, ſed etiam [c] Declinationis, liquet loci tam Viſi Y quàm Veri V, eamdem eſſe [d] Aſcenſionem Rectam O M; & V Y eſſe Parallaxim Altitudinis ſimul & Declinationis ab Æquatore M N.

Fig.20. — *c per def.18. num.1. lib.1.* — *d per def.39. num.1. lib.1.*

4. Cùm duo Sydera D, & N, ſunt in eodem Verticali Z B, Parallaxis diſtantiæ eadem eſt, quæ Altitudinis. Patet.

Fig.21.

5. Syderis extra Nonageſimum Eclipticæ gradum poſiti, in Quadrante Orientali Longitudo Vera minor eſt Viſâ, ac proinde Parallaxis auget Longitudinem. At in Quadrante Occidentali Longitudo Vera maior eſt Viſâ, adeoque Parallaxis Longitudinem minuit.

Fig.23. 24.

In *fig.23 & 24* ſit Horizon Q P; Vertex Z; Verticalis Z X; Ecliptica L H; Polus eius B; circulus [a] Longitudinis per Verticem tranſiens, & Eclipticam [b] biſecans in O, ſit B Z O N, locus Verus Syderis in R; Viſus in F. Per R & F ducantur Longitudinum circuli B R K,

a def.31. nu.1. lib.1. — *b per Cor.2. nu.71. l.2.*

B F I. Longitudo igitur Vera terminatur in K, Viſa in I: quæ puncta primò ſint in Quadrante Eclipticæ Orientali H O, *in fig.* 23. Quoniam igitur Longitudo numeratur ſecundùm ordinem Signorum ab Occaſu in Ortum, manifeſtum eſt Longitudinem (*in fig.* 23) numerari per L versùs O, ac proinde Longitudinem Veram terminatam in K, minorem eſſe Longitudine Viſâ terminatâ in I.

Sint deinde puncta K, & I in Quadrante Occidentali H O, *in fig.* 24. Rurſum igitur quia Longitudo numeratur ab Occaſu in Ortum, hoc eſt per H versùs O, liquet Longitudinem Veram terminatam in K, maiorem eſſe Viſâ terminatâ in I.

6. Manentibus iiſdem: in Regionibus citra Tropicum Cancri, Parallaxis Latitudinis R S minuit Latitudinem Veram Borealem R K: tunc enim Latitudo Viſa eſt S K.

Quod ſi Parallaxis Lat. æqualis eſt Latitudini Veræ Boreali, ita vt loco Vero exiſtente R, Viſus ſit T in ipsâ Eclipticâ, tunc Parallaxis Latitudinem perimit; ſi excedit, ita vt Vero loco exiſtente R, Viſus ſit vltra Eclipticam, puta in C, tunc Parallaxis tollit Borealem Latitudinem Veram R K, eamque mutat in Auſtralem Viſam C G.

Denique ſi Latitudo Vera fuerit Auſtralis ex. gr. C T, eam Parallaxis Lat. ſemper augeti Vero enim loco exiſtente in C, vltra Eclipticam versùs Auſtrum, locus Viſus, qui ſemper Vero humilior eſt, neceſſariò longiùs ab Eclipticâ versùs Auſtrum elongatur, puta in D; Inde Latitudo Viſa D T, ſemper excedet Veram C T, adeoque Parallaxis Lat. C D, Latitudinem Veram C T ſemper augebit.

7. Vniuerſim, ſi Parallaxis Altitudinis, & Latitudo Aſtri ad Polos oppoſitos tendant, Parallaxis Altitudinem vel minuet, vel tollet, vel transferet: ſi tendant ad Polum eumdem, Parallaxis Latitudinem ſemper augebit.

8. Parallaxis Altitudinis ſemper maior eſt tam Parallaxi Longitudinis, quàm Parallaxi Latitudinis, cùm ab eâ differt.

o per num. 68. lib. 2.

Triangulum enim Parallacticum F S R ad S rectangulum [o] eſt, in eoque latus recto angulo oppoſitum eſt R F Parallaxis Altitudinis, Parallaxes autem Longitudinis S F, & Latitudinis R S opponuntur acutis. Ergo per 11 Clauij *de Tri. Sph.* R F Parallaxis Altitudinis cæteris maior eſt.

NVMERVS XL.

Aſcenſionem [a] *Rectam Medij Cæli ad datum tempus inuenire.*

a quid ea ſit vide l. 1. n. 1. def. 40.
n vel vt tradā lib. 5. 45. independenter ab his.
b def. 39. nu. 1. lib. 1.

INueni tempus Diei, ſiue diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano *per num.* 23 *aut* 24, *eorumque Corollaria.* [n] Reperi deinde Aſcenſionem Rectam Solis, ſiue diſtantiam [b] Solis Æquatoriam à Sectione Vernâ per *num.* 52. *lib.* 1. Huic deme diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, ſi Sol Matutinus eſt; adde verò, ſi Sol eſt Pomeridianus: prodibit Aſcenſio Recta Medij Cæli quæſita.

Demonſtratio patet ex definitionibus citatis.

NVMERVS XLI.

Punctum Eclipticæ Culminans ad datum tempus inuenire: hoc eſt, puncti Eclipticæ per Meridianum tranſeuntis Longitudinem, ſeu diſtantiam à principio ♈ eiuſque Altitudinem Meridianam inuenire.

Fig. 22.

MEridianus eſto F A E; Horizon M R; Vertex Z; Æquator F G, eiuſque Polus Boreus A, Ecliptica D E, ſecta à Meridiano in D. Igitur punctum Eclipticæ Culminans eſt D. Oporteat huius diſtantiam ab initio ♈, eiuſque Altitudinem Meridianam D M inuenire.

d def. 5. num. 22.
g per def. 4. nu. 66. l. 2.
i per nu. 52. lib. 1.
f ibid.
x per trigon. Sph. prob. 20.

Sol eo tempore exiſtat in O, & à Polo A per O ducatur Declinationis Quadrans A P. erit F P diſtantiâ [d] Solis Æquatoria à Meridiano, quam notam fac per *num.* 23. *vel* 24 *eorumque Corollaria*: vel, vt independenter ab his tradam *lib.* 5. *num.* 45. Sit verò F P primò minor Gradibus 90. Quoniam A Polus eſt Æquatoris F G, arcus F P [g] metitur angulum F A P. Cùm ergo F P notus ſit, etiam angulus F A P, ſeu D A O notus erit. Inquire deinde Declinationem [i] Solis ad tempus datum, quæ ſi eſt Borea, vt hic O P, eam aufer à Quadrante A P, & notum fiet latus A O. Præterea notus fiat [f] angulus D O A quem cum Eclipticâ D E facit Declinationis circulus A O P. Quoniam igitur in triangulo D A O nota ſunt latus A O, & duo anguli D A O, D O A, ex [x] his reperietur tam arcus D A, quàm arcus D O Eclipticæ

Eclipticæ à Sole O, ad punctum Eclipticæ Culminans D. Quare ſi nota [m] fiat Longitudo, ſeu diſtantia Solis ab initio ♈ ad datum tempus, etiam puncti Eclipticæ Culminantis D diſtantia ab initio ♈ nota erit, addendo videlicet arcum D O Longitudini Solis, ſi is Occidentalis eſt; vel demendo, ſi Orientalis. Tandem A Z complementum Altitudinis Poli A R notæ per *nu.27.lib.*1. aufer à noto iam arcu D A, & reſiduum Z D aufer à Quadrante Z M; remanebit D M Altitudo Meridiana puncti Culminantis D. [m *per nu. 55.lib.1.*]

Sit deinde diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano maior Gradibus 90, arcus ex. gr. F N, Sole exiſtente in S, ductoque Declinationis arcu A N S. Tum verò vtere triangulo S A E, quod ita reſolues. Arcus F N notus fiet, vt *ſupra* F P. Aufer F N à ſemicirculo F G: reſtabit N G notus: qui quia metitur angulum [n] N A G, ſeu S A E, etiam is notus erit. Angulus porro Q S N notus fiet [o] vt *ſupra* D O A. Quare Q S N ablato à duobus rectis, ſeu Gradibus 180, notus erit reliquus N S E, ſeu A S E. Arcus autem A S, fit notus Declinatione Solis S N additâ Quadranti A N. Quoniam ergo in triangulo S A E, nota ſunt latus A S, & duo anguli S A E, A S E, ex [p] his reperietur tam arcus E A, quàm arcus Eclipticæ S E, à Sole S vſque ad imum Eclipticæ punctum E, tranſiens videlicet per imum Meridiani ſemicirculum. Quare cùm nota etiam ſit diſtantia Solis ab initio ♈, latere non poterit imi Eclipticæ puncti E diſtantia ab initio ♈, ac proinde nec puncti D Culminantis, vtpotè diſtantis ab imo, Gradibus 180. Aufer tandem Poli Altitudinem A R, à noto iam arcu A E, remanebit R E depreſſio Meridiana imi Ecl. puncti E. [n *per def 4.* n *66. l. 2.*] [o *per ſch. n 52 lib.1.*] [p *per trig. Sph probl. 20.*]

NVMERVS XLII.

Punctum Eclipticæ ad datum tempus oriens & occidens, vnà cum angulo Eclipticæ ac Horizontis inuenire.

Iiſdem poſitis, quæ *num. præced.* reperi [a] puncti Eclipticæ Culminantis D diſtantiam ab ♈ initio, eiuſque Altitudinem Meridianam D M. Quia Meridianus M Z E tranſit per Verticem Z, hoc eſt Polum Horizontis M R, angulus D M Q [b] rectus eſt in triangulo M D Q: in quo quia inſuper notum eſt latus M D, & angulus [c] M D Q, Meridiani cum Eclipticâ D E ex his [o] reperientur angulus D Q M Eclipticæ & Horizontis, itemque arcus D Q: quem ſi addas diſtantiæ puncti Culminantis D ab initio ♈, prodibit punctum Eclipticæ oriens; ſi demas, occidens. [*Fig.* 22.] [a *per num. præc.*] [b *per 68. lib.2.*] [c *per 52. lib 1*] [o *trigon. Sph prob.5. & 12.*]

NVMERVS XLIII.

Gradum Eclipticæ Nonageſimum, eiuſque ſitum reſpectu Meridiani inuenire ad tempus datum.

Meridianus eſto P Z Q; Horizon P Q; Vertex Z; Ecliptica L H, eiuſque Polus B. Inueniatur [m] puncti Eclipticæ H dato tempore occidentis diſtantia ab ♈ initio. Huic ſi addideris Gradus 90, habebis Nonageſimi O diſtantiam ab initio ♈. [*Fig.* 24.] [m *per nu. præc.*]

Vel *in fig.* 23 inquire puncti Eclipticæ orientis H diſtantiam ab initio ♈, eique aufer Grad. 90: prodibit diſtantia Nonageſimi ab ♈ initio. [*Fig.* 23.]

Inquiratur deinde ad tempus datum puncti Culminantis L Eclipticæ Longitudo, ſeu diſtãtia ab ♈ initio. Si ea eſt æqualis Longitudini Gradus Eclipticæ Nonageſimi *ſupra* inuenti, erit Nonageſimus in Meridiano; ſi maior, Nonageſimus à Meridiano declinat in Occaſum; ſi minor, in Ortum.

NVMERVS XXIV.

Altitudinem Nonageſimi, & diſtantiam à Vertice inuenire ad tempus datum.

Sit meriadianus P Z Q; Horizon P Q; Vertex Z; Ecliptica H L, eiuſque Polus B; Verticalis per B Polum Eclipticæ tranſiens B Z N, qui cùm ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum [n] biſecet in O, erit Nonageſimus Eclipticæ Gradus ab Horizonte in O, adeoque H O eſt Quadrans Eclipticæ. Opoteat igitur Nonageſimi Altitudinem N O, & à Vertice diſtantiam O Z inuenire. [*Fig.* 24. *vel* 23.] [n *per Cor.* 1.*n*.71.*l* 2.]

diſtantiam ab Eclipticâ cenſetur æqualis & ſimilis eſſe arcui I K. Triangulum ° igitur Parallacticum eſt R S F rectangulum ad S (nam angulus ⁿ B K I, adeoque & R S F, rectus eſt), cuius baſis R F, eſt Parallaxis Altitudinis, latus alterum S F, ſeu K I, Parallaxis Longitudinis, tertium R S Parallaxis Latitudinis. Vide *def.* 2. 3. 4. *num.* 38.

o *def.* 4. *num.* 38. ⁿ *per n.* 68. *lib.* 2.

Analyſim porro huius trianguli ſic inſtitues. Inquire ᵇ R Z diſtantiam Veram Lunæ à Vertice vnà cum angulo Z R B, ſeu S R F, à Verticali Z X &, circulo Latitudinis B R K in centro Lunæ conſtituto. Reperi deinde ᶜ Parallaxim Altitudinis R F, Verticali diſtantiæ R Z congruentem. Quoniam igitur in triangulo rectangulo F S R, nota ſunt latus R F, & angulus S R F, & his innoteſcent ᵈ S F, ſeu K I Parallaxis Longitudinis, & R S Parallaxis Latitudinis.

b *per n.* 45. c *per n.* 14. d *per prob.* 2. *cap* 3. *Geom. prac. vel trigon. Sph. prob.* 2. & 14.

Quia verò Solis & Lunæ Parallactica triangula ſunt valde parua, non erit opus recurrere ad Trigonometriam Sphæricam, ſed ſatis erit ea reſoluere vt rectilinea.

Ex hoc caſu ſolutio reliquorum vel ſolâ inſpectione figuræ, nullo negotio colligitur. Nam

Caſ. 2. ſi Lunæ locus Verus eſt in C, vltra Eclipticam ad Polum alterum, ſed Viſus in D, Parallacticum triangulum erit C M D, rectangulum ad M, ſoluetur que vt caſ. 1.

Caſ. 3. ſi Lunæ locus Verus ſit in F, ſed Viſus in T, in ipſâ Eclipticâ Parallacticum triangulum erit F I T, rectangulum ad I, ſoluetur que vt caſu 1.

Caſ. 4. Si Verus Lunæ locus ad vnam ſit Eclipticæ partem in F, Viſus ad alteram in C, tunc ducto arcu parallelo C φ & more ſolito arcubus Latitudinis B F I φ, B G C, triangulum Parallacticum erit F φ C, rectangulum ad φ: quo, vt caſ. 1. docui, reſoluto, innoteſcet φ C, ſeu I G Parallaxis Longitudinis; & latus F φ; à quo ſi demas F I Latitudinem Lunæ, quæ nota ſit per *num.* 63, *vel* 64. *lib.* 2. nota erit I φ, ſeu G C Parallaxis Latitudinis.

Caſ. 5. Poſtremò ſi Luna vel Sol ſit in ipſâ Eclipticâ, puta in T, ſed locus Viſus in C, tum triangulum Parallacticum erit T G C, rectangulum ad G, in quo ˣ quærendus eſt non angulus T C G, ſed C T G, ſeu Z T O, factus à Verticali, & Eclipticâ; tum reliqua analyſis vt caſu 1.

x *per n.* 45.

Fig. 26.

Aliter.

Iiſdem poſitis

Caſ. 1. Lunæ Verus locus ſit in Verticalis puncto R, Viſus in F: ducanturque Latitudinis arcus B R K, B F I.

Inquire ⁱ angulum Z R B, ſeu K R T Verticalis, & circuli Latitudinis vnà cum R Z diſtantiâ Lunæ à vertice, cum quâ reperi Parallaxim ᵏ Altitudinis R F. Quoniam igitur in trigono R K T, quod ad ᵐ K rectangulum eſt, nota ſunt angulus K R T, & latus R K Vera Latitudo ⁿ Lunæ, ex his ᵉ reperientur K T, R T, cum angulo K T R. Aufer Longitudinis Parallaxim R F iam notam, à noto arcu R T: & notus erit arcus F T. Cùm ergo in trigono F I T rectangulo ° ad I, nota ſint latus F T, & angulus K T R, ſeu I T F, ex his ᶠ reperies I T & F I. Quare ſi I T auferas à K T iam noto, prodibit K I Parallaxis Longitudinis; & ſi F I Latitudinem Viſam iam notam demas ab R K Latitudine Verâ etiam notâ, prodibit Parallaxis Latitudinis.

i *per n.* 45. k *per n.* 14. m *per nu.* 65 *lib.* 2. n *per n.* 63. & 64. *l.* 2. e *per probl.* 3. *cap.* 3. *Geom. prac vel trig. Sph. pro.* 9. 12. 5. o *per n.* 68. *lib.* 2. f *per prob.* 2 *cap* 3. *Geom. prac. vel trig. Sph. prob.* 14. & 2.

Caſ. 2. Si Verus Lunæ locus ſit in C, ad partem alteram Eclipticæ, Viſus autem in D; ducantur Latitudinis arcus B G C, B E D, & procedatur vt in caſu 1.

Caſ. 3. Idem eſt qui in modo primo, eodemque modo ſoluitur.

Caſ. 4. Sit Verus Lunæ locus in F, ad vnam partem Eclipticæ, Viſus in C, ad alteram. Ductis arcubus Latitudinis B F I, B G C, Parallaxis Longitudinis erit I G, Latitudinis ʸ C G.

y *vide affect* 6 *n.* 39

In trigono F I T, rectangulo ᵖ ad I, nota eſt ᵍ Latitudo Lunæ Vera F I, & angulus ʳ Z F B, ſeu I F T: ex quibus ᵃ innoteſcent I T & F T, cum angulo I T F, ſeu G T C. Aufer F T à Parallaxi Altitudinis F C (quæ ad diſtantiam à Vertice F Z notam per *num.* 45, reperietur per *num.* 14); eritque arcus T C notus. In triangulo igitur T G C, rectangulo ſ ad G, quia nota ſunt latus T C, & angulus G T C, ex his ᵇ reperietur C G Parallaxis Latitudinis, & arcus G T; qui additus arcui I T iam noto *ſupra*, dabit I G Parallaxim Longitudinis.

Caſ. 5. Idem eſt qui in Modo primo, & eodem modo ſoluitur.

p *per n.* 68. *lib* 2. q *per n.* 63. & 64. *l.* 2. r *per n* 45. a *per prob.* 3 *c* 3. *Geo. prac. vel trig. Sph. prob.* 10. 3. 6. ſ *per n.* 68. *lib.* 2.

Corollarium.

1. Per hunc modum reperientur Parallaxes in Longitudinem & Latitudinem cuiuſuis Syderis, quantumuis ab Eclipticâ remoti, ſi eius Longitudo & Latitudo ſint notæ. Vnde modus hic poſterior priore vniuerſalior eſt. Ratio eſt, quia non vtitur arcubus paruis Eclipticæ parallelis, qui non ſunt arcus Maximorum circulorum, ac proinde pro talibus aſſumi

b *per probl.* 2. *c* 3. *Geo. prac. vel trig. Sph. prob* 2 & 6. 14.

non debent, niſi modicè ab Ecliptica diſtent.

2. Quemadmodum ex Parallaxi Longitudinis per ea, quæ hoc capite tradidimus, deductæ ſunt Parallaxes Longitudinis, & Latitudinis; ita ex Refractione Altitudinis inuentâ *cap.* 4 eâdem planè methodo atque ordine, Refractiones tam Solis quàm Lunæ in Longitudinem & Latitudinem reperientur.

Scholium.

Refractio Solis tam Longitudinis quàm Latitudinis, Simplex, ſiue pura (ſeclusâ videlicet Parallaxi) modo iam indicato inuenta, eſt independens ab omni motu Lunæ. Ad eam quippe reperiendam concurrunt primum Refractio Solis Simplex in Altitudinis circulo, quæ independenter ab omni motu Lunæ reperta fuit num. 26 & 27, *vt ibidem* in Scholijs *annotauimus; deinde ea quæ hoc* cap. 7, *deducta ſunt; quæ ipſa quoque quantum ad Solem pertinent à Lunæ Motibus nuſquam dependent. Viſum id eſt hoc etiam loco annotare, vt appareat, cùm in conſtituendis Lunæ Motibus, Solis Refractione Simplici in Longitudinem*[o] *vſi fuimus, nequaquam vitioſum circulum, quod in ratiocinijs Aſtronomicis nimis eſt quàm procliue, commiſſum fuiſſe.*

o num. 41. lib. 2.

NVMERVS XLVII.

Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole in ☌ inuenire ad tempus datum.

PArallaxis Lunæ in ☌ ſemper maior eſt Parallaxi Solis. Quare ſi per ea quæ iam tradidimus, reperiantur Parallaxes tam Solis quàm Lunæ, & à Lunari auferatur Solaris, prodibit Parallaxis Lunæ à Sole. Res clarior fiet ex ſchemate.

Fig. 26.

Iiſdem poſitis, quæ *num. præcedenti*, tempore ☌ ſit, Verus Lunæ locus in R, per quem tranſeat circulus Latitudinis, ſeu Longitudinis B R K, ſecans Eclipticam L H, in K. Quoniam ex hyp. eſt ☌, adeoque loca Vera Solis & Lunæ Longitudine conueniunt, liquet Verum Solis locum eſſe in K: per quem ducatur Verticalis Z K N, in quo Parallaxis Solis in Altitudinem ſit K N, adeoque Viſus Solis locus ſit in N. Per N ducatur Longitudinis circulus B N, ſecans Eclipticam in O. Arcus igitur K O, eſt Parallaxis Solis in Longitudinem. Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis ſit R F, adeoque Viſus eius locus ſit F: per quem ducatur circulus Longitudinis B F, occurrens Eclipticæ in I. Arcus igitur K I eſt Parallaxis Lunæ in Longitudinem, quæ ſemper maior eſt Parallaxi Solari Longitudinis K O. Vtriuſque differentia O I, eſt Parallaxis Longitudinis Lunæ à Sole: quæ proinde nota erit, ſi Parallaxes Longitudinis Lunæ K I, & Solis K O, fuerint inuentæ.

FINIS LIBRI TERTII.

ASTRO-

ASTRONOMIÆ
LIBER QVARTVS
DE LVNÆ ET SOLIS ECLIPSI.

OPus Aſtronomiæ præcipuum eſt Defectuum Solis ac Lunæ prædictio; ex quo ſua potiſsimum huic ſcientiæ apud homines conſtat admiratio, & fides. Subtile negotium, & obſcurum: ſed euaneſcet obſcuritas, ſi ordo legitimus ſcientiæ teneatur. Fundamenta iam ſtrata libris prioribus. Per hæc volentem diſcere Lectorem, ad arcani pulcherrimi cognitionem, ordinis vbique memor & breuitatis, Deo iuuante, deducam.

CAPVT PRIMVM.

Quo artificio Vera Nouilunia, & Plenilunia, tam præterita quàm futura inueniantur.

QVæ ad definitiones pertinent, iam fere præmiſimus *lib.2. num.*20. Eorum hic renouanda memoria eſt, vt pede inoffenſo progredi porro liceat.

NVMERVS PRIMVS.

Medium ☌, & ☍ dato tempori proximum, & ex eo omnia tam antecedentia, quàm conſequentia inuenire.

INueni ad tempus datum (ſed a æquatum) motum a Medium Lunæ à Sole: Si is eſt Grad. *Fig.6.*
360, ad datum tempus erit ☌ Medium, ſiue Synodus Media: Si minor eſt Gradibus 360, *a per nu.58*
arcus ex.gr. G R I 154. Grad. cum aufer à Grad. 360; ita notus erit arcus reſiduus ISG Gr. *lib 1.*
206, qui à momento dato percurrendus Lunæ reſtat, vt Solem aſſequatur. Tum ita ratioci- *a per num.*
nare: Luna motu Medio à Sole percurrit b Grad. 12.11′. 26″. 41‴. 26⁗. 29′. 40″, Die vno: *37 lib 2.* *b per num.*
igitur Gradus 206, quot Diebus abſoluet? Per Reg. prop. prodibit tempus, quod additum *34. lib. 2.*
tempori dato, exhibebit tempus ☌ Medij proximè datum tempus ſubſequentis.

Deinde Menſis Medij Synodici, qui eſt c D.29. H.12.44′.3″.10‴, accipe ſemiſſem, quam *c per num.*
adde tempori iam inuenti ☌ Medij: prodibit tempus ☍ Medij proximè ſubſequentis. Quod *34. lib. 2.*
ſi eandem ſemiſſem addideris ad tempus huius ☍ Medij iam inuenti; alterum prodibit ☌ Medium proximè ſubſequens. Atque ita continuâ ſemiſſeos Medij Synodici Menſis additione omnia Media ☌, & ☍ futura reperies. Quod ſi eadem ſemiſſis à tempore noto vnius Medij ☌ perpetuò ſubtrahas, prodibunt omnia ☌ & ☍ Media præterita.

Corollarium.

Non aliter ad tempus datum reperiemus tempus Quadraturæ Mediæ, aut alterius cuiuſcumque phaſeos Mediæ.

NVMERVS II.

Ad datum tempus motum Verum Horarium tam Lunæ quàm Solis, & motum Verum Horarium Lunæ à Sole inuenire.

VNum iam modum tradidi ſupra *num.* 32. *lib.* 3. cùm de Apparente Diametro Lunæ agerem,

Modus alter ſic habet. Inueni ad tempus datum Luminaris motum *a* Verum. Deinde ad momentum, vnâ Horâ momentum datum antecedens vel ſubſequens, iterum reperi Luminaris motum Verum. Horum motuum differentia, erit motus Horarius Verus Luminaris exactè.

a Solis, per num. 55. lib. 1 Lunæ, per nu 46, vel 47. lib. 2. extra Syzyg. ſed per nu. 40. in Syzyg. Fig. 1.

Tertius modus, qui ad Tabulas motus Horarij conficiendas cæteris expeditior, eſt talis. Ecliptica vel Zodiacus eſto D Q F, eiuſque centrum A: Eccentricus Luminaris C R G S, eiuſque centrum B: linea Apogæi D C B A G F: Anomalia Luminaris ad datum tempus, C O: linea motus Veri A O K: linea motus Anomaliæ B O: linea motus Medij A Q: Æquatio K Q: Anomalia vno gradu à priori differens, C N: linea motus Veri A N E: linea motus Anomaliæ B N: linea motus Medij AP: Æquatio E P. Puncta demum, ad quæ maximæ Æquationes contingunt, ſint R, S. His ita conſtitutis.

Inquire ad tempus datum Luminaris Anomaliam C O, Solis quidem per *num.* 55. *lib.* 1, Lunæ verò in Syzygijs per *num.* 37. *lib.* 2, extra Syzygias per *num.* 46, *vel* 47. *lib.* 2. Tum Anomaliæ C O conuenientem reperi Æquationem K Q, Solis per *num.* 40. *lib.* 1, Lunæ in Syzygijs per *num.* 39. *lib.* 2, extra Syzygias per *num.* 46, *vel* 47. *lib.* 2: Similiter Anomaliæ C N vno Gradu differenti debitam inueni Æquationem E P. Fiat deinde, vt Luminaris motus Medius O N Gradus vnius, hoc eſt vt 60 Min. ad differentiam Æquationum K Q, E P; ita Luminaris motus Medius Horarius (qui notus eſt per *num.* 36, *lib.* 1, & per *num.* 34. *lib.* 2.) ad Quartum. Hoc additum vel demptum motui Medio Horario, dabit motum Horarium Verum ad tempus datum. Demi porro debet, ſi Anomaliæ C O, C N, ſint minores Anomaliâ C R, aut maiores Anomaliâ C R S; addi verò, ſi Anomaliæ C *n*, C *o* ſint maiores Anomaliâ CR, & minores Anomaliâ CRS. Anomalia porro C R in Sole eſt *a* Grad. 91. 59′, C R S Grad. 268. 1′. In Lunâ tempore Syzyg. C R eſt *b* Grad 95. 1′, C R S Grad. 264. 59′; tempore Quadr. C R *c* eſt Grad. 97. 30′, CRS Grad. 262 30′.

a per corol. n. 40. lib 1. b per corol. n. 39. lib 2. c per corol. n 41. lib. 2.

Hanc verò conſtructionem ita demonſtro. Cùm AOK, ANE ſint lineæ Veri motus ex centro Zodiaci A ductæ, manifeſtum eſt E K eſſe motum Verum, motui Medio N O Gradus vnius ad datum tempus reſpondentem. Vt autem NO motus Medius vnius Gradus, ſiue 60 Minutorum ſe habet ad EK motum Verum ſibi dato tempore reſpondentem, ita Medius motus Horarius, ex.gr. Lunæ Grad. 0. 32′. 56″. 27‴. &c. ſe habet ad motum Horarium Verum ſibi dato tempore reſpondentem. Ergo etiam vt motus Medius O N 60 Min. ad ſuam differentiam à motu Vero EK, ita Medius motus Horarius ex.gr. Grad. 0. 32′. 56″. 27‴. &c. eſt ad differentiam ſuam à motu Vero Horario. Quare ſi nota fiat differentia motus Medij NO, & Veri OK, etiam per prop. Reg. nota erit differentia motus Horarij Medij, & Veri ad tempus datum. Differentia porro ipſorum NO, EK, eadem eſt quæ Æquationum KQ, EP; quod ſic oſtendo. Arcus CO, DQ ſimiles *d* ſunt, itemque CN, DP. Ergo etiam reliqui NO, PQ ſunt ſimiles. Ergo etiam arcus QP, eſt motus Medius ON vnius Gradus, ſeu 60 Min. Atqui differentia arcuum QP, EK, eadem eſt quæ Æquationum QK, EP. Ergo etiam ipſorum ON, EK, eadem eſt differentia, quæ Æquationum QK, EP. Siue igitur faciam (quod in conſtructione præſcribitur) vt eſt ON motus Medius 60 Minutorum ad Æquationum KQ, EP, differentiam, ita motum Medium Horarium ex.grat. Grad. 0. 32′. 56″. &c. ad Quartum: ſiue faciam, vt eſt ON motus Medius 60 Min. ad differentiam ſuam à motu Vero E K ſibi reſpondente, ita motum Medium Horarium ex.grat. Grad. 0. 32′. 56″. &c ad Quartum: vtrumlibet fecero, idem Quartum prodibit. Atqui faciendo poſterius, oſtendi *ſupra* prouenire differentiam motus Horarij Medij à Vero. Ergo etiam faciendo prius, quod nempe in conſtr. fuerat præſcriptum, proueniet differentia Horarij motus Medij à Vero. Reliquum eſt, vt inuentæ differentiæ additio, & ſubtractio præſcripta demonſtretur. Cùm Anomaliæ

d per prop. 2. num. 25. lib. 1.

maliæ CO, CN minores ſint, quàm CR, Æquatio QK maior ° eſt Æquatione E P. Ergo dempto communi PK, etiam Q P, maior eſt quàm EK. Atqui (vt iam oſtendi) Q P eſt motus Medius 60 Min. Ergo etiam motus Medius 60 Min. eſt maior motu Vero E K, ſibi reſpondente. Sed vt QK, ſeu ON, Medius motus 60 Min. eſt ad KE motum Verum ſibi reſpondentem, ita eſt motus Horarius Medius ad Horarium Verum ſibi reſpondentem. Ergo etiam motus Horarius Medius, maior eſt motu Horario Vero; quando nempe Anomaliæ CO, CN ſunt minores, quàm CR, aut maiores quàm CRS. Ergo tum motus Horarij Medij, & Veri differentia, à Medio auferenda eſt, vt habeatur Horarius Verus. Contra ſi Anomaliæ C *n*, C *o* ſint maiores quàm CR, & minores quàm CRS, tunc Æquatio *q k* minor *p* eſt Æquatione *e p*, demptoque *k p* communi etiam *q p*, ſeu *o n* motus Medius, minor eſt *e k* motu Vero: vnde etiam motus Hor. Medius minor eſt Hor. Vero. Ergo tunc differentia Horarij Medij, & Veri addenda eſt Medio, vt Hor. Verus proueniat. Ita omnes conſtructionis partes ſunt demonſtratæ, quod erat deſideratum.

o per propr. 9. num. 25. lib. 1.

p per eand.

Inuento hunc in modum Horario motu Vero Lunæ, & Solis ad tempus datum, etiam

Motus Verus Horarius Lunæ à Sole

ad idem tempus obtinebitur, ſi Horarius Solis ab Horario Lunæ auferatur.

MOTVS VERVS HORARIVS SOLIS

	Apogei	Perigei
eſt { *Tychoni*	2′. 23″	2′. 33″.
eſt { *Ricciolo*	2. 23.	2. 24.

VERVS MOTVS HORARIVS LVNÆ IN ☌ ET ☍.

	Lunæ Apog.	*Lunæ Perig.*	*Lu. Ap. à Sole.*	*Lu. Per. à Sole.*
	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
eſt { *Tychoni*	30. 11	35. 52.	27. 38.	33. 29.
eſt { *Ricciolo*	29. 20.	35. 30.	26. 46.	33. 7.

Sex Numeris ſequentibus exponuntur Regulæ ſex, ex quibus cognoſcitur an & quantùm Vera Syzygia Mediam ſequatur vel præcedat.

NVMERVS III.

Si tempore Mediæ Syzygiæ Luminarium ambæ Æquationes ſint Ablatiuæ, & Lunæ maior quàm Solis; Syzygia Vera ſequitur Mediam, & Æquationum differentia eſt Vera diſtantia Luminarium.

§. 1. PRo ☌ inſpice *Fig.* 5. in qua Zodiacus eſto RGS, eiuſque centrum A; Eccentricus Solis M D N, eiuſque centrum B, & linea Apogei MN; Eccentricus Lunæ PFQ, eiuſque centrum C, & Apogei linea P Q. *Fig.* 5.

Quia ex hyp. Luminarium ambæ Proſthaphæreſes ſunt Ablatiuæ tempore Medij ☌ dati, vtraque erunt ª in primis Anomaliarum ſuarum Semicirculis MDN, PFQ, Sol in D ex. gr. Luna in F. Ducantur lineæ Anomaliſticæ CF, BD. Quia ſupponitur eſſe tempus ☌ Medij, tunc autem Media Longitudo Solis, & Lunæ eſt vna, ex. gr. SVG, & vnus vtriuſque locus Medius G, vt patet ex *defin.* 12, & 14. *num.* 20. *lib.* 2, liquet AG lineam motus Medij, neceſſariò iam eſſe Soli ac Lunæ communem; & quia per *defin.* 13 *num.* 24. *lib.* 1. linea motus Medij, & linea Anomaliſtica æquidiſtant, liquet ambas CF, BD ipſi AG, adeóque & inter ſe eſſe parallelas. Demum lineæ motus Veri ſint ADE, AFK, determinantes Longitudinem Veram Solis quidem SVE, Lunæ verò SVK, locaque Vera Solis E, Lunæ K. Igitur Æquatio Solis eſt EG, Lunæ KG, maior ex hyp. quàm Solis, & Æquationum differentia eſt KE, ipſa nempe Luminarium diſtantia Vera in Zodiaco. Ordo autem Signorum ſit ab S per V.

a propr. 6. *nu.* 25. *lib.* 1

His ita conſtitutis, manifeſtum eſt Longitudinem Lunæ Veram SVK, minorem eſſe Longitudine Verâ Solis SVE, quo tempore ☌ Medium iam contingit in G; ac proinde Lunam F loco ſuo Vero K nondum aſſecutam eſſe locum Solis Verum E, quando loca vtriuſque Media iam ſunt vnita in G; ſed reſtare adhuc Lunæ percurrendam motu Vero Æquationum differentiam

ferentiam KE, vt Soli quoad locum Verum vniatur. Hoc igitur caſu ☌ Verum fit poſt ☌ Medium, & Luminarium diſtantia eſt Æquationum differentia.

Fig. 6. §. 2. Pro ☍ inſpice *Fig.* 6, in quâ, vt prius, eſto Zodiacus RGS, eiuſque centrum A: Eccentricus Solis MDN, eiuſque centrum B, & Apogei linea MN: Eccentricus Lunæ PFQ, eiuſque centrum C, & Apogei linea PQ. Et quia ſupponitur Æquationes Luminarium eſſe Ablatiuas, vtraque erunt [o] rurſum in Anomaliæ ſuæ primo ſemicirculo: Sol in D, Luna in F. Ducantur lineæ Anomaliſticæ BD, CF, & lineæ motus Medij AG, AI, quæ, quòd ſupponatur eſſe tempus ☍ Medij, ſibi mutuò erunt [b] indirectum, aut certè in eodem plano Longitudinis circuli, ac proinde I eſt locus Oppoſitionis Mediæ. G igitur eſt locus Medius Solis; I locus Medius Lunæ; SVG Longitudo Media Solis; SVGI Longitudo Media Lunæ, Oppoſitio Media in I, ductiſque lineis motus Veri ADE, AFK, Longitudo Solis Vera eſt SVE; Longitudo Lunæ Vera SVK. Demum lineâ EDA Veri motus Solis productâ in O, punctum Oppoſitionis Veræ erit in O; Æquatio autem Solis eſt EG, ſiue OI; Æquatio Lunæ KI ex hyp. maior quàm Solis; Æquationum differentia KO, ipſa videlicet diſtantia Veri loci Lunæ à puncto O Oppoſitionis Veræ. Ordo autem Signorum porrigatur ab S verſùs V.

o propr. 6. nu. 25. lib. 2

b per defin. 13, & 14

His ita conſtitutis, liquet Longitudinem Lunæ Veram SVK, minorem eſſe Longitudine SVO puncti Oppoſitionis Veræ. Quare quando, iuxta hypotheſim, locus Lunæ Medius punctum Mediæ Oppoſitionis attigit in I, tunc Luna F loco ſuo Vero K nondum peruenit ad Veræ Oppoſitionis punctum O; ſed ab eo adhuc diſtat Æquationum differentia KO.

NVMERVS IV.

Si tempore Mediæ Syzygiæ Luminarium ambæ Proſthaphæreſes ſint Ablatiuæ, ſed Lunæ minor quàm Solis, Vera Syzygia præcedit Mediam, & Luminarium diſtantia eſt differentia Proſthaphæreſium.

Fig. 5. PRo ☌ inſpice *Fig.* 5. in quâ Medium ☌ fit in G, congruentibus ibidem locis Medijs Lunæ ac Solis: locus autem Solis Verus ſit in E; Æquatio Solis EG. Si iam Æquatio Lunæ ſit minor quàm Solis, ex. gr. GX, & Ablatiua vtraque, erit Longitudo Lunæ Vera SVX maior Solis Longitudine Verâ SVE. Quare, cùm ☌ Medium celebratur in G vnitis ibidem locis Medijs Solis, & Lunæ, locus Lunæ Verus X iam præteruectus eſt locum Solis Verum E, Æquationum differentiâ EX.

Pro ☍ inſpice *Fig.* 6. in quâ punctum Oppoſitionis Veræ eſt O, Mediæ I, æquatio Solis EG, ſiue OI Ablatiua. Si ergo, quo tempore ☍ Medium celebratur in I, conuenientibus ibidem loco Lunæ Medio, & puncto Oppoſitionis Mediæ, Æquatio Lunæ etiam ſit Ablatiua, & minor quàm Solis ex. gr. IX, liquet Longitudinem Lunæ Veram fore SVX maiorem Longitudine SVO puncti O Veræ Oppoſitionis. Ergo, cùm ☌ Medium celebratur in I, Vera Oppoſitio, ſeu ☍ Verum iam præceſſit, loco Lunæ Vero X iam promoto vltra O punctum Oppoſitionis Veræ, totâ Æquationum differentiâ OX.

NVMERVS V.

Si tempore Mediæ Syzygiæ Luminarium Æquationes ambæ ſint Additiuæ, & Lunæ maior quàm Solis, Syzygia Vera fit ante Mediam, & Luminarium diſtantia eſt differentia Æquationum.

Fig. 13. lib. 2. PRo ☌ inſpice *Fig.* 13. *lib.* 2. In quâ conſtruantur, & ponantur eadem omnia, quæ *ſupra num.* 3. §. 1, hoc vno dempto, quod propter Æquationes Additiuas, Luminaria [a] iam ſint in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo. Quoniam igitur Æquatio Lunæ GK maior eſt Æquatione Solis GE, quo tempore ☌ Medium fit in G, conuenientibus ibidem locis Medijs Lunæ ac Solis, patet Longitudinem Lunæ Veram SVK, maiorem eſſe Longitudine Verâ Solis SVE, ac proinde iam præceſſiſſe ☌ ſeu Synodum Veram, loco Lunę Vero K iam præteruecto locum Verum Solis E, differentiâ Æquationum EK.

a propr. 6. nu. 25. lib. 1

Fig. 14. lib. 2. Pro ☍ inſpice *Fig.* 14. *lib.* 2. in quâ conſtruantur eadem quæ *num.* 3. §. 2, hoc dempto quod ob Æquationes Adiectiuas, Luminaria iam [q] ſint in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo. Punctum Oppoſitionis Veræ eſt O, Mediæ I, Æquatio Solis EG, ſeu OI, Lunæ KI maior quàm Solis. Igitur Longitudo Vera Lunæ SVK, maior eſt Longitudine SVO puncti Veræ Oppo-

q ibid.

ſitionis O. Ergo, quo tempore fit ☍, ſeu Oppoſitio Media in I, vnito ibidem loco Lunæ Medio cum puncto Oppoſitionis Mediæ, Luna F loco ſuo Vero K iam præteruecta eſt Oppoſitionis Veræ punctum O, interuallo OK, quod eſt Proſthaphæreſium differentia.

NVMERVS VI.

Si tempore Syzygiæ Mediæ Luminarium Æquationes ambæ ſint Additiuæ, ſed Lunæ minor quàm Solis, Vera Syzygia ſit poſt Mediam, & Luminarium diſtantia rurſum eſt Proſthaphereſium differentia.

PRo ☌ inſpice *Fig.* 13. *lib.* 2. in quâ ☌ Medium fit in G, locus Verus Solis in E, Æquatio Solis EG. Si iam Æquatio Lunæ ſit minor quàm Solis, puta GX, atque vtraque Additiua, erit Vera Longitudo Lunæ SVX minor Verâ Solis Longitudine SVE. Igitur quo tempore Solis ac Lunæ Media loca vniuntur in G, locus Lunæ Verus X nondum eſt aſſecutus Verum Solis locum E; ſed ab eo adhuc diſtat Æquationum differentiâ XE. *Fig.* 13. *lib.* 2.

Pro ☍ vtere *Fig.* 14. *lib.* 2. in quâ Oppoſitionis punctum eſt O, Mediæ I, Æquatio Solis EG, ſeu OI. Quoniam Æquatio Lunæ eſt minor quàm Solis, puta IX, & Additiua vtraque, erit Vera Longitudo Lunæ SVX minor quàm SVO Longitudo puncti Oppoſitionis Veræ O. Igitur quo tempore fit ☍ Medium, hoc eſt locus Lunæ Medius attingit punctum Mediæ Oppoſitionis I, locus Lunæ Verus X nondum attigit punctum O Oppoſitionis Veræ, ſed ab eo adhuc diſtat differentiâ Æquationum XO. *Fig.* 14. *lib.* 2.

NVMERVS VII.

Si tempore Mediæ Syzygiæ Luminarium ambæ Proſthaphæreſes ſint heterogeneæ, Luna autem Ablatiua, Syzygia Vera ſequitur Mediam, & Luminarium diſtantia eſt ſumma Proſthaphæreſium.

§. 1. Pro ☌ inſpice *Fig.* 7. & conſtruantur ac ponantur eadem, quæ *num.* 3. §. 1, referendo omnia (conueniunt enim litteræ) ad *Figuram* 7, dempto quòd propter heterogeneas Proſthaphæreſes Luminaria iam ſint in diuerſis Anomaliæ ſemicirculis, Luna quidem F in primo [a] ob Proſthaphæreſim Ablatiuam, Sol D in ſecundo ob Adiectiuam; vnde etiam fit, vt Vera Luminarium diſtantia KE iam conſletur ex ſummâ Proſthaphæreſium Lunæ KG, & Solis EG. His ita exiſtentibus, quo tempore ☌ Medium celebratur in G, patet Longitudinem Veram Lunæ SVK, minorem eſſe Longitudine Verâ Solis SVE, adeóque locum Lunę Verum K nondum attigiſſe locum Solis Verum E, ſed ab eo adhuc diſtare Æquationum ſummâ KE. *Fig.* 7. [a] *propr.* 5. *nu* 25. *lib.* 1

§. 2. Pro ☍ inſpice *Fig.* 8. atque eadem pone, & conſtrue, quæ *num.* 3. §. 2, referendo omnia (conueniunt enim litteræ) ad *Figuram* 8, hoc excepto quod Luna F iam ſit in Anomaliæ primo ſemicirculo ob Æquationem Ablatiuam, Sol D in ſecundo propter Æquationem Adiectiuam. Liquet igitur quo tempore fit ☍ Medium, ſeu Oppoſitio Media in I, Longitudinem Lunæ Veram SVK, minorem eſſe quàm SVO Longitudinem puncti Veræ Oppoſitionis O, ac proinde locum Lunæ Verum nondum attigiſſe Veræ Oppoſitionis punctum O, ſed ab illo adhuc abeſſe totâ ſummâ Æquationum, Lunæ KI, & Solis OI, ſeu EG. *Fig* 8.

NVMERVS VIII.

Si tempore Syzygiæ Mediæ Luminarium Æquationes ſint heterogeneæ, Luna autem Adiectiua, Syzygia Vera Mediam præcedit, & diſtantia Luminarium eſt ſumma Æquationum.

PRo ☌ inſpice *Fig.* 10, atque eadem conſtrue & pone, quæ *num. præc.* §. 1, & *num.* 3. §. 1, referendo omnia (conueniunt enim litteræ) ad *Fig.* 10, hoc ſolùm excepto, quòd Luna F iam ſit in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo ob Æquationem Adiectiuam, Sol D ob Ablatiuam in primo. Igitur quo tempore ☌ Medium contingit in G, Longitudo Vera Lunæ SVK, maior eſt Longitudine Verâ Solis SVE, adeóque tum Verus Lunæ locus K iam præterue- *Fig.* 10.

ctus

ctus eſt Verum locum Solis E interuallo EK, quod ex Æquatione Solis E G, & Lunæ K G componitur.

Fig. 9. Pro ☍ inſpice *Fig.*9, & ponantur ac conſtruantur eadem, quæ *num.præc.* §. 2, *&* *num.*3. §.2. referendo omnia (conueniunt enim litteræ) ad *Fig.*9. hoc dempto, quod Luna F ob Æquationem Adiectiuam iam ſit in Anomaliæ ſemicirculo ſecundo, Sol D in primo ob Ablatiuam. Igitur quo tempore ☍, ſeu Oppoſitio Media, ſit in I, Longitudo Lunæ Vera SVK, maior eſt quàm SVO Longitudo puncti Veræ Oppoſirionis O, adeòque locus Lunæ Verus K iam prætereuectus eſt punctum O Oppoſitionis Veræ, interuallo OK, ex Æquationibus OI, ſiue EG Solis, & Lunæ K I compoſito.

Scholium.

De diſtantiâ Medij, & Veri ☍, egi etiam, ſed obiter, lib. 2. num. 25. & in 4. Figuris *iſtic exhibui Æquationes Luminarium tempore Veri ☍, quòd id tum eſſet propoſito accommodatius.*

NVMERVS IX.

Summa Regularum ſex Numeris præcedentibus traditarum.

Syzygia Vera ſequitur Mediam,

I. Si Luminarium ambæ Æquationes ſint Ablatiuæ, ſed Lunæ maior quàm Solis *num.* 3.
II. Si ambæ Adiectiuæ ſed Lunæ minor *num.*6.
III. Si Solis Æquatio ſit Additiua, Lunæ Ablatiua *num.*7.

Syzygia Vera præcedit Mediam,

I. Si Luminarium Æquationes ambæ ſint Ablatiuæ, ſed Lunæ minor, quàm Solis *nu.*4.
II. Si ambæ Adiectiuæ, ſed Lunæ maior *num.*5.
III. Si Solis Æquatio ſit Ablatiua, ſed Lunæ Adiectiua *num.*8.

Diſtantia Luminarium eſt.

Differentia Æquationum, cùm eæ ſunt homogeneæ.
Summa Æquationum, cùm heterogeneæ.

Corollarium.

Iiſdem legibus Quadratura Media, & qualibet alia Lunæ phaſis Media præcedit, vel ſequitur Veram.

NVMERVS X.

Omnia Vera Nouilunia, & Plenilunia tam præterita, quàm futura inuenire.

a *per nu.*1. INquire [a] tempus Mediæ Syzygiæ, hoc eſt, Medij ☌ vel ☍, ad Anni dati Menſem datum.
b *per num.* 55.*lib.*1. Tum ad tempus inuentum ☌ aut ☍ reperi Æquationes [b] Solis, & [c] Lunæ; & ex earum
c *per n.*40. & 39.*lib.* 2. qualitate cognoſce [d] an Media Syzygia præcedat Veram, an ſequatur; item quæ tum ſit Luminarium Vera diſtantia, vtrùm videlicet ea ſit Æquationum differentia, vel ſumma. Deinde Æquationum ſummam vel differentiam diuide per Verum motum Horarium Lunæ à Sole
d *per nu.* 9. repertum *num.*2. Ex eâ diuiſione proueniet tempus (numerus nempe Horarum, & Minutorum), quod ſi Vera Syzygia Mediam ſequitur, adde tempori Syzygiæ Mediæ; ſi Vera Syzy-
e *cur fieri id debeat dixi nu.*59.*lib.*1 gia Mediam præcedit, deme. Ita prodibit Syzygiæ Veræ tempus Æquale, quod in Apparens per *num.*57. *lib.*1. [e] conuertes.

Demon-

Demonſtratio habetur ex *quæſtione 5. cap. 6. lib. 5. Arithmeticæ noſtræ Practicæ*, ad quam lectorem remitto, Motus enim Verus Horarius Lunæ à Sole nihil aliud eſt quàm ſpatiorum, quæ in Zodiaco Horâ vnâ Sol & Luna conficiunt, differentia: quo notato, applicatio demonſtrationis iſthic allatæ manifeſta erit.

Tempus Veri ☌ aut ☍ ſic inuentum prorſus eſſet exactum, ſi motus Veri Luminarium eſſent æquales, ſeu æquabiles. At quia ſunt inæquales, aliquid plerumque deerit ad præciſionem abſolutam. Quare ſi tempus Veri ☌ aut ☍ accuratiùs deſideras, quære ad tempus illud iam inuentum, motum ſeu Longitudinem [o] Veram Lunæ, item Longitudinem Veram [p] puncti, quod Soli opponitur. Si motus, ſeu Longitudines illæ conueniant, ſcito ☌ aut ☍ Veri tempus rectè inuentum fuiſſe: ſi non conueniant, differentiam earum diuide per motum Horarium Verum Lunæ à Sole; & quotientem, ſi Longitudo Vera Lunæ minor eſt, adde tempori Veræ Syzygiæ priùs inuento; deme, ſi maior. Ita proueniet Veræ Syzygiæ tempus exactum, ſed Æquale: vnde illud, vt *ſupra*, oportebit in Apparens conuertere.

o *per num.* 40 *lib.* 2. p *per num.* 55. *lib.* 1. *quæro loco Solis, cui adde Grad.* 180.

Corollarium.

Eodem modo, ſed per *Corollaria num.* 1. & 9. ad tempus quodcumque, ſiue præteritum ſiue futurum, reperiemus tempus Quadraturæ Veræ, & alterius cuiuſcumque Veræ phaſeos Lunaris.

NVMERVS XI.

Maxima temporis differentia inter Mediam, & Veram Syzygiam, eſt Horarum circiter 14, ſed inter Quadraturam Veram, & Mediam Horarum circiter 18.

QVando enim ſub Mediæ Syzygiæ tempus Luminarium Æquationes ſunt heterogeneę, per *num.* 7. & 8, ipſa Æquationum ſumma eſt diſtantia Luminarium. Quare ſi tunc etiam Luminaria (quod Figura quoad Lunam non ſatis exhibet) ſint in punctis tranſituum Mediorum F, D, in quibus nempe [a] maximæ Æquationes exiſtunt, Solis quidem E G [b] Grad. 1. 59′, aut Graduum 2; Lunæ autem (in Syzygijs) K G [c] Grad. 5: erit Luminarium diſtantia K E Grad. 7. ſub tempus Mediæ Syzygię. Motus autem Verus Horarius Lunę à Sole per *num.* 2, circa Medios tranſitus reperitur eſſe Min. 30′ quàm proximè. Quare ſi diſtantia K E Grad. 7, diuidatur per Min. 30′, ſeu per Gradum dimidium, prouenient Horæ 14, pro diſtantiâ maximâ Syzygiæ Mediæ ac Veræ.

Quia verò in Quadraturis Æquatio maxima Lunæ [d] eſt Grad. 7. 30′, ſi huic addas maximam Solis Grad. 2, fit diſtantia maxima □ Veræ, & Mediæ Grad. 9. 30′; quâ diuiſâ per motum Lunæ Horarium Verum, Min. 30′, ſeu Gradum dimidium, proueniunt Horæ 18, & paulò ampliùs pro maximâ diſtantiâ □ Veræ & Mediæ.

Fig. 7. a *prop.* 7. *nu.* 25. *lib.* 1. b *per n.* 40. *lib.* 1. c *per num.* 39. *lib.* 2. d *per num.* 41. *lib.* 2.

NVMERVS XII.

Inuenire tempus quo Sol, vel Luna in dato Zodiaci loco erit.

VElim ſcire quando Sol futurus ſit ex. grat. in N Grad. 10 Scorpij. Inquire ad tempus præſens [a] locum Medium Luminaris, qui ſit ex. gr. in K Gradu 10 Cancri. Igitur notum eſt interuallum K N loci inuenti, & quæſiti. Reperi ſpatium [b] temporis quo Luminare dictum K N interuallum Medio motu percurrit. Hoc ſi addas tempori præſenti, quo Luminaris locus Medius eſt in K, prodibit tempus, quo locus eiuſdem Medius futurus ſit in N. Ad hoc igitur tempus (quod vocemus X) iam notum, quære [c] Anomaliam Luminaris E O, ſiue I N, & Proſthaphæreſim [d] AOQ, ſeu N P illi congruentem. Hanc ſi diuiſeris per motum Horarium Luminaris *num.* 2. inuentum, prodibit tempus *ω*, quod additum, vel demptum tempori *α*, quo Luminaris locus Medius erit in N, dabit tempus quæſitum, quo eiuſdem locus Verus erit in N. Addi porro debet tempus *ω* in primo Anomaliæ ſemicirculo, tunc enim motus Medius citiùs peruenit in N locum datum, quàm motus Verus; demi verò in ſemicirculo ſecundo, quia tunc motus Medius ſeriùs locum datum attingit, quàm Medius.

Fig. 7. *lib.* 2. a *Solis, per nu.* 54 *lib.* 1. *Lunæ verò per nu.* 37. *lib.* 2. b *per num.* 36. *lib.* 1. & *nu.* 34. *lib.* 2. c *Solis per nu.* 55. *lib.* 1. *Lunæ, per n.* 37 *lib.* 2. d *Solis per n.* 40. *lib.* 1. *Lunæ, per n.* 39 *lib.* 2.

Demonſtratur vt num. 10.

Quæ hoc capite expoſita ſunt, ad Solis & Lunæ defectus communiter ſpectant. De ſingulis deinceps ſeorſim tractabimus.

CAPVT II.

Vmbræ Lunam obſcurantis dimenſio.

NVMERVS XIII.

Exponitur & definitur Eclipſis Lunæ cum Vmbrâ Terræ & Atmoſphæræ.

Fig. 2. TErram repræſentet circulus A O T H, vapores Terram ambientes, ſiue Atmoſphæram annulus peripherijs R K V F, O T H comprehenſus. Radij tangentes Solem in X & Z, Terram in B & Y, ſed irrefracti, ſint X B N, Z Y N, coeuntes in N. Hi radij circa rectam A N S per centra Solis & Terræ ductam inotbem reuoluti, efficerent conum Vmbræ Terreſtris, ſi vapores Terram non ambirent. Nunc quia radij prædicti, in punctis Q, E, vapores ingreſſi non pergunt indirectum ex Q & E in N; ſed refringuntur ex Q in a, & ex E in ω, versùs perpendiculares A Q, AE, ac proinde Terram non tangunt, non erit conus B N Y Vmbra Terræ Vera, vt veteres putabant, ſed Ficta. Quare radij Vmbram Terræ Veram determinantes, ab extremo Solis margine X, Z incidunt in vapores vltra Q, & E, euiuſmodi ſunt ex.gr. radij XD, ZG. Hi enim in vaporum ingreſſu refracti versùs perpendiculares ex D & G in R & P, Terram poterunt contingere in O & H: in egreſſu autem ad R, P, iterum refracti coibunt in M, atque ita efficient Veram Terræ Vmbram ORMPH. His poſitis,

1. *Vmbra Terræ Ficta*, ſiue *Conus Terræ Fictus* eſt (BNY) qui radijs (X B N, Z Y N) Solem & Terram tangentibus, ſed irrefractis, continetur.

2. *Vmbra Terræ Vera*, eſt (O R M P H) quæ radijs (X D O R M, Z G H P M) Solem & Terram tangentibus, ſed refractis, comprehenditur.

3. *Vmbra, ſeu Conus Atmoſphæræ*, eſt (K S F) qui radijs (X K S, Z F S) Solem, & Atmoſphæram tangentibus continetur.

4. Solet etiam *Penumbra* appellari, quia portio illa, quæ remanet dempto Terræ cono R M P, & ſola propriè eſt Vmbra Atmoſphæræ, non deſtituitur penitus omni luce, cùm nihil ipſa ſit aliud, quàm lux Solis per Atmoſphæram tranſmiſſa, ac proinde refracta & valdè diluta. Radij porro Atmoſphæræ conum efficientes ſunt irrefracti, cùm in contactu refractio euaneſcat.

b *def* 4. *nu.*20. *l.*2. Axis Vmbræ tam Atmoſphæræ, quàm Terræ, non differt à lineâ [b] Veræ Syzygiæ, ſiue Synodicâ, cùm vtraque tranſeat per centra Solis ac Terræ.

5. *Sectio Vmbræ* eſt circulus, qui naſcitur ex Cono Vmbroſo ſecto per planum Axi A S rectum.

Cæterum obſcurari Lunam à Cono Vmbroſo Terræ, ſeu potiùs (vt oſtendam *infra*) Atmoſphæræ, manifeſtius eſt, quàm vt multis probari debeat. Cùm enim Terra per *nu.*2.*lib.*1. ſphærica ſit, & per *num.*36.*lib*3, minor Sole, liquet Vmbram eius conicam eſſe, cuius mucro Soli præcisè oppoſitus exiſtat. Quia verò Conus ille Vmbroſus longior multò eſt diſtantiâ Lunæ à Terrâ, vt patebit ex *num.ſeq.* in hunc Luna Soli oppoſita neceſſariò incurrit, ab eodemque obſcuratur.

NVMERVS XIV.

Ad datum tempus Angulum & Axem tam Coni Atmoſphæræ, quàm Coni Terreſtris Ficti, inuenire.

Fig. 4. a *def.*1. §. 1. SOlis centrum eſto B; Terræ A; radij Solem ac Terram tangentes GKX, CDX, & irrefracti, determinent Vmbram, ſeu Conum Terræ [a] Fictum KXD. Oporteat eius angulum ad D, & Axem AX inuenire.

Ex centris A, B, ducantur ad contactus rectæ AK, BG, & AI parallela ad KG. Cùm an-

a *per* 18. 3. guli ADK & G [a] ſint recti, liquet AKGI eſſe rectangulum parallelogrammum, ideoque AK

b *per n.*34. *l.*3. æqualem eſſe GI. Atqui [b] GB Solis Semidiameter nota eſt in Terræ Semidiametris. Ergo ſi AK,

Digitized by Google

AK, ſeu GI Semidiameter Terræ auferatur à GB Semidiametro Solis, reſiduum BI in Terræ Semid. notum erit. Quoniam igitur in triangulo BIA rectangulo ad I, nota ſunt latus BI (vt iam oſtendi) & latus [c] BA diſtantia Solis ad tempus datum, ambo in Semid. Terræ, ex his [d] angulus IAB, hoc eſt [e] (quia GX, IA ſunt parallelæ) GXB, innoteſcet ad datum tempus. Noto autem angulo GXB, ſeu KXA, etiam KXD ipſius duplus erit notus.

[c per n. 18. & 19. l. 3. d per Prob. 4 cap 3. Geom. prac. e per 27. 1.]

Deinde in trigono AKX rectangulo [o] ad K, quia notus iam eſt acutus KXA, etiam ratio [p] AK ad AX fiet nota: ac proinde AX Axis Coni Ficti, in Terræ Semidiametris AK ad tempus datum notus erit.

[o per 18. 3. p per Prob. 4. cap 3. Geom. prac.]

Ricciolus hunc in modum ex Semidiametro Solis partium 34, quarum Semidiameter Terræ ſit 1, & ex diſtantiâ Solis Perigæâ 7000 Semid. Terræ elicit ſemiangulum Coni Terræ Ficti Min. 16′. 8″, Axem verò 213 Semid. Terræ. At ex diſtantiâ Solis Apogæâ 7600 Semid. Terræ collegit Angulum Coni Ficti Min. 14′. 50″; Axem verò Semidiametrorum Terr. 231. Quod ſi data illa mutentur, alius colligetur tam Angulus, quàm Axis. Nullus tamen Aſtronomus collegit Angulum Coni Terræ Ficti maiorem Minutis 16′. 8″; aut minorem Minutis 12′. 10″; neque Axem maiorem 282 Semid. Terræ, aut minorem 213.

§. 2. Angulus & Axis Coni Atmoſphæræ reperitur eodem prorsùs modo, quo Coni Ficti; verùm Axis ſic innoteſcit in Semidiametris non Terræ, ſed Atmoſphæræ.

§. 3. Porro Angulus Coni Atmoſphæræ minor eſt Angulo Coni Ficti Terræ, at inſenſibiliter.

Nam quia Semidiameter Atmoſphæræ, aliquantò maior eſt Semidiametro Terræ, vbi illam ſubtraxeris à Solis radio BG, erit reſiduum BI iam paulò minus quàm dum ſola Terræ Semidiameter ſubtrahebatur. Quare cùm BA diſtantia Solis eadem maneat, angulus IAB, hoc eſt KXA, adeoque totus KXD Coni Atmoſphærici Angulus, aliquantò minor euadit Angulo Ficti Coni Terræ. Si Atmoſphæræ Semidiameter excedat Semidiametrum Terræ ad ſummum 25 Milliarijs Bonon. operando formâ iam traditâ, reperies Angulum Coni Atmoſphærici ab Angulo Coni Ficti ne vno quidem Secundo ſuperari. At demus, quod nemo dixerit, Semidiametrum Atmoſphæræ duplam eſſe Semidiametri Terræ, ac proinde Atmoſphæræ Altitudinem æquare Milliaria Bonon. 4139: nihilominus, colligetur Angulus Atmoſphærici Coni minor Angulo Coni Ficti Secundis tantùm 26, quæ differentia exigui adhuc momenti eſt.

§. 4. Quod attinet ad Axem Coni Atmoſphærici, is abſque ſenſibili differentiâ continet tot Semidiametros Atmoſphæræ quot Semidiametros Terræ Conus Terræ Fictus, nimirum 213 Sole Perigeo, 231 Sole Apogeo.

Quamuis enim KXA Angulus Atmoſphærici Semiconij aliquantò minor ſit, adeoque ratio AX ad AK aliquantò maior, quàm in Cono Terræ Ficto, tamen quia exceſſus ille Anguli ne vnius quidem Secundi eſt, etiam ratio XA, ad AK creſcit inſenſibiliter; ac proinde Axis Coni Atmoſphærici tot abſque errore ſenſibili continet Semidiametros Atmoſphæræ, quot conus Terræ Fictus Semidiametros Terræ.

§. 5. Axem Coni Atmoſphærici in Terræ Semidiametris (hactenus enim tantùm in Atmoſphæræ Semidiametris innotuit) ſic inuenies. Semidiameter Atmoſphæræ ex mente Riccioli excedit Semidiametrum Terræ ad ſummum Milliarijs Italicis Bon. 25. Axis autem Atmoſphæræ continet Semidiametros Atmoſphæræ [a] 213 Sole Perigeo, at 231 Sole Apogeo. Quare ſi 25 multiplices per 213 vel 231, prodibunt Milliaria 4899, vel 5775, quibus Semidiametri Atmoſphæræ 213, vel 231 (hoc eſt Axis Coni Atmoſphærici) excedunt Terræ Semidiametros 213, vel 231, hoc eſt Axem Coni Ficti Terreſtris. Cùm igitur vna Terræ Semidiater contineat [b] Milliaria Bonon. 4139, Coni Atmoſphærici Axis excedet Axem Coni Ficti Terr. vnâ Semidiametro Terræ & adhuc Milliarijs 760 Sole Perigeo, 876 Apogeo. Si autem maior ſit altitudo Atmoſphæræ quàm Milliariorum 25, etiam Axis Atmoſphæræ maior colligetur.

[a per 5. prec. b Prob. 4. c. 6. Geom. pract.]

Scholium.

Semiangulus Vmbræ Fictæ (AXC) ſemper minor eſt Semidiametro Apparente Solis BAC, vt patet ex 32. 1. In quo Lansbergius conuicit erroris Tychonem, & Longomontanum, ex quorũ poſitionibus colligitur Semiangulus Vmbræ maior Semidiametro Solis ab ipſis aſſertâ. A quo abſurdo immunis eſt Semiangulus §. 1. determinatus, vti patet ſi cum Semidiametro Apparente Solis lib. 3. num. 31. *aſſertâ, conferatur.*

NVMERVS XV.

Reperire Semiangulum Coni, ſeu Vmbræ Terreſtris Veræ. Is autem componitur ex Semiangulo Vmbræ Fictæ, & Solis Refractione Horizontali bis ſumptâ.

Fig. 2.

RAdij irrefracti Solem & Terram tangentes, qui Fictam Terræ Vmbram definiunt, ſint XQBN, ZEYN: radij autem refracti Solem & Terram tangentes, qui Veram Terræ Vmbram efficiunt, ſint XDORM, ZGHPM. Angulus Veræ Vmbræ M, Fictæ N.

Quoniam radius X D per refractionem procedens ex D in R, Terram tangit in O, ipſe radius refractus DR vtrimque protractus in λ, & θ erit Horizon Viſus Oculi exiſtentis in O; ac proinde radio XD producto in φ, angulus φDI, ſiue XDλ, eſt refractio Solis Horizontalis. Iam quia radij XDφ, XQN, Solem ambo tangunt, ac proinde ex eodem quoad ſenſum puncto Solis procedunt, erunt quoad ſenſum paralleli. Quare radius refractus DR, eos interſecans facit angulum [a] NIθ æqualem angulo φDI, refractioni nempe Solis Horizōtali.

a per 27. 1.
b per 32. 1.

Hoc oſtenſo, externus IθA [b] æquabitur duobus internis oppoſitis NIθ, refractioni (vt iam oſtenſum) Solis Horizontali, & INθ Semiangulo Vmbræ Fictæ. Deinde, quia radius DR rectà procedit in θ, refractè in M, erit θRM angulus refractionis in egreſſu Atmoſphæræ, & par refractionis angulo φDI ſub ingreſſum. Quare IθA, ſeu RθA, vnà cum θRM, æquatur Vmbræ Fictæ Semiangulo INA, & refractioni Solis Horizontali bis ſumptæ. Sed RθA cum θRM [d] æquatur externo RMA. Igitur RMA Semiangulus Vmbræ Terreſtris Veræ æquatur Semiangulo Vmbræ Fictæ & refractioni Horizontali Solis bis ſumptæ. Quod erat demonſtrandum.

d per 32. 1.

Semiangulus Vmbræ Fictæ Sole Apogeo erat *num. præc* 5. 1. Grad. 0. 14′. 50″: cui ſi addatur Horiz. Refractio Æſtiua Solis Apogei [q] Grad. 0. 32′. 25″, bis ſumpta, fit Semiangulus Vmbræ Veræ Æſtiuæ RMA, Grad. 1. 19′. 40″: additâ verò bis Refractione Tychonicâ Grad. 0. 34′, fit Semiangulus Vmbræ Veræ Grad. 1. 22′. 50″.

q per n. 26. l. 3.

NVMERVS XVI.

Fig. 2.

Vmbræ Terreſtris Veræ Axem (AM) inueſtigare altitudine qualibet Atmoſpheræ datâ.

IIſdem poſitis, quæ *num. præc.* ducatur recta AR.

a per 18. 3.

Quoniam triangulum AOR ad contactum O [a] rectangulum eſt, in eoque notæ ſunt AO, AR (nam δR Altitudo Atmoſphæræ ex hypotheſi datur in Milliaribus, quorum AO, ſeu Aδ, continet [b] 4139), ex his reperietur [c] angulus ORA. Producantur MR in ψ, & DR in θ. Refractionis angulus MRθ in Atmoſphæræ egreſſu æqualis eſt angulo Refractionis φDR ad ingreſſum. At φDR eſt Solis refractio Horizontalis (vt oſtenſum *num. præced.*) quæ [d] eſt Min. 32. 25′ in Æſtate. Ergo etiam MRθ, ſeu ψRO eſt Min. 32. 25′. Quare ſi hunc addas iam noto ORA, totus ψRA adeoque & MRA notus eſt. Angulus autem AMR, nempe Semiangulus Vmbræ Terreſtris, per *num. præced.* eſt Grad. 1. 19′. 40″. In triangulo igitur MAR datur AR Radius Atmoſphæræ, & noti ſunt angùli AMR, & MRA; ex quibus [e] reperietur AM longitudo Vmbræ Terreſtris.

b Prob. 4. c. 6. Geom. pract.
c per Prob. 4. cap. 3. Geom. pract.
d per n. 26. l. 3.
e per Prob. 9. cap. 3. Geom. pract.

Quamcumque porro Atmoſphæræ altitudinem dederis ab vno Milliari vſque ad 100 & vltra, ſi formâ iam præſcriptâ opereris, Atmoſphæræ Axem AM ſemper deprehendes Semidiametrorum Terreſtrium circiter 43. Hoc neque Keplerus, qui primus Vmbram Terræ curioſiùs eſt contemplatus, neque ipſius inſiſtens veſtigijs Ricciolus, videntur aduertiſſe. Atqui tamen ex iſtâ obſeruatione Quæſtionis *ſeq. num.* proponendæ deciſio pendet. Et ſanè dignum obſeruatione eſt, quod ex incertâ altitudine Atmoſphæræ, longitudo certa Vmbræ Terreſtris eliciatur. Tria ſubijcio calculi exempla.

Ex

Ex altitudine Atmoſph. Milliariorum Bonon.	*Collegi Axem Vmbræ AM Semidiametrorum Terr. proximè.*
2	43
26	43
100	42
1000	

NVMERVS XVII.

Luna eclipſatur ab Vmbrâ non Terrę, ſed Atmoſphęrę.

DEmonſtratio ex *præcedenti Numero* manifeſta eſt. Quamcumque enim Atmoſphæræ altitudinem dederis, Vmbræ Terreſtris longitudo AM colligitur Semidiametrorum Terreſtrium circiter 43, aut 42. Atqui Lunæ à Terræ centro diſtantia numquam [a] minor eſt Semidiametris Terræ 50. Ergo Vmbra Terræ numquam pertingit ad Lunam. Quare Luna à Terræ Vmbrâ numquam poteſt obſcurari. *Fig. 2.* *a per n. 12. lib 3 vide etiã n 10.*

Obſcurari autem ab Vmbrâ Atmoſphæræ ſic oſtendo. Vmbræ Terreſtris Fictæ B N Y longitudo AN, numquam minor [b] eſt Semidiametris Terr. 213. Ergo Vmbrę Atmoſphęrę KSF longitudo AS ſemper excedit Semidiametros Terr. 213. Atqui Lunę diſtantia à centro Terrę numquam [c] maior eſt Semidiametris Terr. 72. Ergo Luna Soli oppoſita ab Atmoſphęrę Vmbrâ neceſſariò obſcuratur. *b per n 14. ſ.1.* *c per n. 12. l.3.*

Lunam non Eclipſari ab Vmbrâ Terrę, primus aſſeruit Keplerus in *Aſtron. Optica pag.* 268, & poſt eum Ricciolus *lib.* 5. *Almag. pag.* 305 : ſed quia neuter aduertit ea quę *Num. præced.* obſeruauimus, etiam neuter ſatis idoneam eius rei demonſtrationem attulit.

Scholium.

Altitudinem Atmoſphæræ ad refractionem idoneæ Keplerus ſentit duo Milliaria Italica non excedere, nullâ ſufficienti ratione nixus. Ricciolus lib. 5. Almag. pag. 660. Probl. 51 & 50; & pag. 596 Probl. 36 *ſubtiliter & ingenioſè ex montis Caucaſi altitudine probat altitudinem aëris refractiui circa Caucaſum non minorem eſſe* 18 *Milliariis Bonon. Numquam tamen aut nuſpiam excedere Milliaria* 50, *id quidem ille* Problemate 51 iam citato *etiam affirmat, ſed nuſquam probat. Neque enim, quod fatetur etiam ipſe* Probl. iam cit. *ſatis conſtat vtrùm vertex Caucaſi ſit refractioni obnoxius. Si autem obnoxius non ſit, ſupra ipſum vtique Atmoſphæra porrigitur, eâ altitudine, ad quam explorandam nihil poſſit Caucaſus conferre. Quare incertum eſt non ſolùm an Atmoſphæra ad Milliaria* 50 *non aſcendat, ſed etiam an non* 100, *vel vltra. Vnde liquet, quod* Num. 16. *obſeruauimus, de longitudine Terreſtris Vmbræ nihil poſſe certum concludi, niſi eam ex altitudine quâlibet Atmoſphæræ ad Milliaria* 100 *& vltra, quàm proximè ſemper eamdem aut certè minorem minimâ altitudine Lunari deriuari.*

NVMERVS XVIII.

Quantum Terrę Sol vltra hemiſphęrium illuminet.

IIſdem poſitis, quę *num.* 15 : Pars Terrę illuminata eſt OTH, quam versùs Solem includunt radij refracti tangentes DOR, GHP, ductâque A ϖ perpendiculari ad Vmbrę Axem AMS, portio Terrę vltra hemiſphęrium illuminata, eſt arcus ϖ O : quęratur quantus hic ſit. *Fig. 2.*

Dico cum Keplero [a] ęqualem eſſe Vmbrę Fictę Semiangulo BNA, vnà cum refractione Solis Horizontali. *a pag. 269. Aſtro. Opt.*

Producatur enim A ϖ donec in 2 occurrat radio tangenti irrefracto X Q B N, atque ad contactus B, O, ducantur Semidiametri AB, AO, item ad punctum I quo ſe interſecant ra-



d A N, trigo-
2 N, angulus
A, qui eſt Se-
OI, ad conta-
ectos. Atqui
s ſunt. Atqui
m. 15. Ergo
em oſtendi ſu-
em ſubtendit
ntali. Quod

tem Refra-
1 5″; & tan-

metrum,
e.



m cæteris

æ Fictam
uli inſen-
1 4 patet)
mutetur.
a ſit QE
um Ter-

um. 10.
iam QX
ota ſunt
us XQ.
æ nota
ſunt la-

in lineâ



Modus

by Google

Modus alter.

Omnium ſimpliciſſimus hic eſt,& vnico præcepto continetur. A ſummâ Parallaxium Horizontalium Solis & Lunæ aufer Semidiametrum Apparentem Solis. Relinquetur Vmbræ Semidiameter Apparens.

Ducantur enim rectæ CAF, AE, & ad contactum D ſemidiameter AD. Quoniam AD perpendicularis [d] eſt ad tangentem CDE, manifeſtum eſt ACD, eſſe Parallaxim Horizonta- *d per 18. 3.*
lem Solis, quæ nota eſt per *num.* 19.*lib.*3, & AED eſſe Parallaxim Horiz. Lunæ, quæ nota eſt per *num.* 10.§.3. *lib.* 3. quibus vtriſque æqualis eſt [o] externus angulus FAE. Ab hoc ſi *o per 32. 1.*
demas FAQ, hoc eſt BAC (qui metitur Semidiametrum Solis Apparentem, & notus eſt per *num.* 31. *lib.* 3) notus relinquetur angulus QAE, qui Diametrum Apparentem Lunæ metitur.

Hoc in modum, aſſumptâ Parallaxi Horiz. Solis tam Apogei quàm Perigei (inſenſibilis enim differentia eſt) Secundorum 30, Parallaxibus verò Horiz. Lunæ & Semidiametro Solis Apparenti, prout *Numeris citatis* ſunt inuentæ, Vmbræ Semidiametri Vera, & Apparens tales proueniunt, quales exhibentur in *Tabellæ præcedentis ordine tertio*; & differunt ab inuentis per modum primum aliquot Secundis tantùm.

Cæterùm Semidiameter, ſiue primo, ſiue ſecundo ſic inuenta, eſt non Vmbræ Atmoſphæricæ, quæ Lunam [p] ſola obſcurat, ſed Vmbræ Fictæ. Verùm, vt dixi *ſupra*, nullius momenti *p per nu.17*
differentia eſt: Vmbræ enim Fictæ Apparens Semidiameter iam inuenta, ab Apparente Semidiametro Vmbræ Atmoſphæricæ non exceditur [a] Secundis 17: quæ differentia in definiendis Eclipſibus tutò contemnitur. Atque hinc apparet qui factum ſit, vt Aſtronomi antiquiores licet Vmbram Atmoſphæræ neſciuerint, in prædicendis tamen Eclipſibus non aberrauerint. Et viciſſim, cùm Antiqui Atmoſphæram ignorantes in prædicendis Eclipſibus ſatisfecerint, colligitur Atmoſphæræ altitudinem non eſſe tantam, vt ea neglecta errorem poſſit in hoc negotio ſenſibilem cauſare. *a Vendelinus in idea tab. Atlant. pag. 3.*

Scholium.

Cùm ſumma Parallaxium Horizontalium Solis & Lunæ, æqualis ſit ſummæ Apparentium Semidiametrorum Solis & Vmbræ, ita cohærere inter ſe hæc debent, vt ſi alterum ex altero educatur, nulla contradictio aut inconcinnitas ageometrica oriatur. Imo neceſſe eſt vno nexu deuincta ſint hæc ſeptem; Luminarium diſtantiæ à Terrâ, Semidiametri Veræ & Apparentes, Vmbræ Axis, Angulus, Semidiameter Apparens. Quod quidem in quantitatibus à nobis hactenus determinatis, niſi fallor, obſeruatum eſt.

CAPVT III.

Eclipſes Lunæ tam præteritas, quàm futuras inuenire.

NVMERVS XX.

Terminos Eclipticos tam Poſſibiles, quàm Neceſſarios inuenire.

T*Erminus Eclipticus Poſſibilis*, eſt talis Lunæ Latitudo in momento Veri ☍, aut ea diſtantia Lunæ à Nodo propiore, intra quam Eclipſis poteſt contingere, & extra quam non poteſt. *Terminus Eclipticus Neceſſarius*, eſt ea Latitudo Lunę in momento Veri ☍, vel ea diſtantia Lunę à propiore Nodo, intra quam Eclipſis neceſſariò accidit.

§. 1. Hos Terminos ita reperies. Sectio Vmbræ in loco tranſitus Lunæ eſto circulus ABCED, cuius centrum A: Ecliptica CD: Lunæ Semita FH: ſegmentum circuli Maximi per Eclipticæ Polos, & centrum Solis ducti, (qui per *defin.* 5. *num.* 20. *lib.* 2, eſt ipſum planum Syzygiæ Veræ), vel potiùs ſectio eius cum plano Vmbræ ABCED, ſit OAE. Ad *Fig. 11.*

 hanc

hanc vbi appulerit Lunæ centrum, puta in G, liquet contingere ☍, & Lunæ Latitudinem tunc eſſe GA; quæ licet non ſit recta ad viam Lunæ F H (cùm per *num.68. lib.2.* ſit recta ad Eclipticam C D) ac proinde non ſit minima diſtantia centri Lunæ à centro Vmbræ A: tamen, quia ab hac vix ſenſibiliter differt, poterit illa (nempe GA) pro hac (nempe diſtantiâ minimâ) in Terminis Eclipticis ſtatuendis aſſumi.

His ita conſtitutis, manifeſtum eſt ☍ non poſſe Eclipticum eſſe, ſi Latitudo Lunæ GA ad momentum ☍, eſt æqualis ſummæ Apparentium Semidiametrorum Vmbræ AO, & Lunæ G B, aut eâ maior. Cùm enim æqualis eſt, Luna tangit Vmbram in O: vnde cùm quoad ſenſum (vt dixi *ſupra*) centrum Lunæ in G minimè diſtet à centro Vmbræ, liquet eam tam ante quàm poſt contactum, ad Vmbram non pertingere. Quod ſi Latitudo Lunæ GA minor
Fig. 12. 13. 14. eſt ſummâ Semidiametrorum Appar. Vmbræ AO, & Lunæ GB, patet aliquam Lunæ partem Vmbræ immergi, adeóque ☍ eſſe Eclipticum.

a per num. præced. *b per num. 33. lib. 3.* Quare ſi accipiamus maximam Semidiametrum Appar. Vmbræ in loco tranſitus Lunæ, quæ eſt [a] Min.49′.2″, & maximam Lunæ Semidiametrum App. in Syzygijs, quæ [b] eſt Min. 16′.45″; harum ſumma Grad.1.5′.47″, ſiue Grad.1.6′, dabit Latitudinem Lunæ, quâ ſi in momento Veri ☍, Luna habeat maiorem vel æqualem, impoſſibilis ſit Eclipſis; poſſibilis autem, ſi minorem.

c per num. præc. *d per num. 33. lib 3.* Quòd ſi minima ſumatur Vmbræ Appar. Semidiameter, quæ eſt [c] Min.37′.30″, & minima Semid. App. Lunæ in ☌ ☍, quæ eſt Min. 14′; harum ſumma Min. 51′. 30″, vel Min. 52′. efficiet Latitudinem, quâ ſi in momento Veri ☍ Luna habeat non maiorem, neceſſariò eclipſabitur.

Fig. 31. lib. 2. §.2. Eoſdem Terminos per diſtantiam à Nodo ſic reperiemus. Arcus Eclipticæ ſit AB; arcus ſemitæ Lunaris AC; Nodus propior A; Latitudo Lunæ in ☍ C B Grad.1.6′, Terminus videlicet Eclipticus Poſſibilis quoad Latitudinem. Quoniam triangulum ABC ad B
e per num. 68. lib. 2. *f per num. 61. lib. 2.* *i per trigon ſph. prob. 3.* [e] Rectangulum eſt, in eoque nota ſunt angulus [f] A, Grad. 5, & latus C B. Grad. 1.6′, ex his [i] inuenietur CA diſtantia Lunæ à Nodo propiore A, intra quam fieri poterit, & extra quam non poterit Lunæ Eclipſis. Quod ſi CB ponatur Min. 52, Terminus nempe Neceſſarius quoad Latitudinem, prodibit C B diſtantia Lunæ à Nodo, intra quam Eclipſis neceſſaria eſt.

§.3. Hæc inuentionis theoria. Quales porro ab Authoribus ſubiectis ſint inuenti, patebit ex Tabellâ ſequenti.

TERMINI ECLIPSIS LVNÆ.												
	POSSIBILES						*NECESSARII*					
	Latitudo Vera ☾			*Diſtantia à Nodo*			*Latitudo Vera ☾*			*Diſtantia à Nodo*		
AVTHORES	Gr.	′	″	Gr.	′	″	Gr.	′	″	Gr.	′	″
Ptolomæus	1	8	43	12	12	0	0	55	38	10	50	0
Tycho	1	5	0	12	36	0	0	58	4	11	12	0
Lansbergius	1	4	8	12	3	0	0	53	2	10	51	18
Vendelinus	1	3	0	12	8	13	0	53	3	10	11	20
Ricciolus	1	6	0	12	50	0	0	52	6	10	0	0

Nota: ſecundùm rigorem Geometricum procedendo aſſumenda fuit ad Limites Eclipticos conſtituendos, non Latitudo Lunæ tempore ☍, ſed perpendicularis à centro Vmbræ ad Viam Lunæ; de quâ vide dicenda *num.23.* Hìc tamen tantâ præciſione opus non eſt, vt ſupra monui.

NVMERVS XXI.

An Plenilunium ſit Eclipticum, cognoſcere.

Fig. 11. & ſequ. *o per num. 63. lib 2.* PEr *num.* 16. notum fiat Veri ☍ momentum; ad quod inquire [o] Latitudinem Veram Lunæ. Hæc ſi æqualis, vel minor ſit Termino Ecliptico Neceſſario, nempe Minutis 52′. 6″,

6″, ☍ erit [i] Eclipticum: ſi æqualis, vel maior Termino Poſſibili Grad. 1. 6′, non [m] erit; ſi verò inter Terminos Eclipticos media ſit, minor nempe Grad. 1. 6′. maior Min. 52′. 6″: ☍, fortè Eclipticum erit. Vtrùm verò ſit, ita cognoſces. *i per nu 20* *m per eund.*

Ad momentum ☍ inquire Semidiametros Apparentes [a] Vmbræ & [b] Lunæ, & in vnam conijce ſummam: Si hâc ſummâ Latitudo Lunæ tum ſit minor, ☍ erit [d] Eclipticum; ſi æqualis vel maior, non [e] erit. Idem cognoſces per diſtantiam à Nodo. *a per nu. 19.* *b per nu 35 lib 3.* *d num. 20.* *e ibid.*

NVMERVS XXII.

Quantitatem Eclipſeos Lunæ inuenire.

§. 1. INueniatur Latitudo Vera [d] Lunæ AG ad momentum Ecliptici ☍ noti *per num.* 10. *Fig.* 12.
& Vmbræ [e] Semidiameter AO Apparens: quam, ſi minor eſt Latitudine Lunæ, ab *d per num.*
hac ſubducito, & reſiduum O G aufer ab Apparente Semidiametro Lunæ G B, quæ nota fit *63 lib 2.*
per *num.* 33, *vel* 35. *lib.* 3: relinquetur B O pars obſcurata Diametri (ſiue, vt alij vocant, *e per nu.19*
Scrupula deficientia Vmbræ) penes quam Eclipſis quantitas æſtimatur.

§. 2. Si Vmbræ Semidiameter App. AO ſit par Latitudini Lunæ AG, dimidia pars Diametri obſcurabitur. *Fig.* 13.

Si Vmbræ Appar. Semidiameter AO ſit Latitudine Lunæ AG maior, hanc (AG) aufer à *Fig.* 14.
Semidiametro Vmbræ AO, & reſiduum G O adde Apparenti Semidiametro Lunæ G B: 15. 16.
prodibit B O obſcurationis quantitas (ſiue, vt alij appellant, Scrupula Vmbræ Deficientia) quæ numeratur à margine Lunari B, quæ prima Vmbræ immerſa fuit, vſque ad O extimum Vmbræ limbum.

Quod ſi obſcurationis quantitas B O fuerit minor Diametro App. Lunæ B I, Eclipſis nondum erit Totalis. *Fig.* 14.

Si æqualis fuerit, Eclipſis erit Totalis ſine morâ: tunc enim Luna ſic tota erit Vmbræ immerſa, vt eam tangat; ac proinde ſimul immerſa fuerit, ſtatim rurſus incipiet emergere. *Fig.* 15.

Si maior, fiet Eclipſis Totalis cum morâ, Lunâ videlicet intra Vmbram ad tempus aliquod totaliter immerſâ. *Fig.* 16. 17.

§. 3. Denique, ſi Latitudo Lunæ fuerit nulla, Eclipſis ſpectabitur omnium maxima, quæ Centralis dicitur, eò quòd Lunæ centrum G incidat in centrum A ſectionis Vmbræ. Quantitas obſcurationis B O æqualis tunc eſt ſummæ Semidiametrorum Vmbræ AO, & Lunæ G B. *Fig.* 17.

§. 4. Solent Aſtronomi quantitates Eclipſium æſtimare vncijs, hoc eſt particulis duodecimis Lunaris Diametri, ad quas Scrupula Deficientia Diametri Vmbræ, ſiue quantitatem obſcurationis §. 1. & 2 repertam, reduces hunc in modum: fiat vt Lunæ Diameter prout eſt Scrup. ex. grat. 30, ad Vmbræ Scrupula Deficientia ex. grat. 32, ita Diameter Lunę prout eſt 12, ad Quartum: dabit hoc Scrupula Deficientia reducta ad vncias Lunaris Diametri.

Hæ porro Lunaris Diametri partes duodecimæ, Digiti Ecliptici ſolent appellari, penes quos eclipſium magnitudo ſic æſtimatur. Si deficiant Digiti Ecliptici 6, Lunę pars media obſcuratur; ſi 12, tota, ſed abſque morâ; ſi plures quàm 12, deficit tota, & aliquamdiu manet Vmbræ totaliter immerſa.

Nota: Accuratiùs quantitas Eclipſis determinabitur, ſi pro Latitudine Lunæ ad momentum ☍ aſſumatur Diſtantia minima centri Vmbræ à viâ Lunæ, de quâ num. ſeq.

NVMERVS XXIII.

Lunaris Eclipſis momentum medium, ſeu maximæ obſcurationis, eiuſque diſtantiam à momento Ecliptici ☍, item diſtantiam minimam centri Lunæ à centro Vmbræ inuenire.

§. 1 SEctio Vmbrę ſit AEDOC; Ecliptica QCD; ad hanc per centrum A perpendicu- *Fig.* 19.
laris OAE repręſentet ſegmentum plani Verę Syzygię, hoc [o] eſt circuli Maximi per *o defin. 11*
Polos Eclipticę, & centrum Solis ducti: via Lunę eſto F X Q; Nodus propior Q. *n. 20. lib. 2.*

His ita conſtitutis, cùm angulus QAX ſit rectus, oportet Q X A recto eſſe minorem. Vnde arcus AX non eſt perpendicularis ad Q F viam Lunę ſed alius A B, viam Lunę ſecans in puncto B, à Nodo Q minùs diſtante. Punctum igitur vię Lunaris FQ Vmbræ centro

tro A viciniſſimum eſt non X, ſed B. Atqui Luna maximè obſcuratur,cùm eius centrum eſt proximum centro Vmbræ. Ergo maximæ obſcurationis momentum illud eſt, quo Lunæ centrum eſt in B. Quare cùm ☌ fiat centro Lunæ attingente Veræ Syzygiæ planum in X, liquet maximæ obſcurationis momentum à ☌ momento eſſe diuerſum.

a *per n.56. lib.2.* b *per def.7. n.20. l.2.* c *per n. 61. lib.2.* d *per trig. Sph.prob. 14.* o *ibid.prob. 2.* t *ibid. prob. 14.* m *per n.2. lib.4.*

§. 2. Oporteat igitur hoc momentum & cætera quæ propoſui, iouenire. Inquire [a] motum Verum Latitudinis Lunæ ad momentum Veri ☌ Ecliptici inuentum *num.*21, hoc [b] eſt ad momentum, quo Lunæ Eclipſandæ centrum eſt in puncto X, in Veræ Syzygiæ plano. Inde ſcies vter Nodorum ſit propinquior Lunæ, & quanta ſit eiuſdem a Lunâ diſtantia QX. Quoniam igitur in triangulo X A Q rectangulo ad A, nota ſunt baſis Q X, & angulus Q. [c] Grad.5; ex bis reperietur [d] arcus Q A. Rurſum quia in trigono ABQ rectangulo ad B, nota iam ſunt baſis AQ, & angulus Q, ex his reperientur & arcus [o] BA, diſtantia minima centri Vmbræ à viâ Lunę (quod erat è quęſitis vnum) & arcus [t] QB: quo ſublato ab arcu iam noto QX, relinquitur arcus BX. Nunc tempus inueniendum reſtat qoo motus Verus Lunę à Sole abſoluit arcum iam notum X B: quod ita fiet. Inueni [m] ad Ecliptici ☌ tempus motum Horarium Verum Lunę à Sole. Deinde fiat, vt Scrupula Veri motus Hor. Lunę à Sole ad Scrupula noti arcus X B, ita I Hora ad Quartum (quod fiet ſi Scrupula arcus X B diuidantur per Scrupula motus Hor. Lunę). Hoc erit tempus quo motus Verus Lunæ à Sole percurrit arcum X B, ac proinde quo momentum maximæ obſcurationis diſtat à momento Ecliptici ☌, quod erat alterum quæſitorum. Poſtremò ſi Luna (vt *in præſenti ſchemate*) tendit ad Nodum, hoc tempus adde tempori Ecliptici ☌ per *num.*21 noto; deme autem, ſi à Nodo recedit. Prodibit obſcurationis maximę momentum quęſitum.

Scholium.

Diſtantia maximæ obſcurationis à momento ☌ permodica eſt. Quam Ptolomæus & Regiomontanus, quamuis turpe cenſerent hanc differentiam ab Aſtronomo ignorari, in praxi tamen negligendam iudicarunt. Quod etiam à nobis factum alibi ſupra *abſque præiudicio vllo earum rerum, quæ ibi quærebantur. Nihilominus Aſtronomi recentiores, in conſignando Eclipſium tempore rationem eius habendam putauerunt. Si horum diligentia placeat, ex dictis modum iam habes, quem ſequaris.*

NVMERVS XXIV.

Lunaris Eclipſeos non Centralis initium, finem, durationem, atque omnes durationis partes inuenire.

Fig. 19. 18.

a *per* 12. 3. b *per num. præced.* o *per n.*19. *lib. huius & per nu.* 33 *ac* 35. *lib.*3. t *trig. Sph. prob* 8.

§. 1. IIſdem poſitis, quę *num. præced.* §. 1. Luna tangat ſectionem Vmbrę in P, & centrum eius ſit in F. Tunc igitur principium Eclipſi datur. A centro Vmbrę ad centrum Lunę ducatur recta A F. Tranſibit ea [a] per contactum P, ac proinde A F par eſt Semidiametris Vmbrę & Lunę. In triangulo rectangulo ABF nota ſunt arcus [b] AB diſtantia minima centri Vmbrę à viâ Lunę, & [o] AF ſumma Semidiametrorum Appar. Vmbrę & Lunę.

Ex his ergo innoteſcent [t] Scrupula arcus FB, quę ab Eclipſis initio vſque ad maximę obſcurationis momentum motus Verus Lunę à Sole percurrit. Hęc deinde Scrupula arcus F B in tempus conuerte hoc modo: Vt Scrupula motus Horarij Lunę à Sole conuenientis ☌ dato, per *num.* 2. inuenienda, ſunt ad Scrupula arcus FB, ſic fiat 1 Hora ad Quartum (quod fiet arcum FB diuidendo per motum Hor. Lunę) hoc erit tempus, quo Luna motu Vero à Sole percurret arcum FB. Quare ſi tempus illud demas à tempore obſcurationis maximę, inuento per *num. præced.* remanebit tempus initij Eclipſeos.

c *per* 12. 3. d *per* 5. 1. e *per* 26. 1.

§. 2. Ad finem Eclipſeos Luna tangat Vmbram in S, & centrum eius ſit in H, ducaturque AH, quę quia tranſibit [c] per contactum S, erit par Semidiametris Vmbrę ac Lunę. Igitur AH & AF ęquales ſunt, ideoque [d] anguli AHF, AFH ſunt ęquales. Quare in triangulis ABH, ABF, latera [e] FB, HB ęqualia erunt. Igitur arcum BH tempore ęquali percurret motus Lunę Verus à Sole, quo FB. Hoc tempus ergo duplicatum dabit Eclipſeos durationem totam; additum verò tempori maximę obſcurationis in B, noto per *num. præcedentem*, dabit momentum, quo Eclipſis finitur in H. Ex quibus etiam patet momentum maximæ obſcurationis, eſſe medium Eclipticæ durationis.

Fig. 19. §. 3. In Eclipſi Totali cum morâ, moram ipſam eiuſque initium, ac finem ſic inuenies.

Tangat

Tangat Luna Vmbram interiùs primò in M, centro exiſtente in I; deinde in N, centro exiſtente in K. Patet Lunam obſcurari totam, eo tempore toto & ſolo, quo eius centrum motu Vero à Sole percurrit arcum I K. Ducantur AK, AI. Hæ protractæ tranſibunt per contactus N, M. Quare ſi M I, N K Semidiametros Lunæ [m] notas demamus à Semidiametris Vmbræ AM, AN etiam [n] notis, remanebunt Scrupula, ſeu Minuta Laterum AI, AK. Cùm igitur in triangulo ABI rectangulo ad B, notum iam ſit latus AI, & per *num. præced.* notum quoque ſit latus AB minima centri Vmbræ diſtantia ab F Q viâ Lunæ; ex his reperietur [o] IB; quot nempe Minuta, ſeu Scrupula contineat: quibus in tempus (vt *ſupra*) conuerſis, prodibit tempus moræ dimidiatæ in Vmbrâ; cui æqualis eſt moræ pars altera, eò quòd I B, BK per *5. & 26. lib. 1. elem.* ſint æquales. Hoc ſi demas à tempore obſcurationis maximæ in B, prodibit momentum primum obſcurationis Totalis in I; ſi addas, prodibit obſcurationis Totalis in K momentum vltimum.

[m] per n. 33. lib. 3.
[n] per n. 19.
[o] trig. Sph. probl. 8.

Rurſum hoc moræ dimidiatæ tempus, ſi auſers à duratione Eclipſis dimidiâ §. 1. inuentâ, prodibit tempus quo centrum Lunæ motu Vero à Sole percurrit arcum F I, hoc eſt tempus ab initio Eclipſis vſque ad initium obſcurationis Totalis; cui ob æquales arcus FI, KH, tempus à fine Totalis obſcurationis in K, vſque ad finem Eclipſeos in H, æquale eſt.

Triangula hìc reſoluta cùm ſint ſphærica, etiam per Trigonometriam ſphæricam reſoluenda fuêre. Non multùm tamen à Vero aberraueris, ſi vt rectilinea accipias, & ſoluas per cap. 3. Geom. Practicæ.

Scholium.

In Eclipſi Partiali & Totali ſine morâ arcum FB (vide Fig. 18.) *paſſim vocant Scrupula Incidentiæ; arcum BH, Scrupula Emerſionis, ſeu repletionis. In Eclipſi Totali cum morâ arcum FI* (vide Fig. 19.) *appellant Scrupula Incidentiæ; arcum IB, Scrupula moræ dimidiæ prioris; arcum BK Scrupula moræ dimidiæ poſterioris; arcum KH, Scrupula Emerſionis, ſeu Repletionis.*

NVMERVS XXV.

Lunaris Eclipſeos Centralis initium, finem, durationem eiuſque partes inuenire. Et quanta ſit Lunarium Eclipſium maxima duratio.

CVm in Ecliptico ☍ Centrali Lunæ centrum ſit & in Nodorum alterutro (vtpote carens omni Latitudine) & in centro Vmbræ A, liquet tunc etiam Nodorum alterutrum in A Vmbræ centrum incidere; ac proinde viam Lunæ FH ſecare Eclipticam CD, in A. Igitur ſub Eclipſis initium Lunæ centrum ſit in F, & Vmbram tangat exteriùs in P: in fine Eclipſis tangat in S, & centrum eius ſit in H: ad initium & finem immerſionis Totalis tangat interiùs Vmbram in P & S, centro exiſtente priùs in I, dein in K, Manifeſtum eſt durationem Eclipſis eſſe tempus, quo motu Vero à Sole Luna percurrit arcum F H, & moram in Vmbrâ eſſe tempus, quo ſimili motu abſoluit arcum IK. Arcus autem FH eſt ſumma Apparentium Diametrorum Vmbræ & Lunæ: arcus autem I K eſt differentia eorumdem. Fig. 20.

§. 1. Igitur ſumma Diametrorum Appar. Vmbræ & Lunæ conuerſa in tempus, hoc eſt diuiſa per motum Verum Horarium Lunæ à Sole, dabit durationem totam Eclipſeos Centralis: & I K differentia Diametrorum Appar. Vmbræ & Lunæ conuerſa in tempus, dabit moram in Vmbrâ: & dimidium totius durationis demptum momento ☍ (quod hìc à momento maximæ obſcurationis non differt) Eclipſis initium exhibebit; additum verò, finem.

§. 2. Duratio eius Eclipſeos omnium longiſſima eſt, quæ Centralis eſt, vtroque Luminari exiſtente Apogeo. Id eſſe verum comperies, ſi modo iam tradito durationes Eclipſium inuentas inter ſe comparaueris. Quamuis enim circulus Vmbræ, quem Luna Perigea pertranſit, maior ſit eo, quem Apogea: tamen celeritas Lunæ Perigeæ maiori proportione excedit celeritatem Lunæ Apogeæ, quàm circulus Vmbræ, ſeu craſſitudo tranſitus Perigei excedat craſſitudinem tranſitus Apogei. Vnde fit, vt Luna Apogea tardiùs percurrat minorem Vmbræ circulum, quàm Perigea maiorem. Requiritur porrò Sol in Apogeo, quia quò Sol à Terrâ longiùs diſtat, eò Vmbra Terræ fit craſſior.

Maxima Eclipſium Lun. duratio.

Ex datis à	*eſt Hor.*	′	″
Ptolomæo	4	6	42
Tychone	4	17	37
Lansbergio	3	57	40
Vendelino	4	13	0
Ricciolo	3	57	6

NVMERVS XXVI.

Vtrùm in loco dato Lunæ Eclipſis videnda ſit, inuenire.

a per n. 41. & 42. l. 3.

AD momentum initiale Eclipſeos (quod notum ſit per *num.* 24. & 25.) nota fac [a] Eclipticæ Puncta, Culminans, Oriens & Occidens: inde enim ſcies quiſtum Eclipticæ ſemicirculus ſupra dati loci Horizontem exiſtat: Quare ſi ad idem initiale momentum Eclipſeos inquiras locum Lunæ in Zodiaco, cognoſces an Eclipſeos initium in loco dato conſpiciendum ſit. Quod ſi eadem omnia fiant ad momentum vltimum Eclipſeos, inde pariter intelliges, an etiam finis Eclipſeos, adeoque an Eclipſis tota in loco dato ſpectanda ſit.

NVMERVS XXVII.

Quibus in Terris Lunæ Eclipſis ſpectanda ſit inuenire.

AD quæſiti conſecutionem ſubſeruiet Poriſma ſequens.

Poriſma.

Inuenire punctum Terræ, cui ad momentum datum Ecliptici temporis verticale eſt centrum Lunæ.

Fig. 36. Æquator eſto BNC; Lunæ orbita DE, Meridianus loci, in quo es, ACX; centrum Lunæ in O; Declinationis circulus per illud tranſiens ANOX. Ad momentum datum inquire Declinationem [a] Lunæ ON: tanta quoque erit Declinatio, ſeu Latitudo [b] Geographica puncti Terræ, cui O centrum Lunæ tum verticale eſt. Quod ſi Latitudo Lunæ ſit valde exigua, aſſumi poterit O pro puncto Eclipticæ, eiuſque Declinatio reperiri, per *num.* 52. *lib.* 1

Vt reperiatur dicti Terræ puncti Longitudo [c] Geographica, aſſumatur O locus Lunæ in ſuâ orbitâ, tamquam punctum Eclipticæ, & DE pro Eclipticâ: diuerſitas enim inde oritura in hoc negotio parui erit momenti. Reperi igitur ad momentum datum Aſceſionem Rectam ♈N [d] puncti O; item Aſcenſionem Rectam [e] ♈C Medij Cæli, ſiue tui Meridiani ACX: ſic notus erit arcus Æquatoris NC. Et quia notum eſt Eclipticæ punctum O, vtpote locus Lunæ; ſi etiam fiat [o] notum punctum E, quod eo momento Meridianum ACX pertranſit, ſcies pariter ſitne O reſpectu tui Meridiani ACX Occidentale, an Orientale; ac proinde cum notus iam ſit arcus NC, ſcies quantùm O, adeoque & ſuppoſitum illi Terræ punctum à tuo Meridiano in Ortum vel Occaſum diſtet; atque ita nota erit dicti Terræ puncti Longitudo Geographica. Cùm ergo *ſupra* etiam reperta fuerit eiuſdem Geographica Latitudo, poſitio eius in ſuperficie Terræ [m] nota erit.

a per n. 8. lib 5. b vide def. 30 n 1. l. 1. c def 29. n. 1 l. 1. d per n. 52. lib 1. i per n. 40. lib. 3. o per n. 41. lib. 3. m vide dicta ad def. 30. n. 1. l. 1.

Hoc præmiſſo.

Fig 32. p per poriſ.

Ad initium, medium, finem Eclipſis (quæ nota ſunt per *num.* 23. 24. 25.) reperi [p] Terræ puncta C, A, B, quibus centrum Lunę eſt verticale. Cùm igitur Eclipſis Lunę eodem momento ſpectetur à toto Hemiſphęrio cuius centrum eſt illud Terrę punctum, cui tum Luna eſt verticalis, manifeſtum eſt initium Eclipſis ſpectari ab integro Hemiſphærio, cuius centrum ſit notum Terrę punctum C, finem verò ab eo Hemiſphęrio cuius centrum ſit notum Terrę punctum B. Ex quo facilè cognoſces quibus in Terris Eclipſis data ſit apparitura.

CAPVT IV.

Via ſternitur ad Eclipſim Solis.

NVMERVS XXVIII.

Defectum Solis cauſat Luna inter Solem & noſtrum viſum interpoſita.

ARgumentis id euidentibus planè conſtat 1, quia Sol numquam deficit, niſi cùm Luminaria coniunguntur; quando ſcilicet Luna, quam *lib.* 3. *num.* 12. & 19. oſtendi Sole eſſe demiſſiorem, poteſt inter oculum noſtrũ & Solem interponi. 2. Quia in ijs tantùm ☌ Sol deficit, in quibus Latitudo Lunę Apparens minor eſt ſummâ Semidiametrorum Appar. Solis & Lunę. 3. Quia dum Sol deficit in vnâ Orbis parte, alibi eodem tempore lucet clariſſimè. 4. Quia defectus incipit ad limbum Solis Occiduum, prout nempe motus Lunę ab Occaſu in Ortum Solem aſſequentis, requirit. 5. Quia Sol partialiter deficiens, corniculatus apparet, quemadmodum Lunę rotunditas ipſum tegentis poſtulat. Plura omitto, quòd hęc ſufficiant.

NVMERVS XXIX.

Luminarium Synodus Viſa, ſeu Apparens, quæ ſit.

QVoniam Solis Defectus pręcipuè pendet à Luminarium Synodo Viſâ, ſeu Apparente, vt meliùs, quid ea ſit, intelligatur, recolendę ſunt *Definitiones num.* 20. *lib.* 2. pręſertim *Def.* 6. 8. 12. 14. de Luminarium Synodo Mediâ, & Verâ; item ea quę expoſui *lib.* 3. *num* 7. de triplici loco Solis & Lunæ: ac demum ea, quæ *lib.* 3. *num.* 38. & 39 dicta ſunt circa Parallaxes Longitudinis & Latitudinis. Quibus ſuppoſitis,

Synodus Luminarium Viſa, ſeu *Apparens*, eſt cùm loca Viſa vtriuſque conueniunt Longitudine; ac proinde ſunt in eodem plano circuli Longitudinis, per Zodiaci Polos deſcripti.

Synodus Viſa Centralis, eſt cùm loca Viſa Solis & Lunæ in vnum idemque punctum coincidunt: *non Centralis*, cùm loca Viſa Solis & Lunæ ſunt diuerſa quidem ob Lunæ Latitudinem, ſeu receſſum ab Ecliptica, ſed Longitudine conueniunt.

Igitur in Viſâ Coniunctione Centrali tria centra Oculi, Lunæ, Solis ſunt in vnâ rectâ; in non Centrali hæc tria centra non ſunt in vnâ rectâ, ſed in vno plano Longitudinis circuli.

Synodus Viſa Centralis ſemper eſt Ecliptica, & tunc quidem Sol ſemper deficit vel totus vel ita certè, vt annulus tantùm lucidus relinquatur. Synodus Viſa non Centralis quando Ecliptica ſit, quando non ſit, dicetur infra.

NVMERVS XXX.

Exponitur Vmbra & Penumbra Lunæ: ex qua ſpecies variæ Defectuum Solarium.

§. 1. VMbra Lunæ, eſt conus mucrone ad Terram directo (D X F) quem efficiunt radij Solem & Lunam tangentes (HDX, GFX). Fig. 22.

Penumbra Lunæ (DOPF) eſt pars coni mucronem V habentis ſurſum, comprehenſi à radijs (HFP, GDO) Solem & Lunam tranſuerſim tangentibus. Quare (DRQSF) Vmbra eſt pars Penumbræ (DOZPF).

Penumbra mera, eſt id quod demptâ Vmbrâ ex Penumbrâ relinquitur.

Vmbræ & Penumbræ vnus eſt Axis, linea nempe recta per Solis & Lunæ centra (E, I) incedens.

Superficiei Terreſtris portio (R Q S) quam Vmbra, & portio (O Z P) quam Penumbra inumbrant, breuitatis cauſâ ijſdem *Vmbræ*, & *Penumbræ* nominibus vocabuntur; Et quia illę ex longinquo ex. gr. ex Lunâ ſpectatę planę apparerent, eas circulorum concentricorum loco habebimus, quorum commune centrum ſit punctum (T) in quo communis Axis (EIA) Terreſtri ſuperficiei occurrit.

§. 2. Superficiei Terreſtri (RTQS) intra Vmbram exiſtenti, Sol deficit totus: & exi- Fig. 22.

ſtenti (in T) vbi Vmbræ & Penumbræ Axis (EIA) Terræ occurrit, Luminarium Coniunctio Apparens, eſt Centralis, adeóque & Solis defectus Centralis & maximus ibidem ſpectatur.

§. 3. In merâ Penumbrâ exiſtentibus (in Terreſtris nempe ſuperficiei portione OZPSQR) Sol deficit, ſed non totus. Sumatur enim punctum in eâ quoduis N, à quo ducatur NM tangens Lunam. Quia hæc media eſt inter tangentes Lunam Solemque ODG, RDH, liquet eam Soli occurrere, puta in M. Quoniam igitur radius MN Lunam tangit, manifeſtum eſt Oculo poſito in N, apparere Solis portionem M H; occultari verò portionem M G.

Fig. 24. §. 4. Si mucro Vmbræ Terræ ſuperficiem contingit, (ex. gr. in P) in eo Terræ puncto Defectus Solis continget Centralis Totalis ſine morâ, hoc eſt totalis obſcuratio Solis nonniſi momentanea erit. Propter Penumbram tamen (vt §. 3. iam expoſui) Defectus Solis Partialis aliquamdiu durabit.

Fig. 25. §. 5. Si mucro Vmbræ finiatur (in Q) ſic vt ad Terram non pertingat, Eclipſis continget Annularis: qualis nimirum in *ſchemate citato* repræſentatur. Ductis enim à puncto (P) vbi Axis Vmbræ (id enim ſupponitur) occurrit Terræ, tangentibus Solem (PB, PD) & tangentibus Lunam (PI, PO) manifeſtum eſt obſcurari totam eam Solis portionem, quæ radijs Lunam tangentibus (PI, PO) continetur, quæ nobis in Terrâ poſitis nigri inſtar circuli apparet; reliquam verò partem non occultari, quæ viſa ex Terris inſtar annuli luminoſi ſpectabitur.

Fig. 22. §. 6. Poſtremò ſi vertex Vmbræ vltra Terræ ſuperficiem porrigatur, contingent ea quæ §. 2. & 3 iam expoſui: nimirum, intra Vmbram Eclipſis erit Totalis cum morâ, & in merâ Penumbrâ Partialis.

NVMERVS XXXI.

Eclipſis Terræ Viſa ex Lunâ, eiuſque connexio cum Eclipſi Solis.

SOlis Eclipſim ſemper comitatur Eclipſis Terræ. Luna enim inter Solem & Terram conſtituta non modò Solem viſui noſtro ſubducit, ſed etiam Telluris partem aliquam priuat luce Solari, eam videlicet in quam Vmbra vel Penumbra incidit. Vnde ſicut Luna obſcuratur cùm inter ipſam & Solem Terra interponitur, ſic & Terra, cùm inter ipſam Solemque Luna media eſt, obſcurabitur: cum hac tamen differentiâ, quod Terræ diſcus à Sole illu-

a *num.* 35. minatus, quia is (vt [a] oſtendam *infra*) Penumbrâ maior eſt, numquam totus Eclipſetur.

Porro Terræ Eclipſis conſideratur propter Eclipſim Solis, vt ex ſequentibus clariùs apparebit. Eam primus expendit Keplerus: Bullialdus deinde, & ex eo Ricciolus excoluêre. Nos etiam hos ſecuti eamdem ſed aliter, viâ nimirum demonſtratiuâ, contemplabimur. In primis ſequentes Regulas propono, cætera ſuis locis expoſiturus.

Regula Prima. Si aliqua eſt Eclipſis Terræ, aliqua erit & Solis. Nam ſi aliqua eſt Eclipſis Terræ, Penumbra Lunæ vel tota vel pars Penumbræ incidit in diſcum Terræ. Ergo aliqui

b *per* §. 2. *&* 1. *num. præced.* exiſtunt intra Penumbram. Exiſtentibus autem intra Penumbram [b] Sol occulitur vel totus vel ex parte. Ergo ſi aliqua eſt Eclipſis Terræ, aliqua erit & Solis.

Secunda. Si nulla eſt Eclipſis Terræ, nulla erit & Solis. Si enim nulla eſt Terræ Eclipſis, Penumbra Lunę tota extra Terram cadet. Ergo nullus in Terrâ erit intra Penumbram. Ergo Sol nulli occultabitur. Ergo nulla Solis erit Eclipſis.

Tertia. Si Vmbra tota Lunaris, vel pars eius incidat in diſcum Terrę, eo loco, quem occupat, cernetur Solis Defectus Totalis; ſi tota cadat extra Terrę diſcum, nuſquam Defectus Totalis apparebit. Patet ex §. 2. & 3. *num. præced.*

Fig. 27. *Quarta.* Si Lunaris Vmbræ & Penumbræ centrum commune (K) in diſcum Terræ incidat, ibidem Solis Totalis & Centralis Defectus ſpectabitur: ſi cadat extra Terræ diſcum, nuſquam Defectus Totalis Centralis apparebit. Patet ex §. 2. & 3. *num. præced.*

Quinta. Quamdiu Penumbra aliquam diſci Terreni partem infuſcat (hoc eſt quamdiu

c *patet ex reg.* 1. *&* 2. durat Eclipſis Terræ) tam diu apparet alicubi [c] Eclipſis Solis. Alicubi inquam, quia cùm Eclipſis Solis in vno loco finita eſt, adhuc durat in altero. Patet ex § 3. *num. præc.*

Sexta. Quamdiu Vmbræ ac Penumbræ centrum, Terræ diſcum perambulat, tamdiu apparet Solis Defectus Centralis, ſucceſſiuè videlicet per eum arcum Terræ, quem percurrit Penumbræ centrum. Patet ex §. 2. *num. præced.*

CAPVT

CAPVT V.

Lunaris Vmbræ & Penumbræ dimenſio.

NVMERVS XXXII.

Angulum & Axem Vmbræ Lunaris ad tempus datum inuenire.

CEntrum Solis eſto E, Lunæ I: Solem verò & Lunam tangant radij MPX, GFX, determinantes Conum Vmbræ Lunaris PXF, cuius Axis ſit EIX. Ad contactus M, P, ducantur è centris rectæ EM, IP. Erunt [a] anguli ad P & M recti. Quare ſi ducatur IN parallela ad PM, erit IPMN parallogrammum rectangulum, ideoque MN æqualis Veræ Semidiametro Lunæ PI, quæ nota [b] eſt. Hæc ablata à Semidiametro Verâ Solis EM etiam [o] notâ, notam relinquet EN. Deinde ad Synodi t.d. notę fiant diſtantię à centro Terræ Solis [c] EA, & Lunę [d] IA. Si hanc illi ſubducas, nota remanebit IE Lunę à Sole diſtantia ad Synodi t.d. Quoniam igitur in trigono INE, rectangulo (vt oſtendi *ſupra*) ad N, nota ſunt latera NE, EI; ex his [o] reperietur angulus NIE [t] cui cùm ob parallelas MX, NI ęqualis ſit angulus [p] MXI, ſiue PXI, etiam hic, adeoque & totus PXF Vmbrę Lunaris Angulus notus erit ad Synodi tempus datum.

Vmbrę Axem IX ſic inuenies. Quia IP ducta eſt centro ad contactum, trigonum XPI ad P, rectangulum [n] eſt: in quo, quia notum eſt latus IP, [m] Semidiameter Vera Lunę, vnà cum inuento iam Vmbrę Semiangulo PXI; ex his [q] reperietur IX Axis Vmbrę Lunaris.

Fig. 26. a per 18. 3. b per n. 34. lib. 3. o ibidem. c per n 19. & 18. lib 3 d per n. 13. lib. 3. o per probl. 4. c. 3. prac. Geom. t per 27. 1. n per 18. 3. m per nu. 34. lib. 3. q per probl. 3. c 3. Geo. pract.

Ricciolus ex datis ſequentibus:

Diſtantiâ Solis Apogei, 7600. } Semid. Terr.
Perigei 7000 }
Solis Verâ Diametro 34, quarum Terræ Semid. eſt 1.
Diſtantiâ Lunæ Apogeę. 64. 15′, } Semid. Terr.
Perigeę 53. 45′. }
Lunę Verâ Diametro 31 $\frac{2}{3}$, quarum Terrę Semid. eſt 100,

Collegit,

Sole Apogeo & Lunâ Perigeâ [a]	Sole Perigeo & Lunâ Apogeâ [b]
Axem Vmbrę IX. 60. 40′ Semid. Terreſtr.	Axem Vmbrę 52 $\frac{44}{60}$ Semid. Terreſt.
Semiangulum Vmbrę PXI. Min. 15′. 18″.	Semiangulum Vmbrę Min. 16′. 39″.

a cum nêpe Vmbra Axis maximus eſt & Angulus minimus. b quando nimirum Vmbra Axis minimus eſt, Angulus verò maximus.

NVMERVS XXXIII.

In Ecliptico ☌ inquirere an Vmbra Lunæ ad Terram pertingat; an vltra porrigatur.

EXpendam hoc Problema & ſequentia duo pro eo caſu, quo Axis Coni Vmbroſi Lunę tranſit per centrum Terrę, quando nimirum Luna caret Latitudine, eſtque Synodus Centralis Vera. Differentia enim quę extra hunc caſum oritur, parui momenti eſt.

Inquire ad datum tempus ☌ tam Vmbrę [c] Axem, quàm diſtantiam [d] Lunę à Terrę centro. Vtraque inter ſe comparata dabunt quęſitum.

c per n. 32. d per n. 13. lib. 3.

NVMERVS XXXIV.

In Eclipſi Solis Totali cum morâ magnitudinem Vmbræ Lunaris in Terræ ſuperficiem proiectæ, metiri.

Fig. 21. CEntrum Lunę eſto I, Terrę A : Vmbrę Lunaris Conus DXF, vltra Terrę centrum extenſus, Axis coni ITAX tranſiens per centrum Terrę (quando non tranſit per centrum Terrę, differenriola inde orta euram Aſtronomi non meretur) : Vmbra Lunę in Terram proiecta TQRS, cuius eentrum T, areus autem RTS quaſi Diameter eiuſdem. Huius Oporteat magnitudinem inuenire.

a per n. 32. Ad d.t. inquire Axem [a] Vmbrę IX, & AI diſtantiam Lunę [b] à centro Terrę. Hanc illâ
b per n. 13. lib. 3. ſi demas, nota remanebit A X. Ducatur ex A centro Semidiameter A S, & inquire ad d.t.
Vmbrę [c] Semiangulum AXS. Quoniam igitur in rriangulo XAS, nota ſunt latera AX, AS
c per n. 32. eum angulo AXS, ex his innoteſcet [d] angulus XAS, adeoque & [e] SAT. Quare ad d.t. arcus
d per probl. 11. c. 3. TS Vmbrę RQS quaſi Semidiameter, nutus erit.
Geo. pract. Hunc in modum Ricciolus Diametrum Vmbrę Lunaris cùm maxima eſt, nimirum Sole
e per 13. 1. Apogeo & Lunâ Perigęâ, collegit Graduum Terreſtrium 3.31′.30″, hoc eſt Milliariorum
Bonon. 254. $\frac{68}{100}$ ſiue Horariorum fere 85, ex datis ſequentibus quę etiam nos amplexi ſumus; nempè ex angulo IAF. Scrup. 15′. 18″; Axe IX Semid. Terr. 60.40′; IA diſtantiâ Lunę Perigęę Semid. Terr. 53.45′.

Corollarium.

Ex his & ex §. 2. *num.* 30, patet quantæ portioni Terræ eodem temporis momento Solis Defectus Totalis poſſit apparere, quando nimirum tota Vmbra incidit in diſcum Terræ.

NVMERVS XXXV.

In Solis Defectu magnitudinem Penumbræ Terram infuſcantis, inuenire.

Fig. 22. CEntrum Solis eſtu E, Lunæ I, Terræ A, radij Solem & Lunam tranſuerſim tangentes HFP, GDO determinent Penumbræ Conum VDOPF, cuius Axis VIT tranſeat per A centrum Terræ. Quamuis autem non tranſiret, nulla inde notabilis differentia in Penumbræ Terram infuſcantis TOZP, quantitatem redundaret. Centrum Penumbræ ſit T, eiuſque quaſi Semidiameter TP. Hanc inuenire oporteat.

Ex A Terræ centro ducatur A P: & Conus Vmbræ Lunaris ſit DXF, ſiue is terminetur
in eentro A, ſiue non. Quoniam reſpectu trianguli XHV angulus HVE eſt externus, hic
a per 32. 1 æqualis [a] erit internis duobus HXV, ſeu HXE, & XHV, ſeu DHP. Primus HXE Semiangulus eſt Vmbræ Lunaris, qui ad t.d. notus fit per *num.* 32: alter DHP eſt is, ſub quo ſpectatur Luna ex Sole, notuſque fiet *infra*. Quia igitur HVE duobus illis æqualis eſt, etiam ipſe, adeoque & ipſi ad verticem exiſtens FVI, notus erit ad t.d. Ducatur iam recta IF ex I centro Lunæ ad punctum F, quo radius HP Lunam tangit; eritque per 18.3. angulus IFV rectus. Quia igitur in trigono rectangulo VIF ad d.t. notus eſt angulus FVI, & per *num.* 34.
i per probl. 3. cap. 3. *lib.* 3, notum ſit latus IF Vera Lunæ Semidiameter, ex his [i] reperietur IV. Quare ſi inquira-
Geo pract. tur ad t.d. Lunæ à Terræ centro diſtantia [m] IA, tota AV nota erit. Quoniam igitur in trian-
m per n. 13. lib. 3. gulo AVP, nota ſunt latera AV, AP, & angulus FVI, ſeu PVA, ex his [n] reperietur angulus
VAP, ſeu TAP, quem metitur arcus TP Semidiameter Penumbræ quæſita.
n per probl. 11. cap. 3. Porro angulus DHF ſub quo ſpectatur Luna, ex Sole ſic innoteſcet. In *Fig.* 24 angulus
Geo. pract. ſub quo apparet ex Sole Semidiameter Lunæ, eſto KGM. Inquire ad t.d. à centro Terræ
Fig. 24. diſtantiam Solis [o] GA, & Lunæ [p] KA. Hanc ab illâ aufer : remanebit GK diſtantia Lunæ à
o per n. 19 & 15. l. 3. Sole. Cùm igitur in trigono rectangulo GKM nota ſint latera GK, & per *num.* 34. *lib.* 3,
M K, Vera Semidiameter Lunæ; ex his innoteſcet angulus MGK, ſub quo in Sole appare-
p per nu 13. lib. 3. ret Lunæ Semidiameter.

Diameter Penumbræ maximæ (videlicet Lunâ Apogeâ, & Sole Perigęo) eſt circiter Grad. 71: minimæ (videlicet Lunâ Perigęâ, & Sole Apogeo) eſt Grad. 57.

Corollarium.

Ex his, & ex §.3. *num.*30, intelligitur in quantâ Telluris portione Solis Defectus eodem momento ſpectari poſſit: neque vllum poſſe Solis Defectum ab vno integro Hemiſphærio eodem tempore conſpici.

NVMERVS XXXVI.

Terræ ex Lunâ viſæ Apparens Semidiameter eſt Lunæ Parallaxis Horizontalis.

CEntrum Terræ ſit A, Lunæ K: ex quo Terram tangat radius KN, ducantur KA, AN. Angulus ANK per 18.3. rectus eſt. Liquet igitur ex *defin.*12. *num.*18. *lib.*1. angulum NKA eſſe Parallaxem Horizontalem Lunæ, ſub eoque ex Lunæ Centro K, ſpectari Terræ Semidiametrum. Fig.25.

Parallaxis Horiz. Lunæ inuenta eſt *lib.*3. *num.* 10, & 14. & quoniam in Syzygijs maxima Parallaxis Lunæ Horizontalis eſt Min.63′.55″, minima Min. 53′. 30″. tanta quoque in Syzygijs erit Terræ ex Lunâ viſæ Apparens Semidiameter maxima, & minima.

NVMERVS XXXVII.

Vmbræ Lunaris in Terram illapſæ ex Lunâ ſpectatæ Apparens Semidiameter habetur quàm proximè, ſi Semiangulus Coni Lunaris Apparenti Semidiametro Lunæ ſubducatur.

SVpponitur Lunaris Vmbræ Semiangulus minor eſſe Semidiametro App. Lunæ, ad quod requiritur, vt Conus Vmbræ Lunaris vltra Terræ centrum porrigatur.

Eſto igitur Conus Lunæ PXF, extenſus vltra Terræ centrũ A, determinatus à radijs Solem & Lunam tangentibus GFX, MPX. Et quia Terra viſa ex Lunâ apparet plana inſtar diſci circularis, ſit ille AVZC, cuius centrum ſit A, quoad apparentiam à Vero Terræ centro non diuerſum. Vmbræ Lunaris in Terræ diſcum proiectæ Semidiameter ſit AB; ductâque ad I centrum Lunę rectâ BI, angulus AIB is erit, ſub quo Semidiameter Vmbræ AB Spectatori in Lunæ Centro I apparet. Angulus autem IBF aſſumi poteſt pro metiente Semidiametrum Apparentem Lunæ. Hic porro IBF [d] æqualis eſt duobus internis IXB Semiangulo Vmbræ, & AIB. Quare ſi IXB ad d. t. fiat [e] notus, & auferatur ab IBF, qui ad d. t. innoteſcet per *num.*35, *lib.*3, notus relinquetur AIB, ſub quo ſpectatur è Lunâ, Semidiameter Lunaris Vmbræ AB. Fig.26. d per 32. 1. e per nu.32.

Hunc in modum reperietur Apparens Semid. Vmbræ ex Lunâ viſæ non exeedere Minutum. 1′. 30″.

NVMERVS XXXVIII.

Lunaris Penumbræ ex Lunâ viſæ Semidiameter Apparens, æqualis eſt Summæ Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, cum ſemiſſe circiter Parallaxeos Solis Horizontalis.

QVoniam Terra viſa ex Lunâ apparet plana, diſcus eius eſto ANLK, cuius centrum A, à Vero Terrę centro, quoad apparentiam, non diuerſum. Radij Solem & Lunam tranſuerſim tangentes HFC, GDB, efficiant Penumbræ Conum BVC, cuius axis VIA tranſeat per centrum Terrę (ſi non tranſiret, nulla inde in Theoremate alicuius momenti differentia orietur): Penumbra ipſa in Terram proiecta, ſit BRC, eiuſque Semidiameter AB; ductâque è Lunæ centro IB, angulus Apparentem Penumbrę Semidiametrum è Lunâ viſam metiens, ſit BIA. Demonſtrandum hunc proximè æqualem eſſe Summę App. Semidiametrorum Solis & Lunæ. Fig.23.

Ducatur EB, & EM Terram ex E Solis centro tangat in M. Angulus MEA [f] erit Parallaxis Horiz. Solis, includens arcum TM Quadrante TN inſenſibiliter minorem. Quare cùm f per defin. 12.n.18.l.1.

t per nu. 35. Vmbræ Semidiameter quando maxima eſt, non excedat [t] Gradus 35½, liquet BE cadere inter Axem AE, & ME, adeòque angulum BEA minorem eſſe Solis Parallaxi Horiz. MEA, *a per 32. 1.* & fere eius dimidium. Iam angulus BIA æquatur [a] duobus IBV, IVB: ſed IVB [b] æquatur *b per eand.* duobus EBV, BEV. Ergo BIA æquatur tribus IBV, ſeu IBD, & EBV, ſeu EBG, & BEV ſeu BEA. Horum trium primus IBD metitur Semidiametrum Appar. Lunę, ſecundus EBG metitur Semidiametrum Appar. Solis, tertius BEA cùm multò minor ſit oſtenſus Parallaxi Horiz. Solis, quę nunquam [u] maior eſt Minuto dimidio, fere contemni poteſt. Ergo angu- *u per nu. 19. lib 3.* lus BIA, ſub quo ex Lunâ ſpectatur Penumbrę Semidiameter AB, proximè æqualis eſt Summæ Semidiametrorum Apparentium Solis ac Lunæ: cui ſi addamus circiter 15 Secunda pro BEA, ipſe BIA prodibit exactior.

Ex calculo Riccioli Semidiameter Apparens Penumbræ ex Lunâ viſæ, cùm maxima eſt, nempe Lunâ, & Sole Perigeis, prodit Min. 33′.30″; cum minima nimirum Sole & Lunâ Apogeis, Min. 29′.27″.

CAPVT VI.

An, & qualis, & quantæ Durationis futura ſit Eclipſis Solis, independenter à Parallaxi inuenitur.

NVMERVS XXXIX.

Terminos Ecliptica Synodi tam Poſſibiles quàm Neceſſarios inuenire.

INſigni & compendioſo artificio per Eclipſim Terræ è Lunâ viſam Terminos Eclipticos, inter quos videlicet Solis Defectus continentur, ducibus Bullialdo ac Ricciolo, Aſtronomus iam reperiet, quos priores per Latitudinis Parallaxes, & operosè nec vniuerſaliter conſtituebant. Vt clarè res tota intelligatur, ſequentes notas præmitto, quas quia Bullialdus, & Ricciolus non attulêre, ex ipſis rei demonſtratio non facilè intelligitur.

NOTA 1. *Diſcum Terræ* hìc voco portionem à Sole illuminatam, quæ quoad ſenſum eſt *o per nu. 18* par Hemiſphærio, cùm id excedat [o] Minutis ſolùm 47′.15″. Hæc portio eſt alia continuò atque alia, cùm Solem ab Ortu in Occaſum neceſſariò ſequatur. *Centrum eius*, eſt punctum illud, cui Sol Verticalis eſt.

a in ſpire fig. qua media eſt inter 22. & 23. & numero caret, utpote reliquis iam delineatis inſerta. 2. *Baſis diſci*, eſt [a] circulus quoad ſenſum Maximus, centrum habens A cum Terrâ commune. In eâ concipiendum eſt veſtigium, ſiue ſectio plani Eclipticæ DAC, cum Polis ſuis, O, G, & ſectio [x] plani Synodici, ſeu Veræ Syzygiæ OAG, nec non via centri Penumbrę FKH, quæ (vt *Notâ ſeq.* oſtendam) quoad ſenſum tanto interuallo diſtat à veſtigio Eclipticę DAC, quanto via centri Lunæ ab Eclipticâ diſtat in cælo. Ex quo ſequitur, ſi via centri Penumbræ vltra Terræ diſcum producta, intelligatur occurrere plano Eclipticæ in Q, ſectionem Q, tanto interuallo diſtare à centro A, & plano Synodico, quanto Lunæ Nodus propior ab eodem plano Synodico diſtat in cælo, ideoque ſectionem Q appellabimus *Nodum Centri Penumbræ*.

x defin. 5. n. 20 lib. 2. 3. Centri Penumbræ Latitudo, ſeu ab Eclipticæ veſtigio QAC diſtantia, in baſi ipſâ diſci Terreſtris, ad momentum Veræ Synodi Eclipticæ ſpectatur ex Lunâ ſub tanto quoad ſenſum angulo, quanta eſt Latitudo Lunæ Vera, hoc eſt, viſa ex centro Terræ: quod ſic oſtendo.

Solis centrum eſto in E, quod cum Terræ ac baſis diſci centro communi A iungat recta EA, & per hanc, ac Polos Eclipticæ ducatur planum Veræ Syzygiæ, efficiens in baſi diſci ſectionem OAG. Cùm ergo *per hyp.* ſit momentum veræ ☌, axis Coni Lunæ ACK incidet in rectam OG, puta in K, atque ibi tunc erit Centrum Penumbræ. Ex Lunæ Centro C ad rectam EA, quæ eſt in plano Eclipticæ, recta ducatur CP parallela ad OAG. Ea Latitudinem Lunæ repræſentabit. Si iam ex C ducatur C*q* parallela ad EA, æquales erunt A*q*, CP, adeòque angulus AC*q* ſub quo ex Lunâ C ſpectatur A*q*, par eſt angulo CAP ſub quo ex Terræ centro A ſpectatur Vera Latitudo Lunæ CP. Deinde quia C*q* parallela ad EA, erit *o per 27. 1.* angulus KCQ, par [o] angulo KEA, ac proinde minor quàm OEA, qui eſt Parallaxis Hori- *b per n. 19. lib. 3.* zontalis Solis; quæ cùm non excedat Minutum dimidium, etiam KC*q* minor eſt [b] Minuto dimidio; ac proinde totus ACK ſub quo videtur ex Lunâ C Latitudo Centri Penumbræ KA excedit AC*q*, hoc eſt CAP, ſub quo ex Terræ centro apparet Latitudo Vera Lunæ

CP

C P, minùs quàm Minuto dimidio, quæ differentia contemni poteſt. Ergo KA Latitudo Centri Penumbræ tanta ſpectatur ex Lunâ, quanta eſt Latitudo Vera Lunæ, viſa ex centro Terræ.

Quod ſi Centrum Penumbræ incidat in diſci marginem in O, exceſſus ille erit par Parallaxi Horizontali Solis; ſi parum vltra, aliquanto maior. Quare ſi tunc habenda eius ratio videatur, ad Latitudinem Lunæ Veram 30 circiter Secunda, aut paulò amplius adijcies, vt Penumbræ Latitudo exactior habeatur. Quod ſi Centrum Penumbræ cadat extra Terræ diſcum plùs quam Minutis 33'. 30", quanta [i] eſt maxima Semidiameter Apparens Penumbræ ex Lunâ viſæ, tunc eius conſideratio ad Terminos Eclipticos indagandos non pertinet. i per nu. 38.

4. Non ſolùm ad momentum Veræ ☌, quando Penumbræ Centrum eſt in rectâ O A ſectione plani Syzygialis, ſed etiam toto tempore Eclipſis Terræ, quando Penumbræ Centrum eſt extra ſectionem plani Syzygialis, vt in *Fig.* 27, nihilominus Latitudo Penumbræ ex Lunâ tanta proximè ſpectatur, quantâ eſt Lunæ Latitudo Vera. Eò tamen differentiola fit maior quò Centrum Penumbræ abfuerit longiùs à ſectione plani Syzygialis O A. Hæc patent conſideranti iam dicta.

5. In, & prope Eclipticam ☌ diſtantia Centri Penumbræ à Nodo ſuo propiore Q, æqualis eſt quoad ſenſum diſtantiæ Veræ Centri Lunæ à Nodo ſuo. Facilè colligetur ex dictis *Notâ* 3.

His præmiſſis,

Terminos Eclipticos reperiemus hunc in modum. In *Fig.* 27. & 28, in baſi Terreſtris diſci ſectio plani Eclipticæ ſit D A C, plani Syzygialis O A E. Ad momentum Veræ ☌ (quod innoteſcit per *num.* 10) inquire Latitudinem Veram Lunæ; ſic notam habebis Latitudinem Apparentem [a] A X Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ, cùm ea per *Notam* 3 æqualis ſit Veræ Latitudini Lunæ. Accipiantur deinde diſci Terreſtris ex Lunâ viſi maxima Apparens Semidiameter (A O), quæ eſt Min. 63'. 55", & Penumbræ etiam ex Lunâ viſæ Semidiameter Apparens maxima (X O) quæ eſt Min. 33'. 30". Harum ſumma eſt Grad. 1. 37'. 25", & quidem maxima. Quare ſi A X Apparens Latitudo Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ ad momentum Veræ ☌, eſt æqualis, aut maior Grad. 1. 37'. 25", videlicet ſummâ maximâ Semidiametrorum Apparentium diſci A O, & Penumbræ X O ex Lunâ viſarum, impoſſibilis erit Eclipſis Terræ, ac proinde [i] & Solis; ſi minor, erit Poſſibilis. Quemadmodum enim quantitates illæ Apparentes ex eodem interuallo, puta ex Lunâ, viſæ ſe habent penes æqualitatem, exceſſum, defectum; ita ſe habent & Veræ.

Fig. 27. 28.
a Fig. 28.
i per reg. 2 num. 31.

Accipiantur deinde Semidiametri Apparentes minimæ, tam diſci Terræ Minutorum 53', 30"; quàm Penumbræ Minutorum 29'. 27"; quarum ſumma eſt Grad. 1. 22'. 57", & quidem minima quæ eſſe poteſt. Si Apparens Latitudo Penumbræ ſuperiùs reperta, ſit par vel minor hâc ſummâ minimâ, liquet neceſſario futuram Eclipſim Terræ, ac proinde [o] & Solis. o per reg. 2. num. 31.

Eoſdem Limites per diſtantiam Centri Penumbræ à propiore Nodo Q in plano diſci exiſtente, eo modo quem tradidi *num.* 20. §. 2, reperies adminiculo Terminorum Poſſibilis ac Neceſſarij, ſecundùm Latitudinem, iam inuentorum.

Termini vniuerſales Synodi Ecliptica.

	Poſſibiles	*Neceſſarij*
Latitudo Penumbræ & Lunæ.	Grad. 1. 37'. 25"	Grad. 1. 22'. 57"
Diſtantia à Nodo propiore.	Grad. 18. 49'.	Grad. 15. 58'

NVMERVS XL.

An fuerit, vel futura ſit Eclipſis Solis, & cuius ſpeciei, inquirere.

Fig. 28.

§. 1. PEr *num.* 10 reperi momentum Veri ☌ cuiuſcumque. Ad hoc momentum [a] inquire Latitudinem Veram Lunæ; cui cùm par [b] ſit Latitudo Apparens Penumbræ ex Lunâ

a per nu. 63 lib. 2.
b per not. 3. nu. præc.

Digitized by Google

tante. Has notas quia Bullialdus & Ricciolus prætermittunt, ex ipſis rei Theoriam non facilè Tyrones aſſequentur.

5. Sectio plani Veræ Syzygiæ in diſco Terræ ſit OAE, occurrens viæ Centri Penumbræ in X: ſectio autem plani Eclipticæ in eodem diſco ſit QDAC. Quoniam ſectio Syzygialis, vtpote tranſiens per Polos Eclipticæ, recta eſt ad QDAC ſectionem Eclipticæ, eadem obliqua erit ad viam Centri Penumbræ QH, ac proinde angulus AXQ eſt acutus. Quare linea, ſiue arcus, qui per A tranſiens rectus ſit ad FXH, cadet inter X, & F, puta in B. Vnde arcus FH ſecatur bifariam non in X, ſed in B, ac proinde momentum medium durationis Terrenę Eclipſis illud eſt, quo Penumbræ Centrum eſt in B. Diſtantia huius momenti à momento Veræ Synodi permodica eſt, vixque ſenſibilis. Quare vt eam ab Aſtronomo ignorari turpe, ita curari, nil magnopere neceſſarium.

His præmiſſis,

Momentum medium Eclipſis Terræ, arcus, ſeu Scrupula Incidentiæ FB, & Emerſionis BH, arcus ſeu Scrupula KB dimidiæ moræ Totalis Penumbræ ſupra Terram, arcus ſeu Scrupula ΦB moræ dimidiæ Centri ſupra Terram, duratio demum tota Eclipſis Terræ, & durationis partes, eodem prorſus modo reperiuntur, quo in Eclipſi Lunæ *Numeris* 23, 24, 25, ſi pro Semidiametris Apparentibus Vmbræ & Lunæ aſſumantur Apparentes Semidiametri diſci Terreſtris, & Penumbræ, quæ per *num.* 36, & 38, ſunt notæ. Adhibenda porro eſt *Fig.* 27, & vbi illa deficit, inſpiciantur *Fig.* 19. 20. 18, in quibus circulus DOCE hic repræſentabit diſcum Terrę, minores circuli Penumbram, quamuis proportio Penumbræ ad diſcum maior ſit quàm in iſtis Figuris exprimatur.

Ex Calculo Riccioli duratio maxima Eclipſis Terræ, Sole nimirum & Lunâ Perigeis, eſt Horarum 5. 52′.

CAPVT VII.

Quibus in Terris Solis Defectus ſit videndus, independenter à Parallaxi, definitur.

NVMERVS XLII.

Inuenire ſitum puncti in ſuperficie Terræ, cuius ad certum temporis momentum innotuerint diſtantia ab Ecliptica, & Longitudo, ſeu locus in Ecliptica. *Fig.* 29. 30.

IN Globo Terrę, in quo omnes ſequentes circuli concipiendi ſunt, eſto Æquator RS; Meridianus loci G in quo es, IM; ſitus Eclipticæ (mutatur enim in Terrâ aſſiduè ob motum Primi Mobilis) reſpectu Meridiani IM pro certo temporis momento CD, eiuſque tunc Polus in O; Polus Æquatoris I; Punctum quoduis in Terræ ſuperficie, B; per quod ex Eclipticę Polo O deſcriptus ſit arcus Maximi circuli OBAN, occurrens Eclipticæ in A, & Æquatori in N. Igitur pro dicto temporis momento diſtantia puncti B ab Eclipticâ eſt arcus BA *ex hypot.* nota, & locus eiuſdem pro tunc in Eclipticâ eſt punctum A, etiam notum *ex hyp.* His datis, oporteat ſitum puncti B in Globo Terræ, hoc eſt Geographicam [a] eius Longitudinem, & Latitudinem reperire. [a] *defin.* 29. & 30 *num.* 2. *lib.* 1.

Per A & B ducantur Declinationum arcus IAP, IBQ. Quia notum eſt Eclipticæ punctum A, eius ab Æquatore Declinatio AP nota fiet per *num.* 52. *lib.* 1. quâ demptâ, vel additâ Quadranti PI, notus fiet arcus AI: arcus autem AO eſt Quadrans, & OI diſtantia Polorum [b] nota eſt Grad 23. 30′. Igitur in triangulo AIO ex tribus lateribus notis reperietur [c] angulus IOA, ſeu IOB, cum IAO, ſeu NAP. Iam quia datur [d] AB, hoc dempto vel addito Quadranti AO, notus fit arcus BO. Igitur in trigono BIO ex notis lateribus BO, IO cum angulo IOB reperietur [i] IBO; ſeu NBQ vnà cum BI. Deinde in triangulo NPA ſectus eſt [m] angulus APN, ſeu IPR, & nota iam ſunt latus AP, anguluſque

[b] *per corol. nu.* 31. *lib.* 1.
[c] *trig. ſph. probl.* 18.
[d] *hyp.*
[i] *trig. ſph. probl.* 19.
[m] *per num.* 68 *lib.* 2.

o trig. Sph. probl. 12. t per num. 68 lib. 1. u trig. Sph. probl. 14.

luſque NAP; ex his ergo innoteſcet [t] NA; cui ſi addas, vel demas notum *per hyp.* arcum AB, innoteſcet arcus B N. Tandem, quia in trigono QNB, rectus [u] eſt NQB, & notus iam eſt arcus NB cum angulo NBQ, ex his reperietur [x] BQ, diſtantia puncti B ab Æquatore, hoc eſt, Latitudo eius Geographica. Vt ergo ſciatur poſitio puncti B in Globo Terræ, ſupereſt indaganda eiuſdem Longitudo Geographica, quod aſſequemur hunc in modum.

Quantitates inuentæ	
AP	NBQ
AI, IO	BI
IOB	NA
IAO, ſeu NAP	NB
BO	BQ

x defin. 4. nu. 66. l. 2. z per nu. 52 lib. 1.

In triangulo ABI, ex tribus lateribus notis (nam AI, BI inuenta ſunt *ſupra*, & AB *ex hyp.* notum eſt) reperietur AIB, ſeu PIQ, quem quia metitur [x] arcus PQ, etiam hic erit notus. Inquiratur [z] deinde noti *per hyp.* Eclipticæ puncti A Aſcenſio Recta, ſeu Longitudo Æquatoria ab initio ♈, cuius terminus eſt in P. Inquire item [a] Aſcenſionem Rectam Medij Cæli (hoc eſt tui Meridiani IGM) quæ terminatur in M. Atque ita innoteſcet rectarum Aſcenſionum differentia PM: cui ſi demas vel addas notum iam arcum PQ, prodibit QM diſtantia Æquatoria puncti B à tuo Meridiano IM: vnde nota fit Longitudo Geographica puncti B, ſi nota ſit Longitudo Meridiani tui.

a per num. 40. lib. 3. b per num. 41. lib. 3.

Vt verò ſcias diſtantia inuenta QM reſpectu Meridiani tui I M, ſitne Orientalis an Occidentalis, ſic procede. Ad momentum illud, ad quod Terræ punctum B habebat ab Eclipticâ ſituatâ pro tunc in CD, determinatam diſtantiam BA, inquire quodnam [b] Eclipticæ punctum tranſeat per Meridianum tuum IM. Cùm igitur notum quoque ſit *ex hyp.* Eclipticæ punctum A, locus nempe Eclipticus pro eo momento puncti B, perſpicuum erit vtrùm locus B, adeòque & diſtantia Æquatoria Q M, reſpectu Meridiani I M ſit Occidentalis, an Orientalis.

NVMERVS XLIII.

Inuenire punctum Terræ, in quod tempore Veræ Synodi incidit Centrum Penumbræ.

Fig. 27.

DIſcus Terræ illuminatus eſto ADOCE, in eoque ſectio plani Eclipticæ CAD, ſectio plani Synodici, ſeu Veræ Syzygiæ OAE, via Centri Penumbrę FXH, occurrens ſectioni Synodicæ OAE in X. Liquet Centrum Penumbræ quod eſt in vnâ rectâ cùm centris Lunæ ac Solis, in momento Veræ ☌ eſſe in X. Oporteat notum reddere ſitum puncti X in Globo Terræ.

a per num. 55 lib. 1. b per num. 63. lib. 2. c per not. 3. num. 39. d per num. 14. lib. 3. o per num. 36.

Cùm A centrum diſci illuminatum ſit perpendiculariter ſuppoſitum centro Solis, ſi notus fiat ad momentum Veræ ☌ locus Solis [a] in Eclipticâ, etiam notum erit punctum A in Eclipticâ Terreſtri. Inquiratur deinde ad idem momentum Veræ ☌ Vera [b] Latitudo Lunæ: ita innoteſcet in diſco Terræ Apparens Latitudo Penumbræ AX viſæ ex Lunâ, cùm ea Veræ Latitudini Lunæ [c] ſit æqualis. Tum reducatur Latitudo Apparens Penumbræ XA, quæ ſit ex gr. Scrup. 16, ad Gradus Maximi Terræ circuli hoc modo. Reperi ad momentum Veræ ☌ [d] Parallaxim Horizontalem Lunæ; ea dabit [o] Diametrum Apparentem diſci AO viſi ex Lunâ, quæ ſit ex. gr. Scrup. 63. Vt Scr. 63, ad Scr. 16, ita Gr. 90 fiant ad aliud; hoc dabit Gradus Maximi Terræ circuli, quibus æqualis eſt XA diſtantia Centri Penumbræ ab Eclipticâ Terreſtri DAC. Quoniam igitur in ſuperficie Terræ ad momentum Veræ ☌ nota ſunt diſtantia XA puncti X ab Eclipticâ, eiuſque in Eclipticâ locus A, ex his per *num. præced.* notus fiet in ſuperficie Terræ ſitus puncti A, qui petebatur.

Scholium.

o patebit ex num. 53.

In eo Terræ puncto, in quod momento Veræ ☌ Eclipticæ incidit Centrum Vmbræ & Penumbræ, ☌ Vera & Viſa coincidunt in idem momentum, ac proinde iſthìc Solis Defectus Centralis contingit in [o] Nonageſimo. Et ☌ quidem Vera ibi tunc eſt ex hypotheſi, *eſt verò tunc ibidem, & ☌ Viſa, quia ibi tunc eſt Centrum Vmbræ ac Penumbræ; vbicumque autem illud fuerit, ibi eſt Synodus Viſa.*

NVME-

NVMERVS XLIV.

Inuenire punctum Terræ, in quod momento medio Eclipſis Terreſtris ex Luna viſæ, incidit Centrum Penumbræ.

Iſdem poſitis quæ *num.præced.* manifeſtum eſt ex *Notâ* 5. *num.* 41. momentum medium durationis Eclipſeos Terreſtris eſſe illud quo Penumbræ Centrum attingit punctum B deſignatum à perpendiculari AB, cadente (vt oſtendi *Notâ* iam *citatâ*) inter X & B. Oportet igitur puncti B ſitum in Globo Terræ notum efficere. *Fig.*27.

Per Centrum Lunæ, ac B Centrum Penumbræ & Polos Eclipticæ ducatur circulus Maximus Latitudinis, producens in diſco Terræ ſectionem B ↓, quæ erit perpendicularis [c] ad Eclipticam Terreſtrem DAC, ac proinde ipſa eſt Latitudo Centri Penumbræ, & punctum ↓ eſt locus Centri Penumbræ B in Eclipticâ Terreſtri, idem cum loco Lunæ in Eclipticâ cæleſti. Quare ſi per *num.* 41. notum fiat momentum medium Eclipſis Terræ, quo Centrum Penumbræ (vt dixi) eſt in B, atque ad illud per *num.* 46, (*vel* 47) & 65. *lib.* 2. reperiatur locus Lunæ in Eclipticâ Cæleſti, etiam notum erit punctum ↓ locus Centri B Penumbræ in Eclipticâ terreſtri. Quod ſi deinde ad momentum idem nota fiat Latitudo Vera Lunæ, etiam nota [d] erit B ↓ Latitudo Apparens Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ. Reducatur deinde B ↓ ſic nota, ad Gradus Maximi Terræ circuli, vt factum *num.præc.* Quoniam igitur ad momentum dictum in ſuperficie Terræ nota ſunt puncti B diſtantia B ↓ ab Eclipticâ DAC, eiuſque in Eclipticâ locus ↓, ex his reperietur [e] puncti B ſitus in Globo Terræ.

c *per n.* 68. *lib* 2.
d *per not.* 3. *n* 39
e *per n.* 42

NVMERVS XLV.

Inuenire punctum Terræ (P) in quo Penumbra Terram primò continget, & punctum (S) in quo vltimò. *Fig.*27.

Inueni [a] momentum medium Eclipſis Terræ & durationem eius dimidiam, quam ſi auferas à momento medio prodibit momentum, quo Penumbra Terram primò continget in P; ſi addas, prodibit momentum, quo vltimò in S. Ad momentum, quo Terram primò contingit in P, inquire [i] Latitudinem Lunæ Veram; ſic nota erit [b] (FL) Latitudo Penumbræ viſæ ex Lunâ, quæ (FL) ad Eclipticæ veſtigium (QDAC) perpendicularis [m] eſt. Ex P ad QDAC perpendicularis etiam ſit PV, quaſi æquidiſtans ipſi FL; eritque PV Latitudo, ſeu diſtantia puncti P ab Eclipticâ Terreſtri, V verò locus ipſius P in Terreſtri Eclipticâ, idem qui Lunæ in Eclipticâ Cæleſti pro dicto momento. Quare ſi ad illud per *num.* 46 *vel* 47 & per *num.* 65. *lib.* 2. reperiatur locus Lunæ in Eclipticâ Cæleſti, etiam notum erit punctum V in Eclipticâ Terreſtri. Ad idem momentum reperi A φ Apparentem Semidiametrum [o] diſci & FP [p] Semidiametrum Appar. Penumbræ. Tum fiat vt ſumma FPA Semidiametrorum Apparentium diſci & Penumbræ, ad PA Semidiametrum Appar. diſci, ita FL Latitudo Penumbræ Apparens ſuperiùs inuenta, ad Quartum, dabit hoc PV in Scrupulis, ſecundùm quę nota fuit FL: cùm enim PV, FL quaſi ęquidiſtent, erit vt FA ad PA, ſic FL ad PV. Poſtremò PV iam nota in partibus ipſius FL reducatur ad Gradus Maximi Terrę circuli. Quoniam igitur ad momentum quo Penumbra Terram primò contingit in P, nota eſt in ſuperficie Terrę puncti P diſtantia PV ab Eclipticâ, eiuſque locus in Eclipticâ, ex his reperietur [r] ſitus puncti P in Globo Terrę.

a *per n.* 41.
i *per n.* 64. *lib.* 2.
b *per not.* 3. *num.* 39.
m *per num.* 68. *lib.* 2.
o *per n.* 36
p *per n.* 68
r *per n.* 42

Quod ſi ad momentum *ſupra* inuentum, quo Penumbra Terram vltimò tangit in S inquiratur, vt *ſupra* Latitudo Penumbrę H ϖ, reperies eodem modo S θ, & punctum Eclipticę θ, atque ex his ſitum puncti S in Terrâ.

NVMERVS XLVI.

Inuenire punctum Terræ (Φ), quod à Penumbræ Centro primum inſidebitur, & punctum (ω) quod vltimò. *Fig.* 27.

Inueni [a] momentum medium Eclipſis Terræ, & moram dimidiatam Centri Penumbræ ſupra Terram; hanc ſi demas momento medio, prodibit momentum quo Penumbræ Centrum

a *per n.* 41.

trum primò Terram inſidebit in Φ; ſi addas, prodibit momentum, quo Terrâ deſeret in ω. Ad hæc momenta inquire [b] Latitudines Lunæ Veras & loca [c] Lunæ in Eclipticâ. Sic notæ euadem diſtantiæ [d] punctorum Φ, ω ab Eclipticâ Terreſtri DAC, & loca eorumdem in Eclipticâ Terreſtri: ex quibus per *num.* 42 innoteſcet eorum ſitus in Globo Terræ.

b *per n.* 64. *lib.* 2. c *per n.* 46. (*vel* 47) & 65. *lib* 2. d *per not* 3. *num* 39.

NVMERVS XLVII.

Quibus in Terris Solis Eclipſis apparitura ſit, inuenire.

Fig. 32. a *per n.* 45. b *per n* 43. c *per n.* 44.

INueni [a] punctum Terræ (B) in quo Terram Penumbra primò tanget; & punctum (C) in quo vltimò. Deinde reperi (A) punctum Terræ, quod [b] in momento ☌ Veræ, vel punctum, quod in momento [c] medio Eclipſis Terræ, Centrum Penumbræ inſidebit. Per hæc tria puncta iam nota intelligatur in ſuperficie Terræ deſcribi Arcus, ſeu ſpira (BAC). Quoniam igitur nota ſunt puncta BAC, hoc eſt Geographica eorum, tum Longitudo, tum Latitudo, etiam notæ erunt Terræ per quas incedit arcus BAC.

Omnes qui degunt in arcu BAC, videbunt Eclipſim Solis. Orientaliores quàm B, vel Occidentaliores quam C, non videbunt: & qui in B, ſpectabunt omnium primi; & qui in C, omnium vltimi.

Horum omnium demonſtratio patet *ex conſtructione & regulis* 3 *ac* 5. *num.* 31. Quod Solis Eclipſis Occidentalioribus appareat priùs, oſtendam *num.* 50.

Quoniam verò Penumbræ Centro perambulante arcum BAC, Penumbra ad vtramque partem arcus BAC Terram ſimiliter peragrando infuſcat, fit vt non ij ſoli qui degunt in arcum BAC, Eclipſim Solis conſpiciant, ſed illi etiam quos ad vtramque partem arcûs B A C Penumbra pertranſit. Porro Diameter Penumbræ nota fit per *num.* 35, & quando maxima eſt, adæquat Gradus circiter 71.

NVMERVS XLVIII.

Quibus in Terris Solis Defectus Centralis appariturus ſit, inuenire.

Fig. 31. i *per n.* 46. m *per nu.* 43 n *per n.* 44.

REperi [i] Terræ punctum (I) quod primum à Penumbræ Centro inſidebitur, & punctum (K) quod vltimò. Inueni deinde punctum Terræ [m] (A) quod in momento Veræ ☌, vel punctum [n] quod in momento medio Eclipſis Terrenæ, Centrum Penumbræ inſidebit. Per hæc tria puncta iam nota, arcus, ſiue ſpira intelligatur deſcribi (IAK).

Qui degunt in arcu IAK, & ſoli, ſpectabunt Defectum Solis Totalem Centralem; primi quidem, qui in I; vltimi, qui in K. Demonſtratio patet *ex conſtructione, & regulis* 4 *ac* 6. *num.* 31.

a *quid ſit, vide* §. 1. *num.* 20.

Quia porro Vmbræ [a] Meræ circellus ad partem vtramque arcus IAK Terram infuſcat ſucceſſiuè ad motum Centri eius, fit vt Eclipſim Totalem (ſed non Centralem) ſpectent etiam ij, quos ad vtramque partem arcus IAK Vmbræ circellus pertranſit. Diameter Vmbræ per *num* 34. eſt Graduum 3.31′, 30″. hoc eſt Milliarorum Horar. ferè 85.

NVMERVS XLIX.

Qualis Linea ſit, quam in Terrâ Centrum Lunaris Penumbræ deſcribit.

Fig. 31. 32.

PEnumbræ Centrum per ſuperficiem Terræ fertur duobus motibus. Primus, qui ipſam Eclipſim cauſat, fit ab Occaſu in Ortum, ſiue in conſequentia, per Eclipticæ planum, eſtque eiuſdem celeritatis (vt dixi *num.* 41. *Not.* 3) vel potiùs idem, cum motu Vero Lunæ à Sole. Alter fit ab Ortu in Occaſum, eſtque idem cum motu diurno, ac proinde fit per Æquatorem, vel Æquatori parallelum. Ex his duobus motibus Penumbræ, tertius ex vtroque mixtus componitur, cuius proinde ſemita neque Ecliptica eſt (eà enim eſt ſemita motus primi), neque Æquator aut parallelus, nam is ſemita eſt motus ſecundi, ſeu Diurni; ſed eſt linea quædam ſpiralis, quam de facto Centrum Penumbræ in ſuperficie Terræ percurrit. Atque hæc eſt linea IAK in *Fig.* 31 ſuo ductu determinans loca, in quibus Eclipſis Centralis apparebit.

NVME-

NVMERVS L.

Penumbra Lunæ abſolutè mouetur ab Occaſu in Ortum: vnde Occidentaliores prius vident Solis Defectum, quàm Orientaliores.

VIæ Lunaris, ſiue ſectio Eecentrici Lunæ in diſco Terræ ſit FH. Contingat autem Penumbra Terram primo in P, deinde in S, Centro eius exiſtente primò in F, deinde in H. Tempus quo Penumbræ Centrum ab Occaſu in Ortum percurrit arcum FH, eſt duratio Eclipſis Terræ. Ea autem cùm maxima eſt, explet [a] Horas 5. 52′. & tunc Luna in momento ☌ caret Latitudine Viſâ, adeoque arcus FH (*vt in Fig.* 20.) tunc eſt æqualis ſummæ Diametrorum Diſci & Penumbræ. Ergo tunc Horis 5. 52′, Centrum Penumbræ abſoluit ab Occaſu in Ortum plus quàm Terræ Semicirculum. At motu Diurno ab Ortu in Occaſum Penumbræ centrum Horis 5. 52′, in Terræ itidem ſuperficie percurrit minùs Quadrante. Motus igitur quo Penumbræ Centrum per ſuperficiem Terræ fertur in Ortum, celerior eſt motu, quo idem Centrum per ſuperficiem Terræ mouetur in Occaſum. Igitur motus Centri Penumbræ abſolutus, qui ex vtroque priori componitur, Simpliciter procedit ab Occaſu in Ortum, ſiue in conſequentia, per lineam Spiralem *Num. præc.* expoſitam, ſed tantò tamen tardiùs, quantùm ex eius celeritate motus Diurnus In Occaſum, detrahit.

Fig. 27. 20.

[a] *per n.* 41.

NVMERVS LI.

Primo Eclipſis Solaris Spectatori, Sol ad Eclipſis initium oritur; Spectatori vltimo occidit ad Eclipſis finem.

RAdij Conum Penumbræ efficientes, ſint F A, K C; quorum is, qui tangit limbum Solis Occidentalem in F, & Orientalem Lunæ in I, contingat Terram in A. Manifeſtum eſt primum Eclipſis Spectatorem eſſe eum, qui degit in A. Ei autem Sol eodem momento oritur, quia eius Horizon Viſibilis eſt AF, quem Sol motu Diurno tendens versùs G, tangit in F. Pari modo radius Penumbræ tangens Solis limbum Orientalem in G, & Lunæ Occidentalem in X, Terram contingat in B. Rurſum liquet vltimum Eclipſis Spectatorem eſſe illum qui habitat in B: pariterque clarum eſt illi Solem tunc occidere, cùm eius Horizon Viſibilis ſit B G, infra quem Sol iam totus deſcendit.

Fig. 34.

CAPVT VIII.

Qui Tempus, Duratio, Quantitas, Solaris Eclipſis reperiantur in loco dato.

HActenus Parallaxes euitauimus. In ijs, quæ conſequuntur, earum vſus neceſſarius erit. Renocanda igitur huc ſunt, quæ *toto cap.* 7. *lib.* 3. de Parallaxi Longitudinis & Latitudinis expolui.

NVMERVS LII.

Motum Horarium Apparentem, ſeu Viſum Lunæ à Sole in ☌ inuenire.

AD momentum ☌ Veri inquire [b] Parallaxim Longitudinis Lunæ, & notam habeto Longitudinem Veram Lunæ, quæ tunc eadem eſt quæ Solis, inuenitnrque proinde per *num.* 55. *lib.* 1. Si tum Luna exiſtat in Zodiaci Quadrante Orientali, Parallaxis Longitudinis addita Longitudini Veræ; Dempta verò, ſi in Occidentali, dabit Longitudinem Lunæ Viſam, eiuſque locum in Eclipticâ Viſum ad Veri ☌ tempus. Adijce deinde ad Veri ☌ tempus, vel ei deme Horam vnam, atque ad illud ſic auctum vel minutum inquire [d] Parallaxim Longitudinis Lunæ eiuſque Longitudinem [e] Veram in Eclipticâ Parallaxis Longitudinis, addita (vt priùs) vel dempta Longitudini Veræ, dabit Longitudinem Viſam Lunæ, adeoque & lo-

[b] *per n.* 46 *lib.* 3.
[c] *patet ex propr.* 5. *n.* 39. *lib.* 3.
[d] *per n.* 46. *lib.* 3
[e] *per n.* 40 *&* 65. *l.* 2.

cum Viſum in Eclipticâ ad Veri ☌ tempus vnâ horâ auctum minutumúe. An porro exiſtat Luna in Quadrante Orientali, an in Occidentali, cognoſces, ſi *per num.* 43. *lib.* 3. reperias quodnam Eclipticæ punctum ſit tunc in Nonageſimo, idque conferas cum Lunæ loco. His peractis, differentia Longitudinis Viſæ ad tempus ☌ Veri, à Longitudine Viſâ ad tempus Veri ☌ vnâ horâ auctum, vel minutum, eſt motus Horarius Lunæ Viſus, ſeu Apparens ante vel poſt Synodum immediatè.

Eodem planè artificio reperietur motus Horarius Apparens Solis. Quare ſi hunc demas à motu Apparente, ſeu Viſo Lunæ, relinquetur motus Horarius Viſus Lunæ à Sole, immediatè ante vel poſt Veram ☌, qui quærebatur.

MOTVS HORARIVS VISVS LVNÆ A SOLE
EX CALCVLO RICCIOLI.

Sole & Lunâ Apogæis	*Sole & Lunâ Perigæis*	*Sole Apogæo & Lunâ Perigæâ.*	*Sole Perigæo & Lunâ Apogæâ.*
Min. 26′. 57″	32′. 56″	24′. 12″	30′. 44″.

Porro motus Horarius Viſus Lunæ à Sole ante Veram ☌ prouenit demendo Horam vnam à tempore Veræ ☌: motus autem Horarius Viſus Lunæ à Sole poſt Veram ☌, reperitur tempus Veræ ☌ augendo Horâ vnâ, vt patet *ex dictis*.

NVMERVS LIII.

In Quadrante Occidentali Eclipticæ Synodus Viſa ſequitur Veram, in Orientali Viſa Veram præcedit. Interuallum porro vtriuſque Synodi eſt tempus, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole. In Nonageſimo Synodus Viſa, & Vera coincidunt.

Fig. 33. 35. MEridianus ſit PZQ; Horizon PQ; Zenith Z; Ecliptica LX, eiuſque Polus B; Polus Mundi A; circulus Longitudinis per Verticem Z tranſiens, BZS, qui conſpicuum E-
a per corol. 1 cliptice Semicirculum ᵃ biſecat in M, & Quadrãs Occidentalis *in Fig.* 33 eſt HM, Orientalis *in*
nu. 71. *lib.* 2 *Fig.* 35. MV. Ad momentum ☌ Veræ exiſtat centrum Lunæ in R: per R ducatur circulus Altitudinis ZRY, & Longitudinis circulus BRK determinans in Eclipticâ locum Lunæ Ve-
o per def 6. rum K. Quoniam igitur ſupponitur tunc eſſe tempus ☌ Veræ, etiam locus Solis Verus ᵒ erit
n. 20 *lib.* 2. in eodem Eclipticæ puncto K. Lunæ Parallaxis in Altitudinis circulo ſit RF, adeóque locus Lunæ Viſus ſit F qui ducto per ipſum Longitudinis circulo BFI, reducatur ad Eclipticæ punctum I. Parallaxis Solis in Altitudinis circulo ſit KN, adeóque locus Solis Viſus N, qui ducto per ipſum Longitudinis circulo BN, reducatur ad Eclipticæ punctum O. Igitur locus Viſus in Eclipticâ, Solis quidem eſt O, Lunæ I, vtriuſque Verus in K, Parallaxis Longitudinis, Lunæ quidem KI, Solis KO, Lunæ à Sole OI.

Fig. 33. His, quæ vtrique Schemati ſunt communia, hunc in modum conſtitutis, inſpiciatur iam ſolùm ſchema 33; in quo Quadrans Eclipticæ Occidentalis eſt HM, & Signorum ſucceſſio ſecundùm ordinem litterarum XHML. In hoc Quadrante igitur quo momento loca Vera Solis & Lunę Longitudine conueniunt in K, hoc eſt quo ☌ Verę celebratur Lunæ in Eclipticâ locus Viſus I, eſt neceſſariò Occidentalior Solis in Eclipticâ loco Viſo O, ab eoq; adhuc diſtat arcu IO, Parallaxi nempe Longitudinis Lunæ à Sole. Quare vt locus Viſus Lunæ I aſſequatur locum Solis Viſum O, adhuc requiritur tantum tempus, quanto opus eſt, vt motus Viſus Lunę à Sole percurrat IO Parallaxim Longitudinis Lunę à Sole. Igitur in Quadrante Occidentali Synodus Viſa ſequitur Veram eo temporis interuallo, quo Lunę motu Viſo à Sole Parallaxim Longitudinis Lunę à Sole percurrit.

Fig. 35. Inſpiciatur deinde ſolum *ſchema* 35; in quo Quadrans Orientalis eſt MV, & ſucceſſio Signorum ſecundùm ſeriem litterarum LMV. Hic patet Lunę in Eclipticâ locum Viſum I Orientaliorem eſſe loco Viſo in Eclipticâ Solis O, eo momento, quo Vera ☌ contingit in K, hoc eſt quo loca Vera Luminarium conueniunt Longitudine in K. Quare quando Vera ☌ fit in K, locus Lunæ Viſus iam prætериuit locum Solis Viſum O, toto arcu OI, Parallaxi nempe Longitudinis Lunę à Sole. Vnde manifeſtum eſt Synodum Viſam in Quadrante Orientali contingere ante Veram eo temporis interuallo, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunę à Sole.

Quando

Quando in Nonageſimum Eclipticæ Gradum M incidit Vera ☌, eodem momento etiam Synodus Viſa contingit. Temporis enim diſcrepantia inter vtramque Synodum oritur à Parallaxi Longitudinis, quæ in Nonageſimo [b] euaneſcit.

b *per propr. 1 num 39. lib 3.*

NVMERVS LIV.

Dato tempore Synodi Veræ, tempus Synodi Viſæ inuenire.

§ 1. Tempus ☌ Veræ notum fit *per num.* 10. Ad hoc inquire [d] Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole, quam in tempus conuerte hoc modo. Inueni motum [i] Horarium Viſum Lunæ à Sole ante Veram Synodum vel poſt; qui ſit ex. gr. Scrupulorum 30. Deinde fiant vt Scrupula motus Horarij Viſi Lunę à Sole, ad Scrupula Parallaxeos Lōgitudinis Lunę à Sole, ſic Hora vna, ſiue Scrupula 60 ad Quartum. Prodibit tempus, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole; hoc eſt, [m] tempus quo ☌ Viſa Veram ſequitur vel præcedit. Quare ſi ☌ Vera incidit in Eclipticæ Quadrantem Occidentalem, tempus iam inuentum adde tempori Veræ Synodi, ſi in Orientalem, deme: prodibit tempus Synodi Viſæ, vt patet *ex num. præc.*

d *per num. 47 lib 3.*
i *per num. 52*
m *per num. 53.*

Pro inuentione temporis, quo ☌ Viſa & Vera diſtant, obſerua, vtendum eſſe motu Horario Viſo Lunæ à Sole poſt Veram Synodum, ſi ea incidit in Quadrantem Occidentalem; contra verò ſi in Orientalem, vtendum eſſe motu Horario Viſo ante ☌ Veram. Ratio eſt, quia motus Lunæ Viſus mutatur aſſiduè, & multò ampliùs, quàm Verus: vnde non licet motum Lunæ Viſum promiſcuè hîc aſſumere.

§. 2. Tempus Viſæ ☌ hoc modo repertum ſi volueris, ſic examina. Ad ipſum illud Viſæ ☌ tempus inquire Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole, & Luminarium Vera loca atque inde Veram eorum diſtantiam in Zodiaco. Si hæc æqualis eſt Parallaxi, tempus ☌ Viſæ exactè inuentum fuit. Si diſtantia Luminarium maior eſt Parallaxi, differentiam in tempus conuerſam iuxta proportionem Horarij motus Viſi Lunæ à Sole ad tempori Viſæ ☌, in Quadrante Orientali; deme in Occidentali. Si diſtantia Luminarium eſt minor Parallaxi, contrarium facito. Ita ☌ Viſæ tempus exactum prodibit.

Ratio eſt quia in momento Viſæ ☌, diſtantia Vera Luminarium in Zodiaco neceſſariò æqualis eſt Parallaxi Longitudinis Lunæ à Sole: quod ſic oſtendo. Meridianus eſto PZQ; Horizon PQ; Zenith Z; Ecliptica L X; eius Polus B; Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis ſit RF, ac proinde locus eius Verus R, Viſus F. Parallaxis Solis in circulo Altitudinis ſit ON, adeoque locus eius Verus ſit O, Viſus N. Iam quia *per hyp.* eſt ☌ Viſa, loca Viſa Solis N, Lunæ F ſunt in vno plano eiuſdem Longitudinis circuli BFIN, reducunturque ad idem Eclipticæ punctum I, in quo proinde Viſa ☌ celebratur. Ducatur deinde per Lunæ locum Verum R circulus Longitudinis BRM. Igitur in Eclipticâ, locus Verus Lunæ eſt M, locus Verus Solis eſt O, loca Viſa Solis, & Lunæ ſunt in I. Ergo Parallaxis Longitudinis Lunæ eſt MI, Solis OI, Lunæ à Sole MO. Atqui MO etiam eſt diſtantia loci Veri Lunæ M, à loco Vero Solis O. Ergo in Viſâ ☌ Parallaxis Longitudinis Lunæ à Sole æqualis eſt diſtantiæ Veræ Luminarium in Zodiaco.

Fig. 37. 38.

Maximum interuallum ☌ Viſæ & Veræ eſt Horarum 2 circiter.

NVMERVS LV.

Ad tempus Viſæ ☌ Latitudinem Viſam Lunæ à Sole inuenire.

Iiſdem poſitis & conſtructis quæ §. 2. *num. præced.* Ad tempus ☌ Viſæ, quod *per num. præced.* iam innotuit, inquire Latitudinem Veram [a] Lunæ MR, & Latitudinis [b] Parallaxim. Si RF Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis, deprimat locum Lunæ versùs vnum Polum, puta ex R in F, & Latitudo Vera MR tendat ad Polum alterum B, vt *in Fig.* 37, contingit, aufer Parallaxim Latitudinis à Latitudine Verâ MR: relinquetur [c] Latitudo Lunæ Viſa IF ad ☌ Viſæ momentum. Si (quod *in Fig.* 38 accidit) Altitudinis Lunæ Parallaxis RF deprimat locum Lunæ versùs eundem Polum, ad quem tendit Latitudo Vera M R, Parallaxim Latitudinis adde Latitudini Veræ MR: ſumma dabit I F Latitudinem Viſam. Poſtremò inquire [d] Solis Parallaxim Latitudinis IN, (quæ ſemper eſt ipſa Solis Latitudo Viſa): quam Viſę Latitudini Lunæ I F, ſi Borea eſt (vt in *fig.* 37.) adde; ſi Auſtrina, (vt in *Fig.* 38.) deme: prodibit FN Latitudo Viſa Lunæ à Sole ad tempus Viſæ ☌, quæ petebatur.

Fig. 37. 38.
a *per num. 63. lib. 2.*
b *per num. 46 lib. 3.*
c *def 3. num. 35 lib. 3.*
d *per num. 46. lib. 3.*

Eodem modo reperietur Latitudo Viſa Lunæ paulò ante, vel poſt ☌ Viſam.

NVMERVS LVI.

Defectus Solaris quantitatem in loco dato inuenire.

f per num. præced. SOl eſto CBDE, Luna BI, Ecliptica CD, via Lunæ Apparens, ſeu Viſa F H.
Inquire ad tempus ☌ Viſæ, quod per *num.* 54 iam innotuit, Viſam Latitudinem f Lunæ
s per num. 35. lib. 3. à Sole, & Apparentes Semidiametros s Solis & Lunæ.

Fig. 39. §. 1. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole AG eſt æqualis ſummæ Apparentium Semidiametrorum Solis AO, Lunæ GB, Eclipſis erit nulla in loco dato. *Vide dicta num.* 20, §. 1.

Fig. 40. 41. 42. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole AG, eſt minor ſummâ Appar. Semidiametrorum Solis AO, & Lunæ GB, in dato loco pars Solis obſcurabitur. Sed obſcurationis quantitas innoteſcet hunc in modum.

Fig. 40. §. 2. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole AG, eſt minor ſummâ Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, ſed maior tamen Semidiametro Solis Apparente ſolâ AO; aufer AO Semidiametrum Apparentem Solis à Latitudine Viſâ AG; & reſiduum GO aufer à Semidiametro App. Lunæ GB. Relinquetur OB pars obſcurata Solaris Diametri, hoc eſt relinquentur OB Scrupula Deficientia.

Fig. 42. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole AG, eſt minor Semidiametro Apparente Solis AO, aufer AG Latitudinem Viſam à Semid. App. Solis AO, & reſiduum OG adde Semidiametro App. Lunæ GB: ſumma, dabit O B partem obſcuratam Solaris Diametri.

Fig. 41. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole AG eſt par Solis App. Semidiametro AO, dimidium Solaris Diametri deficiet.

§. 3. Cùm Luna caret omni Latitudine Viſâ à Sole Eclipſis erit Centralis in loco dato, & ſi tunc Diametri Appar. Luminarium ſint æquales, Eclipſis in dato loco erit Totalis ſine morâ; ſi verò Solis Appar. Diameter OE ſit minor, Eclipſis erit Totalis cum morâ: ſi demum Appar. Solis Diameter ſit maior, Eclipſis ſpectabitur Annularis.

n vide §. 4. num. 22. Fig. 40. 42. 41. §. 4. Digitos n Eclipticos ſic inuenies: vt Scrupula totius Diametri Solaris Apparentis OE ad Scrupula Deficientia OB. §. 2. iam reperta, ita fac 12 ad Quartum. Prodibunt Digiti Ecliptici, ſiue duodecimæ partes Diametri O E, contentæ in obſcuratâ Diametri parte OB.

§. 5. In Eclipſi Centrali Annulari pauciores obſcurantur Digiti quàm 12, quia Diameter App. Lunæ tunc eſt minor Diametrô App. Solis. In Eclipſi Centrali Totali ſine morâ, Digiti deficiunt 12, quia tunc Luminarium Appar. Diametri æquales ſunt. In Eclipſi Totali Centrali cum morâ deficere dicuntur Digiti plures quàm 12, quia cùm Diameter Solis App. tunc minor ſit Diametro Apparenti Lunæ, etiamſi Solis App. Diameter augeretur, & fieret æqualis Lunari, adhuc tota poſſet à Lunâ tegi. Pro caſu primo, & tertio Digitos Eclipticos
o vi §. 4. inuenies, ſi Diametrorum Apparentium Solis ac Lunæ differentiam conuertas o in partes duodecimas Solaris Diametri, eaſque Digitis 12 in caſu primo demas, in ſecundo addas.

NVMERVS LVII.

Defectus Solaris medium, initium, finem, durationem, & durationis partes in loco dato inuenire.

Fig. 44. §. 1. MOmentum medium Eclipſis, ſiue Obſcurationis maximæ, quamuis modica differentia ſit, non eſt idem cum momento Synodi Viſæ, quando nempe centrum Lunæ attingit AXO planum ☌ Viſæ, quod ad Eclipticam CD rectum eſt; medium quippe momentum illud eſt, quo centrum Lunæ attingit arcum AB, qui rectus eſt ad viam Lunæ Viſam FH, vbi videlicet minimam habet centrum Lunæ diſtantiam Viſam, à Solis centro A. Quod eodem modo hic oſtenditur, quo in Defectu Lunari id oſtenſum *num.* 23. §. 1, & in Eclipſi Terræ *num.* 41. §. 5. Arcus porro AB diſtantiæ minimæ, & momentum ipſum medium Eclipſeos reperietur, vt *num.* 23. §. 2.

§. 2. Tangat Luna Solem in P; & eorum centra F, A, connectat linea AF, quæ per con-
a per nu. 35 lib. 3. tactum P tranſibit. In triangulo ABF, quod ad B rectangulum eſt, nota ſunt latus a AF
b per nu. 23 § 2. ſumma Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, & latus b AB diſtantia minima centri Lunæ à centro Solis: ex quibus proinde innoteſcet linea F B, hoc eſt Scrupula Incidentiæ. Hæc iuxta proportionem motus Viſi Horarij Lunæ à Sole (vt factum *num.* 54. §. 1.) in

tempus

tempus conuerſa, dabunt durationem dimidiam defectus Solis: quam ſi demas Eclipſis tempori medio, initium prodibit Eclipſeos. Deinde quia ° BH Scrupula Emerſionis æquantur BF Scrupulis Incidentiæ, cùm nota iam ſint BF, etiam BH nota erunt. Igitur BH in tempus conuerſa dabunt partem alteram durationis Eclipticæ: quę addita momento medio Eclipſis, dabit finem Eclipſeos. Verumtamen hic obſerua, vt FB Scrupula Incidentiæ vertantur in tempus, opus eſſe motu Viſo Hor. Lunæ à Sole, ante ☌ Viſam; vt verò Scrupula Emerſionis BH in tempus conuertas, opus eſſe motu Viſo Horario poſt ☌ Viſam. ° vide §.2. num 24.

§.3. In Solis Eclipſi Centrali via tota durationis Eclipticæ, quæ conſtat Scrupulis Incidentiæ FA, & Scrupulis Emerſionis AH, æqualis eſt ſummæ Appar. Diametrorum Solis, & Lunæ, quæ iuxta proportionem motus Hor. Viſi Lunæ à Sole in tempus conuerſa, exhibet durationem totam Eclipſeos. Si eſt Eclipſis Totalis cum morâ, exceſſus Lunaris Diametri App. ſupra Diametrum Appar. Solis in tempus conuerſus, dabit moram obſcurationis Totalis.

§.4. Solaris Eclipſeos duratio maxima reperitur Sole Apogeo, & Lunâ Perigeâ eſtque

	Hor.	ſ.
Ptolomæo	3.	8.
Tychoni	2.	56.
Copernico	3.	18.
Lansbergio	3.	18.
Vendelino	3.	0.
Ricciolo	3.	8.

§.5. Mora longiſſima totius Solis in tenebris eſt circiter Minutorum 9′.30″, Sole itidem Apogæo, & Lunâ Perigæâ.

Lineæ hoc Numero aſſumptæ, quamuis ſint arcus circulorum, poſſunt tamen abſque notabili errore pro rectis aſſumi, & triangula ijs contenta, reſolui vt rectilinea.

Scholia.

I. Vt reperiri poſſint initium, finis, duratio Eclipſis Solaris, aſſumi debet vel AX Latitudo Lunæ Viſa ad tempus ☌ Viſæ, more Antiquorum; vel cum Keplero & Ricciolo, arcus diſtantiæ minimæ AB. Vtrumuis aſſumatur, aliquid in quæſiti accuratione deſiderabitur. Vt enim notus fiat arcus AB eo modo, quem expoſui *num.*23. §.2, pro viâ Lunæ Verâ aſſumi debet via Lunæ Apparens, ſeu Viſa FH, & ſupponi angulum viæ Apparentis cum Eclipticâ non ſenſibiliter differre ab angulo viæ Lunaris Veræ cum eâdem Eclipticâ, qui ᵗ in ☌ & ☍ eſt Grad.5. Id verò ſæpè falſum eſt. Cùm enim Eclipſes ſunt paruæ, aut via Viſa Lunæ eſt valdè obliqua Eclipticæ, oſtendit ° Keplerus angulum Eclipticæ & viæ Viſæ Lunaris, euadere interdum duplo, triplo, aut etiam quadruplo maiorem. Nec euitabis, ſed augebis potiùs errorem, ſi tum volueris vti Latitudine Viſâ AX: Tunc enim inſuper ob magnitudinem anguli iam dicti, etiam angulus AXF erit ſenſibiliter recto minor, ac proinde non poterit is ſine errore aliquo aſſumi pro recto, nec triangulum AXF (quod tamen eſt neceſſarium) pro rectangulo. Accedit quòd via durationis Eclipticę FH aſſumatur vt arcus, vel linea recta, in vno Maximi circuli plano exiſtens; cùm tamen (vt Keplerus etiam obſeruat) ob varietatem continuam Parallaxeos ſit flexuoſa, ac proinde nequaquam vnâ planâ ſuperficie comprehenſa. Nihilominus idem Keplerus affirmat differentiam inde natam non videri ſenſibilem, niſi circa Nonageſimum, & Meridianum. Ex his manifeſtum fit, ſi methodo ordinariâ vtamur, principium, finem, durationem Solaris Eclipſis minùs exactè reperiri, quàm reperiantur eadem in Eclipſi Lunari.

Fig. 44.

ᵗ *per num.* 61. *lib.*2.

° *Aſtron. opt cap.*11. *probl* 30.

Imò ne ipſum quidem momentum medium Solaris Eclipſis prorſus exactum eſt. Quamuis enim ſpatia FB, BH æqualia ſunt, tempora tamen quibus ea motus Viſus Lunæ à Sole percurrit, ob variationem eius aſſiduam, & inæqualem, non ſunt exactè æqualia.

Enimverò poteſt, quemadmodum in alijs quam plurimis, etiam in hoc negotio maior præciſio obtineri. Sed pluribus opus eſſet, quàm vt paucis expediri res poſſet. Quare cum Ptolomæo Ricciolo alijſque labore non admodum fructuoſo ſuperſedebimus.

II. *Cur in Solis Defectibus nihil immutet Refractio.*

Quemadmodum ex Parallaxi Altitudinis emanant Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, ita ex Refractione Altitudinis, Refractio in Longitudinem quoque & Latitudinem enaſcitur. Cùm igitur difficultas præcipua Eclipſium Solis efficiatur à Parallaxi, ſuſpicari eam poſſit nouitius quiſpiam Aſtronomus, à Refractione augeri, ac proinde eùm Refractio-

nis ratio habita ſit nulla, Eclipticum negotium, hactenus non ritè conſtitutum fuiſſe. At

Certum eſt Refractionem in Solis Defectibus nihil immutare. Ratio eſt quòd Refractiones a per n. 26. & 28. lib. 3 Solis, & Lunæ [a] ſint quoad ſenſum æquales. Quod ſi Luminarium Parallaxes etiam æquales eſſent, neque illæ quidpiam in Ecliptico negotio immutarent. Vtrumque erit Refractionis ac Parallaxis naturam, & effectus conſideranti manifeſtum.

CAPVT IX.

Reliqua ad Solis & Lunæ Eclipſes pertinentia.

NVMERVS LVIII.

Typum Eclipſis Lunæ deſcribere.

Fig. 46. EX calculo Eclipſis Lunæ, iam notæ ſupponuntur Semidiametri Apparentes Vmbræ ac Lunæ; item Latitudo Vera Lunæ ad initium, medium, ac finem Eclipſis.

Præſidio Scalæ in chartâ deſcribe Semidiametros Appar. Vmbræ AO, & Lunæ OQ, & centro A per O, & Q deſcribe circulos. Erit AOCED ſectio Vmbræ in loco tranſitus Lunæ, in quâ deſignet Eclipticam DC perpendicularis ad AQ. Rurſum Scalæ adminiculo in rectâ AQ deſigna Latitudines Veras Lunæ AP ad initium Eclipſis, AN ad finem, AG ad medium; ducanturque PF, NH parallelæ ad Eclipticam CD, ſecantes extimam peripheriam in F, & H. Linea per puncta F, G, H incedens, deſignat viam Lunæ. Demum centris G, F, H, interuallo Lunaris Semidiametri Appar. ex Scalâ acceptæ ter Lunæ diſcum deſcribe. Ita typum habebis Lunaris Eclipſeos.

NVMERVS LIX.

Typum Solaris Eclipſis deſcribere.

Fig. 47. EX calculo Eclipſis Solaris notas habeto Semidiametros Apparentes Solis ac Lunæ; nec non Latitudinem Viſam Lunæ ad initium Eclipſis, medium, ac finem.

Adminiculo Scalæ in chartâ deſcribe Semidiametros Apparentes, Solis AO, Lunæ OB, & centro A per O, & B deſcribe circulos, quorum interior AO PNQ Solem repræſentet. Recta autem GAI ad AB perpendicularis deſignet Eclipticam. Tum rurſus adminiculo Scalæ in rectam AB tranſcribe Latitudines Lunæ Viſas, AD ad Eclipſis initium, AC ad finem, AS ad medium. Deinde à punctis D, & C ducantur DE, CF ad IG parallelæ, occurrentes peripheriæ extimæ in E, & F. Linea incedens per E, S, F, eſt via Lunæ Apparens. Denique centris S, E, F, interuallo Lunaris Semidiametri Appar. ex Scalâ acceptæ ter Lunæ diſcum deſcribito. Ita typum effinxeris Defectus Solaris, methodo omnibus Aſtronomis vſitatâ. In quâ nihilominus quid deſideretur iuxta Kepleri obſeruationes, collige *ex Scholio præcedenti.* Verùm tantâ præciſione hic non eſt opus: ſatis erit typum vero affinem exhiberi.

NVMERVS LX.

De numero Eclipſium Solis & Lunæ.

1. TAm Sol, quàm Luna in 6 Menſibus Lunaribus poſſunt bis Eclipſim pati.

2. Poſſunt Sol & Luna in 5 Menſibus Lunaribus bis ſubire Eclipſim, ſed paruam, & raram, præſertim Luna, cuius binæ Eclipſes in 5 Menſibus, vix vno ſæculo bis recurrunt.

3. Non poteſt in 7 Menſibus Lunaribus bis Eclipſari Luna, poteſt autem Sol, ſed versùs eundem Polum.

4. Poſſunt in vnum Menſem Lunarem tres Eclipſes incidere, duæ Solis, ſed ad Polos

Digitized by Google

oppoſitos, neque admodum magnæ, & vna Lunæ; quæ tunc neceſſaria eſt & plerumque Totalis.

5. Poſſunt ſpatio Semeſtri Lunari fieri duæ Eclipſes Solis Centrales, aut quaſi Centrales; & tunc toto Anno Lunares ſunt nullæ.

6. Nullo Anno aut pauciores fiunt Eclipſes, quàm duæ, aut plures quàm octo.

7. Vno Anno poſſunt accidere vel tantùm duæ Solis abſque vllâ Lunæ; vel duæ Lunæ cum vnicâ Solis.

8. In eodem Anno Solari non plures Lunæ Eclipſes poſſunt accidere quàm tres, Solis non plures quàm 5.

9. Vno Anno plerumque 4 Eclipſes contingunt.

10. In eodem loco plures fiunt Eclipſes Lunæ quàm Solis; in locis diuerſis plures Solis quàm Lunæ.

11. Totales Solis plures ſunt, quàm Totales Lunæ.

Horum omnium ratio ex duobus elementis pendet, nimirum ex quantitate motus Menſtrui Lunæ in Latitudinem, & ex quantitate Terminorum Eclipticorum. Rem omnem ex Ptolomæo, Regiomontano, Keplero fusè deduxit Ricciolus *Almag. lib.* 5. *cap.* 14. quem conſule, ſi voles.

NVMERVS LXI.

Antitheſes Eclipſium Solis & Lunæ.

Ptè has collegit Ricciolus, ex quo ferè, vt apud eum iacent, deſcribo.

ECLIPSIS LVNÆ

1. Eſt Vera obſcuratio, ſeu Defectus Lunæ.

2. Eſt ab Vmbrâ aut Penumbrâ Terræ, inter Lunam, & Solem interpoſitæ.

3. Noctu tantùm, aut in extremis Noctis videri poteſt.

4. Fit tantùm in Vero ☍.

5. Apparet in toto Nocturno hemiſphærio, eiuſdem vbique magnitudinis, & durationis.

6. Incipit in margine Orientali Lunæ, deſinit in Occidentali.

7. Si Latitudo Vera Lunæ Borea eſt; in medio Eclipſis pars obſcurata Lunæ vergit ad Auſtrum; ſi Latitudo Auſtrina, in Boream.

8. Eius duratio maxima eſt Sole & Lunâ Apogæis, Horarum circiter 4.

9. Contingit ſæpius, quàm Solaris in eodem loco.

10. In eodem Anno Solari non poteſt ſæpius contingere quàm ter.

ECLIPSIS SOLIS.

1. *Eſt Vera obſcuratio, ſeu Defectus non Solis, ſed Terræ.*

2. *Eſt ab Vmbrâ aut Penumbrâ Lunæ inter Solem, & Terram interpoſitæ.*

3. *Interdiu tantùm, aut in confinio Diei Noctiſque conſpicitur.*

4. *Fit tantùm in Viſo ☌.*

5. *Non apparet in toto Diurno hemiſphærio, & aliquibus maior ac diuturnior, aliquibus minor ac breuior apparet: alijs Totalis conſpicitur, vel Annularis, alijs Corniculata, alijs nulla.*

6. *Incipit in margine Occidentali Solis, deſinit in Orientali.*

7. *Si Latitudo Viſa Borea eſt, pars Solis obſcurata in medio Eclipſis, vergit in Boream; ſi Auſtralis, in Auſtrum.*

8. *Eius duratio maxima eſt Sole Apogæo, & Lunâ Perigæâ, Horarum circiter 3 in vno loco, Horarum circiter 5 in diuerſis.*

9. *Contingit ſæpius, quàm Lunaris in locis diuerſis.*

10. *In eodem Anno Solari non poteſt ſæpius contingere quàm quinies.*

Horum omnium rationes ſuis quæque locis ſunt expoſitæ.

CAPVT X.

De Modo obſeruandi Eclipſes tam Solis quàm Lunæ.

ENumerantur à Ricciolo, *lib.5.cap.15*, accidentia 15, quæ circa Eclipſes obſeruari poſſunt. Præcipua ſunt, Quantitas, Initium, Medium, Finis; quæ, omiſſis cæteris minùs neceſſarijs, breuiter, nec enim multis opus, expediam.

NVMERVS LXII.

Magnitudinem Eclipſis Partialis obſeruare.

Fig. 45. NOtum habe momentum medium Eclipſis, Lunaris quidem *per num.*10. *vel.*23, Solaris *per num.*44. *vel* 57. §. 1, atque illo, excipe in tabellâ candidâ (vt docui *lib.*3.*num.* 30) ſpeciem Luminaris, quæ ſit CSFR, in cuius ambitu ſigna tria puncta S, C, R, in confinijs item lucis, & Vmbrę alia imprime tria puncta S, P, R. Finitâ deinde Eclipſi, per S, C, R, deſcribe circulum Luminaris; per S, P, R, verò alium circulum deſcribe (cuius ſegmentum ſit ESPRQ) qui in Eclipſi Lunari ſectionem Vmbræ in loco tranſitus Lunæ, in Eclipſi Solari diſcum Lunæ repræſentabit. Per centrum vtriuſque circuli ducatur recta CFG.

Si iam ſpecies Luminaris tranſmiſſa fuit per foramen armatum vitro conuexo aut cauo (vtrumlibet enim adhiberi poteſt) aut etiam Teleſcopio, ſegmentum SPRF, erit pars Luminaris deficiens, & SFR arcus obſcuratus, recta autem PF erit pars Diametri obſcurata; cuius quantitas nota fiet ſi tam ipſa F P, quàm tota Diameter F C Scalæ in minutiſſimas particulas diuiſæ, applicentur. Reductio autem partis obſcuratæ PF ad duodecimas diametri, ſeu Digitos Eclipticos, ita fiet. Reperta ſit ex.gr. PF 40, quarum CF eſt 100: vt 100 ad 40, ita 12 fiat ad Quartum: hic erit numerus Digitorum Eclipticorum in FP.

Quod ſi ſpecies Luminaris tranſmiſſa fuerit per foramen nudum, ſpeciei Diameter, vt ex Keplero monui *num.*30. *lib.*3, erit iuſtâ maior quantitate Diametri foraminis: vnde fit, vt neque ſegmentum SPRF, neque arcus SFR, neque recta PF, iuſtam proportionem habeant. Quare adhibenda erit correctio eiuſmodi. A Semidiametro ſpeciei AF, aufer foraminis Semidiametrum DF, & centro A per D deſcribe circulum AIMDN: hic erit ſpecies iuſta Luminaris. Deinde eandem foraminis Semidiametrum tranſcribe ex P in O, & centro G per O deſcribe arcum MON. His peractis, ſegmentum Deficiens erit MOND, arcus Deficiens MDN, pars diametri Deficiens OD, quæ nota fiet, vt *ſupra*.

Hic modus plurimis Aſtronomis vſitatus, mihi placet præ alijs, quos Ricciolus recenſet *lib.*5.*cap.*15.*prob.*1. Solari tamen Eclipſi, quàm Lunari accommodatior eſt.

NVMERVS LXIII.

Initium & Finem Eclipſis obſeruare.

EX calculo, cuius modum toto hoc Libro 4 iam tradidimus, aut ex Ephimeride aliquâ, notum habeto tempus ſaltem vtcumque quo Eclipſis inchoabitur, vt tempeſtiuè omnia ad opus requiſita diſponi queant. Tum vel in ſpecie Luminaris in tabellam candidam proiectâ, vel teleſcopio vitris coloratis inſtructo in Luminare ipſum directo, obſerua quando incipiat margo Luminaris nigreſcere, ac deinde ſub finem, quando deſinat. Si ſpecie vteris, tabella quæ ſpeciem excipit, moueri debet ad motum Luminaris, atque ipſi ita ſemper obuerti, vt ſpecies ſit non Elliptica, ſed circularis. Vbi etiam hoc obſerua, quod ſummi in hoc negotio momenti eſt, longè puriora magiſque diſtincta fore lucis, & vmbræ confinia, ſi ſpecies Luminaris per foramen vitro conuexo, vel cauo obductum, tranſmittatur, quàm ſi per foramen nudum. Si verò placuerit Teleſcopium adhibere, illud non qualecumque ſit oportet, ſed eximium, & eiuſmodi quod luminare totum intuitu vno exhibeat: qualia ſunt quæ duobus vitris conuexis ſunt inſtructa.

Fig. 3. Cauenda porro hìc fallacia quædam eſt, quâ imperiti obſeruatores decepti, in obſeruando Eclipſi Lunaris initio ac fine ad quadrantem Horę integrum excedunt, adeóque durationem totam faciunt vltra Semihoram iuſtâ maiorem. In *Schemate* 3. Luna ſit in GOIN, Terra in EDF. Manifeſtum eſt, priuſquam Luna Vmbrę Terreſtri immergitur, dum ei proxima eſt,

(in

(*in Fig.* contactus exhibetur) portionem eius GIN à toto Solis Hemiſphærio CSB illuſtraſi, portionem verò alteram quæ Orientalis eſt, GON ſolùm à Quadrante ASB, priuari autem omnibus radijs profluentibus à Quadrante ASC. Vnde fit, vt portio GON videatur pallore, & quaſi fumo ſuffundi, ac proinde imperiti putent Eclipſim tunc inchoari, cùm Luna Terræ vmbram nondum attigit. Cæterum huius fallaciæ non ignari, facilè ſpuriam hanc vmbram diſtinguunt à verà, quæ non pallida, ſed prorſus nigra eſt, atque vngulæ inſtar limbum Lunę Orientalem incipit delibare.

NVMERVS LXIV.

Tempus initij ac finis, & durationem Eclipſis, eiuſque partes obſeruare.

AD momentum illud, quo *per num. præc.* obſeruaſti Eclipſim inchoari, inſtrumento nota fiat [a] Altitudo Solis, ſi Eclipſis eſt Solis, Altitudo alicuius Stellæ, ſi Lunæ; habitâ vtrobique ratione Refractionis, ſi adſit (quæ nota fit *per num. 27. lib. 3*) & in Sole etiam Parallaxis [b]. Notâ porro Altitudine Solis vel Stellæ, notum fiet & tempus, vt tradam *lib. 5. num. 45.* Idipſum obtinebitur Horologio Horizontali Diurno, vel Nocturno, ſed prior modus longè exactior eſt.

a *per num. 28 lib. 1.*
b *quæ nota fit per num. 21. lib. 3.*

Duratio Eclipſis, & durationis partes nimirum tempus Incidentiæ, tempus Emerſionis, & mora obſcurationis Totalis, accuratiſſimè menſurantur vibrationibus Perpendiculi, vt tradidi *num. 4. lib. 3.*

Scholium.

Finis obſeruationis Eclipſium præcipuus eſt, vt ad eas Tabularum Aſtronomicarum fides exploretur. Si enim obſeruatio ritè fuit peracta, & Eclipſis quantitas, initium, finis, duratio, ex calculo deducta cum obſeruatione conueniant, meritò Tabulas, & quibus eæ nituntur, Hypotheſes, legitimas eſſe concludes. Et ſanè non alia vel illuſtrior vel euidentior veritatis Aſtronomicæ comprobatio, quàm ex Lunæ ac Solis Eclipſibus haberi poteſt: quâ quidem hoc Aſtronomi ſunt aſſecuti, vt omnem illam Hypotheſium varietatem, & calculi ambages, & tot Geometrica ratiocinia, quatuor hiſce libris iam explicata, quando ex his Solis ac Lunæ defectus in plura etiam Sæcula certiſſimè prænunciantur, ea ritè fuiſſe conſtituta etiam Aſtronomiæ imperiti intelligant.

FINIS LIBRI QVARTI.

ASTRO-

Digitized by Google

n
na
a
a-
&
oli
Pa-
olo
a-
que

Digitized by Google

deoque verſùs Polum K;Parallaxis autem in C eamdem à Vero loco C deprimat Horizontem verſùs, ac proinde à Polo B longiùs remoueat, manifeſtum eſt differentias, ſeu diſtantias Apparentes Stellæ à Polo per obſeruationem collectas,inæquales euadere, illam videlicet maiorem, quæ in Altitudine Meridianâ minimâ KC colligitur. Nullam igitur Parallaxim ſenſibilem ea Stella admittit, ac proinde nec reliquæ.

Corollarium.

Hinc patet radium Terræ reſpectu radij Firmamenti inſenſibilem eſſe.

NVMERVS II.

Declinationes [o] *Stellarum, ſiue diſtantias earum ab Æquatore inuenire.* o def.18. nu.1 lib.1.

MEridianus eſto ASBT; Horizon AB; Æquator CD; Poli Æquatoris X, Z; Zenith, S. Fig. 1.
Obſeruetur appulſus Fixæ, cuius Declinatio quæritur, ad Meridianum, vt tradidi *lib.3.num.2*; ac tum capiatur inſtrumento [a] ſaltem decades Secundorum continente eius Altitudo meridiana; à quâ refractio, ſi quæ fuerit, ſubducatur; quod quomodo abſque circuli vitio fieri poſſit, oſtendam [b] *infra*. Inueniantur præterea [c] Altitudo Poli AX, & Altitudo [d] Æquatoris DB. a per n. 28. lib.1. b nu 6. in Schol. c per n.27. lib.1. d ibid.

Itaque ſi Fixæ Altitudo fuerit æqualis Altitudini Æquatoris DB, eius Declinatio eſt nulla: ſi par Altitudini Verticis SB, à Quadrante SB aufer Altitudinem Æquatoris DB, relinquetur Fixæ Declinatio SD: ſi par Altitudini Poli XA, Declinatio Fixæ eſt Quadrans XD.

Si Altitudo Stellæ eſt BF minor, vel BI maior (citra tamen Verticem S) Altitudine Æquatoris BD, ipſarum differentia DF, vel DI, eſt Declinatio quæſita.

Si Altitudo Stellæ eſt AG minor quidem Quadrante, ſed maior Altitudine Poli AX, Altitudinum differentia XG dempta Quadranti XD, dabit Declinationem GD. Si verò Altitudo Stellæ AO minor eſt Altitudine Poli AX, Altitudinum differentia O X addita Quadranti XD dabit Declinationem Stellæ quæſitam OD.

Quia Fixæ mouentur ſenſim ab Occaſu in Ortum ſuper Polis Eclipticæ, vt dicetur *num.* 11 & 12, neceſſe eſt earum Declinationes ſenſim mutari, quæ quomodo ad aliquod tempus hic inuentæ, accommodari poſſint tempori cuicumque, dicam *infra num.* 17.

NVMERVS III.

Solis [a] *Declinationem & Aſcenſionem* [b] *Rectam inuenire.* a def.15. nu.1. lib.1. b def.39. ibid.

VTrumque iam præſtitimus *num.* 52. *lib.* 1. Sed locus inuitat, vt aliam hic praxim adijciamus.

Meridianus eſto AXB; Horizon AB; Æquator ID; eius Polus X; Ecliptica FG. Obſerua [a] appulſum centri Solis ad Meridianum, capiaturque tunc eius [b] Altitudo FB; quam (ſi opus fuerit) corrige additâ [c] Parallaxi, & Refractione [d] ſubductâ. Notam fac deinde [i] Altitudinem Æquatoris BD. Altitudinum Solis BF, & Æquatoris BD differentia FD, exhibet Declinationem Solis: quod erat primum. Fig. 2. a per n.26. lib.1. b per n.28. lib.1. c vide nu. 21 lib.3. d vide nu. 27. lib.3. i per n. 27. lib 1.

Deinde in triangulo CDF, rectangulo [m] ad D quia nota ſunt latus FD, & angulus obliquitatis Eclipticæ FCD [n] Grad. 23. 30′; ex his innoteſcit [o] arcus C D; ex quo Solis Aſcenſio Recta innoteſcet. Caſus omnes expoſui *num.* 52: *lib.* 1. quos ſolues eo modo qui iſthic traditur, ſi notum feceris locum Solis per *num.* 55. *lib.* 1. m per nu. 68 l.2. n per n.31. lib 1. o per trigonum Sph. prob.10.

NVMERVS IV.

Aſcenſionem [a] *Rectam, ſiue diſtantiam Æquatoriam Fixarum ab initio ♈, inuenire.* a def 39. n 1. l. 1.

MEridianus eſto AXBZ; Horizon AB; Æquator ND; eius Poli X, Z. Fig. 3. 4.
Obſerua Stellæ, cuius Aſcenſio Recta quæritur, appulſum ad Meridianum, vti docui *num.* 2. *lib.* 3. Vt operatio, mox præſcribenda reddatur facilior, tempus capta, quo Stella Meridianum

Meridiariumtranſeat paulò ante Ortum Solis vel paulò poſt Occaſum.

Fig. 3. a per nu. 4. lib. 3. b per n. 51. lib. 1. d ibid.

Si Stella Meridianum tranſit ante Solis Ortum, à momento appulſus [a] metire tempus numerando vibrationes Perpendiculi, vſque dum Sol altitudinem aliquam nactus, ſit ſupra Horizontem ex.gr. Gradus vnius, vel 1. 30'; ſic vt totum tempus ſit vnius Horæ aut paulò ampliùs, ne nimius numerandi ſit labor, tum verò Solis Aſcenſio Recta ſit ♈ D S. Quoniam igitur ad initium numerationis Stella fuit in Meridiano, puta in I, atque interim progreſſa fuit versùs Occaſum, ſtatuamus eam ſub finem numerationis, quando Solis Altitudo erat ex. gr. Gradus 1. 30', motu Diurno proceſſiſſe ex I in P; ducaturque per P Declinationis circulus XPCZ, ſecans Æquatorem in C. Quoniam igitur ex vibrationibus Perpendiculi notum eſt tempus quo Stella mota eſt ex I in P, cùm motus iſtius menſura ſit Æquator, ſi tempus dictum conuertatur [b] in partes Æquatoris, notus fiet arcus DC, diſtantia nimirum Æquatoria Stellæ à Meridiano ad momentum illud, quo Stella erat in P. Continuando deinde ab hoc momento vibrationes Perpendiculi vſque ad Meridiem ſequentem per *num. 6. lib. 3.* ſcies quot Horæ & Minuta ab eo momento ſint ad Meridiem, adeoque momentum ipſum erit notum; & ſi Horæ illæ ac Minuta [d] conuertantur in Gradus Æquatoris, notus erit Æquatoris arcus SD, diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano XDZ: quâ additâ ad inuentum *ſupra* arcum CD, notus fiet arcus SDC diſtantia Æquatoria Solis ac Stellæ P. Poſtremò ad notum iam momentum, quo Stella in P, reperi per *nu. præced. vel per nu. 52. lib. 1.* Aſcenſionem Solis Rectam MCDS; cui ſi demas diſtantiam Æquatoriam SDC Solis ac Stellæ, nota relinquetur MC Aſcenſio Recta Stellæ P, quæ petebatur.

Fig. 4.

Quòd ſi Stella Meridianum pertranſeat in R paulò poſt Solis Occaſum, tunc à Meridie præcedenti vſque ad momentum quo Sol ſit prope Horizontem, numerandæ ſunt vibrationes Perpendiculi, ſic enim per *nu. 6. lib. 3.* notæ fient Horæ & Minuta à præcedenti Meridie vſque ad momentum quo Sol eſt prope Horizontem, adeòque momentum illud notum erit; & ſi Horæ illæ ac Minuta vertantur in partes Æquatoris, nota erit diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano XDZ quæ ſit D Y. Ad momentum porro quo Sol adhuc erat ſupra Horizontem, Stella *ex hyp.* nondum attigerat Meridianum, ſed erat ex. gr. in Q, per quam ibidem ductus intelligatur Declinationis circulus XQOZ. Tum à momento iam noto, quo Stella erat in Q & Sol prope Occaſum, continuatis Perpendiculi vibrationibus notum fiat tempus vſque dum Stella Meridianum attingat in R. Hoc tempus conuerſum in partes Æquatoris dabit arcum OD; qui additus inuento priùs arcui DY, dabit arcum ODY diſtantiam Æquatoriam Stellæ à Sole. Quare ſi ad notum momentum, quo Stella eſt in Q, reperiatur Solis Aſcenſio recta ♈ Y, eique addatur arcus iam notus ODY, nota fiet Stellę Aſcenſio Recta ♈ YD quæ petebatur.

NVMERVS V.

Ex notâ vnius Fixæ Aſcenſione Rectâ, inuenire Aſcenſiones Rectas aliarum.

Fig. 5.

ÆQuator eſto CF; eius Poli X, Y; Stella Fixa notam habens Aſcenſionem Rectam A; alia quæuis Fixa B, vel I, vel D, cuius Aſcenſio Recta latet.

Per Stellas A & B tranſeant Declinationum circuli XAY, XBY, determinantes Æquatoriam Stellarum diſtantiam, ſiue Aſcenſionum Rectarum differentiam CI.

a trig. Sph. prob 18. b per def. 4. nu 66. lib. 2.

Si ambæ declinent versùs eumdem Polum, vt A & B, earum diſtantiam AB inſtrumento metire, & per *num.* 2. inueni vtriuſque Declinationes AC, & BI, quibus ſingillatim ſubductis à Grad. 90, arcus AX, BX noti erunt. Cùm igitur in triangulo AXB tria latera ſint nota, ex his reperietur [a] angulus AXB, ſeu CXI, adeòque & arcus CI angulum [b] metiens innoteſcit; qui additus vel ſubtractus notæ Aſcenſioni Rectæ Stellæ A, dabit Aſcenſionem Rectam Stellæ B. Addi debet, ſi B ſequitur A (hoc eſt ſi B longiùs diſtat ab initio ♈ quàm A); debet ſubtrahi, ſi B præcedit.

Si vna ſit in Æquatore, puta in I, reſolue triangulum AXI: Si vna declinet ad Polum alterum, puta in D, ſolue triangulum AXD, in quo nota fiunt, *vt ſupra*, latera AX, AD: latus autem XD componitur ex Quadrante XI, & DI Declinatione Stellæ D.

Scholium.

Ex hoc Numero & præcedenti omnium Fixarum Aſcenſiones Rectæ inueniuntur pro certo tempore. Sed quia Fixæ ſuper Polis Eclipticæ (vt oſtendam Num. 12.) *mouentur ſenſim ab Occaſu in Ortum, neceſſe eſt earum tam Declinationes ab*

Æquatore,

Æquatore, quàm Aſcenſiones Rectas ſenſim immutari. Quomodo igitur illæ ſemel ad aliquot tempus iam inuentæ, cuiuis tempori poſſint accommodari, tradetur infra Num. 17.

NVMERVS VI.

Refractiones Fixarum inuenire.

Fig. 6.

MEridianus eſto AXBZ; Horizon Verus AB; eius Poli X, Z, Æquator FQ; eius Polus N. Eligatur Fixa, cuius Meridiana Altitudo ſit non minor Gradibus 40. Quoniam igitur Sol in Altitudine Graduum 40 à Refractione[c] immunis eſt, & Fixæ (vtpote Sole altiores) minùs reſringuntur quàm Sol, etiam Fixa aſſumpta Altitudinem Meridianam habens 40 Gradibus non minorem, in Meridiano exiſtens, à Refractione immunis erit. Quare tum eius Declinatio per *num.* 2, Refractione nuſquam ſe immiſcente, reperietur. Sit ergo talis Fixa, infra Horizontem Verum in G, ſed per Refractionem appareat in Horizonte ipſo in P. Igitur Verticalis circuli XPGZ arcus GP eſt quantitas Refractionis. Nulla porrò in Fixis eſt diſtinctio Horizontis Veri & Viſi, cùm Fixæ omni careant[o] Parallaxi, ac proinde etiam Horizontali, quæ[d] Viſi & Veri Horizontis interuallo æqualis eſt. Per Verum Stellæ locum G ducatur Declinationis circulus NG, ſecans Æquatorem in D. Arcus DF erit diſtantia Æquatoria Fixæ G, à Meridiano. Inquiratur iam Aſcenſio[1] Recta Stellæ, ſeu diſtantia Æquatoria OD ab initio ♈. Inueni quoque ad momentum idem OF Aſcenſionem Rectam[q] Medij Cæli, hoc eſt diſtantiam Æquatoriam Meridiani AFX ab initio ♈. Vtriuſque igitur diſtantiæ OD, OF differentia DF, nota erit. Quare cùm arcus DF metiatur[m] angulum DNF, ſeu GNX, etiam hic notus erit. Reperi deinde per *num.* 2. Declinationem Stellæ GD; quod euitatâ Refractione fieri poſſe *ſupra* oſtendi. Arcus verò NX eſt complementum Altitudinis Poli BN. Vnde ſi hæc nota fiat per *num.* 27 *lib.* 1, etiam arcus NX notus erit. Arcus autem NG, quia conſtat Quadrante ND, & iam inuentâ Declinatione GD, etiam notus eſt. Cùm igitur in triangulo NXG, nota ſint latera NX, NG, & angulus GNX, ex his[n] reperietur XG diſtantia Vera Stellæ G à Vertice X, quæ ſemper inuenietur maior Quadrante. Quare ſi ab XG dematur Quadrans XP, relinquetur GP quantitas Refractionis Horizontalis quæſita.

c per Coroll. 2. nu. 18. lib. 3.
o per n. 1.
d oſtenſum ad defin. 4. n. 22. lib. 3
1 per n. 4.
q per n. 40. lib. 3.
m per def. 4. n. 66 l. 2
n trig. Sph prob. 19.

Fig. 7.

Eodem modo reperiuntur Refractiones Fixarum ad Gradus ſingulos Altitudinis Viſæ ſupra Horizontem. Appareat Stella ſupra Horizontem in P, verè tamen exiſtens infra P in G, ſiue G ſit ſupra Horizontem, ſiue infra. In triangulo XNG, latus NX, & angulus GNX innoteſcunt, *vt ſupra in caſu* 1. Vt innoteſcat latus NG, Declinatio Stellæ GD, ſi (*vt in hoc ſchemate*) eſt Auſtrina, debet addi Quadranti ND; demi verò, ſi Borea. Ita rurſum ex duobus lateribus NX, NG, & angulo GNX innoteſcet XG diſtantia Vera Stellæ à Vertice. Quare ſi inſtrumento menſuretur Apparens à Vertice diſtantia XP, hæc ſubtracta diſtantiæ Veræ XG, dabit Refractionem GP, ad Viſam Stellæ Altitudinem PM.

FIXARVM REFRACTIO HORIZONTALIS.

Æſtiua	*Æquinoctialis*	*Hyberna*
Min. 29′. 50″	*Min.* 30′. 10″	*Min.* 30′. 30″

Ad Gradum Altitudinis 20, *Fixarum nulla differentia Altitudinis Veræ & Viſæ percipitur, ac proinde Refractio euaneſcit.*

Scholium.

Inuentio Declinationis Fixarum Num. 2. *tradita notam requirit Altitudinem Meridianam Stellæ datæ; cui, ſi ea minor eſt Grad.* 20, *ſubducenda eſt Refractio, vt exacta fiat: non poteſt autem ſubduci Refractio, niſi ea ſit nota: ad notitiam porro eius, requiritur (vt* hoc Num. *iam vidimus) eiuſdem Stellæ declinatio. Videtur ergo circulus committi. At circuli vitium iam euitauimus hunc in modum. Quantitatem Refractionis notam* hoc Num. *fecimus per Fixas, quarum Altitudo Meridiana, adeoq; & Declinationis inuentio, à Refractione immunis eſt. Quare Refractio independenter à Refractione innotuit. Hâc porro*

ſemel notâ, Declinatio Fixarum etiam 20 Gradibus minorem Altitudinem Meridianam, adeoq; Refractioni obnoxiam habentium, abſque vllo circuli periculo, per Num. 2. *reperietur.*

NVMERVS VII.

o *def* 12. *n.* 2. *lib.* 1.
p *def.* 33. *nu* 2. *lib.* 2.

Fixarum [o] *Longitudinem &* [p] *Latitudinem inuenire.*

a *per n.* 31. *lib* 1.
c *per cor. n* 31. *l.* 1.
b *per n.* 2.
c *per n* 4.
Fig. 8.

HOc Problema, quod præcipuum in hac materiâ eſt, caſus habet 26. Nihil tamen aut parum multitudo iſta faceſſet negotij, ſi methodo vtamur, quam hic ſubiungo.

Aſſumuntur vt nota, 1. obliquitas [a] Eclipticæ, ſiue Declinatio eius maxima, & diſtantia Polorum Æquatoris ac Eclipticæ, quæ eiuſdem obliquitati ſemper [c] æqualis eſt. 2. Declinatio [b] Stellæ. 3. Aſcenſio [c] Recta.

§. 1. Colurus Solſtitiorum eſto BXCZ; Æquator BC; eius Poli X, Z; Ecliptica DE; eius Poli S, Y. Si Stellæ Fixæ, cuius Longitudo & Latitudo quæritur, Aſcenſio Recta per *num.* 4, inuenta, ſit Grad. 90, Stella erit in Coluri Semicirculo XBZ per ♋ initium tranſeunte: & quia Colurus Solſtitiorum tranſit non ſolùm per Polos Æquatoris, ſed etiam per Polos Eclipticæ, is ſimul eſt & Declinationis & Latitudinis circulus, ac proinde Stellæ & Declinationem, & Latitudinem metietur. Tunc igitur

Si Declinatio Stellæ eſt nulla, adeoque Stella ſit in B, eius Longitudo erit ♈ D Grad. 90;

d *per n.* 31. *lib.* 1. Latitudo autem erit BD, ipſa Eclipticæ Declinatio maxima, nempe [d] Grad. 23. 30′.

Si Stellæ Declinatio ſit BO Borea, ſed minor quàm B D Grad. 23. 30′, auſer B O à B D, relinquetur OD Latitudo Stellæ.

Si Declinatio Stellæ Borea ſit æqualis BD, nempe Grad. 23. 30′, Stella eſt in Eclipticâ, adeóque caret Latitudine.

Si Declinatio Stellæ Borea ſit BF, maior quàm BD, à BF auſer BD; relinquetur Latitudo Stellæ FD.

Si Declinatio Stellæ ſit BG Auſtrina, hæc addita ad BD, dabit G D Latitudinem Stellæ quæſitam.

His quinque caſibus alij totidem oriuntur ſimiles cùm Stellæ Aſcenſio Recta eſt ♈ D ♎ E Graduum 270, ſiue trium Quadrantium, tunc enim ſtella eſt in altero Coluri ſemicirculo XCZ Longitudinem babens ♈ B ♎ C Graduum 270. Atque ita 10 primi Caſus ſunt expediti.

Pro reliquis Caſibus nota in Figuris 9. 10. 11. 12, *lineas DE, BC integros circulos repræſentare. Itaque ♈ B eſt Æquatoris Quadrans primus, B ♎ ſecundus, ♎ C tertius, C ♈ quartus; pari modo ♈ D eſt Quadrans primus Eclipticæ, D ♎ ſecundus, ♎ E tertius, E ♈ quartus. Si Stella igitur ſit extra Colurum Solſtitiorum, 4 caſus exiſtunt. Vel enim Stella erit in Æquatore ipſo in P (& hic eſt Caſus primus) vel extra eum in F; & tunc vel eſt in Eclipticâ DE (vt in Fig.* 10 *&* 12), *vel (vt in Fig.* 9. *&* 11.) *extra Eclipticam cum Latitudine Boreâ, vel extra Eclipticam cum Latitudine Auſtrinâ, atque ita habentur tres Caſus reliqui, qui iuncti primo, efficiunt quatuor. Iam quia Aſcenſio Recta Stellæ terminari poteſt in Quadrante quolibet Æquatoris, fit vt in Quadrantibus ſingulis 4 Caſus ſupradicti cum nouâ in ſingulis varietate reperiantur, ac proinde Caſus exiſtant 16: quos ſi 10 prioribus adiungamus, vniuerſim orientur Problematis Caſus 26. Reſtat igitur vt Caſus 4 ſupradictos in ſingulis Quadrantibus expediamus.*

Fig. 10. 12. §. 2. Sit ergo Stella P in Æquatoris Quadrante quouis, ducaturque Latitudinis arcus S P occurrens Eclipticæ in M.

Fig. 10. Si Stella P eſt in Quadrante primo ♈ B, ſolue triangulum ♈ M P [i] rectangulum ad M, in
i *per n.* 68. *lib* 2. quo notum eſt latus ♈ P, Aſcenſio Recta, & angulus M ♈ P obliquitas [k] Eclipticæ Grad. 23.
k *per n.* 31. *lib.* 1. 30′: ex quibus reperientur Stellæ [m] Latitudo MP, & Longitudo ♈ M.

m *per trig. Sph. prob.* 2 & 14. Si Stella P ſit in Quadrante ſecundo B ♎, ſolue trigonum rectangulum ♎ M P; in quo latus ♎ P notum fit, ſi Aſcenſio Recta ♈ B P demattur ſemicirculo ♈ B ♎. Sic ergo ex latere ♎ P & angulo M ♎ P Grad. 23. 30′ elicientur Latitudo Stellæ M P, & latus ♎ M; quod
Fig. 12. ſubtractum Semicirculo ♈ D ♎ dabit ♈ D M Longitudinem Stellæ.

Si Stella P exiſtat in Quadrante tertio ♎ C, ab Aſcenſione Rectâ ♈ B ♎ P auſer ſemicirculum ♈ B ♎: ita notum erit latus ♎ P; ex quo & angulo M ♎ P reperientur M P Latitudo Stellæ, & latus ♎ M, quo addito ad ſemicirculum ♈ D ♎ prodibit Stellæ Longitudo ♈ D ♎ M.

Fig. 12. Si Stella P ſit in Quadrante quarto C ♈, Aſcenſio Recta ♈ B ♎ C P ſubtracta toti circulo ♈ B ♎ C ♈ relinquet latus ♈ P: cum quo & angulo M ♈ P reperientur Stellæ Latitudo MP,

MP, & latus ♈ M; quod ſubtractum toti circulo ♈ D ♎ E ♈ relinquet Stellæ Longitudinem ♈ D ♎ E M.

Atque ita primus Caſus è quatuor in Quadrantibus ſingulis ſolutus eſt.

§. 3. Tres Caſus reliquos, quando Stella declinat ab Æquatore in F, ſiue exiſtat in Eclipticâ ipsâ vt *in Fig*.10. & 12, ſiue extra eam cum Latitudine Boreâ vel Auſtrinâ, vt *in Fig*. 9. & 11, ſoluemus hunc in modum. *In Fig*.9.11.10.12, ducantur per Stellam F arcus Latitudinis SF occurrens Eclipticæ in V, & Declinationis arcus XF, occurrens Æquatori in P, in quo proinde puncto terminabitur Aſcenſio Recta Stellæ F.

Incidat primò Aſcenſionis Rectæ terminus P in Quadrantem primum ♈ B. Aſcenſio Recta ♈ P addita Quadranti dabit arcum PC, adeóque [n] & angulum PXC, ſeu FXS. Quod ſi Stella F ab Æquatore BC declinat ad Boream, Declinatio PF dempta Quadranti PX, dabit arcum FX; ſi ad Auſtrum, Declinatio FP addita Quadranti dabit arcum F X. Arcus verò XS diſtantia Polorum [o] eſt Grad.23.30′. In triangulo igitur FSX ex lateribus FX, XS & angulo FXS reperientur [q] angulus XSF, ſeu DSV (adeóque & arcus ipſum [p] metiens DV) & latus SF; quod, ſi fuerit Quadrante minus, demptum Quadranti S V relinquet Stellæ Latitudinem F V; ſi verò SF repereris Quadrante maius, Quadrans illi ſubtractus relinquet Latitudinem Stellæ quæſitam F V. Aufer deinde inuentum *ſupra* arcum DV ex Quadrante ♈ D; relinquetur ♈ V Longitudo Stellæ. *Fig*.9. 10 n *per def*.4. n.66 l.2. o *per Cor*. n.31.l.1. p *per def*.4. n.66.l.2. q *trig. Sph. prob*.19.

Incidat deinde Aſcenſionis Rectæ terminus P in Quadrantem ſecundum B ♎. Igitur Aſcenſionem Rectam ♈ B P, aufer à tribus Quadrantibus ♈ B P ♎ C; ita notus erit arcus PC anguluſque PXC, ſeu FXS. Quare ſoluto, vt priùs, triangulo F S X, reperientur FV Latitudo Stellæ, & arcus D V, qui additus Quadranti ♈ D dabit Stellæ F Longitudinem ♈ D V. *Fig*.9.10.

Incidat tertiò Aſcenſionis Rectæ terminus P in Quadrantem tertium ♎ C. Tum verò Aſcenſio Recta ♈ B ♎ P dempta Quadrantibus tribus ♈ B ♎ P C, notum relinquet arcum PC, adeóque & angulum PXC, ſeu FXS in triangulo FSX; in quo latus FX innoteſcet, ſi Declinationem FP Quadranti DP demas vel addas. Latus autem XS diſtantia Polorum eſt Grad.23.30′. Quare ex lateribus FX, XS & angulo PXS reperientur [r] angulus XSF (adeóque [ſ] & arcus D ♎ V) & latus SF; quod, ſi eſt Quadrante minus, demptum Quadranti S V relinquet Stellæ Latitudinem VF; ſi eſt Quadrante maius, Quadrans illi ſubtractus dabit rurſum Latitudinem Stellæ F V. Addatur deinde arcui *ſupra* inuento D ♎ V Quadrans ♈ D, prodibit ♈ D ♎ V Longitudo Stellæ F quæſita. *Fig*. 11. 12. r *trig. Sph. prob* 19. ſ *def*.4. n.66.l.2.

Incidat poſtremò P in Quadrantem quartum C ♈. Igitur Stellæ F Aſcenſio recta erit ♈ B ♎ C P, à quâ ſubtractis Quadrantibus tribus ♈ B ♎ C, notus fiet arcus PC, adeóq; & angulus PXC, ſeu FXS. Quare ſoluto, vt priùs, trigono FSX, reperientur Stellæ F Latitudo F V, & arcus D ♈ V: quo dempto à ſemicirculo D ♈ E, notus fit arcus VE: cui ſi addantur Quadrantes tres ♈ D ♎ E, proueniet Stellæ F Longitudo ♈ D ♎ E V. Atque ita omnes Caſus Problematis expediuimus. *Fig*. 11. 12.

NVMERVS VIII.

Longitudinem & Latitudinem Stellæ per duas alias notæ Longitudinis & Latitudinis inuenire.

ECliptica eſto A B; Poli eius X, Z: Ducantur tres Latitudinum circuli X A Z, X I Z, X N Z. *Fig*.13.

§. 1. Stella, cuius Longitudo & Latitudo quæruntur, ſit in C; aliæ duæ Longitudinis & Latitudinis notæ in D, F, quas oportet Gradibus ſaltem 20 ſupra Horizontem eleuatas eſſe, ne eas cogamur à Refractione diſtantiæ, quod operoſum eſt, expedire. Deſcribantur deinde tres Maximorum circulorum arcus CD, CF, DF, qui diſtantias trium Stellarum metiantur, & horum quantitas inſtrumento in quo ſaltem decades Secundorum habeantur, fiat nota. Quoniam ID, NF Latitudines Stellarum D, F ſunt notæ, etiam complementa earum DX, FX nota erunt. Rurſum quia Longitudines Stellarum D, F ſunt [a] notæ, etiam Longitudinum differentia IN, ac proinde angulus IXN, ſeu DXF, quem arcus [b] I N metitur, innoteſcet. In triangulo igitur FXD, quia nota ſunt latera DX, FX cùm angulo DXF, ex his [c] reperietur angulus FDX. In triangulo deinde C D F, cùm inſtrumento nota ſint tria latera, ex his [x] innoteſcet ang. CDF. Quare ſi CDF, cùm FDX auferatur à Grad.360, notus erit CDX: cum quo & notis lateribus DC, DX reperies [o] CX complementum quæſitæ Latitudinis CA Stellæ C, & angulum CXD, ſeu AXI, adeóque [d] & arcum AI, qui eſt a *per hyp*. b *def*.4. n.66.l.2. c *per trig. Sph. prob*.19 x *trig. Sph. prob*.18. o *trig. Sph. prob*.19. d *def*. 4. n.66.l.2.

differentia Longitudinum Stellæ A, & Stellæ D. Differentiam AI notæ Longitudini Stellæ D, adde, ſi C Orientalior eſt quàm D; deme, ſi Occidentalior: prodibit Longitudo quæſita Stellæ C.

§. 2. Sit deinde Stella, de quâ quæritur, in D; & duæ aliæ notæ Latitudinis ac Longitudinis in C & F. In triangulo CXF cùm nota ſint tria latera (nam CF notum fit inſtrumento, & CX, FX ſunt complementa notarum Latitudinum CA, FN) ex his [r] reperies angulum CFX. Similiter quia in triangulo CDF nota ſint 3 latera, ex his reperies [ſ] CFD. Aufer CFD à CFX: notus relinquetur DFX: cum quo & notis lateribus DF, FX reperies [t] DX complementum quæſitæ Altitudinis ID Stellæ D, nec non angulum DXF, ſeu IXN, adeóque & arcum IN, differentiam Longitudinum Stellarum D, F: quæ addita vel dempta notæ Longitudini Stellæ F, dabit Longitudinem quæſitam Stellæ D.

r trig. Sph. prob 18.
ſ ibid.
t trig. Sph. prob. 19.

§. 3. Si Stella, de quâ quæritur, ſit in C, aliarum verò vna in D cum Latitudine Boreâ DI, altera in K cum Latitudine Auſtrinâ KN; ducantur arcus diſtantiæ CK, DK, CD. In trigono CKD ex tribus per inſtrumentum notis diſtantijs inueni [u] angulum CDK. Tum in trigono DXK ex tribus notis lateribus DX complemento Latitudinis notæ, DK, KX (conſtat KX ex Latitudine notâ KN, & Quadrante NX) reperi ang. KDX; quem iunge iam noto CDK, & ſummam aufer à Grad. 360: ita notus fiet CDX: cum quo & notis lateribus CD, DX reperies [a] CX complementum quæſitæ Latitudinis AC, Stellæ C, nec non angulum CXD, ſeu AXI, adeóque & arcum AI, differentiam quæſitæ Longitudinis Stellæ C, & notæ Longitudinis Stellæ D.

u trig. Sph. prob. 18.
a trig. Sph. probl. 19.

§. 4. Quod ſi Stella, de quâ quæritur, ſit in D, aliarum verò vna ad Boream in C, altera ad Auſtrum K, ſic procede. Quia Longitudinum notarum differentia eſt arcus AN, etiam is, adeóque & angulus NZA, ſiue KZC, notus eſt: ex quo & notis lateribus KZ, CZ (nam KZ eſt compl. Latitudinis datæ NK; CZ verò conſtat datâ Latitudine CA, & Quadrante AZ) reperietur [b] ang. KCZ. Deinde in trigono CKD, ex tribus per inſtrumentum notis diſtantijs inueni [c] KCD: quem iunge iam noto KCZ, & ſummam aufer à Grad. 180: ita notus fiet XCD: ex quo & notis CX, CD innoteſcet XD, complementum Latitudinis quæſitæ DI, nec non angulus CXD, ſiue AXI, adeóque & arcus AI, differentia notæ Longitudinis Stellæ C, & quæſitæ Longitudinis Stellæ D.

b trig. Sph prob 19.
c ibid prob. 18.

§. 5. Poſtremò, ſi Stella de quâ quæritur, ſit in C; aliarum verò vna ſit in F ad Boream, altera ad Auſtrum in K, ſed eiuſdem Longitudinis cum priori F, ſic procede. In trigono CKF ex tribus lateribus notis (nam CK, CF, ſunt notæ inſtrumento, FK verò eſt ſumma datarum Latitudinum FN, KN) inueni [d] CFK: quo dempto à Grad. 180, notus fit CFX: ex quo & notis CF, FX, reperietur [e] CX compl. quæſitæ Latitudinis AC, nec non angulus CXF, ſiue AXN, adeóque & arcus AN, differentia quæſitæ Longitudinis Stellæ C, & datæ Longitudinis Stellarum F, K.

d ibid. prob. 18.
e ibid prob. 19.

Hi ſunt Caſus præcipui, ex quibus reliqui facilè conſtruentur.

Scholium.

Ex hoc Numero & præcedenti, omnium Fixarum Longitudines & Latitudines ad certum tempus reperiuntur. Quo in negotio cæterorum Aſtronomorum induſtriam Tycho Braheus ſuperauit, qui adhibitis exquiſitiſſimis organis ampliùs mille Fixarum Longitudines & Latitudines ad Annum Chriſti 1600, *à ſe conſtitutas, poſteritati tranſmiſit. Verùm quia Fixæ (vt oſtendam* num. ſeq.) *lento motu ſuper Polis Eclipticæ in conſequentia, ſiue ab Occaſu in Ortum mouentur, neceſſe eſt earum Longitudines, hoc eſt diſtantias ab initio ♈ Primi Mobilis, ſenſim immutari. Oportebit igitur Longitudines Fixarum ſemel inuentas ad aliquod tempus, certâ quantitate augere vel minuere, vt tempori cuicumque futuro vel præterito conueniant. Modus tradetur* infra num. 16.

Latitudines, quia (vt oſtendam num. 12.) *non immutantur, ſemel ad aliquod tempus inuentæ inſeruiunt omni.*

NVME-

NVMERVS IX.

Inuenire Longitudinem & Aſcenſionem Rectam Stellæ ad datum tempus præteritum, ad quod nota ſit Declinatio Stellæ, & Quadrans ad quem pertinet.

VSui erit hoc Problema in conſtituendo motu Fixarum Annuo *num.*14. Ecliptica ſit DE, eius Polus S; Æquator BC, eius Polus X: Stella in F, pertinens ad Quadrantes primos ♈D, ♈B. Ducatur Declinationis Quadrans XP, & Latitudinis Quadrans SV. Per *num. præced.* nota fiat Latitudo Stellæ VF, (ea ſiquidem ſemper eadem perſeuerat, vt oſtendam *num.*12.), quâ demptâ à Grad. 90, notus erit arcus FS. Deinde PF Declinatio Stellæ *per hyp.* nota, dematur à Grad. 90; ita notus erit arcus FX. Arcus autem XS, diſtantia Polorum [a] eſt Grad. 23.30′, vtpote æqualis obliquitati Eclipticæ. Igitur in trigono SFX ex tribus lateribus notis, reperientur anguli [o] FXS, FSX. Angulum FSX metitur [b] arcus DV, qui proinde & ipſe notus erit. Aufer DV à Quadrante ♈D; relinquetur Longitudo Stellæ ♈V ad datum tempus præteritum. Deinde FXS aufer à Grad. 180: ita notus erit BXP, & ex eo arcus ipſum [c] metiens BP; quo dempto à Quadrante ♈B, relinquitur ♈P Aſcenſio Recta Stellæ ad tempus præteritum datum.

Ex his & diſcurſu *num.*7. facilè reliquorum Caſuum conſtructio colligetur.

Fig. 9.
a *per Cor. n.*31. *l.* 1.
o *trig. Sph. prob* 18
b *per defin.* 4 *nu.* 66. *lib.* 2.
c *per eand.*

NVMERVS X.

Inuenire Declinationem & Aſcenſionem Rectam Stellæ ad tempus datum, ad quod nota ſit eius Longitudo.

IIſdem poſitis, ſit Stella in F, eiuſque Longitudo ad datum tempus nota ſit ♈V, ad primum Quadrantem pertinens: hæc ablata à Grad. 90 ♈D, dabit arcum VD, adeóque & angulum [o] DSV, ſiue XSF. Latitudo Stellæ VF, quæ ſemper [m] eadem eſt, nota fit per *nu.*7. & 8, quâ demptâ vel additâ Grad. 90 VS, notus erit arcus FS. Arcus autem XS, diſtantia Polorũ notus eſt per *Corol. num.* 31 *lib.* 1. Igitur in triangulo FXS, ex notis lateribus FS, XS, cum angulo XSF, innoteſcet [x] XF complementum Declinationis quæſitæ FP ad datum tempus, nec non angulus FXS: quo dempto à Grad. 180, notus erit BXP, & arcus ipſum [r] metiens BP, eoque dempto à Grad. 90 ♈B, nota fiet Aſcenſio Recta ♈P ad tempus datum.

Ex his & diſcurſu *num.*7, facilè reliquorum Caſuum conſtructio colligitur.

Fig. 9.
o *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 1.
m *oſtēdam num* 12.
x *trig. Sph. prob.* 19.
r *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 1.

NVMERVS XI.

Stellæ Fixæ ſenſim mouentur ab Occaſu in Ortum.

HVnc motum Aſtronomi ex Longitudinibus Fixarum ſenſim auctis deprehenderunt. Modum autem Fixarum Longitudines reperiendi *num.*7. & 8. iam expoſui. Timochares Annis ante Chriſtum 294 inuenit *Spicam* in Gradu ♍ 22. Hipparchus Annis ante Chriſtum 128 in ♍ Grad. 24: Tycho in ♎ Grad. 18. *Regulum* inuenit Hipparchus in ♋ Gradu 29: Tycho in ♌ Grad. 24. *Lucida Pleiadum* reperta eſt à Timocharide in ♈ Grad. 29; à Tychone in ♉ Grad. 24. Similia Longitudinis incrementa in alijs etiam Stellis ſunt deprehenſa. Quare, cùm Stellæ eamdem inter ſe perpetuò diſtantiam retineant manifeſtum eſt ſimul omnes ab Occaſu in Ortum, hoc eſt ſecundùm ordinem Signorum ſenſim promoueri. Atque id quidem extra omnem controuerſiam eſt. At ſuper quibus Polis hic motus fiat, æqualiſne ſit an inæqualis, quanto tempore abſoluatur, & quæ illius ſit quantitas Annua, non perinde manifeſtum. Hæc igitur deinceps erunt diſquirenda.

NVMERVS XII.

Fixæ mouentur ſupra Polos Eclipticæ, ac proinde Latitudines earum non mutantur.

Fixarum Latitudines, ſiue diſtantias ab Eclipticâ eaſdem eſſe perpetuò, ac proinde earum motum ab Occaſu in Ortum fieri per circulos Eclipticæ parallelos, adeóque ſuper Polis Eclipticæ, ex omnium temporum obſeruationibus Aſtronomi fere omnes iam inde ab Hipparcho cenſuêre. Oppoſitum tenuerunt Thebit, Regiomontanus, Gauricus, Tycho, Longomontanus, Lansbergius. E quibus primi tres à cæteris abeunt longiùs; tres verò poſteriores non aliam agnoſcunt mutationem Latitudinis Fixarum, quàm eam, quæ à mutatione maximæ obliquitatis Eclipticæ efficiatur. Et Tycho quidem operosè deducit fundamenta opinionis ſuæ *Tomo* 1. *Progymn.* quæ nihilominus à Ricciolo ſubuertuntur *Cap.* 15. *Lib.6. Almag.* Aduerſantur Tychoni præcipuè iſta.

1. Multò probabiliùs eſt obliquitatem Eclipticæ non mutari, vt oſtenſum eſt *lib.* 1. *num.* 32. Labante igitur mutabili obliquitate Eclipticæ, etiam mutabiles Fixarum Latitudines illâ nixæ collabaſcunt.

2. Etiamſi ſupponamus obliquitatem Eclipticæ mutabilem eſſe, eamque olim tempore Hipparchi & Ptolomæi fuiſſe circiter 22 Min. maiorem, quàm modò ſit, iam nihilominus multarum Stellarum quàm proximè eadem reperitur Latitudo, quæ fuit olim. Latitudo *Capellæ* Hipparchi tempore fuit Grad. 22. 50′: nunc eſt Grad. 22. 50′. 30″. Latitudo *Aldebaræ* ſub Hipparcho erat Grad. 5. 33′: iam Grad. 5. 31′. Lat. *Reguli* ſub Timocharide fuit Grad. 0. 23′: nunc eſt Grad. 0. 26′. Idem in alijs Stellis quàm plurimis reperitur. Sed, ſi Latitudo Stellarum Fixarum eamdem mutationem ſubiret, quam obliquitas Eclipticæ, oportebat Fixarum omnium Latitudinem olim fuiſſe 22 Min. maiorem quàm modò ſit. Falſum eſt igitur Fixarum Latitudines eamdem mutationem ſubire, quam obliquitas Eclipticæ. Vide plura apud Ricciolum *loco citato*.

Tycho Fixarum Latitudines iam dictas, quæ à Ptolomæo ad nos ſunt tranſmiſſæ, ſibi fatetur aduerſari: ſed conatur ſuſpectas reddere vel ex imperfectione veterum obſeruationum, vel ex numerorum vitioſâ tranſcriptione. Verùm eodem iure nobis ſuſpectæ erunt illæ, quas ex eodem Ptolomæo ſibi fauentes adducit.

Sentio igitur cum Aſtronomis pleriſque, Fixarum Latitudines probabiliùs non immutari.

NVMERVS XIII.

Fixarum motus Æqualis eſt.

INæqualitas huius motus iam confutata eſt *lib.* 1. *nu.* 46. quem conſule, atque iſthic deductis hæc adiunge.

Aſſertores inæqualitatis ſunt Copernicus, Maginus, Longomontanus, Lansbergius. Nituntur obſeruationibus veterum; quæ, ſi, prout extant, accipiantur, videntur Fixæ vnum Gradum abſoluiſſe Annis 100, vel pluribus tempore Ptolomæi, at tempore Albategnij Annis 66; nunc autem (vt patebit *num. ſeq.*) abſoluunt Annis 72, aut 70. Sed fallaciam huius fundamenti paucis aperio.

Certum eſt, quamuis Fixarum Longitudines ſenſim creſcant, Longitudinum differentias ſemper eaſdem permanere, eò quòd ſitus Fixarum inter ſe perpetuò idem perſeueret; vnde etiam nomen Fixarum profluxit. Quare quæ hoc æuo differentia Longitudinum duarum quarumlibet Stellarum reperitur, eadem fuit & olim. Stellarum porro ad hoc æuum Longitudines, adeóque & Longitudinum differentias conſtat à Tychone præſertim & Ricciolo eſſe accuratè conſtitutas. Quare ſi Longitudinum, quibus vſi ſunt Veteres, differentiæ à noſtris notabiliter differant, certum erit Fixarum Longitudines, quibus Veteres vtebantur, fallaces extitiſſe. Atqui tales ſunt Longitudines *Spicæ, Reguli, Pleïadis*, & *Boreæ frontis Scorpij*, ex quibus collegit vnum Gradum à Fixâ pertranſiri Ptolomæus Annis 100, Albategnius Annis 66: earum quippè differentiæ plurimùm diſcrepant ab ijs, quæ hoc tempore ſunt inuentæ, quaſque (vt dixi) conſtat eſſe exactas. Vitiosè ergo colligitur Stellas Fixas Ptolomæi æuo percurriſſe Gradum vnum Annis 100, Annis verò 66 tempore Albategnij. Corruit igitur baſis præcipua opinionis contrariæ.

Deinde

Deinde ex pluribus, & certioribus obſeruationibus a ab Hipparcho ad Ptolomæum, & ab his atque ab Albategnio ad nos, colligitur motus Fixarum Annuus ſemper 50, aut 51 Secundorum quàm proximè. Longè igitur eſt veroſimilius Fixarum motum eſſe æqualem. Dixi, *certioribus*, quia ſunt vel recentiores, Tychonicæ ſcilicet & Ricciolanæ, vel antiquæ, ſed correctæ.

a *vt patebit ex nu. ſeq.*

Vide de his plura apud Ricciolum *lib.6. cap.17.*

NVMERVS XIV.

Annuus Fixarum motus eſt Secundorum 50, vel 51, quàm proximè.

SEcunda 51 Annuo motui Fixarum adſcribit Tycho, Ricciolus 50 Vtriuſque rationes, quarum alteræ alteras in diſcrimine tantillo confirmant, ſummatim complectar.

Tycho igitur *t. 1. pag.* 253 ex Copernico *lib. 3. cap. 3.* aſſumit Declinationem *Spicæ* Anno 1515, obſeruatam Fruenburgi, Grad. 8 36′. Tum ex eâ iuxta veriorem Poli Altitudinem correctâ, per modum *Num. 9.* traditum colligit ad Annum 1515 Longitudinem *Spicæ* in ♎ Grad. 17. 3′. 30″. Ipſe verò eam reperit Anno 1585 in ♎ Grad. 18. 3′. Ergo Annis 70 proceſſit Gradu 1. minùs 30 Secundis. Igitur Anno 1, promota eſt Secundis 51″.

Hipparchus apud Ptolomæum *lib. 7. cap. 3.* Anno ante Chriſtum 128, ex eius tunc Declinatione Boreâ Grad. 9. 45′, inuenit Regulum in ♋ Grad. 29. 50′. Eundem Tycho Anno poſt Chriſtum 1585, reperit in ♌ Grad. 25. 5′. Annis igitur 1713 proceſſit Gradus 24. 15′, ac proinde Anno vno, Secunda 50″. 59‴. 47⁗.

Venio ad Ricciolum, ex quo delibo comparationes 4 ſequentes.

Hipparchus apud Ptolomæum *lib. 7. cap. 2. Regulum*, ſeu *Cor Leonis*, Anno ante Chriſtum 128, inuenit in ♋ Grad. 29. 50′. ſed quia Veteres obſeruabant plerumque Stellarum loca per diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Sole Occiduo, & diſtantiam Æquatoriam Stellæ à Lunâ nocte ſequenti; Solem porro vicinum Occidenti Refractio, quam Veteres ignorarunt, facit 30 circiter Minutis iuſto altiorem & Orientaliorem, factum eſt inde, vt diſtantia Æquatoria Lunæ à Sole, adeòque & Longitudo Lunæ ac Stellæ, iuſtâ minor ad Minuta totidem euaderet. Quare ad Hipparchæam Longitudinem *Reguli* adijcienda erunt Min. 30. quæ proinde fuit in ♌ Grad. 0. 20′. Ricciolus autem Anno poſt Chriſtum 1644 completo, nactus eſt *Regulum* in ♌ Grad. 24. 55′. 20″: Annis igitur 1772 proceſſit Grad. 24. 35′. 20″: quibus per Annos 1772 diuiſis, proueniunt Secunda 49″ $\frac{1092}{1772}$, ſiue 50″ proximè.

Albategnius *cap. 51* refert inuentum à ſe *Regulum* Anno Chriſti 879, in ♌ Grad. 14; quibus adde Min. 30 ob rationem iam datam. Ricciolus verò Anno 1644 completo in ♌ Grad. 24. 55′. 20″. Igitur Annis 766 proceſſit Grad. 10. 25′. 20″: quibus diuiſis per Annos 766, fit motus Annuus 49″ Secundorum. Quòd ſi locus Albategnianus aſſumatur, quem ponit Copernicus Grad. ♌ 14. 5′, Annis 766 proceſſit Grad. 10. 50′. 20″, quibus per 766 diuiſis, prouenient Secunda 51″ pro motu Annuo. Quare medium tenendo, erit Sec. 50.

Ptolomæus *lib. 7. Almag. cap. 3*, refert obſeruatam à ſe Declinationem Boream *Aldebaræ*, ſeu *Oculi Tauri*, Anno Chriſti 137 Grad. 11; Ex quâ, & Latitudine eiuſdem Auſtrali Grad. 5. 30′, reperitur *per num. 9.* tunc Longitudo Aldebaræ in ♉ Grad. 14. 2′. At Ricciolus Anno 1644 *Aldebaram* deprehendit in ♊ Grad. 4. 48′. Ergo Annis 1506 proceſſit Grad. 20. 46′: quibus per Annos 1506 diuiſis, fit motus Annuus Secundorum 49″. 40‴.

Ptolomæus Anno Chriſti 137 *Aldebaram* ex eius tunc Declinatione Grad. 11, inuenit in ♉ Grad. 14. 2′. Tycho autem Anno 1586, obſeruauit Declinationem *Aldebaræ* Boream Grad. 15. 37′: ex qua & Latit. Auſtr. Grad. 5. 30′. per *num. 9.* elicitur tunc Longitudo *Aldebaræ* in ♊ Grad. 4. 2′. Annis igitur 1449 abſoluit Grad. 20. Igitur Anno vno abſoluit Secunda 49″. 40‴.

Cùm igitur ex his, & quatuor alijs, quas omiſi, comparationibus deducatur ſemper motus Annuus ſecundorum 50 proximè, non immeritò Ricciolus in hac annuâ quantitate acquieſcit. Fatetur tamen æquè fere probabilem eſſe Tychonicam Secundorum 51, vt fere perinde ſit, vtrâ vtaris. Tychoni conſentiunt Keplerus, & Bullialdus, & fere Gaſſendus ac Vendelinus; Ricciolo Petauius, & ferè Copernicus, Reinholdus, Mæſtlinus. Expenſis omnibus ſatis exploratum eſſe arbitror Annuum motum Fixarum quàm proximè Secundorum eſſe 50, vel 51.

Ex motu Annuo per *Reg. prop.* elicitur Periodus tota. Tychoni igitur Fixæ abſoluunt Gradum vnum Annis Iulianis $70\frac{2}{3}$ totum verò Zodiacum Annis Iulianis 25806: Ricciolo autem, Annis Iulianis 72 Gradum vnum, Annis Iulianis 25920 Zodiacum totum.

NVMERVS XV.

Quantitas Anni Siderei.

ANnus Sidereus eſt tempus, quo Sol ab aliquâ Stellâ Fixâ ad eandem reuoluitur. Quare cùm Annus Solaris ſit tempus, quo Sol ab aliquo puncto Eclipticæ reuoluitur ad idem punctum, atque interim Fixæ prorepant in Ortum Secunda 51, vel 50, manifeſtum eſt Solarem Annum à Sidereo exedi eâ temporis quantitate, quâ Sol motu Medio percurrit Secuoda 51, vel 50, vt Stellam, cui fuerat coniunctus, denuò aſſequatur.

Riccciolo Zodiacum Sol percurrit Diebus 365. Horis. 5. 48'. 40", ac proinde Secunda 50 abſoluit Minutis Horarijs 20'. 17", 25"'. Quare illius Annus Sydereus eſt D. 365. H. 6. 8'. 57". 25"'. Solarem excedens Min. Hor. 20'. 17". 25"'.

Tychoni verò Sol abſoluit Zodiacum D. 365. H. 5. 48'. 45", ac proinde Secunda 51 percurrit Min. Hor. 20'. 41". 43"'. Quare illi Annus Sydereus eſt D. 365. H. 6. 9'. 26". 43"'. 30"". excedens Solarem Min. Hor. 20'. 41". 43"'. 30"".

NVMERVS XVI.

Fixarum Longitudines ad Aliquod tempus trigonometricè per num. 7. & 8. inuentas, cuiuis tempori accommodare.

SI Stellæ Fixæ non mouerentur ab Occaſu in Ortum, earum Longitudines non mutarentur; quæ proinde ſemel inuentæ ad aliquod tempus, omni tempori conuenirent. Quia verò motui iam dicto ſunt obnoxiæ, oportebit Longitudini ad tempus certum, ex. gr. ad Annum 1644 repertæ, motum Annuum, qui per *num.* 14, eſt Sec. 50, vel 51, toties addere vel demere, quot Annis tempus datum ſequitur, vel præcedit Annum 1644.

Exemplum ſtatuamus in *Regulo.* Anno 1644 *Regulus* erat in ♌ Grad. 24. 55'. 20". Oporteat eius locum reperire pro Anno 1654. Tempus hoc poſterius eſt Annis 10. Secunda 50, quæ debentur motui vnius Anni, duc in 10: prouenient Sec. 500", id eſt, 8'. 20", debita Annis 10. hæc igitur adde loco Anni 1644: proueniet locus *Reguli* in ♌ Grad. 25. 3'. 40". pro Anno 1654.

Quæratur deinde locus pro Anno 1634. Hic Annus quia præcedit Annum 1644, Annis 10, Min. 8'. 20" debita Annis 10, deme loco *Reguli* ad 1644: proueniet locus *Reguli* pro Anno 1634 in ♌ Grad. 24. 47'.

Pro calculi compendio vtere Tabellâ ſequenti.

Motvs Fixarvm in Longitvdinem.							
Anni	Grad.	'	"	*Anni*	Grad.	'	"
1	0	0	50	200	2	46	40
5	0	4	10	300	4	10	0
10	0	8	20	400	5	33	20
20	0	16	40	500	6	56	40
30	0	25	0	600	8	20	0
40	0	33	20	700	9	43	20
50	0	41	50	800	11	6	40
70	0	58	20	900	12	30	0
90	1	15	0	1000	13	53	20
100	1	23	20	2000	27	46	40

Corolla.

Corollaria.

I. Ex *hoc Num.* 16, vnà cum *Num.* 7 & 8, Stellarum omnium loca in Longum & Latum reperiuntur ad tempus quodcumque.

II. Prima Stella ♈, fuit Anno Chriſti 1600, iuxta Keplerum *in Rudolph.* in Grad. 27. 37′. ♈ Primi Mobilis: ergo fuit in initio ♈ Primi Mobilis Anno ante Chriſtum 388 Ricciolicè; Anno 349 Tychonicè.

NVMERVS XVII.

Declinationes Fixarum per Num. 2, & Aſcenſiones Rectas per Num. 4. & 5, ad aliquod tempus conſtitutas, ad alia tempora ante vel poſt, intra vnum circiter Sæculum extendere.

QVia Fixæ ab Occaſu in Ortum mouentur ſupra Polos diuerſos à Polis Æquatoris, neceſſe eſt earum Declinationes ab Æquatore, & Aſcenſiones Rectas ſenſim immutari.

Inuentæ ſint igitur ex. gr. ad Epocham Anni 1600 Declinatio, & Aſcenſio Recta *Aldebaræ*, & oporteat eas ad quęuis tempora intra Annum 1700 extendere. Per *Num. præced.* inueni Longitudinem *Aldebaræ* ad Annum 1700. Ex hac notâ iam Longitudine, ad eundem Annum 1700 reperies a Declinationem, & Aſcenſionem Rectam eiuſdem Stellæ: quam conferendo cum Declinatione, & Aſcenſione Rectâ Anni 1600, vtrarumque differentiæ innoteſcent. Tum ita ratiocinare. Petatur ex. gr. Declinatio *Aldebaræ* ad Annum 1620. Cùm Anni 100 Declinationum differentiam efficiant tantam......, Anni 20 quantam dabunt? per *Regulam prop.* differentia quæſita exhibebitur: quæ Declinationi Anni 1600 addita, ſi Declinatio creſcit; dempta, ſi decreſcit, dabit Declinationem Anno 1620 conuenientem. Porro Fixarum Declinatio (*vide Fig.* 14) à ♑ per ♈ ad ♋ Borea creſcit, Auſtrina decreſcit: ab ♋ per ♎ ad ♑, Auſtrina creſcit, Borea decreſcit.

a per nu. 10

Pari modo cùm Anni 100 dent Aſcenſionum Rectarum differentiam tantam ...., 20 Anni quantam dabunt? Rurſus *prop. Regula* exhibebit differentiam quæſitam. Quid verò eâ faciendum? vtrùm addi ſemper debet Aſcenſioni Rectæ præcedentis Epochæ, an etiam aliquando demi? Certum eſt, a ſi creſcente Longitudine Stellæ, ſemper etiam creſcat Aſcenſio Recta, differentiam proportionalem ſemper eſſe addendam Aſcenſioni Rectæ præcedentis Epochę: Si verò creſcente Longitudine Aſcenſio Recta aliquando decreſceret, tunc differentiam proport. Aſcenſioni Rectę præcedentis Epochæ oportere ſubduci. Atqui creſcente Longitudine Syderis, ſemper etiam creſcere Aſcenſionem Rectam putaſſe hactenus Aſtronomi videntur. Cæteris perſpicacior Ricciolus hic fuit, qui primus aduertit, Stellarum intra Polares circulos exiſtentium, hoc eſt quarum complementum Latitudinis minus eſt diſtantiâ Polorum, Aſcenſiones Rectas non ſemper creſcere, quamuis Longitudo creſcat. Res digna eſt quæ accuratiùs atque diſtinctiùs exponatur.

a deciditur num. 19.

NVMERVS XVIII.

Fixarum intra Polares circulos exiſtentium Aſcenſiones Rectæ aliquando creſcunt, aliquando decreſcunt, quamuis Longitudo ſemper creſcat.

COlurus Solſtitiorum eſto ADXC; Ecliptica CD; Æquator FG; Polus Eclipticę A; Polus Æquatoris B, qui ambo ſunt in Coluro. Sit deinde Stella P, per quam ducto Latitudinis Quadrante AV, ſit Latitudinis Stellæ complementum PA minus diſtantiâ Polorum AB; deſcriptoque ex Eclipticæ Polo A ſemicirculo EPK, Eclipticæ CD parallelo, ducatur ex B Polo Æquatoris, Declinationis Quadrans BR, circellum tangens in Q in *Schemate* 14 & 16, in Z verò in *Schemate* 15. & 17. Denique per contactus Q & Z, ducantur Latitudinis Quadrantes AQN, AZN. Fig. 14. 15. 16. 17.

§. 1. Stellâ Boreali motu ſuo in Longitudinem percurrente arcum KQ, (cui in Eclipticâ reſpondet DN) ab ♑ per ♈ & vltra Aſcenſio Recta perpetuò creſcit: percurrente verò eâdem Stellâ arcum QE à contactu vſque ad ♋, Aſcenſio Recta decreſcit, quamuis (vt ſemper) creſcat Longitudo. Maxima autem eſt Stellæ Aſcenſio Recta, cùm exiſtit in contactu Q. Fig. 14.

Sit

Sit enim primò Stella in K. Erit tunc eius Recta Aſcenſio ♈F♎G, trium nempe Quadrantium. Sit deinde in P, perque eam tranſeat Declinationis Quadrans BPS. Manifeſtum eſt hûc Æquatori occurrere inter G, & R. Ergo Stellæ exiſtentis in P Aſcenſio recta eſt ♈F♎GS maior priori ♈F♎G. Creſcit igitur Aſcenſio Recta ex K in P, & ſic deinceps vſque ad contactum Q, in quo Stellæ Aſcenſio Recta ♈F♎GR maxima eſt, quæ haberi poteſt.

Sit iam Stella in arcus QE puncto quouis O: per quod tranſeat Declinationis Quadrans BOS. Hic neceſſariò ſecabit etiam arcum KQ, ac proinde Æquatori occurret inter R & G, in S. Quare Aſcenſio Recta ♈F♎GS iam minor eſt maximâ ♈F♎GR, ac proinde decreſcit. Eodem modo Aſcenſiones Rectæ per totum arcum Q E continuè decreſcunt eodem ordine, quo ante creuerant in arcu KQ, donec Stella poſita in E initio ♋ rurſum Aſcenſionem Rectam habeat ♈F♎G.

Fig. 15. §.2. Boreali Stellâ percurrente arcum EZ, ſiue CN, ab ♋ vſque ad contactum alterum Z, Aſcenſio Recta pergit decreſcere, donec minima fiat in contactu Z: Stellâ verò percurrente arcum ZK; à contactu ſecundo per ♎ ad ♑ rurſum creſcit vſque in K, atque inde (vt §. 1. iam oſtendi) pergit creſcere, donec maxima euadat in contactu Q.

Sit enim Stella primò in E; tunc eius Aſcenſio erit ♈F♎G. Sit deinde in O, & ſit Declinationis Quadrans BOS: erit tunc eius Acenſio recta ♈F♎S minor priore, adeoque decreſcit; & ſic deinceps vſque ad contactum Z, in quo Stellæ Aſcenſio recta ♈F♎R, eſt omnium minima.

Sit iam Stella in arcus ZK puncto quouis P, ducaturque Declinationis Quadrans BPS. Erit tunc eius Aſcenſio Recta ♈F♎S, maior priori ♈F♎R, quàm habebat in Z. Igitur Aſcenſio Recta creuit ex Z in P.

Fig. 16. §.3. Per arcum EQ, (cui reſpondet Eclipticæ arcus DN) ab ♑ versùs ♈ vſque ad contactum Q, Stellæ Auſtralis Aſcenſio Recta decreſcit, donec minima fiat in contactu Q. Nam eius Aſcenſio Recta in E eſt ♈F, in O eſt ♈S priore minor, in Q eſt ♈R minima.

Per arcũ verò QK (cui in Eclipticâ reſpondet NC) à contactu Q per ♈ ad ♋ eiuſdem Stellę Aſcenſio Recta creſcit. Nã eius Aſcenſio Recta, in Q eſt ♈R, in P eſt ♈S, in K eſt denuò ♈F.

Fig. 17. §.4. Per arcum KZ (cui reſpondet in Eclipticâ, CN) à ♋ per ♈ ad contactum alterum Z, Stellæ Auſtralis Aſcenſio Recta pergit creſcere, donec maxima fiat in Z. Nam eius Aſcenſio Recta, in K eſt ♈F, in P eſt ♈FS maior priore, in Z eſt ♈FR maxima.

Per arcum verò Z E, ſiue N D, à contactu Z ad ♑, eiuſdem Stellæ Aſcenſio Recta decreſcit. Nam eius Aſcenſio Recta, in Z eſt ♈FR, in O eſt ♈FS, in E eſt rurſum ♈F.

§.5. Stellæ Borealis maxima Aſcenſio Recta ♈F♎GR (*Fig.* 14) finitur in Quadrante Æ-
Fig. 14. quatoris quarto G♈; minima ♈F♎R (*Fig.* 15), in Quadrante tertio ♎G.
& 15. Cùm enim tangant ſe duo circuli BR, KPE in Q vel Z, & per A Polum vnius ſimul &
n per 15. lib. per contactum Q vel Z, tranſeat circulus Maximus AQN, vel AZN, tranſibit n hic etiam
2. Theodoſ. per Polos alterius circuli BR. Ergo AQN, ſeu AZN ad BR o rectus eſt; ac proinde in trian-
o per num. gulo AQB, ſeu AZB, angulus ad Q, vel Z, rectus eſt, & omnia latera ſunt Quadrante minora.
68. lib. 2. Ergo p anguli ad B, & A, ſunt acuti in dicto triangulo. Quare cùm arcus GR metiatur angu-
p per 28. lum ad B, erit is minor Quadrante. Ex quo patet in *Fig.* 14, maximam Aſcenſionem Rectam
Clauij. ♈F♎GR finiri in Quadrante quarto G♈, minimam ♈F♎R (vide *Fig.* 15) in tertio ♎G.
trian. Sph.

§.6. Si Stella eſt prope Polum Auſtralem (vt in *Fig.* 16. 17. in quibus A, B iam referunt
Fig. 16. Polos Auſtrales), minima eius Aſcenſio Recta ♈R (vide *Fig.* 16) finitur in ♈F Quadrante
17. primo, maxima ♈FR (vide *Fig.* 17.) in ſecundo F♎.

Demonſtratio ſimilis præcedenti.

Fig. 14. §.7. Cùm Stellæ Borealis Aſcenſio Recta eſt maxima in Q (vide *Fig.* 14), eius Longitu-
15. do ♈N finitur in Eclipticæ Quadrante primo ♈C: cùm minima eſt in Z (vide *Fig.* 15), eius Longitudo ♈CN finitur in Quadrante ſecundo C♎.

Iam enim §.5, oſtendi angulum QAB, ſeu ZAB, eſſe acutum. Arcus igitur ipſum metiens CN eſt minor Quadrante. Ex quo patet Longitudinis ♈N terminum N *in Fig.* 14, incidere in Quadrantem primum ♈C, *in Fig.* verò 15 terminum N Longitudinis ♈CN incidere in Quadrantem ſecundum C♎.

§.8. Cùm Stellæ Auſtralis (*vide Fig.* 17.) procedentis ſecundùm ordinem Signorum ex K per Z, Aſcenſio Recta iuxta §.4. eſt maxima in Z, Longitudo eius ♈C♎N finitur in Eclipticæ Quadrante tertio ♎D: quando (*vide Fig.* 16.) iuxta §.3. eſt minima in Q, eius Longitudo ♈C♎DN finitur in Quadrante quarto D♈.

Demonſtratio ſimilis præcedenti.

§.9. Fixarum intra Arcticum circulum exiſtentium Aſcenſiones Rectæ per totum Eclipticę ſemicirculum Auſtralem & partem Borealis aſſiduè creſcunt, per reliquam Eclipticę partem decreſcunt, etiamſi Lõgitudo creſcat. Fixarum verò intra circulum Antarctium poſitarum Rectæ Aſcenſiones per totum Eclipticæ ſemicirculum Borealem, & partem Auſtralis aſſiduè creſcunt,

creſcunt, per reliquam Eclipticæ partem decreſcunt, licet creſcat Longitudo.
Primum patet ex §.1.2.7: ſecundum ex §.3.4.8.

§.10. Stellarum, quarum creſcente licet Longitudine, Aſcenſiones Rectæ ſecundùm determinationes iam expoſitas decreſcunt, ſunt ad Boream 59, ad Auſtrum 35.

NVMERVS XIX.

Stellarum intra Polares circulos exiſtentium Aſcenſiones maximam, & minimam inuenire. Item reperire tempus, quo creſcente licet Longitudine, Aſcenſiones earum Rectæ incipient, vel inceperint decreſcere.

§.1. Iiſdem poſitis, conſtructis ac demonſtratis quæ *Num. præcedenti* in triangulo AQB, *Fig.* 14.
quod *Num. præc.* §.5. oſtendi eſſe rectangulum ad Q, notum eſt latus [a] AB diſtantia a *per cor. n.*
Polorum, & latus AQ complementum Latitudinis notæ [b] QN. Ex quibus reperietur [c] an- 31. *lib.* 1.
gulus ABQ, adeóque & Æquatoris arcus ipſum [d] metiens GR: quem ſi addas tribus Qua- b *per nu* 7.
drantibus ♈F♎G, proueniet ♈F♎GR Aſcenſio maxima Stellæ exiſtentis in Q. Pari modo 8.12.
in *Fig.* 15. in triangulo AZB innoteſcet angulus ABZ, ex eoque arcus GR; quo ſubducto à c *trig. ſph. probl.* 1.
tribus Quadrantibus ♈F♎G, remanebit ♈F♎R, Aſcenſio minima eiuſdem Stellæ poſitæ *Fig.* 15.
in Z. d *per def.* 4.

In Stellis Auſtralibus eodem modo innoteſcet [n] FR quo GR [o] in Borealibus. Arcum igitur n 66 *lib.* 2.
FR in *Fig.* 16. deme Quadranti ♈F; remanebit ♈R Recta Aſcenſio minima Stellæ: *in Fig.* 17. o *Fig.* 16.
arcum FR adde Quadranti ♈F; prodibit ♈FR Aſcenſio maxima eiuſdem Stellæ. 17.

§.2. In triangulo rectangulo AQB, quod §.1. ſoluimus, ex notis lateribus AB, AQ in- r *Fig.* 14.
noteſcit angulus [m] QAB; ex eoque arcus Eclipticæ ipſum metiens NC: quo ſubducto à 15.
Quadrante ♈C, relinquetur ♈N Longitudo Stellæ quando poſita in Q Aſcenſionem Re- *Fig.* 14.
ctam incipit minuere. Atqui etiam nota [o] eſt Longitudo Stellæ, quam habet hoc præſenti m *per trig. ſph. probl.* 13
momento, ergo nota eſt vtriuſque Longitudinis differentia. Hanc [p] conuerte in tempus; o *per nu.* 7.
quod tempori præſenti ſi addas vel demas, prodibit tempus, quo Stella Borealis incipiet, vel 8.16.
incepit creſcente Longitudine Aſcenſionem Rectam diminuere. *Fig.* 17.

Ad Auſtrum, ſoluto triangulo AZB, notus fiet angulus ZAB, ex eoque arcus Eclipticę p *per nu.* 14
ND: quo addito ad ſemicirculum ♈C♎, prodibit ♈D♎N Longitudo Stellæ quando exi- & *tabulam*
ſtens in Z incipit diminuere Aſceuſionem Rectam. Reliqua operatio eadem erit, quæ ad *num.* 16.
Septemtrionem.

Corollarium.

Ex his patet quomodo Aſcenſionalis differentia *Num.* 17. modò addenda ſit, modò ſubtrahenda, vt habeatur Stellæ intra Polares circulos conſtitutæ Aſcenſio Recta ad tempus datum.

Scholium.

Aſcenſio Recta Lucidæ in humero Vrſæ Minoris *ab initio Mundi perpetuò decreuit, & decreſcet vſque ad Annum Domini* 2137. *Quod Tycho, eiuſque Calculones (vt bene notat Ricciolus) videntur ignoraſſe, ac propterea Stellam tam inſignem, vtpote ſecundæ magnitudinis, in Catalogo Aſcenſionum Rectarum prætermiſiſſe.*

NVMERVS XX.

De acceſſu Stellarum ad Polos Mundi, & de Stellâ Polari.

CVm Stellæ non moueantur ſupra Polos Mundi, ſed Eclipticæ; manifeſtum eſt eas ad *Fig.* 18.
Polos Mundi modò accedere, modò recedere.

§.1. Stellarum Borealium diſtantia à Polo Mundi Boreo maxima eſt in principio ♋, inde

per

per ♈ vſque ad principium ♋ ſemper minuitur, donec minima fiat in principio ♋; hinc verò per ♎ vſque ad initium ♑ perpetuò creſcit donec rurſum maxima fiat in principio ♑.

Colurus Solſtitiorum eſto CADX; Ecliptica CD; Æquator FG; Polus Eclipticæ Boreus A; Polus Æquatoris, & Mundi Boreus B. Sit Stella quæpiam habens Borealem Latitudinem MD quamcumque. Hæc motu ſuo in Longitudinem deſcribit circulum M N Eclipticæ D C parallelum. Cùm ea eſt in M principio ♑, eius à Mundi Polo B diſtantia eſt M B, maxima quam habere poteſt. Inde procedens ſecundùm ordinem Signorum in P, diſtantiam habet à Polo P B minorem priore. Ducatur enim ex A Polo Eclipticæ eiuſque paralleli M N, arcus AP. Per *Num.68.lib.2*, anguli AMP, APM, ſunt recti, adeoque BPM maior recto. Ergo in triangulo MBP, arcus MB oppoſitus obtuſo angulo, maior ° eſt arcu P B qui opponitur recto. Decreuit ergo Stellæ à Polo Mundi B diſtantia ex M in P; decreſcetque eodem modo vſque ad N principium ♋, vbi eius à Polo B diſtantia B N erit omnium minima. Conferatur enim cum aliâ quâcumque BP. Quia iam oſtendi angulum BPM eſſe obtuſum, erit BPN, acutus. At BNP rectus ª eſt. Ergo in triangulo PBN, arcus BN oppoſitus acuto BPN minor eſt ⁿ arcu BP qui opponitur recto BNP. Atque ex his perſpicuum iam erit Stellæ à principio ♋ N, per ♎, diſtantiam à Polo rurſum creſcere donec maxima iterum fiat in M principio ♑.

o Clauij prob 11. triang. Sph.

a per num. 68. lib 2.

n per prop. 11.4 Clauij de trian. Sph.

§.2. Stellarum Auſtralium à Polo Mundi Auſtrino diſtantia maxima eſt in principio ♋: inde per ♎ decreſcit aſſiduè, donec in principio ♑ fiat minima. Hinc per ♈ rurſum creſcit, donec iterum maxima euadat in principio ♋. Oſtenditur eodem modo, quo in §.1.

§.3. Stella, cuius Latitudo par eſſet BC complemento diſtantiæ Polorum AB, aliquando per Mundi Polum B tranſibit; tum videlicet, cùm erit in principio ♋, ſi Borealis eſt; vel cum in principio ♑, ſi eſt Auſtralis. Quarum verò Latitudo dicto complemento eſt maior minorúe, earum nulla vnquam tranſibit per Polum Mundi. Vtrumque eſt manifeſtum.

§.4. *Poſtrema in caudâ Vrſæ Minoris* inter omnes iam Stellas Polo Mundi Boreo eſt proxima. Ex obſeruationibus Tychonis diſtabat à Polo.

Anno	Gr.	′.	″.
1577	2	58	51
2581	2	57	30
1586	2	56	10
1589	2	54	50

Ex obſeruatione Riccioli

	Anno	Gr.	′.	″.
compl.	1641	2	37.	30.
26. Decem.	1643.	2	36	50

Ex quibus vtriuſque obſeruationibus miro conſenſu Annuus hâc ætate *Polaris* Stellæ ad Polum acceſſus colligitur Secundorum 20.

Et hoc quidem, quo hæc ſcribimus, Anno 1658, illa eſt in Grad. 26. ♊, puta in O. Anno autem 2103 principium ♋ attinget; adeóque tum minimam ᵖ habebit diſtantiam I B à Polo, quæ ex mente Riccioli erit Min. 7. Poſt annum 2103 à Polo iterum recedet; &, ſi Mundus tam diu duraturus eſt, aliquàndo deſinet eſſe Polaris. Poſt Annos 12960 (tanto enim tempore ſemicirculum abſoluit) erit in Q principio ♑, vbi maximam habebit à Polo B diſtantiam Graduum circiter 46. Quando interim Stellæ aliæ fient Polo viciniores: inter quas omnium proximè accedet *Præcedens duarum in Cygno versùs Lyram.*

p per §.1.

§.5. Quæ modò eſt Stella Polaris, neque erit ſemper, vt iam dictum eſt, neque ſemper fuit. Æuo quippe Hipparchi, quæ iam polo proxima eſt, à polo diſtabat Grad. 12. 24′. Tunc autem *Humerus Vrſæ Minoris* à Polo aberat Grad. 8. 7′, eratque inter omnes Fixas notabiles viciniſſima Polo, ac proinde illa tum Polaris cenſebatur.

CAPVT

CAPVT II.

De Fixarum magnitudine, diſtantiâ, lumine, numero, ſpeciebus, formis.

NVMERVS XXI.

Diſtantia Fixarum à centro Terræ excedit 70000, *imò* 100000 *Semidiametrorum Terræ.*

PRoinde (aſſumptâ Terræ mimmâ [a] Semidiametro 3265 milliariorum Bonon.) diſtantia Fixarum excedir 228550000 milliariorum Bonon. hoc eſt 228 milliones, 550 millia: imò excedit milliar. Bon. 326500000, hoc eſt 326 milliones, 500 millia. *a vide Geo. prac. cap. 6. ante probl. 5.*

Conſentiunt omnes Aſtronomi, vt oſtendam *lib. 7. num.* 27. independenter ab his, diſtantiam Saturni à Terrâ fere decuplam eſſe diſtanriæ Solis à Terrâ. Quare cùm *lib.* 3. *num.* 19. oſtenſum ſit diſtantiam Solis numquam eſſe minorem 7000 Semidiametrorum Terræ, ſiue 22855000 milliariorum Bonon. his per 10 multiplicatis, diſtantia Saturni à Terrâ erit non minor 70000 Semid. Terr. ſiue 228550000 milliar. Bonon. Arqui Fixæ ſunt altiores Saturno, cùm ab eo Eclipſenrur. Ergo Fixæ diſtant à Tetrâ plus quàm 70000 Semid. Terr. ſiue 228550000. milliar. Bonon.

Deinde *num.* 1. oſtendi nullam potuiſſe vmquam Parallaxim Fixarum obſeruari: quæ ſi eſſet ſaltem 2 Secundorum, in triangulo rectangulo ABD colligeretur diſtantia 100000 Semidiametrorum Terræ. Igitur Fixarum diſtantia 100000 Semid. Terr. maior eſt. Neque videtur illis poſſe minor aſſignari. *Fig. 8. lib. 3.*

Notus eſt igitur (quod ipſum quidem monumentum Aſtronomiæ eximium eſt) diſtantiæ terminus, infra quem Fixas non deprimi certum ſit. Terminus verò diſtantiæ alrer ſupra quem non aſcendant, explorari humano ingenio non poteſt. Fortaſſis Stellæ Fixæ tantùm à Saturno diſtant, quantùm ille à nobis. Credibile eſt etiam alias eſſe alijs altiores; quæ & forſan eſt cauſa, cur inæquales nobis appareant.

NVMERVS XXII.

Velocitas Fixarum quanta.

N*Vmero præcedenti* oſtenſum eſt diſtantiam Fixarum à centro Terræ, hoc eſt, Semidiametrum Firmamenti excedere 7000 Semidiametrorum Terreſtrium. Quare Firmamenti Diameter maior eſt 140000 Semid. Terr. Aſſumptâ igitur proportione diametri circuli ad circumferentiam, quæ eſt [a] 113 ad 355, Firmamenti ambitus [b] reperitur maior 439823 Semidiam. Terr. Tantum igitur ſparium eſt ad minimum, quod Stella in Æquatore poſita 24 Horis abſoluit. Quod ſi 439823 diuidantur per 24, prouenient 18325 Semid. Terr. quas ſaltem Fixa in Æquatore exiſtens vnâ horâ percurrit: & 18325 rurſum diuiſis per 60, proueniunt Semid. Terr. 3053, quas ſaltem percurrit Minuto vno. Quod ſi radius Firmamenti aſſumatur 100000 Semidiam. Terræ, ſpatia iam dicta multò adhuc maiora euadent. *a vide cap. 12. probl. 1. Geom. prac. b per probl. 3. cap. 12. Geom. prac.*

NVMERVS XXIII.

Fixarum Diametros Apparentes inquirere.

DIfficillima hæc inquiſitio eſt tum propter Stellarum paruitatem, tum propter radios aduentitios & ſpurios, quibus Stellæ quaſi quodam capilitio cinctæ apparent. Vtrique incommodo præ alijs organis quibuſcumque releſcopium medetur: nec ſine illo quidquam ſperari poteſt hoc in negotio exactum. Quare Aſtronomi priores, nondum inuento Teleſcopio, nihil ſolidi de Syderum Diametro Apparenti, & magnitudine conſtituere potuerunt.

Modos varios tum aliorum, tum ſuos Ricciolus *lib.* 6. *cap.* 9. recenſet; è quibus vnus ille placet, in quo tandem etiam ipſe acquieſcit *Lib. 7. Sect. 6. cap.* 11. Comparantur Fixæ Stellæ cum Ioue vel Saturno, quorum Apparens Diameter nota fit ad tempus aliquod eo artificio,

quod exponam *lib.7. num.* 39, atque inde quanta illa ſit ſub ipſum comparationis tempus innoteſcit eo modo, quem tradam *loco* iam *citato*. Deinde ex collatione Apparentis Diametri ♄ vel ♃ cum Fixarum Diametris, earum quantitas Apparens decernitur. Comparatio porro illa ſic inſtituitur.

Primò opus eſt Teleſcopio grandiori, cuius vitrum ab oculo remotius tegendum eſt lamellâ, quæ in medio foramen habeat, cuius diameter æquet quartam circiter partem vnius pedis Romani. Sic enim Stella exactè rotunda, atque omnibus adſcititijs radijs exuta apparebit. P. Grimaldus tubo ſic inſtructo, atque 11 pedes Rom. longo, conſpexit Iouem, (vt teſtatur Ricciolus *Almag. lib.6. pag.* 710. *col.2. num.*3.) nitidiſſimè rotundum, & denudatum ab
*Fig.*19. omni capillamento ſpuriorum radiorum, & longè maiorem circello A. Eiuſmodi igitur tubo in Iouem directo, eiuſque apparenti magnitudine æſtimatâ, ea confeſtim in papyro exprimenda: quæ vtrùm iuſta ſit, oculo ſæpius per tubum directo in Planetam, ſtatimque relato ad circellum, diiudicabitur. Expediet autem plures eiuſmodi circellos modicè differentes deſcribere, pluresque adhibere Socios obſeruandi peritos. Si namque plurium æſtimatio in vnum aliquem circellum conſentiat, indicio id erit, hunc Planetæ Apparenti magnitudini æqualem eſſe. Circelli ſic electi (hoc eſt ipſius Iouis) diameter in minutiſſimas diuidatur æquales particulas, ex.gr. ducentas; eodemque artificio, quo in Ioue vſi iam fuimus, Fixæ datæ Apparentem magnitudinem in chartâ exprime, electo, vt *ſupra*, ex pluribus circellis eo, qui tuo Sociorumque iudicio omnium æqualiſſimus iudicabitur. Tum huius diametrum acutiſſimo circino acceptam, applica diametro Iouiali in 200 particulas *ſupra* diuiſæ. Ita demum proportio diametri Apparentis Stellæ Fixæ ad Apparentem Iouis diametrum innoteſcet. Quare cùm diameter Apparens Iouis ad id tempus ſupponatur nota artificio exponendo *infra lib.7.num.*39, etiam nota erit Apparens diameter Fixæ datæ; ſi nimirum per *Reg. prop.* vt particulæ 200 diametri Iouis ſunt ad particulas diametri Fixæ, ita Minuta Secunda diametri Iouis, fiant ad Quartum.

Ricciolus & Grimaldus ſub finem Anni 1649, & principium 1650 repererunt Diametrum Iouis Secundorum 44″, Saturni Sec. 34″. 30‴. Adhibito deinde ingenti Teleſcopio tam vtriuſque Planetæ quàm Fixarum, quas venabantur, Apparentes magnitudines, ex ſuâ & plurium Sociorum æſtimatione in eoſdem circellos conſpirante, in chartâ deſcripſerunt. Tum Iouis diametro ſectâ in partes 200, Saturni in 160, applicatiſque ad eas Fixarum diametris, circino acutiſſimo eas repererunt quæ ſequenti Tabellâ exhibentur.

Stellæ	*Qualium diam.* ♄. 160. ♃. 200.	″	‴	*Ordo magnitudinis.*
Sirius	82	18	0	1
Lyræ lucida	79	17	24	1
Arcturus	76	16	42	1
Capella	73	16	8	1
Aldebaran	70	15	24	1
Spica	68	15	5	1
Regulus	64	14	5	1
R egel	62	13	40	1
Formahant	61	13	25	1
Antares	60	13	12	1
Hydra	58	12	45	1
Cauda ☊	57	12	30	1
Procyon	56	12	20	2
Aquila	50	11	0	2
Cing. Orionis	40	8	50	2
Coronæ lucida	38	8	21	2
Polaris	36	7	54	2
Caput Med.	32	7	3	3
Propus	28	6	10	4
Pleïas lucidior	24	5	16	5
Alcor	20	4	24	6

Hæc Grimaldicæ & Ricciolanæ deductionis ſumma: quæ licet aliorum in hoc genere conatus antecellat, quia tamen æſtimatione oculari tandem nititur, ſcrupulum ſemper aliquem incer-

incertitudinis relinquit. Verùm quando non videtur vltra poſſe humanâ induſtriâ contendi, etiam iſta nos, non vt omnino certa, ſed tamquam cæteris meliora, amplectimur.

NVMERVS XXIV.

Magnitudinem Fixarum inquirere.

OPorteat ex.gr. inquirere magnitudinem *Sirij*. Huius Apparens diameter per *num. præced.* eſt Sec. 18. Diſtat autem à Terrâ [a] non minùs 100000 Semid. Terr. Ex his, vt docui *num.* 34. *lib.* 3, reperietur Vera *Sirij* diameter eſſe ad diametrum Terræ, vt $8\frac{7}{15}$ ad 1. Quare ſi ratio 1. ad $8\frac{7}{10}$ per 4 terminos continuetur, erit [b] Terra ad *Sirium* vt 1. ad Quartum, qui eſt 815. Sirius igitur Terram continet vicibus ſaltem 815. a per n. 21. b per 18.12

Hunc in modum ex diametris Apparentibus *num. præc.* & diſtantiâ 100000 calculatæ ſunt à Ricciolo Fixarum aliquot magnitudines, quas hic ſubijcio:

Excedit Terram

1	*Sirius*	815	*Vicibus*
1	*Arcturus*	512	
1	*Aldebaran*	402	
1	*Spica*	374	
1	*Regulus*	249	
1	*Regel*	220	
2	*Procyon*	216	
2	*Aquila*	137	
2	*Polaris*	62	
3	*Algol*	34	
4	*Propus*	26	
5	*Pleias*	18	
6	*Alcor*	9	

Itaque non tantùm Solis, vt *lib.* 3. *num.* 19. & 36 oſtenſum eſt, ſed etiam Fixarum & diſtantia & moles longè maior eſt, quàm hactenus plerique Aſtronomi exiſtimauerint.

NVMERVS XXV.

Magnitudo Firmamenti.

DIameter Firmamenti eſt ad diametrum Terræ [b] ſaltem vt 100000 ad 1. Quare inuertendo ſi hæc ratio per 4 terminos continuetur. b per n. 21.

1.——100,000——10,000(000000——1000(000000(000000. erit Terra ad Firmamentum, vt [c] 1. primus terminus ad quartum 1000 (000000(000000. Quare Firmamentum eſt Terrâ maius ſaltem millies millioneſies millioneſies. c per 18 12. & def. 10.5.

Terra igitur Firmamento collata inſtar puncti eſt. Quod ipſum colligitur etiam euidenter ex *num.* 1. Cùm enim nulla vnquam obſeruari potuerit Fixarum Parallaxis, manifeſtum eſt ſemidiametrum Terræ ad ſemidiametrum Firmamenti nullam habere proportionem ſenſibilem; quandoquidem Parallaxis à Terræ ſemidiametro oriatur.

Quod ſi tanta Mundi huius aſpectabilis amplitudo eſt, quanta demùm erit illa regio Beatorum, quam cælum Empyrium Theologi appellant, in quâ ſedem regni & gloriæ ſuæ domicilium Deus conſtituit. *O Iſrael quàm magna eſt domus Dei, & ingens locus habitationis eius! magnus eſt, & non habet finem excelſus & immenſus.* Aſt illam mortalium oculis veſtriſque, ô Aſtronomi, obſeruationibus ſubduxit Deus, voluitque eam vos non ſpeculando, ſed piè ſanctéque viuendo promereri.

NVMERVS XXVI.

In Hypotheſi Terræ Motæ, Orbis Magnus, ſiue Sphæra cuius ſemidiameter eſt diſtantia oculi noſtri vel centri Terræ à Sole, ad Firmamentum inſtar puncti eſt,

a per n.1. CVm enim [a] in Stellis Fixis numquam vlla Parallaxis fuerit deprehenſa, Parallaxis autem illa ſiqua eſſet, oriri deberet ab oculi noſtri diſtantiâ à centro Firmamēti; perſpicuū eſt diſtantiam illam ad diſtantiam Fixarum eſſe inſenſibilem. Atqui in Hypotheſi Terræ Motæ, (hoc eſt, ſi Terrâ Eclipticam percurrente, Sol in Firmamenti centro quieſcat) diſtantia oculi noſtri à centro Firmamenti, eſt ipſa diſtantia oculi à Sole, hoc eſt Orbis Magni ſemidiameter. Ergo in Hypotheſi Terræ Motæ ſemidiameter Orbis Magni ad diſtantiam Fixarum, ſiue Firmamenti ſemidiametrum, inſenſibilis eſt. Quare cùm ſphærarum proportio [c] triplicata ſit proportionis diametrorum, ipſe Orbis Magnus ad Firmamentum à fortiori (vt loquuntur Philoſophi) inſenſiblis erit.

c per 18. 12 & def. 10.5.

Corollarium.

Hinc ſequitur Orbem Magnum eſſe ad Firmamentum Copernicanum, hoc eſt debitum Hypotheſi Terræ Motæ; vt Terra eſt ad Firmamentum commune; hoc eſt, debitum Hypotheſi Terræ Stantis.

Porro inſenſibilitas Orbis Magni ad Firmamentum alio adhuc modo demonſtrabitur. Neque enim ea ſola Parallaxis, quam efficit ſemidiameter Orbis Magni, ſed etiam illa, quam Fig.20. diameter tota, in Terræ Motæ Hypotheſi euaneſcit. Sit Orbis Magnus BFD, Firmamentum CIG; eiuſque centrum A, in quo Sol immobilis hæreat, Terrâ motu Annuo Orbem Magnum percurrente. Eligatur Stella quæpiam cuius Altitudo Meridiana ſit maior 20 Grad. g viden.6. ac proinde refractioni [g] non obnoxia; & quando Terra ex.gr. eſt in D, obſeruato Stellæ appulſu ad Meridianum, vt docui *lib.3.num.2*, capiatur eius à Vertice diſtantia, angulus nempe CDI. Deinde poſt 6 menſes, cùm Terra emenſo ſemicirculo eſt in B, notato rurſum appulſu eiuſdem Stellæ ad Meridianum, inquiratur, vt priùs, diſtantia eius à vertice CBI. Reperietur hæc æqualis ſemper priori. Atqui reuera eſt maior eſt, cùm angulus externus CBI internum CDI excedat [i] angulo I, qui proinde vtriuſque differentia eſt, diciturque Paralla- i ſe.32 1. xis Orbis Annui, cauſata à totâ Orbis Magni diametro BD. Angulus igitur I inſenſibilis eſt: ac proinde etiam BD Orbis Magni diameter ipſum ſubtendens, ad Firmamenti diſtantiam nullam habet proportionem ſenſibilem.

NVMERVS XXVII.

In Hypotheſi Terræ Motæ, Stellæ Fixæ eam habent proportionem ad Orbem Magnum, quam habent in Terræ Stantis Hypotheſi ad Terram.

CVm Diameter Apparens cuiuſuis Fixæ, hoc eſt angulus ſub quo Fixa videtur ex Terrâ, reperiatur præſcindendo ab vtràlibet Hypotheſi Telluris Motæ vel Stantis, vt patet ex *nu.23*, liquet Fixam, ex.gr. *Spicam*, in vtrâq; Hypotheſi æquè multa ſui Firmamenti Minuta ſubtendere; tot nimirum, quot obſeruatio exhibet. Igitur *Spica* Copernicæa eſt ad Firmamen- m per Co- tum Copernicæum, vt *Spica* communis eſt ad Firmamentum commune. Atqui [m] Firmamen- rol. præc. tum Copernicæum eſt ad Orbem Magnum, vt Firmamentum commune ad Terram. Ex æquo igitur Spica Copernicæa eſt ad Orbem Magnum, vt *Spica* communis ad Terram.

NVMERVS · XXVIII.

Enormis Fixarum Stellarum magnitudo in Terræ Motæ Hypotheſi.

IN Hypotheſi Terræ Motæ, Stellæ Fixæ ſunt orbe magno maiores. Ex omnium quippe Aſtronomorum ſententiâ pleræque Fixæ molem Terræ excedunt vel adæquant. Cùm igitur per *num.præced.* ita ſe habeant Fixæ ad Orbem Magnum in Hypotheſi Terræ Motæ, vt

cædem

eædem ſunt ad Terram in Hypotheſi Terræ Stantis; manifeſtum eſt in Terræ Motæ Hypotheſi pleraſque Fixas Orbem Magnum excedere vel æquare.

Nos autem cum Ricciolo oſtendimus *num.* 24. *Sirium* eſſe maiorem Terrâ vicibus ſaltem 815; *Alcor* verò vnam è minimis, ſaltem nouies. Igitur in Hypotheſi Terræ Motæ *Sirius* 1. magn. ſaltem 815es, *Alcor* mag. 6. ſaltem nouies toto Orbe Magno maior eſt.

Galilæus in ſuo Mundi Syſtemate immanem iſtam Fixarum magnitudinem nequidquam conatur eludere à *pag.* 350 *vſque ad* 383 diſcurſu longiſſimo, ſed nihil eorum, quæ *num.* 26, 27, 28, iam demonſtrauimus, infirmante.

NVMERVS XXIX.

Vnde lux & ſcintillatio Stellarum.

STellas omnes lumen à Sole mutuari ſensêre Metrodorus, Albategnius, Vitellio, Reinholdus, Blancanus, Scheinerus. Oppoſitum tenuêre Macrobius, Iordanus, Brunus, Galilæus, Carteſius, Ricciolus. Quamuis nihil certi conſtitui de hac re poſſit, exiſtimo tamen probabilius eſſe Fixas lucere à ſeipſis: id enim fulgor earum maximè viuidus, & multò, quàm ille Planetarum, rutilantior perſuadet.

Maior eſt controuerſia de cauſâ ſcintillationis Stellarum: ad cuius deciſionem hæc ex obſeruationibus prænotanda. 1. Non ſolas Fixas ſcintillare, ſed etiam Planetas, maximè quidem *Venerem* & *Mercurium*, *Martem* obſcurè; *Iouem* autem & *Saturnum* minimè. 2. Stellas non eodem omnes modo ſcintillare; maiora enim ſydera & clariora magis ſcintillant quàm minora. Deinde *Sirius* ſcintillat prolixiùs, *Arcturus* acutiùs, *Cor Scorpij* celeriùs quàm *Oculus Tauri*; *Venus* autem etiam cælo ſereno & aurâ perfrigidâ concitatiſſimè. 3. Stellas magis ſcintillare prope Horizontem, & flantibus ventis, aut humente aurâ. His Suppoſitis,

1. Ariſtoteles & Peripatetici, Cardanus, alijque ſcintillationis cauſam in viſum noſtrum reijciunt ad longinqua trementem ac titubantem. At ſi hæc ſcintillationis tota cauſa eſt, deberent, *Mars, Iupiter, Saturnus* magis ſcintillare, quàm *Mercurius* & *Venus*, contra 1. ſuppoſitum.

2. Vitellio, Benedictus, Scheinerus, Blancanus, Bettinus alijque cauſam referunt in Vapores motos continuè celerrimeque, quos quia radij Fixarum ob nimiam diſtantiam vincere ac penetrare non ſatis poſſunt, eas ſemper & maximè ſcintillare ac tremere: Planetas autem, quorum vtpote viciniorum, validiores ſunt radij, minùs, quàm Fixas, & non ſemper, ſed tum ſolùm, quando vapores craſſiores & aquatici interueniunt: ſic enim cauſa datur, cur Stellæ magis tremant circa Horizontem, & quando aura eſt ventoſa ac humida. Ita lapilli in fundo ſalebroſo amnis, per aquam ſuperfluentem & variè agitatam viſi, videntur tremere. Ita ſpecies Solis in tabellâ excepta, per fumum aut excitatum puluerem pertranſiens, aut reflexa à globis turrium inauratis, ſed rore madentibus, tremula apparet. Hæc Vitellio, Blancanus, Scheiner; qui poſtremus cauſam ſcintillationis, vt quidem ipſe putat, totam complexus, Stellarum ſcintillatio, inquit, eſt vnica & ſola ſpecierum in oculum delapſarum interciſio, facta ab irrequietâ vaporum variè affectorum intercurſatione. Vaporibus adiungit Ricciolus innumeros puluiſculos ac fibras per aërem motu aſſiduo varioque agitatum volitantes, quod inſigni experimento confirmat: ᵃ obſeruauit enim in templo S. Petronij Bononiæ, dum ſpeciem Solis in tabulâ excipiebat per foramen à tabulâ diſtans plus quàm pedibus 170, ſpeciem illam tremore ingenti ac manifeſto fluctuare, ob irrequietam intercurſationem atomorum, in Solis radio euidenter miris vorticibus ebullientium. ᵃ *Almag. l.6.p.*379.

Verùm, quamuis his omnibus egregiè probetur à Vaporibus & puluiſculis intercurſantibus ſcintillationem ſyderum adiuuari: nequaquam tamen hanc eſſe vnam & totam ſcintillationis cauſam concluditur: aliàs *Mars*, *Iupiter*, *Saturnus* deberent contra 1. ſuppoſitum magis ſcintillare, quàm *Fixæ*, & quàm *Venus*, cùm lux *Sirij* & *Arcturi* ſit rutilantior, adeóque ſuperandis vaporibus aptior; *Venus* autem non ſolùm lucis claritate, ſed etiam apparenti magnitudine illos ſuperet. Deinde per ſolos vapores ſaluari nequit ſecundùm ſuppoſitum.

3. Iordanus Brunus *lib.* 4. de Maximo & Immenſo, ſcintillationem ſyderum cenſet oriri à circumuolutione eorum circa ſuos axes, quam pulchrè exponit Keplerus ſimilitudine adamantis, qui circa ſuum centrum celeriter conuerſus, diuerſas facies atque angulos explicans, fulguraret. Credibile eſt enim Stellas, quod tubis longiſſimis videtur comprobari, non eſſe exactè Sphæricas ſed anguloſas, & fortè etiam diuerſis coloribus & maculis aſperſas. Vbi rectè notat Ricciolus non opus eſſe integrâ conuerſione, ſufficere enim motum, ſeu mutationem ſuper axe reciprocam. Conuerſioni ſupra axem Tycho adiungit vapores, Keplerus inſuper alterationem internam tamquam paroxiſmum & reciprocam productionem luminis per corpus diaphanum Stellæ, quaſi à corde eius micante.

4. Vero ſimillimum videtur ſcintillationis cauſam ex omnibus iam relatis componi, nimirum ex agitatione vaporum, & atomorum, ex conuerſione Syderis ſuper axe, ex motu reciproco luminis in Sydere. Sic enim datur ratio eorum omnium, quæ circa ſcintillationes ſtellarum obſeruata prænotauimus.

NVMERVS XXX.

Stellarum numerus, ſpecies, Figuræ, ſeu Conſtellationes. Via lactea.

§.1. STellarum quædam nudo oculo ſunt aſpectabiles, quædam ſolo teleſcopio. Earum quæ nudo oculo videri poſſunt, plurium Aſtronomorum catalogi extant, è quibus duos ſeligo Ptolomæi, & Kepleri. Catalogi Kepleriani prima pars continet Stellas mille ex ſcedis Tychonicis accuratiores; ſecunda nonnullas Tychonicas minùs accuratas, & Ptolomaicas à Tychone omiſſas, & ex Græco potiùs codice, quàm ex Arabico correctas; Tertia ſtellas exhibet auſtrales in noſtrâ Zonâ inobſeruabiles. Sulent autem ſtellas nudo oculo obſeruabiles Aſtronomi in ſex magnitudinum claſſes diuidere; quibus obſcuræ, ſeu Nebuloſæ ſeptimam quaſi claſſem conſtituentes accedunt. Sunt porro Nebuloſæ, quas tanquam nebulas ſubalbidas nudus oculus æſtimat nihil aliud, quàm ſtellularum congeries, vt teleſcopij præſidio iam innotuit.

Numerus Stellarum		
Magn.	Ptolemæo.	Keplero.
1	15	15
2	45	58
3	208	218
4	474	494
5	217	354
6	49	240
Nebul.	14	13
Summa.	1022	1392.

Non conueniunt in ſtellarum numero Aſtronomi 1. quia non omnes parem in obſeruando diligentiam, & induſtriam adhibuerunt. 2. ob maius minuſue oculi acumen: quàm multi enim ſunt, inquit Ricciolus, qui neque *Alcor* in *caudâ minoris Vrſæ*, neque *ſeptimam Pleiadum*, neque alias eiuſmodi ſtellulas valent diſcernere, & Keplerus in diſſertatione cum Galilei nuncio Syderio, ait Mæſtlinum numeraſſe in *Pleiadibus* 14 ſtellas abſque vllo tubo, quæ ab alijs vix 6 aut 7 numerantur; & notum ſibi eſſe virum Religioſum, qui in *Orionis clypeo* plures, quàm 40 numerarit, in quo alij vix 11 aut 12 obſeruant. 3. Quia veteres ignorarunt ſtellas Auſtrales, à recentibus Orbis circumnauigatoribus detectas.

§.2. Primæ magnitudinis ſtellæ ſunt apud omnes minimùm 15, quamuis non eædem omnibus. Extra controuerſiam ſunt 13 ſequentes.

Alcarnar, in extremo *Eridani*.
Aldebaran, ſeu *oculus Tauri. Palilicium*
Arcturus, ſeu *bulla fim ria Bootis*.
Canopus, in temone *Argonauis*
Capra, Capella, ſeu *Hircus* in humero *Auriga*.
Centauri ſumma in *pede dextro*
Fidicula Lyræ.
Fomahant, extrema in effuſione *Aquarij*,
Leonis cauda
Leonis cor, ſiue *Regulus*
Rigel in pede *Orionis*.
Sirius, ſeu *Albabor* in ore *Canis*.
Spica Virginis.

Controuerſę ſunt.

Cor Scorpij, ſeu *Antares* Ptolomæo eiuſque ſectatoribus, eſt 1. magn. alijs 2.
Centauri lucida in coxâ poſteriori, Tychoni, & Bayero eſt. 1, alijs 2. magn.
Cor Hydræ Ptolomæo eſt 2; Tychoni alijſque eſt 1.

Orionis

Orionis Humerus dexter, ſeu *ſequens*, Ptolomæo, & Bayero eſt 1, alijs 2.

Procyon Canis minor Tychoni, Ricciolo, alijſque eſt 2, Ptolemæo, & Bayero 1.

§. 3. Conſtellationes, ſiue aſteriſmi (alij Aſtra appellant) ſunt imagines quædam, ſeu formæ, ad quas ſtellæ à priſcis Aſtronomis ſunt redactæ, vt tanta earum multitudo per partes diſcerneretur. Pleræque ſunt ex fabulis Ethnicorum deſumptæ; quas ſanè expediret aboleri, & ad formam Chriſtianam reuocari, niſi obſtaret confuſionis, & perturbationis periculum, quando obſeruationes antiquę cùm recentioribus, quod ad conſtituenda Fixarum loca omnino eſt neceſſarium, comparantur.

Conſtellationes ſunt 62; nimirum antiquæ 50, & nouæ 12. Solent in tres claſſes diſtingui. Prima continet eas quæ circa Zodiacum reperiuntur, ſecunda Boreales extra Zodiacum, tertia extra Zodiacum Auſtrales. Quæ ſingularum ſint nomina, & quot ſingulæ ſtellis conſtent, iuxta Ptolomæum, Keplerum & Bullialdum, ſequens tabella exhibet.

	Conſtellationum nomina & ordo	*Numerus ſtellar.* Ptolemæo	Keplero & Bullialdo
Zodiaci Boreal.	Aries	18	23
	Taurus	44	52
	Gemini	25	30
	Cancer	13	17
	Leo	35	40
	Virgo	32	41
Zodiaci Auſtr.	Libra	17	20
	Scorpius	24	27
	Sagittarius	31	31
	Capricornus	28	28
	Aquarius	45	45
	Piſces	34	42
extra Zodiacum Boreales	Vrſa minor, Cynoſura, Plauſtrum minus	7	20
	Vrſa maior, Helice, Plauſtrum maius.	35	56
	Draco	31	32
	Cepheus	13	12
	Bootes	23	29
	Corona	8	8
	Hercules	28	31
	Lyra, vultur. cad.	10	11
	Cygnus	19	28
	Caſſiopæa	13	45
	Perſeus	29	34
	Auriga, Erichton.	14	27
	Serpentarius Ophiucus.	29	56
	Serpens	18	26
	Sagitta	5	8
	Aquila, vultur volans.	15	12
	Antinous	0	7
	Delphin	10	10
	Equiculus	4	4
	Pegaſus	20	24
	Andromeda	23	26
	Triangulum	4	4
	Coms Berenices	0	15

RESIDVVM TABVLÆ PRÆCEDENTIS.			
Extra Zodiacum Auſtrales antiquæ	Cetus	22	25
	Orion	38	62
	Eridanus	34	39
	Lepus	12	13
	Canis maior	29	29
	Canis minor, Procyon	2	5
	Argonauis	45	53
	Centaurus	37	37
	Lupus	19	19
	Hydra	27	33
	Crater	7	8
	Coruus	7	7
	Ara. Thuribulum	7	7
	Corona Auſtralis	13	13
	Piſcis Auſt.	18	17
Extra Zod. Auſtrales nouæ.	Grus		13
	Phœnix		15
	Indus		12
	Pauo		23
	Apus. Auis Indica		11
	Apis. Muſca		4
	Camæleon		10
	Triangulum auſtr.		5
	Piſcis volans		7
	Dorado. Piſcis Xiphias.		7
	Toucan. Anſer Americ.		8
	Hydrus		21

Singularum Fixarum nomina nimis longum eſt recenſere. Extant (vt dixi) plures earum Catalogi, nimirum apud Ptolomæum, Copernicum, Tychonem, Clauium, Reinholdum, Grimbergerum, Longomontanum, Lansbergium, Bayerum, Keplerum, Bullialdum. Conſtellationes porro ſingulas & ſtellas, in ijs præcipuas, cum fabulis, & veterum Scriptorum ac Poëtarum locis accuratè, & eruditè deſcribit Ricciolus, *Alm.lib.6.cap.*3.4.5.

§.4. Stellarum multitudo abſoluta eſt innumerabilis.

Id maximè patuit præſidio teleſcopij. Hoc inſtructus Galileus, vt ipſe refert in *Nuncio Sydereo*, detexit in *nebuloſâ Orionis*, ſtellas 21, in *Pleiadibus* plures quàm 40; intra ſpatiū *Cinguli & Enſis Orionis* ſaltem 80; in *Orione* intra ſpatium vnius alteriuſue Gradus plures quàm 500, vt deterritus fuerit ab integrâ Conſtellatione *Orionis* obſeruandâ. *Galaxiam* autem, ſeu Lacteum circulum ait eſſe innumerabilium ſtellarum congeriem; in quamcumque illius partem teleſcopium dirigas, mox ingentem numerum ſtellarum occurrere, quarum complures ſatis magnæ ac lucidæ ſint, ſed exiguarum multitudinem prorſus inexplorabilem eſſe. Similia etiam ab alijs obſeruata fuēre.

Porro ſtellas eſſe innumerabiles, Scriptura non vno loco docet. Gen.12. *Suſpice in cœlum, & numera ſtellas, ſi potes*, & cap.22. *multiplicabo ſemen tuum ſicut ſtellas cœli, & velut arenam, quæ eſt in littore maris*, & Ierem.33. *Sicut enumerari non poſſunt ſtellæ cœli, & metiri arena maris, ſic multiplicabo ſemen David ſerui mei.*

Malè tamen ex his alijſue concluſit Iordanus Brunus ſtellas eſſe infinitas. Quamuis enim earum numerus explorari nequeat ab homine, is tamen eſt determinatus ac certus Angelis

Pſal.146. vtique notus, & Deo, *qui numerat multitudinem ſtellarum, & omnibus eis nomina vocat.*

§.5. *Viam Lacteam* eſſe congeriem innumerabilium ſtellularum (vt dixi) iam conſtat. Idem veteres non pauci, ſed tantùm per coniecturam, deſtituti ſcilicet præſidio teleſcopij, cenſuerunt, Democritus apud Plutarchum *de placitis Phil.lib.*3.*cap.*1, Ptolemæus *lib.*8.*cap.*2, Albertus Magnus *cap.*5; Manilius *de via Lacteâ* ita cecinit.

An maior denſâ ſtellarum luce corona
Contexit flammas, & craſſo lumine candet,
Et fulgore nitet collato clarior orbis?

Situm

Situm *Galaxiæ* in cælo inſpectione Globi cæleſtis faciliùs, quàm ex longâ deſcriptione, addiſces. Eſt porro notatu dignum, quod oculatus teſtis refert Ioſephus à Coſta *lib. 1. hiſtor. de nouo Orbe cap. 2. Viam Lacteam* circa Polum Auſtralem mirè ſplendeſcere, & alicubi maculis ferrugineis, Lunæ Deficientis rubori ſimilibus, rutilare; cuius vtique hæc eſt cauſa, quod ea pars ſtellulis conſtet coloris ſubruſi, *Martis* lumen imitantibus. Poſtremò quæ hactenus apparuerunt Stellæ nouæ, omnes in *Viâ Lacteâ* ſunt viſæ, ſed de his plura *libro 8. cap 3*.

CAPVT III.

De ortu & occaſu Stellarum.

NVMERVS XXXI.

Quotuplex ſit ortus & occaſus Stellarum.

GEneralis diuiſio eſt in Abſolutum, qui Aſtronomicus dicitur, & Relatiuum ad Solem; quem vulgò Poëticum appellant, non quia ad Aſtronomos non pertinet (pertinet enim vt qui maximè), ſed quòd Poëtæ, dum Faſtos, & tempeſtates agriculturæ idoneas deſcribunt, ſuis illum carminibus celebrauerint. Prior explicatione non indiget, cùm nihil ſit aliud, quàm Stellæ aſcenſus ſupra, vel deſcenſus infra Horizontem. Poſterioris ſpecies 12 recenſet Ricciolus, plerique cæteri tantùm ſex, vel potiùs tres, ſingulas nempe tam ad occaſum quàm ad ortum referendo. Et quando hæ fere ſolæ vſum habent præ cæteris, eas tantùm, omiſſis alijs, & eo, quo contingunt, ordine, hic attingam.

Primus eſt *ortus Matutinus* (quem appellant *Coſmicum*) quando Stella oritur cum Sole. Sed tunc ſub radijs Solis deliteſcit.

Secundus eſt *prima emerſio Matutina orientis Stellæ è Solis radijs*, qui vocari ſolet *ortus Heliacus*.

Tertius eſt *occaſus Matutinus*, quando ſtella occidit Sole oriente, vocatur paſſim *occaſus Coſmicus*.

Quartus eſt *ortus veſpertinus*, quando Stella oritur Sole occidente. Appellatur vulgò *ortus Acronycus*.

Quintus eſt *prima occultatio veſpertina occidentis Stellæ ſub radijs Solis*. Vocari ſolet *occaſus Heliacus*.

Sextus eſt *occaſus ſtellæ Veſpertinus*, quando occidit cum Sole. Vocatur paſſim *occaſus Acronycus*.

De ortu & occaſu Planetarum *vide lib. 7. num. 41 & 42*.

NVMERVS XXXII.

Reſpectu Horizontis dati, quæ Stellæ dato Sæculo ſemper appareant, quæ ſemper lateant, quæ quotidie oriantur & occidant, inuenire.

HOrizon eſto CD; Meridianus CADB; Æquator EF; eius Poli A, & B. Notæ [a] habeantur Declinationes Stellarum; quibus demptis à Grad. 90, Declinationum complementa nota erunt. His poſitis: Fig. 21. a 2. & 17.

§. 1. Si Declinationis Boreæ XE complementum XA fuerit minus, vel æquale Altitudini Poli conſpicui CA, Stella ſemper apparebit, & numquam occidet. Illius namque Parallelus XZ, quem diurno motu percurrit, totus ſupra CD Horizontem extat.

§ 2. Si Declinationis Auſtrinæ VF complementum VB ſit minus Altitudine Poli Borei CA, ſeu depreſſione Auſtrini DB, Stella ſemper latebit. Tunc enim Stellæ Parallelus VP totus infra Horizontem deprimitur.

Si tamen declinationis complementum à Poli inconſpicui depreſſione DB deficeret minùs quàm 30 Minutis, quanta nimirum fere eſt [b] Refractio Stellarum Horizontalis, poſſet Stella Meridianum attingens vi Refractionis vſque ad Horizontem in D, vel ſupra D attolli, ac proinde oriri & occidere. b num. 6.

§. 3. Si Declinationis Boreæ IE, ſeu KF, complementum IA, KA ſit maius Altitudine Poli Borei CA, Stella quotidie orietur & occidet. Tunc enim pars vna Paralleli IK, quem

Stella

Stella motu diurno percurrit, ſupra Horizontem C D extat, pars altera infra Horizontem deprimitur. Quare Stellam quotidie oriri, & occidere eſt manifeſtum.

Si tamen Declinationis Boreæ complementum excederet Altitudinem Poli minùs quàm 30 Minutis, poſſet Stella, vbi Meridiani inferiorem ſemicirculum ACB attigerit, vi Refractionis attolli vſque ad Horizontem in C, vel ſupra C, ac proinde ſemper apparere.

§.4. Si Declinationis Auſtrinæ ME, NF complementum MB, NB ſit maius depreſſione Poli Auſtrini D B, vel ei æquale, Stella rurſum orietur & occidet. Nam quando maius eſt, pars vna Paralleli NM, quem motu diurno Stella percurrit, ſupra Horizontem extat, vt priùs, altera verò infra Horiz. deprimitur: quando autem æquale eſt, tunc Stella Meridiani ſuperiorem ſemicirculum ADB attingens, verè quidem eſt in D margine Horizontis; at vi Refractionis ſupra eum attollitur, ac proinde oritur occiditque, vt *ſupra*.

Quia porro Declinationes Stellarum ſenſim immutantur, perſpicuum eſt non eaſdem ſemper Stellas aut fuiſſe, aut fore, ſiue perpetuò apparentes, ſiue perpetuò latentes, ſiue orientes & occidentes.

Nota. Inter data repoſui etiam Sæculum; non quia intra vnum ſæculum nulla fiat mutatio: ſed quia modica. Aliàs ſi exactè velimus procedere, ſoluendum erit Problema ad dati Sæculi luſtrum, vel decadem datam. Quod in *ſequentibus* etiam *Numeris* obſerua.

NVMERVS XXXIII.

Sæculo dato, Eclipticæ punctum cum datâ Stellâ culminans, inuenire.

Fig. 49. lib. 1. a per nu. 4. § 17. b per num. 68 lib. 2. c per num. 31. lib. 1. i per trig. Sph prob. 12

ÆQuator eſto N M; Ecliptica M♋N♑. Inueni Stellæ Aſcenſionem [a] rectam, quæ ſit M F, terminata in Æquatoris primo Quadrante M Q. Declinationis circuli per Stellam datam tranſeuntis ſegmentum ſit AF, qui ad Æquatorem [b] rectus eſt. In trigono igitur rectangulo AMF quia nota ſunt latus FM, & angulus [c] obliquitatis Eclipticæ FMA, ex [i] his reperietur baſis ♈A, Longitudo puncti Eclipticæ A. Atqui punctum A, & Stella *ex conſtr.* ſunt in eodem Declinationis circulo, ac proinde ſimul culminabunt, hoc eſt ſimul Meridianum attingent. Ergo nota eſt Longitudo puncti Eclipticæ cum Stellâ datâ culminantis.

Constructio reliquorum caſuum, quando ſcilicet Aſcenſio Recta Stellæ terminatur in Quadrante Æquatoris ſecundo, tertio, quarto, facilè colligitur tum ex his, tum ex *num.* 52. *lib.* 1.

NVMERVS XXXIV.

Tempus, quo Stella data cum Sole culminat, inuenire in Sæculo dato.

PEr *num præced*, inueni punctum Eclipticæ culminans cum Stellâ datâ. Tum per *num.* 12. *lib.* 4, vel ex Ephimeride tempus inquire quo Sol punctum illud Eclipticæ attingit. Hoc erit tempus quo Sol cum datâ Stellâ culminat.

NVMERVS XXXV.

Aſcenſionem & Deſcenſionem obliquam Stellæ aut dati in cælo puncti inuenire in Sæculo dato.

Fig. 22. 23. COnuenit etiam Problema Soli pro die dato.

Meridianus eſto FAN; Horizon FG; Æquator MBNO; ordo Signorum ex N♈ per O, M, B; Polus Boreus A.

Fig. 22. Si Stella declinat Auſtraliter, & oriatur in C, ducatur per eam Declinationis arcus APC. Stellæ C Aſcenſio recta eſt ♈OMP, nota per *num.* 4. §. 17. Aſcenſio obliqua ♈OMB, Aſcenſionalis differentia PB, quæ addita Aſcenſioni rectæ obliquam exhibet ♈OMB.

Si Stella declinans Borealiter oriatur in I, ducto Declinationis arcu AIQ, Aſcenſio recta eſt ♈OMQ, Aſcenſio obliqua ♈OMB, Aſcenſionalis differentia QB, quæ proinde dempta Rectæ exhibet Obliquam ♈OMB.

Fig. 23. Si Stella Auſtraliter declinans occidat in K, ducto Declinationis arcu ASK, eius Deſcen-

ſio

ſio recta eſt ♈OS, Deſcenſio obliqua ♈O, Deſceoſionalis differentia SO: quæ proinde Deſcenſioni rectæ ſubtractá dabit Obliquam ♈O.

Si Stella Borealiter declinans occumbat in R, ducto Declinationis arcu ARV, Deſcenſio recta Srellæ eſt ♈V, Deſcenſio obliqua ♈VO, differentia VO: quæ addita Deſcenſionl rectæ dabit Obliquam ♈VO.

Quoniam igitur Aſcenſiones rectæ Srellarum notæ ſunt per *num.*4. 5. 17. vt habeantur Obliquæ, ſulæ reſtant differentiæ inueniendæ. Has porro ita reperies. In Trigono C P B, Fig. 22.
quod per *num.*68.*lib.*2. rectangulum eſt ad P, norum ª eſt latus C P Declinatio Stellæ, cum a per nu. 2.
angulo CBP, ſeu FBM, quem metirur ° arcus FM Altitudo Æquatoris nota per *num.*27. & 17.
*lib.*1. Quare non ʳ latebit latus BP, Aſcenſionalis differenria. Eodem modo reperitur Aſc. o def. 4.
differentia BI, & differentiæ Deſcenſionales OR, OK. l. 2. n. 66.

In Sole nota ſit oportet præter propter Hora ortus & occaſus vt ad eam inquiri poſſit eiuſdem Aſcenſio recta per *num.*52.*lib.*1 vel per *num.*3.*lib. huius*. Cætera omnia, vt in Stellâ. r trig. Sph. prob. 10.

NVMERVS XXXVI.

Stellæ, aut dati in cælo puncti Amplitudinem Ortiuam inuenire in Sæculo dato.

MEridianus eſto FAL; Horizon FG; Æquator MBN; Polus Boreus A; Stella oriens in C cum Declinatione Auſtrali, vel oriens in I cum Declinatione Boreali. His poſitis, Fig. 24.
Amplitudo Ortiua ᵇ eſt CB, vel IB, quæ ſic reperitur. Ducto Declinationis arcu APC, in triangulo CPB, quod per *num.*68.*lib.*2. rectangulum eſt ad P, notum ᶜ eſt latus C P Declinatio Stellæ, cum angulo CBP, ſiue FBM, quem ° metitur arcus FM Altitudo Æquatoris nota per *num.*27.*lib.*1. Ex his igitur ʳ innoteſcet C B Ortiua Amplitudo quæſita. Eodem modo reperitur IB, ducto Declinationis arcu AIQ. b def. 36. lib. 1. c per nu. 2. & 17. o def. 4. l. 2. n. 66. r trig. Sph. prob. 3.

NVMERVS XXXVII.

Arcum Diurnum vel Nocturnum Stellæ, aut dati in cælo puncti, atque inde ſpatium temporis quo Stella ſupra & infra Horizontem eſt, inuenire in dato Sæculo.

MEridianus eſto FAL; Horizon FG; Æquator MBN; Polus Boreus A, Stella oriens in C cum Declinatione Auſtrali, vel oriens in I cum Declinatione Boreali. His poſitis, Fig. 24.
Ducantur per Srellam orientem in C vel I, circuli ad Æquatorem paralleli KCL, DIE. Manifeſtum eſt arcum ſemidiurnum Syderis eſſe C K, vel I D, ab Horizonte videlicet vſque ad Meridianum, arcum verò ſeminocturnum eſſe CL, vel IE: quos hunc in modum reperies. Quoniam arcus Æquatoris BM ab Horizonte ad Meridianum eſt 90 Graduum, ſi ab hoc auferatur Aſcenſionalis differentia PB nota per *num.* 35, arcus reſiduus PM notus fiet. Quare cùm huic ſimilis ſit Paralleli arcus CK, etiam hic notus erit. Pari modo ſi Quadranti Æquatoris BM addatur Aſcenſionalls differenria BQ, notus erit arcus Q M, ac proinde etiam ID, ſimilis ipſi QM. Porro Semidiurni arcus C K, I D duplicati, dabunt Diurnos integros. Hi verò ſubtracti à Grad. 360, exhibebunt Nocturnos. Demùm ſingulis in ° tempus conuerſis, tempus prodibit, quo Sydus ſupra vel infra Horizoorem moratur. o per n. 58. lib. 1.

Conuenit etiam problema Solı pro die dato.

Scholium.

Aſtrorum Diurni arcus non ſemper ijdem perſeuerant, quia propter motum per Zodiacum Declinationes eorum ab Æquatore mutantur aſſiduè, ac proinde etiam arcus Diurni. Quare quò celeriùs Aſtrum in Zodiaco mouetur, eò celeriùs Diurni arcus quantitas variatur. Hinc Diurni arcus immutatio, in Lunâ contingit omnium celerrimè; in Sole & Planetis tardiùs; tardiſſimè autem in Stellis Fixis, quæ non niſi intra longum tempus ſenſibilem mutationem incurrunt.

NVME-

NVMERVS XXXVIII.

Punctum Eclipticæ cum quo Stella dato ſæculo oritur & punctum cum quo occidit, inuenire.

Fig.25. HOrizon eſto AB, Æquator CPD, Ecliptica IOF.
a per n. 35. §. 1. Inquiratur [a] Stellæ orientis ex.gr. in Q Aſcenſio obliqua, quæ ſit primò minor Gradibus 180, arcus videlicet OP, ac proinde initium ♈ ſit in O. In triangulo OFP
n per n.31. obliquangulo nota ſunt angulus POF [n] obliquitatis Eclipticæ, & OPF complementum ad
lib.1. duos rectos Altitudinis Æquatoris CPA notæ per *num.27.lib.*1, & latus OP. Quare non
p trig. Sph. [p] latebit arcus OF diſtantia Eclipticæ puncti F orientis cum Stellâ Q ab ♈ initio O.
prob.20. Quod ſi Stellæ Aſcenſio obliqua ſit maior Grad. 180, ac proinde punctum O repræſentet initium ♎, ſituſque Eclipticæ ſit *i* O *f*, tunc Aſcenſioni obliquæ Syderis deme Grad. 180, & reſiduum dabit arcum OP, cum quo & notis *ſupra* angulis PO*f* & OP*f*, qui iam eſt ipſa Æquatoris Altitudo, reperies arcum O *f*; cum ſi addas Grad. 180 habebis diſtantiam Eclipticæ puncti *f* orientis cum Stellâ Q ab initio ♈.

Poſtremò ſi Stellæ Aſcenſio obliqua eſt Grad. 180, punctum Eclipticæ ipſi cooriens eſt principium ♎.

Fig.26. §. 2. Iiſdem poſitis, vt inuenias Eclipticæ punctum F cum quo occidit Stella Q, ſic operare. Inquiratur Stellæ occidentis in Q Deſcenſio obliqua, quæ primò ſit minor 180 Gradibus; arcus videlicet OP, ac proinde initium ♈ ſit in O. Pari modo proceſſum reliquum §. 1. applica, pro Aſcenſione accipiendo Deſcenſionem, & occaſum pro ortu, atque ita quæſitum obtinebis.

NVMERVS XXXIX.

Horam, quâ Sol Die datâ oritur & occidit, inuenire.

a per n. 51. PEr *nu.*37 reperi arcum Solis Semidiurnum, quem [a] in tempus, hoc eſt in Horas Solares
lib.1. & Horarum Scrupula, conuerte: habebis diſtantiam ortus & occaſus Solis à Meridie, ſiue à fine Horæ duodecimæ Diurnæ. Sit ex.gr. arcus Semidiurnus Horarum 7. 15′. Igitur Sol eo Die occumbit poſt Horam. 7. veſpertinam Minuto 15. oritur poſt Horam. 4. matutinam Minuto, 45.

NVMERVS XL.

Horam, quâ Die dato Stella in dato Sæculo oritur, culminat, occidit, inuenire.

b per n.35. §. 1. INquire [b] Aſcenſionem obliquam tam Stellæ quàm Solis. Sed pro Sole nota eſſe debet præter propter hora ortus, vt ad eam quæri poſſit obliqua Aſcenſio. Aſcenſio-
c per n.51. num differentia in tempus Solare [c] conuerſa, dabit differentiam temporis inter ortus Stellæ
lib.1. ac Solis. Inquire igitur Horam ortus Solis [d] exactè; &, ſi Sol oritur ante Stellam, differentiam
d per n.39. temporis prædictam adde temporis ortus Solaris; deme autem ſi Sol oritur poſt Stellam: prodibit tempus poſt Medinoctium quo Stella oritur die dato.

Oriatur ex. gr. Sol Horis 5. poſt mediam noctem; differentia autem temporis inter Solis & Stellæ ortus, ſint Horæ 2.10′. Si Solis ortus præcedit, Horæ 2, 10′ additæ ad Horas 5 dabunt Horas 7.10′, ac proinde Stella eo die oritur Horis 7. 10′ poſt mediam noctem. Si verò Solis ortus ſequitur, Horæ 2.10′ demptæ Horis 5 relinquunt Horas 2.50′, ac proinde oritur Stella eo die poſt Medinoctium Huris 2.50′.

e per n. 35. §. 2. Inquiratur deinde [e] obliqua Deſcenſio, tam Solis, quàm Stellæ vt *ſupra*, nec non
i per n. 39. tempus [i] quo Sol occumbit. Differentia Aſcenſionum obliquarum in tempus Solare conuerſa, addita tempori occaſus Solis, ſi is occidit ante Stellam; dempta verò, ſi poſt Stellam, dabit tempus poſt meridiem, quo Stella occidit.

Oriatur ex.gr. Sol Horis 6 poſt Meridiem, & differentia Deſcenſionum ſit hora 1. 20′. ſi Sol ante Stellam occumbit, horis 6 adde horam 1. 20′. fiunt Horæ 7. 20′; ac proinde Stella

eo

eo die occidit horis 7.20′ poſt meridiem. Si Sol occidit poſt Stellam, horis 6 deme horam 1. 20′: relinquuntur horæ 4.40′. Stella igitur eo die occidit poſt meridiem horis 4.40′.

§. 3. Reperi arcum Semidiurnum ᵐ Stellæ, & in Solare tempus conuerte. Hoc additum *m per n.37.* tempori quo Stella oritur, dabit tempus, quo Stella culminat, ſeu Meridianum attingit,

NVMERVS XLI.

Tempus culminationis, ortus, & occaſus Stellarum quotidie anticipat, ſeu retrocedit versùs initia Horarum Solarium.

SI Stella quæpiam hodie culminet cùm Sole, hoc eſt Meridianum tranſeat Horâ 12, cras Meridianum tranſibit paulò ante 12, & poſt dies aliquot Horâ 11 & ſic deinceps. Ratio eſt, quia Sol motu proprio ab Occaſu in Ortum celeriùs fertur quàm Stella, cuius motus ᵃ tardiſſimus eſt, ac proinde Sol ab eâ quotidie Ortum versùs digreditur tanto fere ſpatio, quantum vno die in Zodiaco ſecundùm motum Medium percurrit, videlicet ᵇ Grad. 0. 59′. 8″. 19‴. Quò fit vt Stellâ poſtridie ad Meridianũ reuersâ, Sol eò nondũ redierit, ac proinde nondum ſit Meridies, ſeu Hora 12. Manifeſtum eſt igitur Stellam, quæ pridie cum Sole, hoc eſt Horâ 12 Meridianum tranſiuit, poſtridie Meridianum ante Solem, hoc eſt ante 12 pertranſire. Quantùm verò in dies ſingulos anticipat culminatio Stellæ, tantumdem etiam quotidie ortus occaſuſque anticipent neceſſe eſt.

a vide nu. 14.
b per n 36. lib.1.

Porro Stellarum culminatio, ortus occaſuſque quotidie anticipat Solaris temporis H.0. 3′.56″.32‴. circiter; menſibus verò tribus circiter Horas 6, menſibus 6 Horas 12, menſibus 9 Horas circiter 18; menſibus 12, Horas 24. Quare, ſi culminatio Stellæ hodie fiat Horâ 12 meridianâ, poſtridie fiet ante 12, Horis 0.3′.56″.32‴; poſt menſes tres, Horâ 6 matutinâ fere; poſt ſex, Horâ 12 nocturnâ; poſt nouem, Horâ fere 6 pomeridianâ; poſt 12, Horâ rurſum 12 meridianâ; eâdem videlicet Horâ Solari quâ ante Annum. Ratio horum eſt, quia Sol (vt dixi) quotidie motu Medio recedit à Stellâ in conſequentia, Grad.0.59′.8″.19‴ circiter, cum quibus motu Diurno ab Ortu in Occaſum pertranſeunt Meridianum Grad.0.59′.8″. 20‴ proximè; quæ in tempus Solare ᶜ conuerſa, efficiunt Horas 0.3′.56″.32‴ proximè: & tanta fere eſt vnius diei anticipatio. Menſibus autem 3 Sol à Stellâ recedit in conſequentia Grad.90, cum quibus Æquatorem Diurno motu pertranſeunt, non quidem exactè 90, ſed circiter, qui proinde in tempus conuerſi, efficiunt circiter Horas 6: & tanta fere eſt 4 Menſium anticipatio. Atque ita deinceps.

c per n. 51. lib 1.

Quod ſi momentum quo Stella culminat die Anni dato, comparetur cum momento, quo culminat Anni die eodem, aſt Sæculi alterius ſubſequentis, culminationis momentum prorepit versùs Horarum fines: quia Stellæ ſenſim in conſequentia mouentur. Eadem de ortu & occaſu intellige.

NVMERVS XLII.

Tempus quo Stella Anno dato Coſmicè oritur, occiditue, item tempus quo oritur vel occidit Acronicè, inuenire.

§. 1. INueni ᵃ Eclipticæ punctum, cum quo Stella oritur. Tum ex Ephimeride vel per *num.12. lib.4.* inquire diem, quo Sol in illo puncto exiſtit. Is erit dies quo Stella cum Sole, hoc eſt Coſmicè, oritur. *a per n. 38.*

§. 2. Inueni ᵇ punctum Eclipticæ cum quo Stella occidit. Deinde diem inquire quo Sol eſt in Eclipticæ puncto, iſti iam inuento diametraliter oppoſito. Hic eſt dies, quo Stella occidit oriente Sole, ſiue Coſmicè. *b per n.38.*

§. 3. Inueni Eclipticæ punctum, cum quo Stella oritur. Tum diem inquire, quo Sol eſt in puncto iſti inuento diametraliter oppoſito. Hic dies erit, quo Stella Acronicè oritur, hoc eſt Sole occidente.

§. 4. Inueni Eclipticæ punctum cum quo Stella occidit, deinde diem, quo Sol in eo puncto exiſtit. Hic erit dies, quo Stella Acronicè occidit, hoc eſt vnà cum Sole.

Quia porro Stellæ ſenſim mouentur in conſequentia, etiam ortus & occaſus Stellarum tam Coſmici, quàm Acronici, ſenſim prorepunt in conſequentia, ſeu versùs fines Menſium: vt ſi Stella iam oriatur Coſmicè. 1. Martij, poſt plures annos Coſmicè orietur. ex.gr.4. Martij, & ſic deinceps.

NVMERVS XLIII.

Tempus, quo Stella Anno dato Heliacè oritur vel occidit, inuenire.

Fig. 27. 28.

MEridianus eſto BNE; Horizon B C; Ecliptica DAE, eius polus M; Stella oriens vel occidens in I; Latitudinis arcus per Stellam tranſiens MIG. Sol autem exiſtat in Eclipticæ puncto F infra Horizontem, ducaturque Verticalis N O F, cuius arcus O F metitur depreſſionem Solis infra Horizontem, quæ tanta ſit, quantâ præciſè opus eſt, ne Stellam orientem vel occidentem in I, Sol extinguat; ita vt ſi eius depreſſio eſſet minor, Stella non appareret. Hunc arcum Aſtronomi *Viſionis arcum* appellant.

Oportet igitur inuenire Eclipticæ punctum F: quando enim Sol in eo puncto exiſtit (quod ſciri ex Ephimeride vel *num.* 12. *lib.* 4. poteſt) Stella Heliacè orietur vel occidet. Punctum verò F hunc in modum reperies.

Inueni [a] Longitudinem Stellæ, quæ terminatur in G, & Longitudinem [b] Eclipticæ puncti A, cum Stellâ I orientis vel occidentis. Sic notus fiet arcus A G. Reperi deinde [c] Latitudinem Stellæ, quæ eſt arcus I G. Quoniam igitur in trigono AGI, quod rectangulum [d] eſt ad G, nota ſunt latera AG, IG, ex his reperietur [i] angulus GAI, ſeu FAO. In triangulo deinde FOA, quod ad O [m] rectangulum eſt, notum eſt ex obſeruatione (vt patebit ex Tabellâ ſubiectâ) latus OF, arcus nempe Viſionis, & iam inuentus eſt angulus F A O. Ex quibus reperietur [n] arcus AF, qui à noto iam puncto Eclipticæ A [u] numeratus in conſequentia, dabit quæſitum Eclipticæ punctum F, ad quod vbi Sol peruenerit, Stella I orietur Heliacè: numeratus [x] verò in antecedentia dabit Eclipticæ punctum, quod cùm Sol attinget, Stella Heliacè occidet.

a per nu. 7. & 16.
b per n. 38.
c per nu. 7. vel 8.
d per n. 68. lib. 2.
i trig. Sph. prob. 31.
m per n. 68 lib. 2.
n trig. Sph. probl. 1.
u in Fig. 27
x in Fig. 28

Arcus Viſionis (OF) ex communiter obſeruatis, ad mentem Ptolomæi. *lib.* 8. *cap.* 6, & *lib.* 13. *cap.* 7. ſequenti Tabellâ exhibetur, qui quamuis ſit pro Climate. 4. poterit tamen etiam alijs abſque notabili errore inſeruire.

Pro Fixis magn.	*Grad.*	*Pro Planetis*	*Grad.*
primæ	12	♄	11
ſecundæ	13	♃	10
tertiæ	14	♂	11. 30′
quartæ	15	♀	5
quintæ	16	☿	10
ſextæ	17		
minimæ	18		

NVMERVS XLIV.

Attinguntur quædam de effectis Stellarum.

QVamuis de naturâ & viribus Stellarum hic agere, minimè propoſitum mihi ſit qui Aſtronomi partes non Aſtrologi tuendas ſuſcepi: viſum eſt tamen circa aëris mutationes pauca attingere, quæ Veterum ſcriptis, & verſibus Poëtarum, atque in ipſis Diuinis Eloquijs celebrantur.

Stellæ æſtuoſæ ſunt *Leonis anteriores*, & *Canes maior, minorque*: pluuioſæ, *Hyades*, & *Pleiades*, ventoſæ *Hædi* & *Capella*: tempeſtuoſæ, *Arcturus*, *Hyades*, *Orion*, *Hædi*. Amos. *cap.* 5. potentiam Dei in tempeſtatibus ciendis ita laudat: *facientem Arcturum & Orionem, & conuertentem in manè tenebras, & diem in noctem mutantem, qui vocat aquas maris, & effundit eas ſuper faciem Terræ: Dominus nomen eſt eius.* Iobus vero *cap.* 9. ita loquitur: *qui præcipit Soli & non oritur, qui claudit Stellas quaſi ſub ſignaculo, qui facit Arcturum, & Oriona, & Hyades & interiora auſtri*: Idem *cap.* 37. *ab interioribus egredietur tempeſtas, & ab Arcturo frigus.* & *cap.* 38. Deus ipſe Iobum ſic alloquitur: *Numquid coniungere valebis micantes Stellas Pleiadas, aut gyrum Arcturi valebis diſſipare.* Nunc pauca de ſingulis.

Orion aſtrum procelloſum præter eas, quæ teleſcopio detectæ ſunt, Stellas complectitur 62; inter quas duæ magnitudinis primæ, vna in *humero dextro*, Arabicè *Betalgeuze* (quam tamen

men aliqui volunt eſſe magn. 2.), altera in *extremo pede ſiniſtro*, dicta *Rigel*, ſeu *Regel*; & quatuor ſecundæ, quarum vna eſt in *humero ſiniſtro*, dicta *Bellatrix*, & très in *cingulo*, ſiue *baltheo*. *Orion* oriens Coſmicè, ſeu cum Sole, excitat tempeſtates, pluuias, fulmina, tonitrua. Virgilius de *Orione* ita canit.

Cùm ſubitò inſurgens fluctu nimboſus Orion.

Arcturus eſt Stella. 1. magn. pendens à *cingulo Bootis inter genua*. Plinius ſydus horridum appellat. Oriens Acronicè, ſeu veſperi tempeſtates ciet; oriens Coſmicè, id eſt cum Sole, adducit ſimiliter tempeſtates ac imbres, & (vt Plinius) non ferme ſine procelloſâ grandine emergit.

Hyades, quæ etiam *Succulæ* dicuntur, ſunt ſeptem Stellæ in *capite Tauri*, quarum vna eſt ipſe *Tauri oculus ſiniſter*, Arabicè *Aldebaran*, 1. magnitudinis. Hæc oriens Coſmicè producit ventos, pluuias, fulmina. *Hyades* omnes Coſmicè tam orientes quàm occidentes ventos & pluuias concitant. De his Ouid. *faſt.* 5.

Ora micant Tauri ſeptem radiantia flammis,
Nauita quas Hyadas græcus ab imbre vocat.

& Faſt. 6.

Poſtera lux Hyadas Taurinæ cornua frontis
euocat, & multâ terra madeſcit aquâ.

Plëiades, quæ etiam *Vergiliæ* olim dicebantur, quòd extremo tum Vere orirentur, ſunt Stellæ ſeptem in *dorſo Tauri*, inter quas vna, *Lucida Plëiadum* dicta, eſt 3. magn. Stellæ ſunt pluuioſæ: excitant enim pluuias occidentes Achronice, ſeu veſperi. Inter *Plëiadas* vna difficilè ab alijs diſcernitur. Hinc illud Ouidij *Faſt*. 3.

Quæ ſeptem dici, ſex tamen eſſe ſolent.

Capella, ſiue *Capra* eſt ſydus. 1. magnitudinis *in ſiniſtro humero Aurigæ*: de quâ Ouidius *Faſt.* 5. *Naſcitur Oleniæ ſydus pluuiale Capellæ.* *Hædi Capellæ* ſunt duæ Stellæ magnitudinis 4. De his Horatius

Nec ſæuus Arcturi cadentis
impetus, aut orientis Hædi.

Sed nulla inter Fixas celebrior eſt *Caniculâ*; à quâ dies Caniculares ſunt dicti. At cùm duo ſint *Canes* in cęlo, ob ortuum vicinitatem & effectus pene pares, dubium eſt vter è duobus nomine *Caniculæ* intelligi debeat. *Canis minor*, *Procyon* dictus Anno ante Chriſtū 45 Romæ ex calculo Petauij oriebatur Coſmicè 6 Iulij; *Canis maior*, ſiue *Sirius*, Iulij 18. Verùm Anno Chriſti 1644, Bononiæ ex calculo Riccioli oriebantur Coſmicè *Procyon* quidem 15 Iulij, *Sirius* 23 Iulij; ſtylo veteri vterque. Ex quo patet Dies Caniculares ſeriùs nunc incipere, quàm olim. Cauſam indicaui *num.* 42. Eſt porro *Sirius* Stella. 1. magnitudinis in *ore Canis maioris*. omnium toto cælo fulgentiſſima maximaque: *Procyon* verò eſt magn. 2. in *femore Canis minoris*. Effectus Dierum Canicularium notiſſimi ſunt omnibus. *Caniculæ exortu* (inquit Plinius) *accendi Solis vapores quis ignorat? cuius ſyderis effectus ampliſſimi in terrâ ſentiuntur: feruent maria exoriente eo, fluctuant in cellis vina, mouentur ſtagna. Canes quidem toto eo tempore maximè in rabiem agi non eſt dubium.* Accinit Ouidius *Faſt.* 5.

Eſt Canis, Icarium dicunt, quo ſydere moto
Tosta ſitit tellus, præripiturque ſeges.

Et Horarius

Te flagrantis atrox hora Caniculæ.

Aduento Solis ad *Regulum* (is fere caret latitudine) *Caniculæ* ardores augentur. Eſt porro *Regulus*, ſiue *Cor Leonis*. 1. magn. Stella, & Coſmicè oritur aliquot diebus poſt *Sirium*. Sed de his iam ſatis.

CAPVT IV.

Problemata nonnulla circa Stellas.

NVMERVS XLV.

Temporis momentum per Stellas cognoſcere.

HOc Problema vtiliſſimum eſt, & in nocturnis obſeruationibus ab Aſtronomis maximè vſitatum.

Meridianus eſto CBF; Horizon EF; Zenith B; Æquator CIDQ, eius Polus A. Fig. 29.

Elige Stellam quampiam P: per quam ducti intelligantur Quadrans Altitudinis BPM, &
a n.18. l.1. Quadrans Declinationis APG. Cape inſtrumento [a] Altitudinem Stellæ PM, quam conue-
nit eſſe non minorem Gradibus 20, vt euitetur Refractio; & per *num.* 2 *ac* 17, inueni Decli-
nationem Stellæ PG. Altitudinem PM & Declinationem PG ſi demas à Quadrantibus, ſiue
à Grad.90, noti fient arcus BP, AP. Pari modo ſi Altitudo Poli EA nota per *num.27.lib.1.*
ſubducatur à Quadrante BE notus erit arcus AB. In triangulo igitur ABP, ex tribus lateri-
o *trig ſph. prob* 18. bus notis [o] reperietur angulus PAB, ſeu GAD, adeoque & arcus Æquatoris GD diſtantia
b *per def.*4. *n.*66.*l.*2. Stellæ Æquatoria à Meridiano, metiens [b] angulum GAD. Inquiratur [c] deinde Stellæ Aſcen-
c *per n.*4. 5 17. ſio recta QCG: cui adde arcum iam notum GD, ſi Stella (vt in *hac Fig.*) eſt Occidentalis;
d *per n* 12. *l.* 1, *vel per num.*3. *huius lib.*5. deme verò ſi Orientalis: ita prodibit ad momentum quæſitum Aſcenſio recta Medij Cæli
QCD. Exiſtat deinde Sol infra Horizontem & nota ſit præter propter Hora diei: ad quam
reperi [d] Aſcenſionem Solis rectam quæ ſit QCO: quam aufer ab Aſcenſione rectâ Medij
Cæli QCD iam inuentâ: relinquetur diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano OD: quæ [i]
conuerſa in tempus dabit exactè Horas quæ fluxerunt à meridie præcedentis diei vſque ad
i *per n* 51. *lib.*1. momentum quæſitum.

Corollarium.

o *def* 37. *l* 1.*n.*1. Eâdem operâ reperitur dati Syderis [o] Azimuthum. Nam in triangulo PAB ex tribus late-
n *per def.*4. *n.*66.*l.*2. ribus notis innoteſcet angulus ABP, adeoque etiam Stellæ P Azimuthum ME, metiens [n]
dictum angulum.

NVMERVS XLVI.

Lineam Meridianam inuenire per Stellas.

Fig. 30. OPe filaris trianguli ABC, de quo *num.*1.*lib.*2, vel Quadrantis ad Horizontem perpen-
dieulariter erecti, deſigna planum Verticale alicuius Stellæ, cuius baſis, ſiue ſectio in
Horizontali plano ſit recta AZ: eodemque momento captâ per alium Altitudine eiuſdem
Stellæ, quam conuenit maiorem eſſe Grad.20, vt euitetur Refractio, per *Num.præced. eiuſque
Corollar.* inueni Azimuthum Stellæ. Sumpto deinde centro in rectâ AZ, deſcribe in Horizon-
tali plano circulum: in quo incipiens à rectâ ADZ, numera Gradus & Minuta inuenti iam
Azimuthi, versùs Ortum ſi tibi Septemtrionem ſpectanti Stella Occidentalis eſt, versùs Oc-
caſum autem, ſi Orientalis. Per terminum numerationis O ducta ex A centro recta AO erit
b *def.*37. *l.*1.*n.*1. Meridiana, vt ex [b] Azimuthi definitione patet.

Ea praxis, quam tradidi num. 26. lib. 1, ab omni aliâ Aſtronomicâ operatione independens eſt: & talis iſthic neceſſaria fuit, cùm ab inuentione lineæ Meridianæ Aſtronomiæ totius conſtituendæ principium ducatur.

NVMERVS XLVII.

Altitudinem Poli per duas Stellas (quarum notæ ſint Declinationes & Aſcenſiones rectæ) ſimul orientes, inuenire.

Fig. 31. MEridianus ſit BAE, Horizon BD; Æquator CE; eius Polus A; Stellæ ſimul orientes
a *vide dicta nu.* 43. O, P; per quas ducantur Declinationum Quadrantes AOM, APN. Arcus [a] MN eſt
Aſcenſionum rectarum Stellis O, P competentium differentia. Quare cùm Aſcenſiones re-
ctæ ſint notæ, etiam arcus MN, adeoque quem metitur, angulus OAP notus erit. Deinde
quia notæ ſunt Declinationes MO, NP, etiam earum complementa OA, PA, erunt nota.
Igitur in triangulo OAP ex noto angulo ad A & binis notis lateribus OA, PA innoteſcet
a *per n.*68. *lib.*2. angulus AOD. Deinde in trigono ADO rectangulo [a] ad D, ex notis latere OA, & angulo
b *per trig. ſph prob.*19 AOD [b] reperietur AD Altitudo Poli quæſita.

Praxis ea, quam num.27.lib.1. ad conſtituenda Aſtronomiæ principia adhibuimus, ab omni aliâ operatione Aſtronomicâ fuit independens, vt circulus vitioſus euitaretur. Hæc autem quod binas eâdem nocte obſernationes non requirat, Aſtronomiâ iam conſtitutâ videri ſubinde poſſit illâ commodior.

NVME-

NVMERVS XLVIII.

Altitudinem Stellæ abſque inſtrumento inuenire, ſi alia Stella in eodem Verticali appareat.

MEridianus ſit CXB; Horizon AB; Æquator CD, eius Polus Z; Zenith X; Stella, cuius Altitudo quæritur, in F; verticalis per eam X L. Ope filaris trianguli, de quo *num.* 2. *lib.* 3, obſerua, an alia Stella in eodem Verticali exiſtat, puta in E; & per vtramque ſint Declinationum Quadrantes ZG, ZI. Inquire [b] vtriuſque Stellæ Declinationes FG, EI: quibus ſubductis à Grad. 90, nota erunt complementa ZF, ZE. Inueni deinde [c] vtriuſque Stellæ Aſcenſiones rectas: ita notus erit arcus G I, qui eſt [d] Aſcenſionum differentia. Quia verò arcus GI metitur [i] angulum GZI, ſeu FZE, etiam is erit notus. In triangulo igitur FEZ ex notis lateribus ZF, ZE, & angulo FZE [m] innoteſcet angulus ZFX. Deinde in triangulo FXZ cùm nota iam ſint latus ZF & angulus Z F X, latus autem Z X ſit complementum Altitudinis Poli AZ notæ per *num.* 27. *lib.* 1, ex his reperietur [o] latus FX diſtantia Stellæ F à Vertice, cuius complementum eſt FL Altitudo Stellæ quæſita.

Fig. 32.
b *per n.* 2. & 17.
c *per n.* 4. 5. 17.
d *vide dicta n.* 43.
i *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 2.
m *trig. ſph. prob* 19.
o *ibid. prob.* 22.

FINIS LIBRI QVINTI.

M

tem, ni-
& Luna
em quin-
Deo iu-
t.

ſtellam,tu-
, quam ex-
periers Pla-

ethodo ex-

rùm utrolibet
actioni: quod
cum Planetâ

NVME-

NVMERVS III.

Quæ circa motum in Longitudinem quinque Minorum Planetarum, ſint hactenus obſeruata.

PRæter motum Diurnum Horarum 24 ab Ortu in Occaſum omnibus Aſtris communem, habent Planetæ omnes motum ſibi proprium ab Occaſu in Ortum ſub Zodiaco. Compertum eſt enim Planetas à ſtellis Fixis, quibus ante erant coniuncti, ſenſim versùs Ortum recedere. Atque hic eſt motus Planetæ in Longitudinem: in quo duplex inæqualitas obſeruata eſt, quam primam & ſecundam dixêre. In ♄. ♃. ♂. inæqualitas prima nullum habet reſpectum ad Solem, quæ propterea *Soluta* dicitur: ſecunda eſt reſpectiua ad Solem quoad motum Epicycli per quem ſaluatur, vt parebit ex *num.* 5. §. 5. & *num.* 10. §. 4. & 5. In ♀ & ☿ contrarium euenit, in his ſiquidem prima inæqualitas eſt alligata Soli, ſecunda abſoluta, vt dicetur *num.* 29. §. 2.

Prima inæqualitas.

§. 1. Primò igitur comparatis reuolutionibus Superiorum Planetarum tum ad eandem ſtellam Fixam, tum ad idem punctum Zodiaci Primi Mobilis, per modum traditum *num. præcedenti*, compertum eſt eas eſſe, in eodem licet plano, inæquales, hoc eſt non æquali dierum ac horarum numero abſolui. Sed medijs inter maximas, & minimas electis, obſeruatum eſt redire ad idem punctum Zodiaci

Martem Anno Ægyptio 1, Diebus circiter 321. id eſt, D. 686.
Iouem Annis Ægyp. 11. Diebus fere 315.
Saturnum Annis Ægyp. 29. Diebus fere 161.
Venerem & Mercurium vnà cum Sole.

§. 2. Neque verò tantùm integræ reuolutiones eiuſmodi, ſed etiam eiuſdem reuolutionis partes ſunt inæquales. Obſeruando quippe ſæpius Planetarum loca artificio iam tradito *nu. præc.* vel ſimili alio, compertum eſt Planetam æqualibus temporibus inæqualia in Zodiaco ſpatia percurrere, & ſpatia æqualia temporibus inæqualibus; etiamſi Planeta eſſet in pari vtrobique diſtantiâ à Sole, per quod inæqualitas prima ſeparatur, & diſcernitur à ſecundâ quæ non variatâ Planetæ diſtantiâ à Sole per ſe non variatur, vt dicetur *infra*.

§. 3. Et ſemel quidem intra tempus vnius reuolutionis integræ motus Planetæ tardiſſimus cernitur, ſemel velociſſimus, ſic vt inter vtrumque hunc terminum, dimidium vnius reuolutionis tempus intercedat, & Zodiaci loca in quibus contingunt, diametraliter ſint oppoſita.

§. 4. Atque hæc eſt Planetarum prima inæqualitas, quæ in vnâ reuolutione per Zodiacum bis euaneſcit. Diſtinguitur à ſecundâ mox exponendâ tum indicio iam paulò ante allato, tum etiam quòd in ☌ & ☍ Planetæ cum Sole manifeſtò hæc appareat, quando illa (vt dicam §. 10) eſt nulla.

Notandum porro hic eſt inæqualitatem reuolutionum ad idem punctum Zodiaci pertinere potiùs ad inæqualitatem ſecundam quàm primam, quia dicta reuolutionum inæqualitas maximè cernitur extra ☌ & ☍ Planetæ cum Sole, quod tempus eſt proprium inæqualitati ſecundæ.

Secunda inæqualitas.

§. 5. Comparatis deinde inter ſe reuolutionibus Solis ad Planetam, ſeu Planetæ ad Solem, compertum eſt etiam has inæquali tempore abſolui. Sed medijs inter longiſſimas, & breuiſſimas electis, patuit Solem redire ad ♄ Diebus 378, ad ♃ Diebus 399, ad ♂ Diebus 780, vel 783: ♀ ab vnâ Coniunctione cum Sole ad aliam eiuſdem ſpeciei (ſunt enim duæ, vt dicam *infra*) reuertitur Diebus circiter 584; ☿ autem Diebus fere 116. Sed inter tres Superiores ♄. ♃. ♂, & duos Inferiores ♀. ☿, ea hic differentia eſt, quod ♄. ♃. ♂. ad perfectam cùm Sole Oppoſitionem perueniant, ſed ♀ & ☿ non niſi ad certos limites à Sole digrediantur; ♀ nempe non vltra 50. Gradus, neque ☿ vltra 30. vnde fit, vt (quemadmodum ſuo loco exponetur) bis Soli coniungantur in ſingulis ſecundæ inæqualitatis reuolutionibus, ſemel nempe in

Apogeo Epicycli, & ſemel in Perigeo. Quibus autem vijs hæc omnia ſint comperta, ſuis locis tradetur.

§.6. At Secunda inæqualitas in hoc potiſſimùm conſiſtit, quòd Planetæ admirabili ad Solem harmoniâ motum ſuum per Zodiacum ſic attemperent, vt circa Coniunctionem cum Sole (in ♀ & ☿ intellige ☌ Apogeam) velociſſimè per Zodiacum procedant; circa Oppoſitionem verò (pro quâ in ♀ & ☿ intellige ☌ Perigeam) in Zodiaco retrocedant; temporibus intermedijs bis fiant Stationarij, quaſi in eodem hærentes Zodiaci loco. Atque hæc anomalia in ♄ ♃ ♂ cum reditu Solis ad Planetam reſtituitur. Itaque intra vnam reuolutionem integram, ante & poſt ☌ cum Sole (intellige ☌ Apogeam in ♀ & ☿) Planeta in Zodiaco velociſſimè progreditur, diciturque Directus: ante & poſt ☍ cum Sole (pro quâ in ♀ & ☿ intellige ☌ Perigeam) retrocedit, diciturque Retrogradus: temporibus inter Aſpectus dictos intermedijs, quod bis omnino accidit, nec progreditur nec regreditur, ac Stationarius appellatur.

Vt verò hæc inæqualitas ritè à primâ ſecernatur, notandum eſt tam velociſſimam illam Planetæ progreſſionem per Zodiacum, quàm retrogradationem eiuſdem in Zodiaco obſeruari etiam in eodem Zodiaci loco. Ex quo liquet eas non oriri ab inæqualitate primâ, cuius effectus ob tardiſſimum Apogei motum intra longiſſimum tempus ſenſibiliter non variatur. Et denique euidenter apparet ſecunda inæqualitas cùm prima euaneſcit; quando nempe (vt dicam *infra*) centrum Epic. tenet Apogeum vel Perigeum Ecc.

Præterea circa dictum Planetæ progreſſum, & retrogreſſum hæc ſunt ab Aſtronomis obſeruata.

§.7. Planeta celeriùs progreditur, quàm regreditur. *Mars* enim ex.gr. Diebus Coniunctioni hinc inde proximis procedit quotidie Min. 47: diebus autem Oppoſitioni proximis quotidie regreditur tantùm Min.24.

§.8. Si progreſſio Directa vnius reuolutionis comparetur cum progreſſione Directâ reuolutionis alterius, & Statio vnius cum Statione alterius, & Regreſſio vnius cum Regreſſione alterius; altera alteri reperitur inæqualis (quamquam hic effectus potius ſit inæqualitatis primæ, quàm ſecundæ) non ſolùm quoad ſpatium in Zodiaco confectum, ſed etiam quoad tempus quo ſingulæ durant. Et hæc inæqualitas in *Marte* maior eſt quàm *Ioue & Satur.*

§.9. Sed medio inter has inæqualitates electo,

Directa Progreſſio ♄ eſt Dierum fere 244. ♃ 284. ♂ 705. ♀ 542. ☿ 93

Statio ♄ eſt Dierum fere 8. ♃ 4. ♂ 2. ♀ 1. ☿ ½.

Regreſſio ♄ eſt Dierum fere 136. ♃ 119. ♂ 75. ♀ 42. ☿. 22.

Stationarij fiunt

♄ inter Aſpectum cum Sole □ & △

♃ in Aſpectu △ præcisè

♂ inter octauas & duas quintas diſtantiæ à Sole.

§.10. Atque hæc eſt Planetarum ſecunda inæqualitas, quæ in Coniunctionibus cum Sole, & Oppoſitionibus euaneſcit; cùm in ijs §. 6. recenſita accidentia nunquam fuerint deprehenſa. Nam ſi ad momentum ☌ vel ☍ Planetæ cum Sole, ſupputetur locus Medius Planetæ; is per Simplicem Æquationem Eccentrici (vt tradam *infra*) exæquatus, concordat cum loco eiuſdem obſeruato. Ex quo patet in ☌ & ☍ ſolam reperiri inæqualitatem eam, quæ per Eccentricum ſaluatur, vt dicetur *num.6.* ac proinde tunc locum Planetæ Verum, & Medium non differre à loco Vero & Medio centri Epicycli.

Motus in Altitudinem.

§.11. Superiores Planetæ prope Coniunctionem cum Sole inſigne patiuntur luminis, & Apparentis magnitudinis decrementum: oppoſiti verò Soli & maximi apparent & lucidiſſimi. Vnde colligitur eos in Coniunctione, à Terrâ remotiſſimos eſſe, in Oppoſitione viciniſſimos.

Comparatis deinde inter ſeſe diſtantijs à Terrâ tam maximis, quàm minimis, compertum eſt vnam maximam eſſe maiorem aliâ maximâ, & minimam vnam aliâ minimâ minorem.

Motus Apogei inæqualitatis primæ.

§.12. Inæqualitas prima, vt mox videbitur, exponetur per Eccentricum; cuius Apogeum æquali motu, ſed tardiſſimo, in conſequentia deferri inde compertum eſt, quod ex longiſſimi temporis obſeruationibus tandem patuit ſummam tarditatem primi motus in Longitudinem,

quæ

quæ tum habetur, cùm Planeta Apogeum Eccentrici attingit, non contingere ſub eodem loco Zodiaci, ſed ſub locis magis ſenſim magiſque Occidentalibus. Hic verò motus Apogeorum Planetariorum adeò lentus eſt, vt Aſtronomi vſque ad Copernicum putauerint æqualem eſſe motui Fixarum. De hoc plura ſuis locis.

CAPVT II.

Proponitur & exponitur Hypotheſis antiqua, ſeu Ptolemaica ♄. ♃. ♂. in Longitudinem.

NVMERVS IV.

Definitiones Hypotheſeos antiquæ, ſeu Ptolemaicæ pro ♄. ♃. ♂.

Ecliptica ſit ♈L♎V; eius ac Mundi centrum A; diameter LAV. In hac ſupra A accepto interuallo AB, deſcribe centro B Eccentricum BDΦRω; ſumptoque alio interuallo BC æquali primo AB, deſcribe centro C alium Eccentricum priori æqualem CGOβδ. Accepta deinde in peripheriâ DΦRω centro I deſcribe Epicyclum INXπ. His poſitis, *Fig. 1.*

1. *Eccentricus*, ſiue *Deferens*, eſt circulus BDΦRω, per cuius circumferentiam voluitur in conſequentia Epicycli centrum, vt dicam *infra*. Atque ea eſt cauſa cur hic circulus ſimpliciter vocetur *Eccentricus Planetæ*, etiamſi Æquans etiam ſit eccentricus.

2. *Æquans*, eſt circulus CGOβδ Deferenti æqualis, cuius centrum C tantùm diſtat à B centro Deferentis, quantùm hoc à Mundi centro A. Ab æquandi munere ita dictus, vt exponetur *infra*.

3. *Apogeum Eccentrici*, ſeu *Deferentis*, eſt D; *Perigeum* R.

4. *Apogeum Æquantis* eſt G; *Perigeum* β.

Horum apogæorum, & perigæorum loca in Eclipticâ ſunt L, V.

5. *Linea Apogæi*, ſiue *Apſidum*, eſt ipſa diameter LV.

6. *Apogeum Verum Epicycli* eſt punctum N, quod in peripheriâ Epicycli deſignatur à rectâ AIN, à Mundi centro per Epicycli centrum emiſsâ; quæ idcirco vocatur *Linea Apogæi Veri centri Epicycli.*

7. *Apogæum Medium Epicycli* eſt punctum P in Epicycli peripheriâ deſignatum à rectâ CIP, ex centro Æquantis per Epicycli centrum emiſsâ; quæ idcirco vocatur *Linea Apogæi Medij centri Epicycli.*

Quando centrum Epicycli eſt in lineâ Apſidum Deferentis LV, Apogæa Verum, & Medium centri Epicycli coincidunt in Q. Extra lineam Medium modò præcedit Verum, modò ſequitur, vt exponetur infra.

8. *Perigea Verum & Medium centri Epicycli* ſunt Z, K, puncta Epicycli oppoſita Apogeis Vero ac Medio.

9. *Linea Medij motus centri Epicycli*, eſt recta AM ex Mundi centro ad Zodiacum ducta, parallela rectæ CIO, quæ ex Æquantis centro C, per Epicycli centrum I emittitur.

10. *Linea Veri loci, ſeu motus centri Epicycli*, eſt recta AIF, ex Mundi centro A per centrum Epicycli extenſa.

11. Punctum F, quod in Zodiaco linea Veri loci deſignat, eſt *Verus locus centri Epicycli*, ſiue *locus Centricus Planetæ.*

12. *Anomalia Media Eccentrici vel centri Epicycli*, ſiue *Anomalia Centrica Planetæ in Æquante*, eſt arcus Æquantis GO in conſequentia computatus ab Æquantis Apogeo G vſque ad lineam CIO, ab Æquantis centro B per Epicycli centrum ductam.

13. *Anomalia Media Eccentrici vel centri Epicycli*, ſiue *Anomalia Centrica Planetæ in Zodiaco*, eſt arcus Zodiaci LM in conſequentia computatus à lineâ Apſidum LA, vſque ad AM lineam Medij motus centri Epicycli.

Quia porro MA, CIO ſunt parallelæ, anguli ad centra LAM, LCO ſunt per 27.1. æquales, ac proinde Anomaliæ in Zodiaco LM, & in Æquante GO per Corol. 2. pag. 33. lib,6. elem. ſunt arcus ſimiles.

14. *Anomalia vera, ſeu coæquata Eccentrici, vel centri Epicycli*, eſt arcus Zodiaci LF computatus in conſequentia à lineâ Abſidum LA vſq; ad rectam AIF, ex Mundi centro per centrum Epicycli ad Zodiacum emiſſam.

15. *Longitudo Media*, ſiue *motus Medius Eccentrici*, *vel centri Epicycli* (quæ dicitur etiam *Longitudo*

gitudo Media Planetæ), eſt arcus Zodiaci ♈LM, computatus in conſequentia ab initio ♈ vſque ad AM lineam Medij motus centri Epicycli.

16. *Longitudo Vera*, ſiue *motus Verus centri Epicycli, ſeu Longitudo centri coæquata*, eſt arcus Zodiaci ♈LF, computatus in conſequentia ab initio ♈ vſque ad lineam AIF ex centro Mundi per centrum Epicycli ad Zodiacum eductam.

17. *Æquatio Eccentrici*, ſiue *centri Epicycli*, eſt angulus AIC, ſeu NIP (quem metitur arcus NP) comprehenſus à rectis AIN, CIP ex centris Mundi, & Æquantis per Epicycli centrum emiſſis.

Siue, eſt arcus Zodiaci MF, quo differunt Anomaliæ centri Epicycli Media LM, & Vera LF; item quo differunt centri Epicycli motus Medius ♈LM, & Verus ♈LF.

Ratio huius identitatis eſt, quod ob parallelas AM, CIO, angulus MAF, quem metitur arcus MF, ſit æqualis alterno ſibi angulo CIA.

Æquatio centri Epic. (adeoque & prima inæqualitas) euaneſcit, cùm centrum Epicycli eſt in lineâ Apſidum LV. Diuiditur porro in duas partes Phyſicam & Opticam.

18. *Æquatio Phyſica centri Epic.* eſt angulus BIC comprehenſus à rectis ex centris Deferentis B, & Æquantis C ad Epic. centrum emiſſis.

19. *Æquatio Optica centri Epic.* eſt angulus AIB comprehenſus à lineis ex centris Mundi A, & Deferentis B ad Epic. centrum eductis.

Cur ita vocentur patebit ex num. 5. § 1.

20. *Anomalia Orbis* (hoc eſt *Epicycli*) *Media*, ſiue *Argumentum Medium*, ſiue *motus Medius Planetæ in Epicyclo*, eſt arcus PX computatus in conſequentia ab Apogeo Medio Epicycli P vſque ad centrum Planetæ X.

21. *Anomalia Vera Orbis*, hoc eſt *Epicycli*, ſiue *Argumentum Verum*, ſiue *Planetæ motus Verus in Epicyclo*, eſt arcus NX computatus in conſequentia ab Epicycli Apogeo Vero N, vſque ad centrum Planetæ X.

22. *Longitudo Vera, ſeu motus Verus Planetæ*, eſt arcus Zodiaci ♈LS computatus in conſequentia à principio ♈ vſque ad lineam AXS ex Mundi centro per Planetæ centrum eductam: quæ propterea dicitur *Linea Veri motus Planetæ*.

23. *Æquatio Anomaliæ Orbis*, ſiue *Argumenti* (quæ etiam *Æquatio Epicycli* dicitur) eſt arcus FS, differentia Longitudinis Veræ centri Epicycli ♈LF, & Longitudinis Veræ Planetæ ♈LS, eius menſura eſt angulus FAS.

Hæc æquatio (ac proinde & ſecunda inæqualitas) euaneſcit, cùm Planeta eſt in Epicycli Apogeo Vero N, aut Perigeo Vero Z: Maxima eſt, cùm linea ex mundi centro per Planetæ centrum ducta, Epicyclum tangit.

24. *Longitudo Apogei Eccentrici*, ſiue *motus Apogei Eccentrici*, eſt arcus ♈L computatus in conſequentia ab initio ♈ vſque ad lineam Apogei.

25. *Longitudines Mediæ Eccentrici* ſunt puncta φ, ω, quæ in Deferente determinat recta φBω, per eius centrum lineæ Apſidum perpendicularis. *Longitudines Mediæ Epicycli* ſunt puncta E, H, quæ deſignat diameter EDH ad diametrum Apſidum Qψ recta.

26. Signum *Coniunctionis* eſt ☌, *Oppoſitionis* ☍.

NVMERVS V.

Exponitur Hypotheſis Ptolemaica ♄. ♃. ♂.

IN exponendâ Superiorum Planetarum Hypotheſi erratum eſt ab Aſtronomis non paucis. Et vniuerſim, in toto negotio Hypotheſium, ſtudioſis Aſtronomiæ authores plerique non ſatisfaciunt, quod non declarent, quî per Hypotheſes Phœnomena per obſeruationem cognita ſaluentur. Quare quod in Sole & Lunâ *libro* 1. & 2. iam præſtiti, etiam hic conabor efficere, ne meam operam ſtudioſi hac in parte deſiderent.

Hypotheſis Ptolemaica tribus conſtat motibus præcipuis, videlicet, motu centri Epicycli, motu Apogeorum, & motu Planetæ in Epicyclo.

Motus centri Epicycli.

Fig. 1. § 1. Primò igitur, ſuppoſitis circulis, & lineis deſcriptis ac definitis *num*, 3. Epicycli centrum Deferentem DφRω ſecundùm ordinem Signorū Zodiaci ex D versùs I percurrit, tanto fere temporis ſpatio, quanto Superiores Planetæ ſinguli *num*. 3. § 1, ſunt obſeruati Zodiacum abſoluere. Hic autem motus ſic peragitur, vt recta linea CIO ex Æquantis GOβ8

centro

centro C per Epicycli centrum I ad Æquantis peripheriam educta, æqualibus temporibus æquales arcus in Æquante conficiat. Ex quo neceſſariò conſequitur, vt Epicycli centrum ipſum I æqualibus temporibus arcus abſoluat ᵃ inæquales non ſolùm reſpectu Zodiaci, ſed etiam in *a per Poriſ.*
Deferente ſuo DΦRω. Vnde fit, vt motus centri Epic. inæqualis ſit in proprio circulo, ac *n.27.lib.2.*
proinde ſecundùm ſe inæqualis verè & propriè, cùm æqualitatem aliam non babeat quàm extrinſecam, prout nempe ad alienum circulum, in quo verè non eſt, modo iam dicto refertur. Quæ quidem motus phyſica & realis inæqualitas, quamuis Aſtronomis nonnullis recentioribus diſpliceat, ingenioſè tamen, vt ex ſequentibus patebit, ad explicandas Planetarum apparentes inæqualitates adhibetur. Menſura porro, ſiue Æquatio buius inæqualitatis realis, quæ proinde dicitur Æquatio phyſica, eſt angulus BIC: quod ſic oſtendo. In *Fig.* 5. ſit A M *Fig. 5.*
parallela ad CI, & AT parallela ad BI. Per dicta ad *defin.* 13, arcus LM ſimilis eſt arcui GO, eodemque modo arcus LT ſimilis eſt arcui DI. Sed MT, ſiue angulus MAT, eſt differentia arcuum LM, LT. Ergo etiam angulus MAT eſt differentia arcuum GO, DI. Iam ob parallelas AM, CI, totus ang. MAF æqualis eſt toti CIA, & ob parallelas AT, BI, ang. TAF æqualis eſt BIA. Ergo reliquus MAT æqualis eſt reliquo BIC. Quare cùm MAT ſit differentia arcuum GO, DI, etiam erit BIC differentia eorumdem.

Inæqualitaris autem quam reſpectu Zodiaci, & centri Mundi habet motus centri Epicycli æqualis in Æquante, Æquatio ſiue menſura eſt totus angulus AIC, ſiue (vt patet *ex dictis ad defin.* 17) arcus MF. Is enim eſt differentia Anomaliæ Mediæ centri Epic. GO, vel LM, & Veræ LF, itemque eſt differentia (*repete Fig.* 1) Medij motus centri Epic. ♈LM, & Veri ♈LF. Hæc verò totalis Æquatio, ſeu differentia AIC, componitur ex Reali ſeu Phyſicâ BIC ſupra expoſitâ, & ex alterâ AIB, quæ dicitur Apparens, ſeu Optica, quòd oriatur à ſolo viſu Epicycli centrum I, obſeruante ex A. Si enim Epic. centrum moueretur æqualiter in Deferente DIR, differentia motus Æqualis DI, & Veri LF eſſet ſolus angulus AIB, ſiue arcus TF.

Cur verò Ptolemæus motum centri ſic ordinauerit, totamque Eccentricitatem AC biſecuerit, eiuſque tantùm ſemiſſem AB Deferenti aſſignauerit, dicam *num.* 8.

Motus Apogeorum Epicycli.

Quoniam angulus AIC, ſeu NIP, qui Æquatio centri Epicycli appellatur, ad motum cen- *Fig. 2.*
tri I aſſiduè augetur vel diminuitur, neceſſe eſt Apogea Medium P, & Verum N, quæ à lineis dictum angulum continentibus determinantur, aſſiduè modò accedere ad inuicem, modò recedere. Et quando huius motus non iniucunda theoria eſt, in eâque exponendâ plerique errauerunt, erit illa paulò accuratiùs hìc explicanda. Agam primò de motu Apogei Medij qui hìc præcipuè attenditur, de motu deinde Apogei Veri, poſtremò de vtriuſque motu ad inuicem relato.

§. 2. Ducatur recta BIO ex Deferentis centro B per Epicycli centrum I vſque ad ſummam Epicycli pheripheriam in O. Punctum O ab hac lineâ deſignatum inter duo Apogea N, P, dicitur Punctum concauitatis; quod in Epicycli peripheriâ manet ſemper immotum, quamuis Epicyclus eum ſuo centro per Deferentem moueatur, ac proinde ab illo, tanquam immobili termino, vtriuſque Apogei motus ſpectatur. Ducatur item non per B centrum Deferentis (quod factum ab alijs, at malè, vt mox patebit) verùm per C centrum Æquantis recta SCF perpendicularis ad lineam Apſidum Deferentis LV, diuidens Deferentem ipſum in quatuor arcus DS, SR, RF, FD. Quaodo igitur centrum Epicycli eſt in D in lineâ Apſidum concurrunt in Q punctum concauitatis & duo Apogea. Centro moto ex D versùs I, S, Z, hæc tria puncta ab inuicem ſeparantur, & Apogeum Medium à puncto concauitatis O recedit in P, ſec. ord. Sig. Quia verò angulus BIC, ſiue OIP (qui eſt Æquatio Phyſica) à D vſque in S perpetuò creſcit donec maximus fiat in S, inde fit, vt Apogeum Medium P, quamdiu centrum Epicycli percurrit arcum primum DS, magis magiſq; à puncto O recedat. S. O, Sign. ſiue in conſequentia, versùs X, donec centro exiſtente in S, maximam habeat diſtantiam à puncto O, quam habere poteſt. Porro Signorũ ordo hìc attenditur in Epicyclo diſpoſitus ſecundùm ſeriem litterarum GOXK. Iam quia angulus BIC, ſiue OIP ab S versùs R perpetuò decreſcit, donec euaneſcat in R, etiam Apogeum Medium P centro Epicycli percurrente ſecundum arcum SR denuò accedit punctum O donec cum eo concurrat in T, qui acceſſus neceſſariò fit C. O. Sig. ſiue in præcedentia versùs G. Rurſum quia angulus BIC, ſeu OIP ab R Versùs F continuè creſcit, donec iterum maximus fiat in F, Apogeum Medium P, centro Epic. percurrente tertium arcum SR, elongatur denuo ab O, & centro exiſtente in F maximam rurſus diſtantiam babet ab O, quam habere poteſt: elongatio autem illa, ſiue receſſus neceſſariò etiam ab O versùs G, fit in præcedentia. Poſtremò quia dictus angulus

ab

ab F verſùs D aſſiduè decreſcit donec euaneſcat in D, Apogeum Medium P, centro Epic. percurrente arcum quartum FD, rurſum incipit accedere ad punctum O, vſque dum cum eo concurrat in Q; qui acceſſus neceſſariò fit ab O verſùs X, in conſequentia, ſiue. S. O. Sig. Itaque, vt omnia iam dicta cumplectamur, centro Epicycli percurrente ſuperiorem Deferentis portionem FDS ex arcu primo DS, & quarto FD compoſitam, Apogeum Medium P mouetur in conſequentia, nempe à G verſùs X, at centro Epic. percurrente partem Deferentis inferiorem SRF ex arcu ſecundo SR, & tertio RF compoſitam, Medium Apogeum P mouetur in præcedentia, hoc eſt ab X verſùs G. Porro quantitas librationis huius vltra citraque concauitatis punctum O, eſt angulus maximus BSC, ſiue OSP bis ſumptus.

Atque ex his manifeſtus fit error, in quem omnes, quos legi, Aſtronomi, & cum his doctiſſimus etiam Ricciolus noſter inciderunt. Ducunt illi per B centrum Deferentis rectam φBω lineæ Apſidum LV perpendicularem, aſſeruntque Apogeum Medium moueri in conſequentia per totum ſemicirculum ωDφ, in præcedentia verò per ſemicirculum φRω, quod (vt ex diſcurſu iam facto patet) verum eſſe non poteſt, niſi angulus BIC, ſeu OIP maximus fiat in φ & ω. Atqui hoc falſum eſſe liquet ex *theor.4. nu.19. lib.1.* Iſthic enim demonſtratum eſt, ſi in circuli (DφRω) diametro (DR) extra centrum (B) ſumatur punctum (C), à quo & centro (B) ad circumferentiam inflectantur duæ rectæ, angulum ab ijs ad circumferentiam tunc fieri maximum, quando recta (CS), per (B) centrum non tranſiens, eſt perpendicularis ad diametrum. Quare maximus ad circumferentiam angulus ex baſi BC non fit ad φ & ω, ſed ad S, & F: ac proinde Apogeum Medium P mouetur in conſequentia, non per ſemicirculum ωDφ, ſed ſolummodò per arcum FDS; in præcedentia verò non per ſemicirculum φRω, ſed per arcum eo maiorem SRF.

§.3. Intellecto motu Apogei Medij, facilè Apogei Veri motus intelligetur. Theoriam habet non abſimilem, quæ pendet à mutatione anguli BIA, ſiue OIN, qui Æquatio Optica appellatur. Per A Mundi centrum ducatur ZAY perpendicularis ad lineam Apſidum LV.

s per theor. 4 num.19. lib.1.

Angulus BIA, ſiue OIN à D (vbi nullus eſt) perpetuò creſcit vſque ad Z, vbi [s] maximus eſt; à Z decreſcit vſque ad R, vbi rurſum nullus eſt; ab R iterum creſcit vſque ad Y, vbi denuò fit maximus; ab Y rurſum decreſcit vſque ad D, vbi iterum euaneſcit. Ex quo dicti anguli incremento decrementoque fit, vt Apogeum verum N in arcu primo DZ, & tertio RY recedat à puncto O, in arcu ſecundo ZR, & quarto YD ad punctum O accedat. Ex quo patet Apogeum Verum N per totum arcum YDZ moueri in præcedentia ab X verſùs G, per arcum verò ZRY in conſequentia à G verſùs X, contra planè quàm fiat in Apogeo Medio. Quantitas librationis totius vltra citraque O, eſt angulus maximus BZA bis ſumptus; ac proinde æqualis quantitati librationis Apogei Medij, cùm anguli BZA, BSC æquales ſint.

§.4. Supereſt motus Apogeorum Veri ac Medij reſpectu inuicem. Is verò pendet ex incremento ac decremento totius Æquationis centri Epic. AIC. Per B Deferentis centrum ducatur φBω ad lineam Apſidum LDRV perpendicularis: ita ſectus erit Deferens in quadrantes quatuor. Oſtendam Æquationem centri AIC, ſeu NIP maximam eſſe ad φ & ω.

Fig.3.
i per defin. a num.4.
m per corol. p.1.l.3. elem
n ex 11.3. elem.
o per 21 3. elem.
p per 32.1. elem.

Per C centrum Æquantis, A centrum Mundi, & φ deſcribe circulum φOAC. Quoniam CB, AB ſunt [i] æquales, & φB *ex hyp.* eſt perpendicularis ad CA, erit [m] centrum circuli φOAC in rectâ φB: in quâ, cum etiam ſit B centrum Deferentis circuli DφRω, patet [n] hos circulos ſe mutuò contingere in φ. Sit iam quiuis angulus CKA diuerſus ab angulo CφA. Latus AK neceſſariò ſecatur à circulo tangente φOAC, puta in O. Ducatur ergo ad ſectionem recta CO. Angulus CφA æquatur [o] angulo COA. Sed COA maior [p] eſt quàm CKA. Ergo etiam CφA maior eſt quàm CKA: qui cùm ſit aſſumptus quicumque, erit CφA omnium maximus.

Fig.2.

Quoniam igitur angulus AIC, ſiue NIP, maximus eſt in φ & ω, nullus in D, & R, liquet eum in Quadrante primo Dφ continuè creſcere, ideoque Apogea Verum N, & Medium P ab inuicem elongari, donec maximè diſtent in φ. In Quadrante ſecundo quia angulus AIC, ſeu NIP decreſcit donec euaneſcat in R, etiam Apogea N, P, ad inuicem accedunt donec iungantur in T. In Quadrante tertio Rω, quia angulus AIC, ſeu NIP denuò creſcit vſque dum maximus fiat in ω, Apogea N, P diuaricantur, donec maximè diſtent in ω. In Quadrante quarto ωQ, quia angulus iterum decreſcit euaneſcitque in D, etiam Apogea N, P, ad ſe mutuo accedunt, donec iterum iungantur in Q.

Poſtremò notatu dignum hoc eſt: cùm Æquatio tota centri Epicycli AIC maxima ſit in φ, & ω, eius partes Phyſicam BIC, & Opticam BIA, in φ non eſſe maximas: rurſum cùm Phyſica BIC maxima ſit in S, Optica BIA in Z; totam nihilominus neque in S, neque in Z maximam eſſe.

Apogeum Deferentis D, in hac Hypotheſi motu æquali ſed tardiſſimo, defertur in conſequentia ſemper, vnà cum Deferente & Æquante ſupra Mundi centrum A.

Motus

Motus Planetæ in Epicyclo.

§. 5. Peragitur ſecundùm ordinem Signorum in Epicyclo fictum ab Q verſùs E : ac proinde in ſuperiuri parte Epicycli HQE Planeta mouetur ſecundùm ordinem Signorum Zodiaci ; at in parte inferiori E♆H, fertur contra ordinem Signorum Zodiaci. Hic motus tres habet proprietates inſignes. *Fig. 1.*

Prima Propriet.as. In omni Coniunctione Mediâ [a] Planetæ, & Solis, Planeta eſt in Apogeo Vero N ſui Epicycli, in Oppoſitione verò Mediâ, exiſtit in Z Epicycli Perigeo Vero. Temporibus intermedijs tantus eſt Planetæ in Epicyclo motus Verus, ſiue tantùm ab Epicycli Apogeo Vero N Planeta elongatur, quantùm Sol à Coniunctione Mediâ cum Planetâ eodem tempore in Zodiaco receſſit : hoc eſt, ſi Planeta ſit in X, & linea Medij motus Solis in Zodiaco ſit AY; tantus eſt arcus Epicycli NX ab Apogeo Vero N vſque ad Planetæ centrum X, quantus eſt Zodiaci arcus FY, à lineâ AIF Veri motus centri Epicycli vſque ad AY Medij motus Solis lineam; ac proinde linea IX ab Epicycli centro ad Planetam, & linea Medij motus Solis AY [u] æquidiſtant. Planeta igitur Epicyclum abſoluit tempore tanto, quantum eſt ab vnâ eius Coniunctione Mediâ cum Sole ad aliam. *a in hoc tamen corrigetur Ptolemæus nu. 9 §.2.* *u per 31 6. & 32. 1. elem.*

Quæ mirabilis ſanè, & pulchra Planetæ ſuum Epicyclum percurrentis cum motu Solis harmonia, vt ritè intelligatur, notandum eſt in Hypotheſi Ptolemaicâ Coniunctionem Mediam Planetæ & Solis tunc accidere, quando linea Medij motus Solis tranſit per centrum Planetæ: tunc verò fieri Oppoſitionem Mediam, quando linea Medij motus Solis ex.gr. A 6, vltra Mundi centrum verſùs Planetam protracta, tranſit per Planetę centrum. Quare cùm in Mediâ Coniunctione Planetæ centrum ſit in Epicycli Apogeo Vero N, at in Oppoſitione Mediâ occupet Perigeum Verum Epicycli Z, fit manifeſtum centrum Planetæ cum Parallelâ Medij motus Solis coniungi in ipsâ lineâ Veri motus centri Epicycli AZINF.

Corollarium. Ex hac *primâ Propr.* ſequitur, ſi à motu Solis Medio ♈LY auferatur motus Verus ♈LF centri Epicycli, relinqui NX Argumentum Verum, ſiue motum Verum Planetæ in Epicyclo. Arcus enim FX quo Sol receſſit à Coniunctione Mediâ cum Planetâ, quæ fit in rectâ AIF, ſimilis eſt arcui NX.

Egregiè notatur hîc à Ricciolo error Purbachij, Vrſtiſij, & aliorum multorum, qui Planetam malè ſtatuunt tempore ☌ Mediæ in Epicycli Apogeo Medio P; tempore ☍ Mediæ in Perigeo Medio K. Sic enim, quod toti Aſtronomiæ veteri repugnat, in ☌ & ☍ Mediâ non euaneſceret inæqualitas Secunda, cuius menſura eſt Argumenti Æquatio SAF: quæ euaneſcere non poteſt, niſi Planeta exiſtat in Apogeo Vero N, vel Perigeo Vero Z, in rectâ videlicet AIF.

§ 6. *Secunda Propr.* Planeta æqualibus temporibus per æquales arcus ab Epicycli Apogeo Medio P elongatur. Sequitur ex *Proprietate primâ* : quod ſic demonſtro. Sit Planeta in X, linea Medij motus Solis AY, linea Medij motus centri Epic. AM, æquidiſtans ſcilicet lineæ CIO. Quia per *Propr.* 1. ſimiles ſunt arcus NX, FY, & ex oſtenſis ad *deſin.* 17. ſimiles ſunt arcus NP, FM, etiam reliqui PX, MY ſimiles erunt. Itaque tantùm elongatur Planeta ab Apogeo Medio P, quantum AY linea Medij motus Solis eodem tempore recedit ab AM lineâ Medij motus centri Epicycli. Atqui AY ab AM æqualibus temporibus per æquales arcus Zodiaci recedit, ambæ ſiquidem mouentur æqualiter ex *hyp.* Ergo etiam Planeta X in Epicyclo àb Apogeo Medio P æqualibus temporibus per æquales arcus elongatur. *Fig. 1.*

Hic verò lapſus eſt errore vel potiùs memoriâ P. Ricciolus, cum *Almag. lib.7. pag.* 509. *num.*9, ita ſcripſit : *Tantus eſt motus Medius Planetæ in ſuo Epicyclo, quanta eſt elongatio Solis ſecundum ſui motum Medium à mediâ Coniunctione cum Planetâ.* Quod falſum eſſe ex iam demonſtratis liquet : oſtendi enim motum Medium PX Planetæ in Epic. æqualem ſeu ſimilem eſſe arcui MY, ac proinde inæqualem arcui FY, quo Sol ſecundùm motum Medium elongatur à ☌ Mediâ cum Planetâ.

Corollar. Ex *Proprietate ſecundâ* ſequitur, ſi à motu Solis Medio ♈LY auferatur motus Medius ♈LM centri Epicycli, relinqui Argumentum Medium PX. Relinquitur enim arcus MY, quem oſtendi ſimilem eſſe ipſi PX.

Quæres an Planeta ab Epicycli Apogeo Vero N, etiam recedat æqualibus temporibus per arcus æquales.

Reſpondeo nequaquam. Nam per §. 5. tantùm Planeta X elongatur ab Apogeo Vero N, quantùm AY linea Medij motus Solis recedit eodem tempore à lineâ AIF Veri motus centri Epicycli, in quâ fit Media ☌ Solis cum Planetâ. Atqui AY ab AIF recedit æqualibus temporibus per arcus non æquales, cùm AIF (vt ex. §.1. patet) per Zodiacum inæqualiter moueatur, AY verò æqualiter. Ergo etiam Planeta X in Epicyclo recedit ab Apogeo Vero P per arcus non æquales.

Fig.2. §. 7. *Tertia Propr.* Planeta celeriùs mouetur in Epicyclo, eumque citiùs abſoluit, quando & quamdiu Epicycli centrum I eſt in ſuperiori Deferentis portione FDS, quam determinat recta SF non per B centrum Deferentis (in quo rurſum errant plerique) ſed per Æquantis centrum C ad lineam Apſidum LV perpendicularis: mouetur verò tardiùs Planeta in Epicyclo, quando & quamdiu Epicycli centrum eſt in portione Deferentis inferiori SRF. Sequitur ex *Proprietate ſecundâ* & ex *dictis. §.2. de motu Apogei Medij*: quod ſic demonſtro. Ordo Signorũ in Epicyclo fingatur ſecundùm ſeriem litterarum GOXK, quem ſolùm hìc attendemus. Planeta X mouetur in Epicyclo S.O.Sign. GOXK; & Apogeum Medium P libra-
i *per §. 2.* tur vltra citraque concauitatis punctum O, modò. S. O. Sign. GOXK [i] accedendo ad Pla-
m *per pro-* netam X, modò. C. O. Sign. a Planetâ recedendo. Quare, cùm [m] Planeta æqualibus tem-
pr.2. §.6. poribus per æquales arcus ab Apogeo Medio P elongetur, neceſſe eſt Planetam in Epicyclo ferri celeriùs, cùm Apogeum Medium P motum.S.O.Sign. ad Planetam X accedit, tardiùs verò cùm Medium Apogeum P motum. C.O.Sign. à Planetâ recedit. Atqui Apogeum Medium P mouetur. S.O.Sign.GOXK. centro Epicycli percurrente arcum Deferentis FDS, & Apogeum Medium fertur. C.O.Sign.adeoque abit à Planetâ, centro Epicycli percurrente arcum SRF. Ergo Planeta percurrit Epicyclum celeriùs, centro Epic. permeante arcum FDS, tardiùs verò centro Epic. percurrente arcum SRF. Vniuerſim autem inæqualitas motus Planetæ in Epicyclo breuiter ſic oſtenditur. Motus æqualis à termino non fixo, ſed moto inæqualiter, abſolutè eſt inæqualis. Sed talis eſt Planetæ motus in Epicyclo: recedit enim ſemper æqualiter ab Apogeo Medio, cuius libratio vltra citraque O inæqualis eſt. Ergo motus Planetæ in Epicyclo abſolutè inæqualis eſt.

Hactenus Ptolemæi Hypotheſim expoſuimus. Deinceps quomodo Phœnomenis *num.* 3. recenſitis ſatisfaciat, videamus.

NVMERVS VI.

Per hanc Hypotheſim quomodo Phœnomenis ſatisfiat.

Saluatur prima inæqualitas.

Fig.1. §. 1. QVæ ad primam inæqualitatem ſpectant recenſita *num.* 3. §.2. 3. 4, ſaluantur per motum centri Epicycli I, (in quo tunc concipitur eſſe centrum Planetæ) irregularem quidem in Deferente DIR ω, ſed regularem in Æquante GOβδ, ac proinde irregularem in Zodiaco & reſpectu centri Mundi A, vt *num.*5. §. 1. expoſui, ex tali quippe motu planetæ per Deferentem contingit, vt in centro Mundi A, appareat Æqualibus temporibus arcus inæquales in Zodiaco abſoluere, quod obſeruatio requirebat 2. §; & vt circa Apogeum Deferentis D motus Planetæ in Zodiaco videatur tardiſſimus, circa Perigeum verò R celerrimus, quo ſatisfit. §. tertio; & vt bis intra vnius reuolutionis tempus, nimirum in Apogeo Deferentis & perigeo, euaneſcat omnis inter motum Verum ac Medium differentia, ſiue Æquatio, quo ſatisfit quarto. §. Quæ omnia demonſtrantur eodem modo, vt in Sole *lib.* 1 *.num.*23, & *ibidem num.*25. *Propr.* 1. 1 1 .7. Vide etiam *Poriſma num.*27. *lib.*2. vbi Apparentis in Zodiaco inæqualitatis geometrica demonſtratio exhibetur.

Inæqualitas, ſiue inæqualis duratio reuolutionum Planetæ ab vno puncto Zodiaci ad idem (de quâ *num.*3. §. 1.) prout ad primam inæqualitatem ſpectat (magis quippe ad ſecundam pertinere quàm ad primam monui *num.*3. §.4.) non differt ab eâ, quam inter ſe habent reuolutiones centri Epicycli ab vno Zodiaci puncto ad idem; quandoquidem hìc centrum Planetæ in ipſo Epicycli centro, ſiue in lineâ AIF Veri motus centri Epic. ſtatuatur. Ea verò exponitur ac demonſtratur per motum illum tardiſſimum Apogei Deferentis D in conſequentia, prorſus vt in Sole *lib.* 1 *.num.*48, & apparet tunc ſolùm (ſi tamen ipſam ſinat eius exilitas apparere) cum reuolutiones dictæ in ☌ vel ☍ Planetæ cum Sole & incipiunt & finiunt.

Saluatur inæqualitas ſecunda.

Fig. 1. §. 2. Pars inæqualitatis ſecundæ præcipua, quam retuli *num.*3. §.6, pulcherrimè de-
a *per §. 5.* monſtratur per motum Planetæ in Epicylo expoſitum *num.*5. §. 5. Cùm enim tam [a] Planeta
num.5. ſuperiorem Epicycli partem HQE, quàm centrum [b] Epicycli Eccentricum percurrens mo-
b *per §.1.* ueantur ſecundùm O. S. Zodiaci; liquet motum Planetæ per ſuperiorem Epicycli partem in
num.5. quâ eſt Apogeum Q, fauere motui centri D ſub Zodiaco: ac proinde Planetam tunc pro-

cedere

Digitized by Google

cedere per Zodiacum motu duplicato, vno videlicet ſibi proprio in Epicyclo, altero ipſius centri D, quo ipſe vnà cum Epicyclo defertur. Atqui Planeta ante & poſt ☌ cum Sole percurrit ſuperiorem Epicycli partem, in ipsâ enim ☌ eſt in Vero Apogeo [c] Epic. Q. Patet igitur cur ante & poſt ☌ cum Sole celerrimè per Zodiacum videatur moueri. Rurſum, quia motus Planetæ per Epicycli partem inferiorem fit C. O. Sign. Zod. ex E per ↓ versùs H, is tunc aduerſatur motui centri D, quo Planeta vnà cum Epicyclo per Zodiacum defertur S. O. Signorum. Atqui Planeta decurrit inferiorem partem Epic. ante & poſt ☍ cum Sole, cùm in ☍ ipsâ ſit in [d] Perigeo Vero ↓. Liquet igitur cur ante & poſt ☍ cum Sole progreſſio Planetæ per Zodiacum tantopere retardetur. Inde tamen nondum apparet cur Planeta fiat Retrogradus. Ad hoc enim requiritur non ſolùm vt Planeta in Epicyclo feratur C. O. Sign. Zod. ſed inſuper vt D ↓ radius Epic. ad ↓ A diſtantiam [d] Perigei Epic. à centro Mundi maiorem habeat rationem, quàm velocitas centri Epic. ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ineſſe porro hanc conditionem Planetis quinque minoribus, adhæc in quibus punctis Epic. incipiant Stationes, & in quo puncto Retragradatio, ac proinde quanti ſint arcus progreſſionis Directæ, Stationum, & Retrogradationis, demonſtrabitur *lib.* 7.

c *ibid.*
d *ibid.*
d *oſtendam n.*20.*l.*7.

§. 3. Interim ex modò dictis facilè apparet cur (quod. *num.* 3. §. 7. fuerat obſeruatum) Planetæ progreſſio Directa in Zodiaco ſit Retrogradatione velocior; quia nempe ad Progreſſionem Directam concurrunt & motus centri Epic. & motus Planetæ in Epic. S. O. Sign. Zod. Retrogradationem verò cauſat ſolus Planetæ per Epic. motus C. O. Sign. Zodiaci (adiunctâ tamen conditione ſuperiùs indicatâ) motum centri Epic. elidens & ſuperans.

§. 4. Quod autem (vt *num.* 3. §. 8. retulimus obſeruatum) comparando progreſſionem Directam Planetæ vnam cum alterâ, & Retrogradationem vnam cum alterâ (in diuerſis nempe reuolutionibus Solis ad Planetam) ex non eiuſdem ſemper velocitatis vel tarditatis reperiantur, oritur partim ex inæquali velocitate Planetæ in Epicyclo, de quâ vide §. 7. *nu.* 5; partim ex inæquali motu centri Epicycli per Zodiacum, ſaluante inæqualitatem primam, vt expoſui §. 1.

Cur longiori tempore duret vna progreſſio Directa quàm altera, & vna Retrogradatio, quàm altera, tùm ex iam dictis, tum ex ijs quæ *lib.* 7. dicturi ſumus, intelliges.

§. 5. Quod verò etiam reuolutiones integræ Solis ad Planetam, vt *num.* 3. §. 5. eſt obſeruatum, tempore non æquali abſoluantur, rurſum fit partim ex motu inæquali centri Epicycli per Zodiacum, oſtenſo *num.* 5. §. 1, partim ex diuersâ velocitate Planetæ in Epicyclo probatâ *num.* 5. §. 7. quod ſic oſtendo. Coniunctio Media Solis cum Planetâ fit in lineâ AIF Veri motus centri Epicycli, quando nimirum centrum Planetæ & linea Medij motus Solis coincidunt in rectâ iam dictâ AIF, vt patet ex dictis *num.* 5. §. 5. Atqui ob inæqualem progreſſum centri Epicycli I per Zodiacum linea AM Medij motus Solis digrediens à lineâ AIF, modò tardiùs ad eandem redit, modò citiùs; & Planeta ſimiliter ob diuerſam in Epicyclo velocitatem etiam ipſe à rectâ AIF digrediens, modò citiùs ad eamdem reuertitur, modò tardiùs. Ergo ex duplici illâ causâ reuolutio Solis ad Planetam iam minori tempore abſoluitur, iam maiori.

Fig. 1.

§. 6. Inæqualitas reuolutionum Planetæ ab vno puncto Zodiaci ad idem, prout ad ſecundam inæqualitem pertinet, & multò maior eſt eâ, quam expoſui ſub finem. §. 1, in hac Hypotheſi ſic oſtenditur. Sub initium reuolutionis ſit Planeta in Q Apogeo Vero Epicycli, ac proinde & centri Epicycli D, & Planetæ vnus ſit idemque in Zodiaco locus L. Quoniam reuolutiones Planetæ per Zodiacum, & Epicyclum non ſunt æquales, vt patet ex *num.* 3. §. 1. & 5, manifeſtum eſt ſub finem reuolutionis per Zodiacum Planetam poſſe exiſtere in alijs atque alijs Epicycli punctis. Exiſtat ergo ſub reuolutionis finem in puncto 2, ſitque tum locus Planetæ in Zodiaco punctum 5. Incipiant ergo tam centrum Epicycli quàm centrum Planetæ ſimul recedere à lineâ A D Q L in conſequentia versùs S. Quando igitur D centrum Epic. Zodiaco peragrato redierit in L, Planeta iam tranſilierit punctum L, eritque in 5. Quare tempus reuolutionis Planetæ per Zodiacum minus eſt tempore reuolutionis centri Epicycli per Zod. eâ temporis quantitate, quâ percurritur arcus L 5. Quòd ſi Planeta ſub reuolutionis finem ſit in Epicycli puncto 3, tempus reuolutionis Planetæ per Zod. excedet tempus reuolutionis centri D, eo tempore quo percurritur arcus 4 L. Quare ſi reuolutio Planetæ prior comparetur cum poſteriore, tempus poſterioris excedet tempus prioris eo tempore, quo percurritur arcus totus 4 L 5.

Fig. 1.

§. 7. Poſtremò liquet in hac Hypotheſi, quomodo in ☌ & ☍ Planetæ cum Sole ſecunda inæqualitas euaneſcat; quod *num.* 3. §. 10. obſeruabatur. Planeta enim per §. 5. *num.* 5. in ☌ & ☍ cum Sole eſt in lineâ AZINF Veri Apogei ac Perigei Epicycli; quare tunc linea AXS Veri motus Planetæ eadem eſt cum AZINF, ac proinde SAF Æquatio Anomaliæ Orbis, ſeu Argumenti, qui eſt menſura inæqualitatis ſecundæ, neceſſariò euaneſcit. Nulla igitur differentia tum eſt inter motum Verum Planetæ, & motum Verum centri Epicycli,

quem determinat recta AZINF, adeoque ſecunda inæqualitas etiam nulla eſt.

Saluatur Planetarum incrementum ac decrementum Apparens.

Fig. 1. m per §. 5. num. 5. De quo §. 11. *num.* 3. Ratio huius Phœnomeni in promptu eſt. Planeta enim ᵐ Soli coniunctus eſt in N Apogeo Epicycli, Soli oppoſitus in Z Perigeo. Quare in ☌ maximè diſtat à Mundi centro A, in ☍ minimè. Quod autem hæ ipſæ diſtantiæ maximæ inter ſe collatæ ſint inæquales, ſint item inæquales & minimæ, inde fit, quia centro Epicycli accedente ad Deferentis Apogeum D, ac proinde longiùs à Mundi centro A recedente, neceſſe eſt etiam Epicycli Apogeum N, longiùs à Mundi centro remoueri. Quare ſi Planeta exiſtat in Q Apogeo Epicycli, quando centrum Epicycli attingit D Apogeum Deferentis, Planeta erit ἀπογειότατος, ſeu maximè Apogeus, hoc eſt remotiſſimus à Terrâ. Cõtra verò Epicycli centro accedente ad Perigeum Deferentis, tam ipſum, quàm Perigeum Epicycli fit Mundi centro vicinius: ac proinde ſi Planeta ſit in Epicycli Perigeo θ, cùm centrum Epic. eſt in R Perigeo Deferentis, Planeta erit περιγειότατος, ſeu maximè Perigeus, hoc eſt Terræ viciniſſimus.

NVMERVS VII.

Modus Geometricè ſupputandi ad datum tempus Vera loca ♄ ♃ ♂ in hac Hypotheſi.

Fig. 1. CVm ſolum hìc intendamus formam calculi exponere, ſupponuntur iam data, quæ poſtea reperientur, nimirum motus Æqualis Apogei Deferentis ♈ L, motus Æqualis, ſeu Medius centri Epicycli ♈ LM ad datum tempus vterque; radius Deferentis B I, Eccentricitas AC, eiuſque ſemiſſes AB, BC, radius Epicycli IX. In ſchemate autem ſupponuntur circuli & lineæ Hypotheſeos deſcriptæ ac definitæ *num.* 4. His ergo datis, inuenire oporteat Planetæ Verum motum ♈LS ad tempus datum.

§. 1. Apogei motum ♈ L auſer à Medio motu ♈LM centri Epic. ita notus erit arcus LM, ſiue GO Anomalia Media Eccentrici (vide *def.* 12. & 13. *num.* 4.) adeoque angulus DCO, ſeu DCI etiam notus erit. Aufer DCI à Grad. 180, fietque notus I C B. In triangulo igitur BCI cùm dentur angulus ICB, & duo latera, B I radius Eccentrici, B C ſemiſſis Eccentricitatis AC, ex his reperietur ᵒ BIC Æquatio Phyſica, quam ſerua. Deinde, quia IBA externus ᵈ æquatur duobus internis iam notis BIC, & ICB, etiam ipſe notus erit. In triangulo igitur ABI cùm dentur IBA & latera BI radius Deferentis, A B ſemiſſis altera Eccentricitatis, non latebit ᵐ AI diſtantia centri Epic. à Mundi centro, & AIB Æquatio Optica; quæ iuncta Phyſicæ BIC, dabit angulum AIC, hoc eſt arcum ⁿ FM, Æquationem totam centri Epicycli. Hæc in priori Anomaliæ ſemicirculo D I R (vt in hoc ſchemate contingit) dempta motui Medio centri Epic. ♈LM, addita verò in poſteriori R ω D, dabit motum Verum centri Epic. ♈LF ad tempus datum.

o per probl. 11. cap. 3. Geo. prac. d per 32. 1. elem. m per prob. 10. cap. 3. Geo. prac. n vide def. 17. n. 4.

§. 2. Inquire ad t. d. Medium ᵒ Solis motum ♈ L Y: à quo aufer motum Verum centri Epic. ♈LF: ita notus fiet arcus F Y, hoc eſt ⁱ NX Argumentum Verum: quo dempto à Grad. 180, notus erit arcus XZ, adeoque & angulus X I A. In trigono igitur A I X cùm dentur angulus XIA, & latera duo, AI diſtantia centri Epic. à centro Mundi, IX radius Epicycli; ex his ᵖ innoteſcet AX diſtantia Planetæ à centro Mundi ad t. d. & angulus XAI, ſiue arcus FS Æquatio Argumenti, ſeu Anomaliæ Orbis: quæ in priore Anomaliæ Orbis ſemicirculo NXZ (vt in hoc ſchemate) addita motui Vero centri Epic. ♈LF, dempta verò in poſteriori Z ω N, dabit motum Planetæ Verum ♈LS ad tempus datum in ſuâ orbitâ.

o per n. 54. lib. 1. i per Corol. § 5. n. 5. p per prob. 10. cap. 3. Geo. prac.

NVMERVS VIII.

Quare Ptolomæus introducto Æquante Eccentricitatem biſecuerit.

Fig. 1. PTolomæus, vt *n.* 4. *in definitionibus*, & *n.* 5. §. 1. expoſuimus Eccentricitatem A C, quæ baſis eſt Æquationis AIC debitæ inæqualitati primæ, biſecuit, & ſemiſſem eius A B ſolùm attribuit Deferenti Epicyclum BDIRω: totam verò aſſignauit Æquanti CGOβδ, quem voluit eſſe menſuram & vehiculum æqualis motus I centri Epicycli (ipſiuſque adeo Planetæ) quamuis

uis illud non in Æquante, ſed in Deferente ſtatueret: vnde conſequens neceſſariò fuit, vt centrum I in proprio ſuo circulo inæqualiter moueretur. Mirum iſtud tyronibus Aſtronomiæ videri poſſit; & meritò ſanè, quando eius rei cauſam etiam magni Aſtronomi ignorauerunt. Keplerus ſiquidem in *Myſterio coſmog cap.* 22. & Mæſtlinius *ibidem* in appendice, arbitrati ſunt Ptolomæum id cæcâ coniecturâ ductum præſtitiſſe. In quo quidem illi vehementer errant, vt egregiè oſtendit Ricciolus *Almag. lib.* 7. *ſect.* 2. *cap.* 1. *ſch.* 1. *&* *cap.* 6. *prop.* 5. à quo iſthîc dicta clariùs adiecto ſchemate exponam.

Videtur igitur aduertiſſe Ptolomæus ſi tota ſemper & eadem Eccentricitas A C primæ inæqualitati debita, tribuatur Deferenti, ſic vt is ſit circulus G O β δ centrum habens in C; Æquationes centri Epicycli crebrò iniuſtas prodire, & circa Perigeum β iuſtò maiores. Id porro deprehenderit locum Planetæ ex ſupputatione iuxta methodum *num. præc.* collectum, conferendo cum Planetæ loco per *num.* 1. obſeruato. Quare vt Æquationes centri hoc vitio liberaret, retinuit quidem Eccentricitatem totam A C, tamquam baſim Æquationis deſideratæ, ſed eius tantùm ſemiſſem AB Deferenti aſſignauit, ſic vt Deferens centri Epic. eſſet D φ R ω, eiuſque centrum in B. Quo artificio eſt aſſecutus vt Æquationes centri circa Perigeum iuſto aut ferè iuſto decremento minuerentur, augerentur verò circa Apogeum. Res ex ſchemate fiet manifeſta. Eſto primùm Deferens G O β δ, centrum habens in C, & Epicycli centrum ſit prope Perigeum β in P; ductiſque rectis C P, A P, Æquatio centri Epic. eſto CPA, quam, vt dixi, deprehendit eſſe iuſto maiorem. Statuatur deinde Deferens in D φ R ω centrum habens in B puncto medio Eccentricitatis totius A C; ſumptoque arcu R I æquali ipſi β P, ſit Epicycli centrum in I. Manifeſtum eſt ductis rectis C I, A I Æquationem centri Epic. CIA, in pari diſtantiâ à Perigeo minorem iam eſſe priori C P A; ac proinde vitioſum eius exceſſum ſic reſecari: quod erat intentum. Fig. 4.

Secundò animaduertit Ptolemæus ſi Deferenti tota Eccentricitas AC tribuatur, ſic vt ipſe ſit in G O β δ, centrumque eius in C, diſtantias centri Epicycli prope Apogeum G eſſe nimis magnas, circa Perigeum β nimis paruas; ac proinde ſi eadem ſemper Epicycli Semidiameter retineatur, Æquationes Argumenti etiam iniuſtas prouenire, & longè euidentiùs circa Perigeum maiores quàm ferant Planetarum loca obſeruata. Hunc exceſſum eâdem illâ Eccentricitatis biſectione temperauit: Sit enim primò (*vt ſupra*) Deferens in G O β δ eiuſque centrum in C; Epicycli centrum in P prope Perigeum β; Planeta in X; ductiſque è Mundi centro A rectis AP, AX, Æquatio Argumenti ſit XAP. Hanc, vt dixi, Ptolemæus inuenit iuſtâ maiorem. Detur deinde Deferenti Eccentricitatis tantùm ſemiſſis AB, ſic vt ipſe ſit in D φ R ω, eiuſque centrum in B; ſumptoque rurſum arcu RI æquali ipſi β P, centrum Epicycli iam ſit in I, Planeta verò in X, eamdem habens Anomaliam Orbis NX, quam in ſitu priori P. Manifeſtum eſt Æquationem Argumenti XAI iam eſſe minorem priore XAP; adeoque ſic reſecari exceſſum obſeruationibus repugnantem, quod erat propoſitum. Quare non caſu, aut cæcâ coniecturâ, ſed magno conſilio atque ingenio Ptolemæus Æquantem circulum biſectionemque Eccentricitatis adhibuit. Fig. 1. & 4. Fig. 4.

Fatendum eſt nihilominus diſcrepantiam prædictam loci Planetæ obtenti per calculum, ab obſeruato, à Ptolemæo emendatam eſſe quidem, ſed non penitus ſublatam. Multò id ſanè exactiùs obtinebitur, ſi Æquante & Eccentricitatis biſectione omiſſis, aut Eccentricitas, aut Epicycli ſemidiameter, aut ſimul vtraque varientur, vt oſtendam *infra n.* 10.

NVMERVS IX.

Quæ in Hypotheſi antiquâ Ptolomaicâ ♄, ♃, ♂ videantur deſiderari.

§. 1. IN primis Copernico, Tychoni, Longomontano diſplicet Eccentricitatis biſectio, quòd hæc efficiat, vt [a] Planeta, ſiue Epicycli centrum moto realiter inæquali moueatur, æqualitatem obtinens nonniſi fictitiam in Æquante. At non diſplicuit Keplero, non Bullialdo, qui Planetas omnes per Ellipſeos perimetrum circumducunt, atque Eccentricitatem biſectam conatu ſummo, quamuis Ellipſis (vt apparet) amore potiſſimùm ducti, tuentur. Cur verò id haberi debeat abſurdum, ego quidem prorſus non video, cùm nobis minimè conſtet vtrùm Planetæ pluribus de facto motibus agantur, an ſpiralem lineam ex pluribus motibus compoſitam, motu vnico immediatè percurrant. Quod poſtremum ſi verum eſt, erit Planetæ motus verè & ſimpliciter irregularis. Quid igitur peccat Ptolemæus, ſi motum Planetæ faciat inæqualem in Hypotheſi, qui fortè talis eſt realiter & abſolutè? Præſertim cùm æqualitas motus eo maximè conſilio ſit in Hypotheſes introducta, vt calculo facilitas conciliaretur, quam æquè ac illi, Æquante ſuo Ptolomæus eſt aſſecutus.

[a] vide §. 1. num. 5.

§. 2. Iſtud magis Ptolomæo obeſt, in quo ipſum Aſtronomi vſque ad Tychonem omnes, Copernicus etiam ipſe & Lansbergius ſunt imitati, quòd ſecundæ inæqualitatis principium (vt dixi § 5. *num.* 5.) ducat à Coniunctione Solis cum Planetâ non Verâ, ſed Mediâ, & Argumentum, ſeu Anomaliam Orbis, eiuſque Æquationes inueſtiget adhibendo motum Solis Medium, cùm debuiſſet Verum. Quamuis enim prope ☌ & ☍ Planetæ cum Sole, locus adhibito Medio Solis motu ſupputatus non multùm diſſideat à loco obſeruato: tamen extra ☌ & ☍ diſſidium valde ſenſibile deprehenditur; nullum verò aut ſaltem longè minus, ſi Solis Motus Verus adhibeatur. Ex quo patet inæqualitatem ſecundam euaneſcere in ☌ & ☍ Planetæ cum Sole non Medijs, ſed Veris, eiuſque menſuram à Solis motu non Medio, ſed Vero eſſe deriuandam.

§. 3. Poſtremò etiamſi ad inueſtigationem Argumenti & Æquationum eius, Veri Solis motus adhibeantur, nihilominus Planetæ locus iuxta leges Ptolemaicæ Hypotheſeos ſupputatus, non ſatis adhuc conuenit cum obſeruato, præſertim in *Marte*. Ratio eſt, quia licet Deferenti aſſignando tantùm ſemiſſem Eccentricitatis totius calculi & obſeruationis diſſidium minuatur, non tamen penitus tollitur, eò quòd in hac Hypotheſi tam Deferentis Eccentricitas quamuis diminuta, quàm Epicycli Semidiameter, ſemper eædem permaneant, cùm debuiſſent vel vtræque, vel ſaltem alterutra certis legibus (vt *num. ſeq.* dicam) variari.

Volui nihilominus hanc Hypotheſim exactè & clarè exponere, quòd ea Ptolomæi ſit, & totius doctrinæ Planetariæ fundamenta contineat.

CAPVT III.

Proponitur & exponitur Hypotheſis noua ♄, ♃, ♂ in longitudinem.

EST ea *Ioannis Baptiſtæ Riccioli* Aſtronomi præſtantiſſimi Societatis Ieſu, quam exponit ipſe *Almageſti ſui lib. 7. ſect. 2. cap. 6.* Ego eam paulò aliter concinnatam hic exhibebo.

NVMERVS X.

Noua Hypotheſis. ♄, ♃, ♂.

Fig. 6.

§. 1. ZOdiacus eſto ♈ ♉ H T; eius ac Mundi centrum A; diameter H A ↓. Eccentricus ſit β V E ϑ X; Apogeum eius E; Perigeum X; linea Apſidum H E A X ↓, eadem nempe quæ diameter; Eccentricitas minima ſit AB, maxima AD, harum differentiâ BD biſectâ in G, Eccentricitas Media, ſeu mediocris, ſit AG. Deſcribatur autem centro G circa diametrum BD circellus: iuuabit is conceptum librationis centri Epicycli mox exponendæ.

§. 2. Centrum Epicycli, quod in primâ inæqualitate eſt idem cum centro Planetæ ab Apogeo E versùs V in conſequentia mouetur motu æquali per peripheriam Eccentrici, eamque abſoluit eâ temporis quantitate, quæ ſingulis conuenit Planetis, vt dixi *num.* 3. §. 1. Interim verò centrum Eccentrici per circelli diametrum BD deſcendit aſcenditque hunc in modum.

§. 3. Epicycli centro exiſtente in Apogeo E, centrum Eccentrici eſt in D, cuius tum maxima eſt Eccentricitas A D. Cùm Epicycli centrum confecit vnum Quadrantem E β, centrum Eccentrici eſt in G circelli centro, habeturque Eccentricitas Media A G. Quando centrum Epicycli eſt in Perigeo X, centrum Eccentrici eſt in B, ſitque minima Eccentricitas AB. Percurſis ab Epic. centro Quadrantibus tribus Anomaliæ E β X ϑ, centrum Eccentrici rurſum eſt in G. Denique Epic. centro reuerſo ad Apogeum E, centrum Eccentrici denuò aſcendit in D.

Vniuerſim centrum Eccentrici per circelli diametrum B D aſcendendo ac deſcendendo, ipſam perpetuò eâ proportione ſecat, quâ V Y ſinus Anomaliæ Mediæ Eccentrici E V ſecat Eccentrici diametrum EX: vt ſi Epicycli centrum confecerit Anomaliæ arcum E V, cuius ſinus eſt V Y, centrum Eccentrici erit in puncto I, ſic vt DI ſit ad IB, ſicut EY ad YX. Cùm centrum Epic. eſt in ſecundo Quadrante in Z, attenditur ſinus Z θ arcus Z X, qui eſt complementum Anomaliæ EZ ad Grad. 180; ſi in tertio in ω, attenditur ſinus ω θ arcus X ω, quo

Anomaliæ

Anomaliæ EZXω excedit Grad.180; ſi in quarto in φ, cape ſinum φY arcus φE, qui eſt Anomaliç EZXφ complementum ad Grad.360. In ſchemate vnus exhibetur ſitus Eccentrici, centrum videlicet habentis in I.

Elegit porro Ricciolus Eccentricitatis variationem huiuſmodi, quia poſt multam ac diuturnam collationem calculi cum obſeruatione comperit, hâc aſſumptâ, prope veras ☌ Planetæ cum Sole, & in ipſis veris ☍, cum (vt oſtendi *num.9.* §.2.) ſola prima inæqualitas dominatur, Æquationes centri AVI, ſeu TQ, iuſtiores prouenire, adeò vt loca Planetæ ſupputata cum obſeruatis, ſatis exactè conſentiant. Et quidem omnino decreſcere proportione iam dictâ Eccentricitatem ab Apogeo ad Perigeum, liquidò apparebit ex *num.24.*

Atque hæc eſt pars prima Hypotheſeos, quâ ſatisfit inæqualitati primæ.

§.4. Vt ſaluetur ſecunda inæqualitas, Planeta voluitur per Epicyclum, ſic vt in omni ☌ verâ Planetæ cùm Sole (ſic enim oportere oſtendi *num.9.* §.2.) Planetæ centrum ſit in M Apogeo Vero Epicycli, & in omni Verâ ☍, in Perigeo Vero L: extra verò hos articulos tantus eſt Planetæ in Epicyclo motus MS ab Apogeo Vero M, quantus eſt Solis motus Verus à Verâ ☌ cum Planetâ, ſiue quantus eſt Zodiaci arcus Q 4, quo Sol receſſit à lineâ AVMQ Veri loci centri ac Apogei Epicycli. Ita quidem phœnomenis pleriſque ſatisfit; Æquationes tamen, niſi varietur Epicyclus, non ſatis iuſtæ reperiuntur. Vult igitur Ricciolus Epicycli radium ab Eccentrici Apogeo E vſque ad Perigeum X perpetuò decreſcere, ſic vt maximus ſit in Apogeo, minimus in Perigeo. Proportiones autem iſtius decrementi eaſdem conſtituit, quibus ſupra ab Apogeo ad Perigeum decreuit Eccentricitas: ita enim horum Planetarum loca ſupputata cum obſeruatis conuenire. Verùm, cùm ſtante hoc decremento Epicycli, Ricciolus Planetæ motum in Epicyclo non ſatis declaret, ſuamque Hypotheſim fateatur non habere Geometricam acribiam, eam illi conciliare hic conabimur.

§.5. Epicyclus maximus pro Apogeo Eccentrici eſto EMS, minimus pro Perigeo E2N, interque hos infiniti alij medij concipiantur eodem E centro deſcripti. Centro Epicycli exiſtente in Apogeo E, Planetæ centrum ſit in maximi Epicycli puncto quouis S, ad quod ducatur ex centro Epic. recta ENS, ſitque radij maximi, & minimi differentia NS. Deinde recta ES, ſeu VS ſecum perpetuò deferens Planetæ centrum moueatur per Epicycli maximi omniumque intermediorum peripherias, iuxta leges §.4. præſcriptas, nimirum vt in omni Verâ ☌ & ☍ Planetæ cum Sole, recta ES ſeu VS, ſit in lineâ Apogei Veri Epicycli AEM, ſeu AVM; extra verò hos articulos tantus ſit rectæ VS motus MS ab Apogeo Vero Epic. M, quantus eſt motus Verus Solis à ☌ Verâ cum Planetâ, hoc eſt à lineâ AMQ. Porro rectæ VS, Planetam Deferentis motum in Epicyclo exhibet non ſolùm arcus MS Epicycli maximi, ſed etiam cuiuſlibet Epicycli intermedij arcus ex.gr. 5C; omnes enim arcus concentrici ſunt, iiſdemque radijs VM, VS intercepti, ac proinde ſimiles inter ſe, *per Cor.3.p.33. lib.6. elem.* Atque ita obtinetur analogia debita motus Planetæ in Epicyclo cum motu Solis. Supereſt ergo vt decrementum Epicycli cum dictâ analogiâ coniungamus. Id verò præſtabit Planetæ deſcenſus aſcenſuſque per differentiam SN, hoc modo. Cùm Epicycli centrum eſt in E Apogeo Eccentrici, Planeta ſit in rectæ ES ſummitate S. Quo autem tempore centrum Epicycli percurrit primum Anomaliæ ſemicirculum EZX, Planeta deſcendat per totam differentiam SN; & centro Epicycli percurrente ſemicirculum ſecundum XδE, Planeta rurſum aſcendat per eandem differentiam totam NS. Hic porro aſcenſus, & deſcenſus ita peragatur, vt centrum Planetæ differentiam SN, eâ ſemper proportione ſecet, quâ (VY) Sinus Anomaliæ Mediæ centri Epic. (EV) ſecat diametrum Eccentrici EX, planè vt fiebat §.3. in aſcenſu ac deſcenſu centri Eccentrici per rectam DB.

Itaque cùm Epicycli centrum ab Apogeo E proceſſerit in V, Planeta deſcendit in ſuâ lineâ deferente ab S in C, ſic vt SC ſit ad CN, vt EY ad YX. Et Epicycli centro delato in β, Planeta deſcendit in O, ſic vt SO ſit ad ON, vt EI, ad IX. Epicycli centro vlteriùs progreſſo in Z, etiam Planeta vlteriùs deſcendit in P, eſtque SP ad PN, vt Eθ ad θX. Demùm vbi centrum Epicycli attigerit Perigeum X, Planeta, percurſâ differentiâ totâ SN, ſiſtitur in N. Deinde centro Epicycli peragrante ſecundum Anomaliæ ſemicirculum XδE, Planeta iiſdem legibus ex N iterum aſcendit versùs S; & Epicycli centro reuerſo ad Apogeum E, etiam Planeta redit ad lineæ deferentis ſummitatem S. Interim verò dum Planeta per rectam ſuam deferentem ſic aſcendit, deſcenditque, recta illa ipſa Planetam ſecum deferens, mouetur in orbem circa centrum commune Epicyclorum ad leges præſcriptas ſupra, ac proinde Planetç motum Soli analogum non ſolùm in Epicyclo maximo, ſed etiam in minimo infinitiſque intermedijs deſignat. Quo fit vt ſaluâ acribiâ & concinnitate Geometricâ, per motum circularem & rectum obtineatur, & Soli analogus Planetæ per Epicyclum motus, & decrementum continuum Epicycli ac radij eius, ab Eccentrici Apogeo ad Perigeum: quod *ſupra* requiri diximus, vt Æquationes Argumenti SAE, CAV, OAβ, PAZ, NAX, PAω &c,

quibus ſecunda inæqualitas exæquatur, iuſtæ proueniant. Et omnino decreſcere hac proportione Epicycli radium ab Apogeo ad Perigeum, liquebit ex *num.* 26. §. 4.

Definitiones ad hanc Hypotheſim ſpectantes intelliguntur ſatis ex definitionibus Hypotheſeos Ptolemaicæ *num.* 4.

NVMERVS XI.

Forma ſupputationis Geometricæ ad datum tempus locorum in Zodiaco ♄. ♃. ♂. iuxta hanc Hypotheſim.

Fig. 6. SVppoſitis lineis, circulis, & punctis huius Hypotheſeos *præcedenti Numero* deſcriptis expoſitiſque, ad datum tempus Epicycli centrum ſit in V, Planetæ in C. Ex I, quod pro tempore dato eſt centrum Eccentrici, & à centro Mundi duc rectas IV, AVQ, & AT parallelam ad IV, nec non per centrum Planetæ rectam ACR. Erit igitur ad t.d. ♈Q motus Verus centri Epicycli; ♈QT motus eiuſdem Medius; ♈H motus Apogei Eccentrici; ♈R motus Verus Planetæ, quem oportet ſupputare.

Quoniam verò hic ſolùm proponitur ſupputationis forma, ſupponemus eſſe data, quæ
r *vide num.* 23. poſtea inuenientur locis in margine annotatis: nimirum motum r Apogei ♈H, motum s Medium Planetæ, ſeu centri Epic. ♈QT, item Eccentricitatem minimam t AB, maximam AD,
s *vide n.* 21 harum differentiam BD, radium u Epicycli maximum VS, minimum u VN, horum diffe-
t *vide n.* 24 rentiam NS; omnia in partibus radij Eccentrici 100000. His ergo poſitis,
u *vide n.* 26

§. 1. Eccentricitatem AI congruentem tempori dato, inquires hoc modo. Apogei motum
a *vide def.* 12. & 13. *num.* 4. ♈H aufer à motu Medio ♈HT centri Epicycli; ita notus erit arcus HT, ſiue EV a Anomalia Media Eccentrici, quæ ſi minor ſit Grad. 90, quære b Sinum eius verſum EY in partibus Sinus totius EI 100000, qui eſt ipſe radius Eccentrici. Tum fiat vt tota Eccentrici dia-
b *in tabulis ſin.* meter EX nempe 200000, ad EY Sinum verſum, ita DB circelli diameter, differentia nempe
c *patet ex* §. 3. *num.* 10. Eccentricitatis maximæ, & minimæ ad Quartum, nempe DI. Cùm ergo ſit c vt EX ad EY, ita DB, ad DI, & tria prima dentur in partibus radij Ecc. IE, etiam Quartum DI in iiſdem partibus erit notum. Sed etiam AD Eccentricitas maxima in iiſdem partibus datur. Ergo ſi DI auferas ab Eccentricitate maximâ AD, relinquetur AI Eccentricitas quæſita ad t. d. in iiſdem quoque partibus Radij EI nota.

Si anomalia Media Eccentrici ſit EVXφ finita in Quadrante quarto, eam aufer à Grad. 360 vt notus fiat arcus Eφ, cuius Sinum verſum EY quære, & operare vt *ſupra*.

Si Anomalia ſit EZ, finita in Quadrante ſecundo, eam aufer à Grad. 180, vt notus fiat arcus ZX, cuius quære Sinum verſum Xθ: ſi Anomalia ſit EVXω finita in Quadrante tertio, ab ipſâ aufer Grad. 180 vt notus fiat arcus Xω, cuius ſimiliter quære Sinum verſum Xθ. Tum in hoc vtroq; caſu poſtremo fiat vt EX 200000 ad θX, ita DB ad Quartum: dabit hoc BK (eſt enim vt EX ad Xθ, ita DB ad BK, per §. 3. *num.* 10): quo addito ad Eccentricitatem minimam AB, nota fiet Eccentricitas quæſita AK in partibus Radij Eccentrici IE, ſeu IV.

§. 2. Inuentâ Eccentricitate AI, Æquationem centri AVI, ſeu TQ, adeoque motum Verum centri ♈HQ inquires hunc in modum. Ex Anomaliâ Mediâ EV iam inuentâ, ſi ea eſt
i *per* 13. 1. *elem.* minor ſemicirculo, notus eſt angulus EIV: quo dempto à Grad. 180, notus i fit AIV. In
m *per probl.* 10 *cap.* 3. *Geo. Pract.* triangulo igitur VIA cùm dentur latera duo, AI Eccentricitas, & IV Radius Eccentrici, cum angulo AIV, ex m his reperietur AV diſtantia centri Epic. à centro Mundi (quam ſerua), &
n *per* 27. 1. *elem.* Æquatio AVI, hoc eſt (ob parallelas IV, AT) angulus n VAT, ſeu QAT, hoc eſt arcus QT: qui in primo Anomaliæ ſemicirculo (vt hic contingit) demptus motui Medio ♈HT centri Epic. dabit eiuſdem motum Verum ♈HQ ad t.d.

Si Anomalia Media reperiatur EZXφ maior ſemicirculo, eius complementum φE ad circulum, notificat angulum EIφ: quo cognito reperitur Aφ, & Æquatio AφI, ſiue 7,3, vt *ſupra*, eaque addita motui Medio centri ♈3 exhibet eiuſdem motum Verum ♈7.

§. 3. Epicycli radius VC conueniens tempori dato, reperitur eodem modo, quo Eccentricitas AI §. 1. Eâdem p enim proportione is variatur, quâ Eccentricitas, eâ videlicet quâ
p *per* §. 5. *num.* 10. Sinus Anomaliæ diametrum EX Eccentrici ſecat.

Si Anomalia Media Eccentrici ſit EV finita in Quadrante primo, quære eius Sinum verſum EY; ſi Anomalia eſt EVXφ finita in Quadrante quarto, quære EY Sinum verſum eius ad Grad. 360 complementi φE. Tum fiat vt diameter Ecc. 200000 ad EY Sinum verſum, ita
o *per* §. 5. *num.* 10. SN maximi, & minimi radij Epicycli differentia ad Quartum: dabit hoc SC, cùm o ſit vt EX ad EY, ita SN ad SC. Aufer igitur SC à radio maximo SV, ſeu Sφ: eritque notus VC radius Epicycli ad t. d. in partibus radij Eccentrici IV.

Quod ſi Anomalia Media Ecc. ſit EZ finita in Quadrante ſecundo, quære Xθ Sinum verſum

ſum eius ad Grad. 180 complementi ZX; ſi verò Anomalia eſt EZω finita in Quadrante tertio, quære Sinum Verſum Xθ arcus Xω, quo ea Grad. 180 excedit. Tum fiat rurſum vt diameter Ecc. 200000 ad Sinum verſum Xθ, ita SN ad Quartum: dabit hoc NP, cum ſit vt, q per §.5. num.10.
EX ad Xθ, ita SN ad NP. Adde igitur NP radio minimo ZN, ſeu ωN: eritque notus ZP, ſeu ωP radius Epicycli ad t.d.

§.4. Reliquum eſt, vt RQ, vel 6,7, Æquationem Argumenti, ſeu Anomaliæ Orbis, atque inde tandem Verum Planetæ motum eliciamus ſoluendo triangulum ACV, vel ACΦ. Inquire ad t.d. motum r Solis Verum ♈Q4: à quo ſi aufers motum Verum ♈Q centri Epicycli §.2. r per num. 55. lib. 1.
iam repertum, notus fiet arcus Q4: cui cum æqualis, ſeu ſimilis ſit arcus MS, ſeu 5 C Anomalia Orbis, vt patet ex §.5. *num.* 10, etiam hæc nota erit. Si iam Anomalia Orbis MS ſit minor ſemicirculo, eam aufer à Grad. 180, fietque notus arcus SL, adeoque & angulus SVL, ſiue CVA. In triangulo igitur ACV cùm repertum ſit §.2. latus AV, & §. 3. latus VC, ex his & noto iam angulo CVA innoteſcet t Æquatio Argumenti; angulus nempe SAV, & arcus RQ; qui additus motui Vero ♈Q centri Epic. dabit Planetæ motum Verum ♈QR. Eâdem operâ etiam nota ſit AC diſtantia Planetæ à centro Terræ ad tempus datum. t per Probl. 10 cap. 3. Geo. Pract.

Quod ſi Anomalia Orbis ſit M8LS maior ſemicirculo, eam aufer à Grad. 180: ita notus erit arcus L8S, adeóque & angulus LΦS, ſeu AΦC: quo cognito, ſoluendo triangulum ACΦ, vt *ſupra* ACV, nota fiet Æquatio 6,7, quæ iam demenda eſt motui Vero ♈7 centri Epic. vt prodeat Verus Planetæ motus ♈6 ad t.d.

Exemplum calculi exhibet Ricciolus in *Marte*; quem Anno 1582 Dec. 26, *Stylo veteri*, Horâ poſt Merid. 8. 30′ obſeruauit Tycho in ♋ Grad. 17. 40′. 30″. quem calculus ſecundùm hanc Hypotheſim inſtitutus exhibet in ♋ Grad. 17. 45′. 17″, diſcrimine equidem in re tam perplexâ non magno; quod non magis in Hypotheſim debeat quàm in obſeruationem conferri.

Scholium.

Si Sinus verſos (EY, Xθ) in Tabulâ non reperias, expediet adhibere Sinus ſecundos YI, θI. Tum verò, ſi centrum Epic. ſit in Quadrante primo vel quarto, fac vt IE Sinus totus 100000 *eſt ad Sinum ſecundum YI, ita Radium circelli DG ad Quartum, nempe IG. Hoc additum Eccentricitati Mediæ AG, dabit quæſitam AI ad t.d. Si verò centrum Epic, ſit in Quadrante ſecundo vel tertio, fiat vt Sinus totus IX* 100000 *eſt ad Sinum ſecundum θI, ita circelli Radius GB ad KG: hoc demptum Eccentricitati Mediæ AG, dabit quæſitam AK ad t.d. Eodemque modo reperies partem proportionalem SC, vel NP iiſdem legibus addendam vel ſubtrahendam radio Epicycli Medio VO, ſeu ZO. Eſt porro radius Epicycli Medius, qui finitur in puncto O biſecante differentiam SN radij maximi & minimi.*

NVMERVS XII.

Iudicium de hac Hypotheſi.

PLacet hæc Hypotheſis 1, quia clara eſt & intellectu perfacilis, & prout à nobis *num.* 10. §.5. ordinata eſt, Geometricâ acribiâ non caret. 2. Quia cùm tota Planetæ inæqualitas diuidatur in primam quæ ad Eccentricum pertinet, & in ſecundam quæ ad Epicyclum, æquum fuit, vt ea partim in variatam Eccentricitatem Eccentrici, partim in variatam Epicycli ſemidiametrum diſtribueretur; quod hac Hypotheſi præſtatur. 3. Quia loca Planetæ, iuxta eam ſupputata, ſatis exactè cum locis obſeruatis plerumque conſentiunt. Fatetur tamen Ricciolus aliquando non ſatisfacere ad amuſſim. Verùm cùm ex hactenus inuentis id nulla præſtet, ea optima cenſebitur, quæ aberret quàm minimùm.

Quod ad phœnomena attinet *num.* 3 recenſita, ea ſaluat eodem modo, imò expeditius atque ſimpliciùs, quàm Ptolemaica. Relege & applica quæ *num.* 5. ſcripſi paucis §.6. immutatis. Sed inprimis egregiè ſaluat euidentem illam diuerſitatem in *Marte* obſeruatam, quam multi hactenus in Solaris Eccentricitatis variationem *lib.* 1. *num.* 41 reiectam, contulerunt. Cùm enim ♂ Zodiacum celeriter percurrat, diebus nempe 686, illo temporis interuallo iuxta hanc Hypotheſim totam Epicycli & Eccentrici variationem ſubibit.

Erit

Erit fortaſſe cui diſpliceat 1. quòd tam motus Planetæ in Epicyclo quàm libratio eiuſdem in radio Epicycli ſit inæqualis. 2. quod Planeta per viam circularem non incedat. 3. quod pro Æquatione centri reperienda ſit noua ſemper Eccentricitas, & pro Æquatione Argumenti radius Epicycli ſemper nouus.

Ad 1. reſpondeo id minimè videri abſurdum, vt *num.* 9. §. 1 oſtendi, ſi calculi facilitatem id non impediat, qui finis Hypotheſium præcipuus eſt. Deinde quoad primam partem id planè

a *num.* 9. §. 2. eſt neceſſarium; ſi, quod [a] obſeruationes requirunt, velimus ſecundæ inæqualitatis initium, & Æquationes Anomaliæ Orbis ducere à motu Solis, non Medio, ſed Vero. Ad 2. Dico in nullâ Hypotheſi motum Planetæ vltimatum, vtpote ex pluribus compoſitum, eſſe circularem. Quare ſi hoc vitium cenſetur, omnibus eſt Hypotheſibus commune. Quare ſatis erit vt motus ſinguli, ex quibus vltimus Planetæ motus componitur, circulares exiſtant. Ad 3. Fateor, optanda Hypotheſis eſſet, quæ vel ita variaret Epicyclum, vt cum ſemper eâdem Eccentricitate, vel ita variaret Eccentricitatem vt cùm Epicyclo non mutato obſeruationibus ſatisfaceret. Verùm talis fortè poſſibilis non eſt; certè hactenus nulla talis inuenta. Fortaſſe eam aliquando dabit Ricciolus noſter, vbi plures in pluribus Eccentrici locis obſeruationes, præſertim Tychonicas, fuerit adeptus.

NVMERVS XIII.

De alijs Hypotheſibus.

CÆteras aliorum Hypotheſes recenſere, & prolixum eſt & parum vtile. Quare paucis hæc habeto.

Triplex forma Copernici innititur Hypotheſi Terræ motæ, quam vt Diuinis litteris repugnantem prorſus reijcio. Et quidem ſi formam ipſam ſpectando abſtrahas à correctione numerorum, ſeu menſurarum, Ptolemaicæ æquipollet, ac proinde non magis ſatisfacit obſeruationibus, quàm illa. Hoc tamen eam commendat, quòd inæqualitatem ſecundam, non per motum Planetæ in Epicyclo, ſed per ſolam viſus apparentiam ſaluet.

Hypotheſes Tychonis & Longomontani multiplicant circulos: nam præter duos Epicyclo, habent Orbem centro Mundi Eccentricum: ad hæc Planetam per flexus nimis anfractuoſos ſibique contrarios circumducunt.

Lansbergiana à Copernici ſecundâ non differt.

Kepleri & Bullialdi Elliptica, licet magno ingenio excogitata, & ſummo niſu aſſerta, mihi quidem non placet. 1. Ob motum terræ quem ſupponit. 2. Ob Eccentricitatem biſectam quæ vitari debet, ſi aliter poſſit, (vt certè poteſt) obſeruationibus ſatisfieri. 3. Ob difficultatem, & ageometriam in calculo: quæ ratio vel ſola mihi ſufficit, vt circulum Ellipſi anteponam; quando Hypotheſium finis potiſſimus eſt, vt ſyderum motus ad numeros reuocentur.

CAPVT IV.

Inæqualitas vtraque trium Superiorum Planetarum inueſtigatur.

HOc eſt, inquiruntur motus Planetæ Medius, locus & motus Apogei, Eccentricitas, quæ ad primam inæqualitatem petinent; Epicycli ſemidiameter, & alia cum his connexa, quæ ad ſecundam. Inueſtigatio porro iſta multis magniſque difficultatibus implicatur. Primò enim vt cognoſcatur prima inæqualitas, à quâ dependet cognitio ſecundæ, vnum illud tempus idoneum eſt, quo Planeta Soli opponitur. Tum ſiquidem & ſpectari poteſt, & exutus inæqualitate ſecundâ, ſoli primæ obnoxius eſt. In Coniunctionibus autem inæqualitate ſecundâ exuitur quidem, ſed ob Solis ſplendorem inobſeruabilis eſt. Difficillimum porro eſt ita tempus captare, quo Planetæ locum in Zodiaco obſerues, vt obſeruatio

a *Almag. lib.* 7 *pag.* 543. in ipſum incidat ☍ momentum. *Omnes enim obſeruationes*, *quas* (inquit [a] Ricciolus) *nacti ſumus apud alios*, *aut ipſi inſtituimus*, *extra* ☍ *momenta inciderunt*; ad quæ proinde eas oportet reducere; quæ quidem reductio quid requirat operæ, ex *num.* 15. patebit. Deinde ad hoc negotium non paucæ aliquot ☍ obſeruationes, ſed multæ requiruntur, & quidem in diuerſis Zodiaci locis, imo in ſingulis, ſi fieri poteſt, Signis: ad quas in *Saturno* requiruntur Anni 30,

in

in *Ioue* 12, in *Marte* quamuis celeriùs moueatur quàm ♄ & ♃, tamen ob implexum eius motū Anni 24. Licebit tamen aliorum inſignium Aſtronomorum obſeruationibus paucitatem propriarum compenſare. Præterea tarditas reuolutionum ♄ & ♃ efficit, vt paruus error in obſeruando commiſſus, magnum errorem cauſet in loco, & plurium dierum differentiâ eorum Coniunctiones alioſque Aſpectus acceleret vel retardet. Ex his & alijs, quos hic omiſi, difficultatibus factum eſt, vt omnium Aſtronomorum calculus in his Planetis ad Tychonem vſque ſæpe enormiter à cælo aberrauerit. Nunc tamen recentiorum Aſtronomorum induſtriâ certior de his atque amplior habetur notitia, ad quam Tyrones ordine ſcientifico, quod adhuc fecimus, vbique ſeruato, quaſi manu deducam.

NVMERVS XIV.

Mediorum motuum ♄. ♃. ♂. prima inueſtigatio.

§. 1. MOtus Medius Planetæ eſt ipſe motus æqualis centri Epicycli in Æquante Eccentrico iuxta Hypotheſim Ptolemæi, in Eccentrico Deferente iuxta Hypotheſim alteram, quam hic ſequor. Quare vt motus Planetæ Medius inueſtigetur, captanda ſunt ea temporum momenta, quibus ipſe eodem cietur motu quo Epicycli centrum. Id ᵒ verò tantùm accidit in Veris ☌ & ☍ cum Sole; tunc enim ſecundâ inæqualitate exuitur, manetque ſolâ inuolutus primâ, quæ per Eccentricum ſaluatur; adeòque tunc Planetæ motus à motu centri Epicycli non differt. Extra verò Coniunctionum & Oppoſitionum articulos, quia non ſolùm inæqualitate primâ inuoluitur, ſed etiam ſecundâ, quæ per Planetæ motum in Epicyclo explicatur, manifeſtum eſt tunc Planetæ motum, differre à motu centri Epicycli, ac proinde ſola Verarum ☌ & ☍ cum Sole momenta idonea eſſe, vt motus Planetæ Medius inueſtigetur. Quia porrò Planeta Soli coniunctus eius fulgore impeditus non apparet, ac proinde inobſeruabilis eſt, Oppoſitiones ſolæ poterunt ad hoc negotium adhiberi. His præmiſſis, videamus quo artificio potuerit Mediorum motuum ♄. ♃. ♂. prima cognitio obtineri.

ᵒ §. 10. n. 3.
ᵃ per num. 1.

§. 2. Primùm ex comparatione ſimplici horum Planetarum cum Stellis Fixis vtcumque innotuit ſingulorum reuolutionis periodus, hoc eſt tempus quo Zodiacum abſoluunt. Verùm hæc determinatio nimiùm rudis, & craſſa eſt ob inæqualitatis præſertim ſecundæ admixtionem, vt patet *ex* §. 1. *hic,* & *ex* §. 6. *num.* 6. Neceſſe igitur fuit ad ☍ articulos (vt *ſupra* dixi) confugere hunc in modum.

§. 3. Quia tempore quocumque notus eſſe poteſt in Zodiaco locus, Planetæ quidem per *num.* 1. *huius libri*, Solis verò per *num.* 55. *lib.* 1. obſeruationibus ſæpe repetitis ſciri potuit tempus præter propter, quo Planeta futurus eſſet Soli oppoſitus. Circa illud igitur tempus iteratis obſeruationibus venati ſunt (quantùm licuit) ipſum Oppoſitionis articulum; momentum verò temporis in quod incidebat, innotuit per *num.* 45. *lib.* 5. Expectandum deinde fuit donec Planeta in eodem rurſus Zodiaci loco Soli opponeretur, & temporis momentum (vt prius) per *num* 45. *lib.* 5, debuit reperiri; ſic enim interuallum ☍ primæ & ſecundæ notum fuit. Quia igitur in Veris ☍, centri Epicycli idem eſt motus qui Planetæ, Planeta verò in vtrâque ☍ fuit in eodem puncto Zodiaci, liquet centrum Epicycli ab ☍ primâ ad ſecundam integras periodos abſque fractionibus abſoluiſſe. Ex rudiori autem notitiâ *præcedentis* §. ſciri poteſt quot integræ periodi ab ☍ primâ ad ſecundam eſſent abſolutæ. Quare temporis interuallo per numerum periodorum diuiſo, prodijt tempus, ſiue quantitas vnius periodi.

§. 4. Verùm, quia difficile eſt reperire duas Veras ☍ Planetæ in eodem puncto Zodiaci, & ſi harum ☍ interuallum valde magnum ſit, ex §. 2, non poteſt ſufficienter cognoſci reuolutionum numerus interea peractarum: eligantur duæ ☍, ſiue in idem incidant Zodiaci punctum ſiue non; diſtantes quidem magno temporis interuallo, non tamen tanto, quin ex notitiâ hactenus acquiſitâ ſciri poſſit quot interea reuolutiones integræ citra errorem vnius integræ, ſint peractæ. Inciderit igitur prima ☍ in Zodiaci punctum H, ☍ ſecunda in T; à primâ autem ad ſecundam peractæ ſint reuolutiones 10, & per *num.* 45. *lib.* 5 inuentis vtriuſque ☍ momentis notum fiat temporis interuallum. A primâ igitur ☍ ad ſecundam Planeta abſoluit integros cir. 10, ſiue Gradus 3600, atque inſuper arcum HT, qui notus eſt, eò quod H, & T ſint loca Planetæ per ʳ obſeruationem nota. Quare ſi temporis interuallum diuidatur per ſummam Graduum, quam efficiunt 10 circuli cum arcu HT, prodibit tempus, ſiue quantitas vnius periodi: quæ hunc in modum obtineri poterit ſaltem tam exacta, vt per

Fig. 6.
ʳ *num.* 1.

eam

tempore obſeruationis: ſic enim relinquetur tempus in cuius termino Sol in M oppoſitus fuit Planetæ exiſtenti in I. Rurſum, vbi numero Horarum & Minutorum ſupra inuento pec motum Solis Horarium multiplicato, repereris arcum NM, hunc aufer à Solis loco noto N; relinquetur locus M, quem Sol in ipſo Veræ ☍ momento habuit.

§.2. Ita quidem ad momentum Veræ ☍ quàm proximè acceſſimus; ipſum tamen nondum exactè prorſus ſumus aſſecuti duplici ex cauſâ. Prima eſt, quia vſi ſumus Planetæ motu Medio, cùm vti Vero oportuiſſet: altera, quod cùm *ex hypotheſi* obſeruatio ſit peracta paulò ante vel poſt Veram, motus Planetæ non fuerit idem qui centri Epicycli, affectus nempe non ſolâ inæqualitate primâ, ſed etiam ſecundâ, vt ex dictis §.1.*n.*14. patet. Nihilominus cum ſupponatur obſeruationis momentū à momento ☍ abfuiſſe nonniſi modicè, & tardi ſint horum Planetarum motus; neque motus Planetæ Medius, qui tantillo temporis interuallo debetur, valde ſenſibiliter differt à Vero, neque ipſe motus Planetæ inæqualitatem ſecundam ſenſibiliter participat, adeoque à motu centri Epicycli vix quidquam differt. Quare iam inſtituta Oppoſitionis Veræ determinatio nihil magnopere vitij habebit, quin per illam liceat ad præciſiorem adhuc Mediorum motuum inuentionem peruenire.

§.3. Poſtremò notandum eſt, cùm Aſtronomi vſque ad Tychonem omnes ſpectarint Oppoſitiones non Veras, ſed Medias, ac proinde vſi ſint loco Solis, non Vero, ſed Medio, etiam hac in parte obſeruationes eorum corrigendas eſſe: quod fiet, ſi ex loco Solis Medio, quem tempore obſeruationis antiquæ habebat, eliciatur Verus ad idem tempus, & cum eo, vt §. 1. iam docui, procedatur.

Quod ſi laborem reductionis iam traditæ euitare placuerit, adi Tabulam Scholij poſt n.19.

NVMERVS XVI.

Mediorum motuum ♄.♃.♂. exactior determinatio.

ELigantur rurſum duæ Veræ Oppoſitiones eædem quæ *ſupra* §.5.*num.*14: ſic enim apparebit quid nouo hoc ſcrutinio fuerit profectum: tum ex obſeruationibus paulò ante vel poſt Oppoſitiones factis, colligatur, vt docui *num. præc.* §.1. momentum ipſum Oppoſitionis Veræ, vel vtriuſque ſi fieri poteſt, antiquæ videlicet & recentis, vel ſaltem recentis: ſed tum antiqua corrigatur ſaltem ſecundùm dicta §.3, *num. præced.* Cognitis hunc in modum momentis vtriuſque Oppoſitionis, ſcietur temporis interuallum quod ab antiquâ effluxit ad nouam. Numerus autem reuolutionum integrarum inter vtramque Oppoſitionem peractarum, certò inibitur, ſi per quantitatem vnius reuolutionis §.4. *vel* 5. *nu.* 14, acquiſitę, iam notum temporis interuallum diuidatur. Quare peragendo cętera vt *nu.* 14. §. 4: prodibit quantitas vnius reuolutionis Planetæ per Zodiacum priore accuratior. Hinc iam Planetæ motus Medij, qui debentur Diei, Horæ, Minuto &c. per *Regulam Proportionum* reperientur vt *Lib.* 1. *Num.* 36.

Verùm, quia quantitas Periodica (vt monui *ſupra num.* 14. §. 5.) hactenus inuenta, eſt Vera, non Media; etiam motus Medij ex eâ deducti non erunt vſquequaque abſoluti, quamuis differentiâ adeo paruâ, quæ fere contemnenda videatur. Licebit tamen poſtea regreſſu facto, etiam hunc, ſiquis eſt, defectum corrigere, vt *num.* 14. §. 5. iam fuit inſinuatum.

NVMERVS XVII.

Ex tribus Veris ♄.♃.♂. cum Sole Oppoſitionibus, Eccentricitatem, locum Apogei, locum Medium Planetæ, ad ipſa Oppoſitionum momenta, inuenire.

§.1. ECcentricus Planetam deferens eſto FKE, Zodiaci ac Mundi centrum A. Eligantur tres Veræ ☍. & nota fiant per *num.*45. *lib.* 5, momenta temporis quibus accidunt; per obſeruationem verò iuxta methodum *num.* 1. reperiantur Planetæ loca Vera ad ſingularum ☍ momenta iam nota. Quod ſi obſeruatio in momenta ☍ non inciderit, momenta ipſa, & in ijs loca Planetæ Vera per *num.*15 reperies. Vel vtere Tabulâ *Scholij poſt num.* 19, vt laborem iſtum effugias. Ad momentum ☍ primæ Planeta fuerit in Eccentrici puncto C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E: ducanturque rectę AC, AD, AE, quæ poſtrema continuetur in F; item rectæ DC, CF; item perpendicularis CP, FI, FN. His ita conſtitutis, *Fig.7.*

§. 2. Ante omnia notandum eſt, vt Eccentricitas & locus Augis, ſeu Apogei reperiantur, opus eſſe, vt notus exiſtat Planetæ motus Æqualis in Eccentrico, ſiue motus Anomaliæ,
x prop. 5. n.25.l.1. vt ex diſcurſu toto ſequenti patebit. Reperitur ille ſi à Planetæ motu Medio in Zodiaco [x] auferatur Apogei motus. Quare, cùm inuentus quidem iam ſit *Numerus præced.* motus Medius, Apogei verò motus nequaquam, neceſſe eſt motum Anomaliæ adhuc neſciri. Verùm quia ex obſeruationibus antiquis & nouis vt *num.* 3 §. 12. indicatum eſt, certò conſtat Apogei motum eſſe tardiſſimum ac fere parem motui Fixarum, conſtabit pariter motum Anomaliæ, à motu Medio in Zodiaco ſenſibiliter non differre, cùm ipſorum differentia ſit lentiſſimus ille Apogei motus. Quare, quod hîc omnes Aſtronomi faciunt, ſed Lectore plerumque non præmonito, vtemur motu Medio tamquam motu Anomaliæ, & cogitabimus tantiſper Apogeum non moueri, ſed ſub eodem Zodiaci puncto ad tempus hærere. Ita enim eius in Zodiaco locum, ad tempus datum abſque errore (ex hoc quidem capite) notabili aſſequemur. His præmiſſis,

§. 3. Iam ad indaginem propoſitam aliquando accedemus. Quoniam nota ſunt momenta trium ☍, etiam notum erit tempus à primâ C ad ſecundam D, & tempus à ſecundâ D ad tertiam E. His temporibus qui debeantur motus Medij, ſiue arcus Zodiaci, ſcitur ex *num. præced.* ac proinde iuxta monitum præmiſſum ſcientur etiam motus Anomaliæ ijſdem temporibus debiti, ac proinde abiectis integris circulis, noti ſunt arcus Eccentrici CD & DE, quos ſerua.

§. 4. Quia ex §. 1. nota ſunt Planetæ loca Vera in ſecundâ ☍ D, & in tertiâ E (quæ in Zodiaco determinant rectæ AD, AE vltra D & E ad Zodiacum protractæ) notus erit
o per 33. 6. elem. [o] angulus DAE, ſiue FAN. Quare in trigono FNA rectangulo ad N nota erit [a] proportio
a per probl. AF ad FN, & angulus [q] NFA. angulus autem DFE, ſiue DFA notus eſt [b] propter arcum
1.c.3 Geo. DE ex §. 3. notum. Ergo totus DFN notus eſt. Ergo in trigono DNF rectangulo ad N,
prac. nota eſt ratio DF, ad FN. Quare cùm nota ſit ratio AF ad FN, & DF ad FN, etiam DF
q per 32. 1. ad FA [f] nota erit.
b per 33.6. elem.

§. 5. Quia ex §. 1. nota ſunt Planetæ loca Vera in primâ ☍ C, & in tertiâ E, notus erit
ſ per lem 2. [c] angulus EAC, eorum diſtantiam in Zodiaco menſurans. Ergo etiam [d] CAF, ſiue IAF.
ante n 41. Quare in trigono AIF rectangulo ad I, nota ſit ratio AF ad FI. Rurſum propter arcum C-
lib.2. DE ex §. 3. notum, angulus [e] EFC, ſeu AFC, notus erit. Notum verò iam feci CAF. ergo
c per 33. 6. & tertius [f] FCA, ſiue FCI notus erit. Igitur in trigono CIF rectangulo ad I, nota ſit ra-
d per 13. 1. tio [t] CF ad FI. Cùm igitur nota iam ſit ratio AF ad FI, & CF ad FI, etiam AF ad CF, ſiue
e per 33.6. CF ad FA nota erit. Atqui ex §. 4. etiam nota fuit ratio DF ad FA. Ergo etiam ratio CF
f per 32.1. ad DF nota erit.
t per probl.

1.cap.3. §. 6. Quia ex §. 3. notus eſt arcus DC, etiam [i] angulus CFD, ſiue CFP notus erit.
Geo.pract. Igitur in trigono CPF rectangulo ad P, nota ſit ratio [k] CF ad FP & CP. Sed ex §. 5. nota
i per 33 6, fuit ratio CF ad totam DF. Ergo etiam ratio CF ad DP erit nota. Atqui iam ſtatim etiam
k per probl. nota erat ratio CF ad CP. Ergo & DP ad CP nota erit. Quare cùm in trigono CPD re-
1.cap. 3. ctangulo ad P, nota ſit ratio duorum laterum DP, CP, per *prob. 5. cap. 3. Geom. pract.* notum
Geo. pract. fiet latus DC in partibus laterum DP, CP, hoc eſt in partibus ipſius CF, ac proinde ratio
m per lem. DC ad CF erit nota. Iam quia ex 3. §. notus eſt arcus CD, ſubtenſa DC etiam [m] nota erit
ante probl. in partibus Sinus totius, qui eſt radius Eccentrici FDE. Quare cùm nota iam ſit ratio DC ad
1.cap.2. CF, etiam [p] CF in partibus Sinus totius nota erit. Igitur arcus [n] CF non latebit: quo addi-
Geo. pract. to ad arcum CDE notum ex §. 3, etiam totus FCDE notus erit: cuius quantitas indicabit
p per reg. vtrùm centrum Eccentrici ſit in portione EDF, (quod hîc contingit) vtrùm in portione al-
proport. terâ an in rectâ ipſâ EAF.
n per probl.

9.cap.2. §. 7. Sit ergo Eccentrici centrum B, per quod & per A centrum Mundi ducatur Apſi-
Geo.pract. dum linea KM. Quia ex §. 5. nota eſt ratio AF ad CF, & iam ſtatim nota fuit CF in partibus Sinus totius, ſeu BK radij Eccentrici, etiam AF in ijſdem erit nota. Rurſum, quia propter notum iam arcum FCDE, etiam notus eſt reſiduus EGF, eius ſubtenſa EF in partibus radij Eccentrici BK fiet nota. Quare cùm in ijſdem etiam nota iam ſit AF, erit & reliqua AE.
r per 25. 3. Rectangulum igitur EAF, hoc [r] eſt KAM, notum eſt in quadratis partibus radij BK. Sed ag-
u per 5. 2. gregatum ex rectangulo KAM & quadrato BA, æquatur quadrato radij [u] BK. Quare ſi re-
x per ex tract. rad. ctang. KAM demas à quadrato radij, remanebit quadratum BA notum, adeóque [x] & latus eius BA, nempe Eccentricitas quæſita, in partibus radij Eccentrici nota erit.

§. 8. Ex centro Eccentrici B ducatur BOG perpendicularis ad EF, quæ per 3. 3. biſecta erit in O. Quia ex §. 7. notæ ſunt AF, EF in partibus radij BK, etiam ſemiſſis OF erit in ijſdem nota: quâ demptâ ex notâ AF, reliqua AO in partibus radij nota erit: in quibus cùm etiam nota ſit Eccentricitas BA, in trigono BOA rectangulo ad O, innoteſcet angulus ABO, & arcus MG. Hunc ſi demas ex arcu noto EG (eſt enim EG ſemiſſis arcus EGF

noti

noti ex §. 6.) notus relinquetur arcus ME: qui demptus à ſemicirculo notam relinquet E-
K Anomaliam Mediam Planetæ in momento tertiæ ☍. Rurſum ab arcu iam noto E K au-
fer ED ex §. 3. notum; nota remanebit DK Anomalia Media Planetæ ad momentum ☍
ſecundæ: & ſi DK ſubducas ex DC noto per §. 3: notus relinquetur arcus C K quo dem-
pto à Grad. 360, nota relinquetur K E C, Anomalia Media Planetæ ad momentum ☍
primæ.

§. 9. Ductis deinde radijs BC, BD, BE, conſtituantur anguli ACB, ADB, AEB. Hi *Fig. 8.*
ſunt Æquationes Centricæ, ſeu primæ inæqualitatis, quæ Planetæ in ſingulis ☍ competunt.
Quia arcus KC ex §. 8. adeoque & angulus KBC notus eſt, etiam CBA notus erit. Ec-
centricitas porro AB in partibus radij BC eſt iam nota ex §. 7. Ex notis igitur binis lateribus
AB, BC cum angulo CBA [y] reperietur Æquatio A C B. Eodem modo ex notis iam arcu- *y per probl.*
bus DK, EK, reperiuntur Æquationes ADB, A E B. Æquationes iam inuentas locis Veris *10. cap. 3. Geo. pract.*
Planetæ ex §. 1. notis, adde [o] vel deme prodibunt loca Media in Zodiaco ad ſingula ☍ *o vide pro-*
momenta. *pr. 6. n. 25. lib. 2.*

§. 10. Poſtremò locum Apogei in Zodiaco ſic inuenies. Quia ex §. 8. notus eſt arcus
Anomaliſticus DK adeoque angulus DBK, is verò [a] æqualis eſt ſummæ duorum DAB, *a per 32. 1.*
ADB, etiam hæc ſumma erit nota: à quâ ſi demas ADB ex §. 9. notum, relinquetur notus
DAB, ſeu DAK, metiens diſtantiam loci Veri Planetæ à loco Vero Apogei. Quare cùm ex
§. 1. notus ſit locus Verus Planetæ, etiam locus Verus Apogei notus erit ad momentum ☍,
quo Planeta erat in Eccentrici puncto D. Eodem modo ex notis arcubus C K, EK &c. lo-
cum Apogei ad duas ☍ reliquas facilè elicies.

NVMERVS XVIII.

Eadem aliter efficere.

PRior modus fuit Ptolemæi, & Regiomontani ex illo: hic verò eſt Herigonij.

§. 1. Eccentricus Planetam deferens eſto E C E; eius centrum K; Zodiaci ac Mundi *Fig. 9.*
centrum B; linea Apogei HKBF. Eligantur tres Veræ ☍, & nota fiant tam momenta tem-
poris quibus accidunt, quàm loca Planetæ in Zodiaco ad ſingula illa ☍ momenta vt *num.*
præced. Sit autem ad momentum primæ ☍ Planetæ centrum in Eccentrici puncto C, ad mo-
mentum ſecundæ in D, ad tertiæ in E: ducanturque rectæ KE, KD, KC, BC, BD, BE quæ
poſtrema continuetur in G; item ED, DC, CG, DG.

§. 2. Ex differentijs Mediorum motuum interuallis Oppoſitionum temporaneis debito-
rum, noti ſunt arcus CD, DE, CE, angulique CKD, DKE, CKE iuxta dicta *num. præced.*
§. 3. & 2. Quia autem nota ſunt ad ☍ ſingulas loca Planetæ Vera, etiam Verorum locorum *a ex § 2.*
diſtantiæ, adeoq; & anguli CBD, DBE, CBE eas menſurantes, noti erunt. Supponitur verò *b per 13. 1.*
Apogei H locus in Zodiaco ex obſeruatione ex. gr. maximæ tarditatis craſſo ſaltem modo *c ex §. 2.*
eſſe cognitus, vt ſciri poſſit, inter quas binas ☍ Veras è tribus, ille verſetur, ac proinde inter *d per 20. 3.*
quæ ex tribus C, D, E Planetæ locis in Eccentrico, Apogeum H conſiſtat. His poſitis, ſolo- *e per probl. 7. cap. 3.*
tione 5 triangulorum BDG, BCG, BDC, DKC, BDK quæſita obtinebimus. *Geo. pract.*

§. 3. Ponatur BD eſſe 200000. Quia notus eſt [a] angulus DBE, erit [b] & DBG; & quia *f per §. 2.*
notus [c] eſt DKE, etiam nota erit ſemiſſis eius [d] DGE. In triangulo igitur B D G ex angulis *g per 15. 1.*
notis [e] nota fiet BG in partibus BD. *i per 20. 3.*

§. 4. Quia notus [f] eſt CBE, erit & [g] CBG, & quia notus eſt CKE, erit & [i] ſemiſſis eius *m per prob. 9. cap. 3.*
CGE nota. In triangulo igitur BCG, ex notis angulis & latere noto B G in partibus BD, *Geo. pract.*
notum [m] fiet latus BC in iiſdem. *n per prob.*

§. 5. In triangulo igitur BDC, nota ſunt duo latera B D, B C (nam ex §. 4, B C nota *10. cap. 3.*
fuit in partibus ipſius BD) & angulus CBD ex §. 2. notus eſt. Ex his ergo reperies [n] angu- *Geo. pract.*
lum BDC, & latus DC in partibus BD. *o ex §. 2.*

§. 6. In triangulo æquicruri DKC quia notus [o] eſt angulus ad K, etiam ſumma [p] angu- *p per 32. 1.*
lorum ad baſim nota erit. Quare cùm [r] hi ſint æquales, etiam eorum vnus KDC notus erit. *r per 5. 1.*
Ab hoc ſi demas notum [s] BDC, notus relinquetur BDK. Deinde in eodem æquicruri trian- *s ex §. 5.*
gulo ex notis iam angulis, & latere D C [a] noto in partibus B D, notum fac [b] latus K D in *a ex §. 5.*
iiſdem. *b per probl. 9. cap. 3. Geo. pract.*

§. 7. In triangulo BDK ex [t] notis lateribus B D, K D, & [u] angulo B D K, innoteſcet [x] *t per §. 6.*
Eccentricitas BK, in partibus nimirum, quarum BD erat 200000: innoteſcent item angu- *u per eumd.*
lus BDK qui eſt Æquatio, & KBD, ſiue HBD, metiens diſtantiam loci Apogei in Zodia- *x per probl.*
co à loco, quem Planeta poſitus in Eccentrici puncto D, in Zodiaco obtinebat. Is autem *10. cap. 3. Geo. pract.*

ex obſeruatione notus eſt. Ergo etiam locus Apogei ad momentum illius ☍, quo Planeta erat in Eccentrici puncto D, notus erit.

Vt verò BK Eccentricitas nota fiat in partibus, quarum Eccentrici radius KD eſt 100000, ſic age. Quoniam KD, BK, inuentæ ſunt in partibus, quarum BD erat 200000, ſit KD 17256, & BK 3247, Tum fiat vt KD 17256 ad BK 3247, ita KD 100000 ad Quartum 18817: erit Eccentricitas BK 18817 quarum radius KD eſt 100000.

z vide pro-pr 6. n. 25. lib. 1. — §. 8. Æquationem BDK §. 7. repertam adde z vel deme loco Planetæ Vero, quem in Zodiaco ſortitur ad momentum ☍, quo ipſe erat in Eccentrici puncto D: prodibit locus eiuſdem in Zodiaco Medius ad momentum idem.

§. 9. Quod ſi etiam deſideras Anomalias Medias HE, HEFC, HEFD, ita procede.

a per 32. 1. c ex §. 2. — Quoniam HKD angulus a æquatur duobus KBD, BDK ex §. 7. iam notis, etiam ipſe, adeoque & arcus HD, notus erit, quo dempto à Grad. 360, nota relinquitur Anomalia HEFD. Deinde quia notus c eſt arcus ED, & pars eius HD, etiam reliquus, Anomalia nempe EH, notus erit. Poſtremò, quia HD & ex §. 2. DC noti ſunt, erit etiam totus HC: quo dempto à Grad. 360, nota fit Anomalia HEFC.

o per 33. 6. b per 13 1. n per prob. 10. cap. 3. Geo pract. — §. 10. Poſtremò, ſi etiam ad duas ☍ reliquas C, E, expetitur locus Apogei & locus Planetæ Medius; ſic age. Quia ex §. 9. notus eſt arcus HC, adeoque & angulus o HKC, etiam b BKC notus erit. Ex §. autem 7. notæ ſunt BK, KC. In triangulo igitur KBC, ex notis BK, KC, BKC, n innoteſcent angulus HBC (metiens diſtantiam loci Veri Apogei tempore ☍ C, à loco Vero Planetæ poſiti in C) & angulus Æquatorius BCK; qui additus vel demptus loco Vero Planetæ, dabit locum Medium Planetæ in Zodiaco tempore ☍ C. Non abſimili modo reperietur locus Apogei Verus, & Planetæ Medius ad ☍ tertiam E.

NVMERVS XIX.

Locum Apogei, & Planetæ locum Medium ad alicuius Oppoſitionis momentum exactiùs determinare.

DVobus Numeris præcedentibus ita proceſſum fuit, ac ſi Eccentrici centrum ad tres ☍ aſſumptas eamdem retinuiſſet diſtantiam à Zodiaci centro A. Atqui ſecundùm Hypotheſim quam ſecuti ſumus, quamque *nu.* 10. *ſub finem* §. 3. phœnomenis conſentaneam eſſe inſinuauimus, non fuit eadem, ſed diuerſa ad ſingulas. Vnde neque locus Apogei, neque Planetæ loca Media ad dictarum ☍ momenta eam præciſionem habent, quæ ſcopum attingat: Eccentricitas quippe ſic reperta, media quædam eſt inter eas, quæ ſingulis ☍ debetur. Difficillima porro eſt huius negotij inueſtigatio, in quâ mirum dictu quantùm ſummi quique Aſtronomi, Ptolemæus, Regiomontanus Copernicus, Keplerus Bullialdus alijque laborauerint. Cæteris accuratiores videntur hîc fuiſſe Keplerus, & Bullialdus; & ipſi tamen, vt reliqui omnes, non niſi à poſteriori, & quaſi tentando varieque limitando ad quæſitum enituntur, ac tandem aliquid coniecturæ æſtimationique coguntur relinquere. Qui modos eorum deſiderat, ipſos adeat authores. Eos ſanè eorum conatus reperiet, quales dixi; adhæc obſcuros ſatis & explicatu intellectuque non admodum faciles. Via, quam hîc ſubiungo, plana eſt & captu facilis, neque minùs, quàm cæteræ, ad quæſitum obtinendum (niſi fallor) idonea.

Eligatur Vera aliqua ☍ Planetæ cum Sole, ad cuius momentum velis locum Apogei & Planetæ locum Medium inquirere; quam ☍ primam appellabimus. Huic alias duas ☍ adiunge, & cum hac ☍ trinitate inquire per *num.* 17. *vel* 18 ad momentum primæ ☍ locum Apogei & Planetæ locum Medium. Muta deinde triadem illam, vnam ☍ nouam vel duas aſſumendo, primâ retentâ; & cum hac nouâ triade locum Apogei & Planetæ locum Medium ad eiuſdem primæ ☍ momentum rurſus inquirito. Hunc in modum ſi triadem Oppoſitionum (retentâ ſemper ☍ primâ) ſæpius variando, ſcrutinium iam dictum identidem iteraueris, acquires ad momentum primæ ☍ plura Apogei loca, inter quæ medium quemdam elige, quem non immeritò iudicabis propiùs accedere ad veritatem. Pari modo ex multis ad eiuſdem primæ ☍ momentum acquiſitis locis Medijs æſtimatione factâ, mediocris deligetur. Ita manum tollo de Tabulâ.

Reliquum eſt, vt quo loco Apogeû diuerſis temporibus à præcipuis aliquot Aſtronomis repertum fuerit, ſubiectâ Tabellâ indicemus. In quâ videbis ad Annû 1600 Longomontanû & Lansbergium Gradibus integris diſſidere. Multùm quoque ab alijs diſſentit Copernicus. Neque abſimilis eſt inter Keplerum & Bullialdum diſcrepantia in loco Aphelij, quamuis eam prætermiſerim in Tabellâ exprimere. Vnde non immeritò *ſupra* dixiſſe mihi videor, eâ, quam iſthic expoſui, viâ haud longiùs profectò nos abituros à vero, quàm ſi aliam quamcumque ab Authoribus illis traditam, tenuerimus.

APOGEI

APOGEI LOCA AD ANNOS CHRISTI COMPLETOS REPERTA.

	Plan.	Sign.	Grad.	′.	″.
à Ptolomæo Anno 136	♄	♍	23	0	0
	♃	♍	11	0	0
	♂	♋	25	30	0
ab Albategnio Anno 880	♄	♐	14	58	0
	♃	♍	24	58	0
	♂	♌	6	18	0
à Copernico Anno 1525	♄	♐	27	42	0
	♃	♎	6	21	0
	♂	♌	27	0	0
à Longom. An. 1600	♄	♐	26	26	57
	♃	♎	7	31	58
	♂	♌	28	41	56
à Lansbergio An. 1600	♄	♐	25	55	12
	♃	♎	3	8	55
	♂	♌	25	32	6
à Ricciolo An. 1644.	♄	♐	27	13	20
	♃	♎	8	36	0
	♂	♌	29	50	2

Scholium.

Quando primæ inæqualitatis inueſtigatio ♄, ♃, ♂ omnis ducitur ex Veris eorumdem cum Sole Oppoſitionibus, neque ſemper propriæ obſeruationes in promptu ſunt, neceſſarium indicaui ſequentes ex Keplero & longomontano Tabellas hic apponere.

OPPOSITIONES VERÆ ♄, ♃, ♂, CVM SOLE EX LONGOMONTANO.

Ordo	*Stylo veteri* Anni	Menſ.	D.	*Hafniæ* H.	′.	*Locus Planetæ obſeruatus.* Sig.	grad.	′.	*Locus Planetæ ſupputatus* Sig.	grad.	′.
					Pro ♄						
1	1582	Aug.	21	2	0	♓	7	26	♓	7	$22\frac{1}{3}$
2	1583	Sept.	3	1	0	♓	19	50	♓	19	$48\frac{1}{3}$
3	1584	Sept.	15	6	30	♈	2	34	♈	2	$35\frac{3}{4}$
4	1585	Sept.	28	19	30	♈	15	$39\frac{1}{2}$	♈	15	$39\frac{1}{4}$
5	1586	Octob.	12	11	0	♈	29	2	♈	29	4
6	1587	Octob.	26	9	0	♉	12	46	♉	12	46
7	1588	Nou.	8	10	10	♉	26	44	♉	26	$44\frac{1}{4}$
8	1589	Nou.	22	14	30	♊	10	53	♊	10	$53\frac{1}{3}$
9	1590	Dec.	6	20	30	♊	25	10	♊	25	$8\frac{1}{3}$
10	1591	Dec.	21	1	0	♋	9	$24\frac{1}{2}$	♋	9	23
11	1595	Ian.	30	21	0	♌	21	$15\frac{1}{2}$	♌	21	$18\frac{1}{3}$
12	1608	Iul.	9	3	0	♑	26	53	♑	26	$57\frac{1}{2}$
13	1609	Iul.	21	13	0	♒	8	31	♒	8	$31\frac{1}{3}$

RESIDVVM TABVLÆ PRÆCEDENTIS.											
14	1610	Aug.	2	22	30	♒	20	10	♒	20	14 ½
15	1611	Aug.	15	16	0	♓	2	12	♓	2	13 ½
Pro ♃											
1	1583	Sept.	6	20	10	♓	23	33	♓	23	38 ⅔
2	1584	Octob.	13	7	20	♌	22	0	♌	22	0 ¼
3	1591	Apr.	23	19	0	♍	13	10	♍	13	9
4	1595	Sept.	12	6	10	♓	18	56	♓	18	54 ⅔
5	1596	Octob.	18	12	0	♌	5	40	♌	5	35
6	1607	Sept.	17	11	10	♈	4	10	♈	4	8 ⅙
7	1610	Dec.	30	14	40	♋	19	36	♋	19	38 ½
8	1613	Mart.	1	22	0	♍	21	45	♍	21	42 ¾
Pro ♂											
1	1580	Nou.	18	1	30	♊	6	27 ½	♊	6	27 ½
2	1582	Dec.	28	4	0	♋	16	54 ¼	♋	16	55 ½
3	1585	Ian.	30	19	15	♌	21	35 ⅙	♌	21	37
4	1587	Mar.	6	7	20	♍	25	42	♍	25	42 ⅙
5	1589	Apr.	14	6	20	♍	4	23	♍	4	26 ½
6	1591	Iun.	8	7	45	♐	26	42	♐	26	45 ⅓
7	1593	Aug.	25	17	30	♓	12	15	♓	12	14 ½
8	1595	Octob.	31	0	40	♉	17	30 ⅔	♉	17	29 ⅙
9	1597	Dec.	13	16	0	♋	2	27	♋	2	26
10	1600	Ian.	18	14	0	♌	8	37	♌	8	37 ⅙
11	1602	Febr.	20	14	15	♍	12	26	♍	12	24
12	1604	Mart.	28	16	20	♎	18	36 ⅙	♎	18	36 ½
13	1608	Iul.	24	2	0	♒	11	10	♒	11	13 ⅔
14	1610	Octob.	8	16	50	♈	25	30	♈	25	26 ⅔

NVMERVS XX.

Motus Medios ♄.♃.♂. denuo ad limam reuocare atque vltimò tandem determinare.

REſumantur binæ ☍ Veræ quàm longiſſimo temporis interuallo diſtantes, eædem quæ fuerant aſſumptæ *num.* 14. §. 5. & *num.* 16. vt appareat quid extremo hoc conatu fuerit profectum. Si obſeruatio Veræ ☍ recentis inciderit in ipſum Veræ ☍ momentum, id notum fiat per *num.* 45. *lib.* 2. ſi non inciderit, momentum ipſum Veræ ☍ & locus Planetæ Verus in eo, colligantur per *num.* 15. Idem perage circa ☍ antiquam, aut, ſi id non licet, corrigatur ea ſaltem iuxta dicta §. 3. *num.* 15, ipſiuſque momentum, & locus Planetæ Verus in eo, prout ex fide antiqui Obſeruatoris nota ſunt, aſſumantur. Ad momenta igitur nota vtriuſque Oppoſitionis Veræ oportet loca Planetæ Vera ad Media reducere hunc in modum.

Per *num.* 17. 18. 19 notus eſt Planetæ motus Medius ad aliquod momentum temporis, quod aſſumo pro Epochâ. Temporis interuallum inter hanc Epocham & momentum Veræ ☍ antiquæ vel nouæ datur. Igitur per *num.* 16 collige motum Medium huic interuallo debitum; quem, ſi Epocha præcedit momentum ☍, adde Medio motui Epochæ; deme ſi ſequitur: prodibit [a] motus & locus Medius Planetæ ad momentum Veræ ☍ antiquæ vel nouæ. vt patet ex *num.* 53. *lib.* 1.

[a] vide dicta n. 54. lib. 1.

Ex locis Planetæ Medijs ad vtriuſque ☍ Veræ momenta iam notis quantitas accurata vnius reuolutionis Mediæ centri Epicycli elicietur. Ad momentum Veræ ☍ antiquæ locus Medius Planetæ, ſeu centri Epicycli (idem quippe tunc eſt vtriuſque) ſit in 3. ad momentum Veræ

Fig. 6.

Veræ ♂ recentis, eſto in T. Per quantitatem vnius reuolutionis inuentam *num.* 16. diuide tempus, ſeu interuallum ♂ antiquæ & recentis. Prodibit numerus integrarum reuolutionum, quas eo interuallo centrum Epic. abſoluit citra errorem vnius integræ, ad quod certò cognoſcendum, quantitas *num.* 16. inuenta plùs quàm ſatis exacta eſt. Igitur ab ♂ antiquâ ad nouam centrum Epic. abſoluit integros circulos ex.gr. 40, atque inſuper arcum 3 T, qui notus eſt, cum loca Media, 3, T ſint nota. Quare ſi Epicycli centrum 40 circulos, ſiue Grad. 14400 cùm arcu 3 T ex. gr. 87 Gr. motu Medio percurrit ab ♂ antiquâ ad nouam Annis ex.gr. 1206: igitur vnum circulum nempe Grad. 360, quot Annis motu Medio abſoluit? Diuide Annos 1206 per Grad. 14400†87, prodibunt anni, quibus motu Medio centrum Epicycli, ſeu Planetæ vnum Zodiacum percurrit; hoc eſt prodibit quantitas vnius reuolutionis Mediæ accuratior ijs, quæ *num.* 14 & 16 ſunt inuentæ.

Ex quantitate iuſtâ reuolutionis Mediæ iam notâ, per Regulam proport. reperientur iuſtiores etiam motus Medij vnius Horæ, Diei, Anni, &c. plurium Horarum, Dierum, Annorum &c. vt docui *num.* 36. *l.* 1.

	Vna reuolutio Media Copernico eſt					
	Ann. Ægyp.	D.	H.	*I.*	*II.*	*III.*
♄	29.	161.	22.	28.	3.	22.
♃	11.	315.	15.	2.	10.	30.
♂	1.	321.	22.	19.	49.	48.

Eius motum Medium, ſeu Longitudinis Diurnum, & Annuum vide apud ipſum. Accuratiores ſunt motus Longomontani, Kepleri & Riccioli, quos in Tabulâ ſubiectâ exhibeo.

		Motus Medij ex Longomontano						
		Gr.	*I.*	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*
Diurnus.	♄	0	2	0	35	24	43	46
	♃	0	4	59	15	54	13	8
	♂	0	31	26	39	28	14	20
Annuus.	♄	12	13	35	23	33	16	50
	♃	30	20	31	44	0	0	0
	♂	191	17	10	6	0	0	0

		Motus Medij ex Keplero						
		Gr.	*I.*	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*
Diurnus.	♄	0	2	0	35	25	21	19
	♃	0	4	59	15	59	8	42
	♂	0	31	26	39	11	41	11
Annuus.	♄	12	13	35	29	14	39	34
	♃	30	20	32	14	47	54	29
	♂	191	17	8	26	5	31	55

		Motus Medij ex Ricciolo.						
		Gr.	*I.*	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*
Diurnus.	♄	0	2	0	35	25	21	19
	♃	0	4	59	15	59	8	42
	♂	0	31	26	39	11	41	11
Annuus.	♄	12	13	35	29	14	39	34
	♃	30	20	32	14	47	54	30
	♂	191	17	8	26	5	31	55

Si per Annuum motum ſingulorum diuidatur totus circulus ſeu Grad. 360, prodibit tempus vnius integræ reuolutionis Mediæ ſecundùm ſingulos Tabellarum Authores.

NVMERVS XXI.

Radicem motus Medij ♄,♃,♂ ad datam Epocham ſtatuere : atque inde motum Medium eorumdem ad tempus quodcumque inuenire.

EPocha data ſit initium Annorum Chriſti Dei, ad quam oporteat Radicem Medij motus ſtatuere. Per *num.* 17.18.19. ſed vtendo in eâ motibus Medijs *præcedenti Numero* iam vltimò elimatis, reperiatur ad aliquod temporis momentum Planetæ motus Medius, ſeu Longitudo Media. Deinde per *Num.præced.* collige motum Medium debitum interuallo temporis, quo momentum illud diſtat ab Epochâ Chriſti; hoc eſt reperi quot Gradus (abiectis integris circulis) eo temporis interuallo Planetæ, ſiue Epicycli centrum, motu Medio proceſſerit in Zodiaco. Hos Gradus, ſi Epocha Chriſti præceſſit momentum temporis, ad quod Longitudo Media Planetæ fuit reperta, deme Longitudini Mediæ repertæ; adde, ſi ſequitur. Prodibit Radix quæſita, nempe Longitudo Media, ſeu motus Medius Planetæ ad Epocham Chriſti. Ratio patet ex *num.* 54. *lib.* 1.

Motu Medio ad datam Epocham ſic conſtituto, exinde motum Medium ad momentum temporis quodcumque tam ſubſequens Epocham quàm præcedens, eodem prorſus modo reperies, quo is ad ipſam Epocham fuit repertus.

Demonſtratio patet ex *num.* 54. *lib.* 1.

RADICES MEDII MOTVS EX LONGOMONTANO AD ANNVM 1. CHRISTI INEVNTEM IN MERIDIE DIEI 1. IAN. HAFNIÆ.

	Sig.	*Grad.*	*I.*	*II.*
♄	2	12	32	51
♃	5	29	56	46
♂	1	9	39	14

RADICES MEDII MOTVS EX KEPLERO IN MERIDIE DIEI 1. IAN. ANNI 1. CHRISTI VRANIBVRGI.

	Sig.	*Grad.*	*I.*	*II.*
♄	2	12	36	23
♃	5	29	49	33
♂	1	10	32	10

RADICES MEDII MOTVS EX RICCIOLO AD ANNVM 1. CHRISTI INEVNTEM IN VLTIMO MERIDIE DECEMBRIS PRÆCED. SVB MERIDIANO BONONIENSI.

	Sig.	*Grad.*	*I.*	*II.*
♄	2	12	33	50
♃	5	29	45	0
♂	1	10	0	50

NVMERVS XXII.

Motum Apogei ♄.♃.♂. Diurnum, Annuum &c. inuenire.

COmparentur duo Apogei loca quàm longiſſimo temporis interuallo diſtantia, vel eo artificio quod expoſui *num.* 17, 18, 19, vel quocumque alio reperta. Quorum vtrumque vel alterū ſi tuo marte reperire deſideras, per methodum *nu.* 17. & 18, in eâ exequendâ vtere Medijs motibus *num.* 20 elimatis. Deinde differentiam Longitudinum inuentorum locorum diuide per dies vel annos interualli. Prodibit Apogei motus Diurnus vel Annuus; vt patet ex Regulâ proportionum.

Exemplum ſit in ♄. Ptolemæus Anno Chriſti 136 completo, nactus eſt Apogeum ♄ in ♍ Gradu 23: Ricciolus Anno 1644 completo in ♐ Gradu 27.13′.20″. differentia Longitudinum eſt Grad. 30. interuallum temporis ſunt Anni 1508. Quoniam igitur Apogeum ♄ Annis 1508 percurrit in Zodiaco Grad. 30; igitur Anno vno quot Minuta abſoluit? Per Reg. prop. prodibit Apogei ♄ motus Annuus, qui petebatur.

Motum Diurnum vel Annuum aggregando, hoc eſt per datum Dierum vel Annorum multiplicando, procreantur motus Apogei dato Dierum vel Annorum numero congruentes.

Vna reuolutio Apogei ♄, ♃, ♂ Copernico eſt Annorum Ægyptiorum

♄ 14917
♃ 21237
♂ 16416

		MOTVS APOGEI EX LONGOMONTANO.						
		Gr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Diurnus.	♄	0	0	0	13	10	31	17
	♃	0	0	0	9	30	22	10
	♂	0	0	0	12	18	0	7
Annuus.	♄	0	1	20	12	0	0	0
	♃	0	0	57	52	0	0	0
	♂	0	1	14	52	0	0	0

		MOTVS APOGEI EX KEPLERO.						
		Gr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Diurnus.	♄	0	0	0	12	25	53	1
	♃	0	0	0	7	45	2	17
	♂	0	0	0	10	59	50	18
Annuus.	♄	0	1	15	36	27	29	4
	♃	0	0	47	8	58	56	27
	♂	0	1	6	54	0	59	30

		MOTVS APOGEI EX RICCIOLO.						
		Gr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Diurnus.	♄	0	0	0	16	26	23	0
	♃	0	0	0	14	50	0	0
	♂	0	0	0	11	30	0	0
Annuus.	♄	0	1	40	0	0	0	0
	♃	0	1	30	0	0	0	0
	♂	0	1	10	0	0	0	0

Corollarium.

Motus Anomallæ Diurnus, Annuus &c. habetur, ſi à motu Medio Diurno, Annuo &c. per *num.* 20 reperto, ſubducatur motus Diurnus, Annuus &c Apogei. Patet ex *lib.* 1 *num.* 25. *propr.* 5.

NVMERVS XXIII.

Radicem motus Apogei ♄.♃.♂, atque inde motum Apogei eorumdem ad tempus quodcumque, inuenire.

EPocha detur initium annorum Chriſti Dei, ad quam oporteat motus Apogei Radicem ſtatuere. Per *num.* 17, 18, 19, ſed adhibitis Medijs motibus *num.* 20 elimatis, reperiatur Apogei locus, ſeu Longitudo ad aliquod temporis momentum. Deinde per *num præced.* reperi motum Apogei debitum temporis interuallo, quo momentum illud diſtat ab Epochâ Chriſti; hoc eſt, reperi quot Gradus eo temporis interuallo Apogeū proceſſerit in Zodiaco. Hos Gradus, ſi Epocha præceſſit momentum ad quod Apogei locus repertus fuit, deme loco reperto; adde, ſi ſequitur. Prodibit Radix quæſita, nempe Apogei locus ad Epocham Chriſti.

Apogei loco ad datam Epocham ſic conſtituto, exinde locum eiuſdem ad temporis momentum quodcumque tam ſubſequens Epocham quàm præcedens, eodem prorſus modo reperies, quo is ad ipſam Epocham inuentus fuit.

Vtriuſque *Demonſtratio* patet ex *num.* 54 *lib.* 1.

RADICES MOTVS APOGEI EX LONGOMONTANO AD ANNVM CHRISTI 1. IN MERIDIE DIEI 1. IAN. HAPNIÆ.

	Sig.	Grad.	′.	″.
♄	7	20	48	12
♃	5	11	48	50
♂	3	15	25	20

RADICES MOTVS APOGEI EX KEPLERO AD ANNVM 1. CHRISTI IN MERIDIE DIEI 1. IAN. VRANIBVRGI.

	Sig.	Grad.	′.	″.
♄	7	22	19	36
♃	5	15	53	50
♂	3	29	14	40

RADICES MOTVS APOGEI EX RICCIOLO AD ANNVM CHRISTI 1. INEVNTEM IN VLTIMO MERIDIE DECEMBRIS PRÆCED. SVB MERIDIANO BONONIENSI.

	Sig.	Grad.	′.	″.
♄	7	11	33	23
♃	4	27	30	2
♂	3	27	43	22

Corolla-

Corollarium.

Anomaliam Mediam ♄. ♃. ♂, ad datum tempus ſic reperies. Sit ex.gr. Planeta in V. ad d.t. *Fig. 6.*
inquire motum Medium centri Epic. ♈HT per *num.*21, & motum Apogei ♈H per *num.*23.
Hic illi demptus dabit HT, ſiue EV Anomaliam Mediam ad t. d. centri Epicycli, ſiue Planetæ.

NVMERVS XXIV.

Eccentricitatem maximam, mediam, minimam ♄. ♃. ♂, inuenire.

§. 1. OPorteat inuenire primò Eccentricitatem maximam. Obſerua aliquam ☍ Veram *Fig. 10.*
Planetæ cum Sole, hoc eſt obſerua locum aliquem Verum Planetæ oppoſitum
Vero loco Solis, vel ab alio obſeruatum aſſume: ſed eo tempore oportet eſſe Planetam eſſe
quàm proximum Apogeo E. Vtrùm verò ſit proximus, ita cognoſces. Ad momentum ob-
ſeruationis (*vide Fig. 6*) inquire [a] motum Planetæ Medium ♈HT, & motum [b] Apogei ♈H: *a per n.21.*
quem ſi ab illo demas, remanebit Anomalia Media Eccentrici HT, ſiue EV, hoc eſt diſtan- *b per n.23.*
tia Planetæ V ab Apogeo E. Hanc igitur, vti dixi, oportet eſſe, quàm minimam, qualis eſt
(*repete Fig.* 10) VE, vel quàm proximè circulo æqualem, qualis eſt EFXT; quæritur enim
Eccentricitas maxima, quæ tum [c] eſt, quando Planeta obtinet Eccentrici Apogeum. Porro *c per §.3.*
in *Figurâ* aſſumptæ ſunt diſtantiæ VE, TE, iuſto maiores, vt triangula AVI, ATI conſpicua *num.10.*
euaderent. Igitur ad momenta talis Oppoſitionis Eccentrici centrum eſto in I; ac proinde
Eccentricitas tum ſit AI; quam hoc modo efficies notam. Ex A centro Zodiaci, & I centro
Eccentrici ducantur rectæ AV, IV, vel AT, IT. Inquire ad momentum ☍, locum [d] Medium *d per n.21.*
Planetæ: locus autem Verus eiuſdem notus eſt per obſeruationem. Quare vtriuſque diffe-
rentia, quæ eſt [i] angulus AVI, nota erit. Deinde angulus EIV notus [m] eſt ex Anomaliâ EV *i per def.17.*
iam *ſupra* repertâ, ac proinde per 13.1. etiam VIA, & per 32.1. etiam VAI noti erunt. In *num.4. &*
triangulo igitur AVI ex notis omnibus angulis nota [n] fiet proportio laterum IV, AI. Quare *per §.10.*
ſi IV radius Eccentrici ſtatuatur 100000, in iiſdem partibus nota erit Eccentricitas AI. At *num.3.*
quia Planeta non erat in Eccentrici Apogeo ſed illi quàm proximus; Eccentricitas iam re- *m per 13.6.*
perta AI, non erit maxima, ſed propinqua maximæ. Quare illi aliquantillum adijcies vt ma- *n per probl.*
ximam AD adipiſcare. Quantùm porro debeas adijcere ex calculi cum obſeruationibus con- *7.cap.3.*
uenientiâ à poſteriori addiſces. *Geo. Pract.*

§. 2. Oporteat deinde reperire Eccentricitatem Mediam, quæ ſit AG: tunc autem Eccentricus ſit in PFNM, eiuſque centrum in G. Ex §.3. *num.*10 patet Anomaliam Mediam Planetæ tunc eſſe parem Quadranti vni PF, vel tribus PFNM, ductiſque lineis AF, GF, AM, GM, triangula haberi rectangula AGF, AGM. Obſeruetur igitur ☍ Vera, ſiue Planetæ Verus locus oppoſitus Vero loco Solis, quando Planeta (in F vel M) diſtat ab Eccentrici Apogeo P Gradibus 90. vel 270. Vtrùm verò tantùm diſtet, cognoſces ſi ad obſeruationis momentum inquiras, vt *ſupra*, Anomaliam Planetæ Mediam. Iam in trigono rectangulo AGF, notus ſit, vt *ſupra*, angulus AFG; eſt enim ille differentia locorum Planetæ Veri ac Medij ad ☍ momentum; locus autem Verus ex obſeruatione notus eſt, & Medius per *num.*21, innoteſcit. Quare laterum GF, AG proportio [o] non latebit. Vnde ſi GF radius Eccentrici ſtatua- *o per prob.*
tur 100000, in iiſdem partibus nota erit Eccentricitas media AG. *7.cap.3. Geo. Pract.*

§. 3. Inuentâ Eccentricitate maximâ AD, & mediâ AG, habetur & minima AB, ſi mediam AG demas maximæ AD; ſic enim nota relinquitur GD differentia maximæ & mediæ, cui [p] æqualis eſt GB differentia mediæ & minimæ: quæ ſubtracta mediæ AG, dabit minimam AB. *p per §.3. num.10.*

§. 4. Si nequeas adipiſci ☍ Veram, ſiue locum Verum Planetæ oppoſitum loco Vero Solis, quando Planeta eſt proximus Apogeo, venare ☍ aliquam, cùm Planeta eſt proximus Perigeo. Tum verò Eccentricus ſit in QFY, eiuſque centrum in K, ducanturque ad Planetam prope Perigeum Y in Z, vel S conſtitutum rectæ KZ, AZ, vel KS, AS. Sic enim ope trianguli AZK, vel ASK eâ methodo, quam §. 1. iam expoſui, acquires Eccentricitatem AK; cui modicum quid detrahendo, obtinebis minimam AB: eâque demptâ à mediâ, nota fiet BG, adeóque etiam ipſi æqualis GD; quâ ad mediam AG adiectâ, prodibit maxima AD. Porro arcus ZY, SY, qui ad ſoluenda triangula iam dicta, noti eſſe debent, ſunt differentia Anomaliarum QFZ, QFS à ſemicirculo QFY,

§. 5. Quod ſi obtineri nequeat ☍ Vera, cùm Planeta diſtat ab Apogeo Gradibus 90 aut

270,

270, in F, vel M, tunc per duas ☍ Veras, ad quarum vnam Planeta ſit proximus Apogeo, ad alteram proximus Perigeo, reperies per §.1, & 4, Eccentricitatem maximam AD, & minimam AB, quarum differentiâ BD bifariam diuiſâ, prodibit media AG.

§.6. Poſtremò obſerua ſi methodo iam explicatâ Eccentricitatem inquiras ad alia atque alia Planetæ Soli verè oppoſiti in Eccentrico loca, manifeſtè comperies eam ab Apogeo ad Perigeum decreſcere eâ ferè proportione, quæ *num.* 10, §.3 exponitur; quod quidem Hypotheſim Ricciolanam egregiè confirmat.

Ex mente Riccioli, qualium radius Eccentrici eſt 100000 *Eccentricitas.*

		Maxima	*Media*	*Minima*
	♄	12200	11500	10800
Eſt	♃	9960	9530	9100
	♂	20000	18635	17270

NVMERVS XXV.

Locum Verum ♄.♃.♂ in Coniunctionibus & Oppoſitionibus Veris cum Sole, quando nimirum primæ ſolùm inæqualitati ſunt obnoxij, Geometricè ſupputare.

Siue, ad datum tempus ſupputare locum Verum centri Epicycli.

Fig. 6. CVm enim hi Planetæ Soli opponuntur, eorum motus & locus non differunt [a] à motu & loco centri Epicycli.

a *per* §.10. *num.*3. Ad datum tempus reperi; motum [b] Apogei ♈H, & motum Medium [c] centri Epicycli ♈HT; item Eccentricitatem [d] maximam AD, ac minimam AB: cum quibus operare vt præſcribitur *num.* 11. §.1. & 2. Ita reperies motum Verum ♈HQ centri Epicycli exiſtentis ex. gr. in Eccentrici puncto V.

b *per nu.*23 c *per nu.*21 d *per n.*24.

Atque hunc in modum inueſtigationem primæ inæqualitatis abſoluimus: quæ quantis difficultatibus ſit inuoluta, ex toto Capitis huius decurſu patet. Deinceps *ad ſecundæ inæqualitatis inueſtigationem accingemur, quæ quidem primâ iam cognitâ, nihil admodum difficultatis habebit.*

NVMERVS XXVI.

Radium Epicycli ♄, ♃, ♂, maximum, medium, minimum inuenire.

Fig. 6. §.1. OPorteat primùm radium Epicycli maximum reperire. Inueni (vt docebo *infra* §.5) [o] tempus, quo centrum Epicycli futurum eſt in E Apogeo Eccentrici: tunc enim [x] maximus eſt EM, ſeu ES Epicycli radius, & Eccentricitas quoque [z] maxima AD, Eccentrici nempe centro tunc conſtituto in D. Sit tum Planeta in Epicycli puncto quocumque S, ad quem ex A centro Zodiaci ducatur AS continuata vſque ad Zodiacum in 9; iungaturque Epicycli radius ES, vt habeatur triangulum ASE. Ad tempus deinde, quo cognouiſti centrum Epicycli futurum in Apogeo E, inquire locum [a] Apogei H, & obſerua locum [b] Planetæ 9. Ex horum locorum differentiâ notus erit arcus 9 H, adeóque & [c] angulus SAE. Ad tempus idem inquire [d] Verum locum Solis, qui ſit ex. gr. in 4. Ita notus erit arcus HT4 diſtantia Veri loci Solis ab H loco Apogei Eccentrici, qui tunc non differt à loco Apogei Epicycli M. Iam, cùm, [e] quanta eſt diſtantia 4 T H Veri loci Solis à lineâ AEMH lineâ Apogei Epicycli, in quâ [f] Sol cum Planetâ coniungitur, tanta ſit SM diſtantia Planetæ ab Epicycli Apogeo M, etiam arcus SM notus erit. (Quod ſi diſtantia Veri loci Solis à lineâ Coniunctionis AEMH, adeóque & diſtantia Planetæ ab Apogeo Epicycli ſit Gr. 180 maior, ex. gr. MSLC, Planetâ exiſtente in C, ea ſubtracta ex Grad. 360 dabit arcum MC). Aufer deinde arcum SM ex Grad 180, notuſque fiet arcus SL, & per hunc [i] angulus SEA. In triangulo igitur ASE, quia noti ſunt anguli SAE, SEA, adeóq; [m] & tertius ESA, non [n] latebit proportio laterum AE, ES. Atqui AE nota eſt in partibus radij Eccentrici taxati ad 100000, componitur enim ex DE radio ipſo, & AD Eccentricitate [r] maximâ, quæ per *nu.* 24 nota eſt in partibus radij. Ergo etiam ES, radius Epicycli maximus in partibus radij Eccentrici ad 100000 taxati notus erit.

o *per* §.4. & 5 *nu.* 10
x *per* §.3. *num.*10.
a *per n.* 23.
b *per nu.*1.
c *per* 33. 6.
d *per n* 55. *lib.*1.
e *vid n.* 10 §. 4. & 5.
i *per* 33.6.
m *per* 32.1.
n *per probl.* 7. *cap.*3. *Geo Pract.*
r *per* § 3. *num.*10.

§.2. Oporteat deinde radium Epicycli minimum reperire. Inueni tempus quo centrum

Epicycli erit in Eccentrici Perigeo X : tunc enim[p] minimus erit Epicycli radius X5, & minima quoque[q] Eccentricitas AB, Eccentrici nempe centro conſtituto in B, quamuis eum ſitum figura non exprimat. Tum verò Planeta ſit in Epicycli puncto quouis N ad quem ex Mundi centro A ducatur recta AN ad Zodiacum vſque continuata, iungaturque Epicycli radius XN, vt habeatur triangulum ANX : quod ſoluendo, vt *ſupra* triangulum ASE, notus reddetur minimus Epicycli radius XN in partibus radij Eccentrici. *p per §. 4. & 5. num. 10* *q per § 3. num. 10.*

§. 3. Radius tandem Epicycli medius XO, ſeu βO, δO obtinebitur, ſi differentiæ NS minimi à maximo ſemiſſem addas minimo, vel maximo ſubtrahas, vti patet ex §. 4, & 5. *num.* 10.

§. 4. Poſtremò ſi ex loco Planetæ obſeruato ad varias diſtantias centri Epicycli ab Eccentrici Apogeo, radius Epicycli eliciatur, reperietur ille ab Apogeo ad Perigeum decreſcere eâdem proportione, quâ Eccentricitas, eâ inquam, quæ exponitur *num.* 10. §. 3 & 5 : quo quidem Hypotheſis Ricciolana non parum ſtabilitur. Modus autem deductionis erit huiuſmodi. Sit Planeta in C, eiuſque Verus in Zodiaco locus R, per obſeruationem fiat[a] notus. Ad momentum obſeruationis (quod innoteſcet per *num.* 45. *lib.* 5) reperi per *num.* 25. centri Epicycli V, locum Verum Q (eâdem operâ innoteſcit AV diſtantia centri Epic. à centro Mundi, vt patet ex §. 2. *num.* 11). Sic nota erit vtriuſque differentia RQ, adeóque, & angulus CAV. Reperi deinde ad momentum idem Longitudinem Solis[b] Veram ♈Q4, ab eâque aufer Longitudinem Veram ♈Q centri Epicycli *ſupra* inuentam. Ita notus erit arcus Q 4, adeoque & æqualis[c] ipſi 5C, ſeu MS diſtantia Planetæ ab Apogeo Epicycli ; vnde etiam angulus SVL, ſeu CVA notus erit. Cùm igitur in triangulo ACV, notum ſit latus AV cum angulis CAV, CVA, ex his reperietur ad momentum datum Epicycli radius VC in partibus ſecundùm quas nota eſt AV, hoc eſt in partibus radij Eccentrici. *a per nu. 11.* *b, per num. 55. lib. 1.* *c per §. 4. & 5. nu. 10*

§. 5. Reliquum eſt, vt, quod *ſupra* tanquam factum ſuppoſuimus, tempus inueniatur quo Planeta futurus eſt in Apogeo vel Perigeo Eccentrici. Ad quoduis tempus[o] inueni Anomaliam Mediam centri Epic. ex. gr. EZ Grad. 150 ; quibus ſubductis à Grad. 360 notus fit arcus ZXE Grad. 210, quem abſoluere debet centrum Epic. vt redeat ad Apogeum E. Si per motum Diurnum vel Annuum Anomaliæ, qui notus eſt per *Coroll. num.* 22, diuidatur arcus ZXE Grad. 210, prodibit tempus, quo Epicycli centrum attinget Apogeum E, vt patet ex Regulâ proportionum. *o per corol. num. 25.*

Ex mente Riccioli qualium Eccentrici radius eſt 100000,
Radius Epicycli

		Maximus	*Medius*	*Minimus*
Eſt	♄	11300	10700	10100
	♃	20320	19390	18460
	♂	70957	66057	61157

Corollarium.

Ex *hoc numero &* 24. facilè colligemus diſtantias maximas & minimas à Terrâ ♄. ♃. ♂, & differentias earum ; quæ quidem in ♂ planè enormis reperitur : eius enim diſtantia maxima excedit minimam plùs quàm octies. Id viſum hìc eſt breuiter oſtendere : alibi[a] pleniùs de Planetarum diſtantijs à Terrâ, & Sole tractaturi. *a lib. 7. c. 3.*

Eſto igitur centrum Epicycli in Apogeo Eccentrici, ac proinde ſitus Eccentrici ♂ ſit DERZ, maximam habens Eccentricitatem AD. Sit autem ♂ in Epicycli Apogeo M. AD per *num præc.* eſt 20000, quarum radius DE eſt 100000. Quare, AE eſt 120000 : cui ſi addas EM radium Epicycli, qui tunc etiam maximus eſt, nempe 70957 ; fit AM diſtantia maxima ♂ 190957. *Fig. 13.*

Sit deinde Epicycli centrum in Perigeo Eccentrici, adeóque Eccentricus ſit BKYX minimam habens Eccentricitatem BA ; ♂ autem ſit in 2 Perigeo Epicycli. BA per *num.* 24 eſt 17270, quarum radius BX eſt 100000, aufer 17270 à 100000: remanet AX 82730. Hinc rurſum deme radium Epicycli minimum X2 qui eſt 61157 : relinquitur A2 diſtantia ♂ minima 21573.

Igitur ♂ diſtantia maxima AM eſt ad minimam A 2, vt 190957 ad 21573. Vnde factâ diuiſione maxima excedit minimam plùs quàm octies.

NVMERVS XXVII.

Locum Verum ♄.♃.♂. ad datum tempus extra ☌ & ☍ cum Sole, quando nempe duplici inæqualitati ſubiacent, Geometricè ſupputare.

Fig. 6. §. 1. SIt ex. gr. centrum Epicycli in V, & Planetæ centrum in C. Ad datum tempus inquire motum [a] Apogei ♈H, & motum Medium [b] centri Epicycli ♈HT. Aſſumatur deinde [c] Eccentricitas maxima AD, & minima AB; item [d] radius Epicycli maximus ES, & minimus EN. Cum his omnibus operare vt præſcribitur toto *num.* 11. Sic acquires motum Planetæ Verum ♈HR ad tempus datum.

a per n. 23. b per n. 21. c ex n. 24. d ex n. 26.

§. 2. Quod ſi placuerit iuxta Hypotheſim Ptolemaicam ſupputare, operare vt præſcribitur *num.* 7: ſed vtere motu Apogei *num.* 23, & motu Medio *num.* 21, Eccentricitate verò & radio Epicycli infra ſcriptis.

	Eccentricitas tota	*Eccent. ſemiſſis*
♄	11514	5757
♃	9621	4810
♂	18566	9278.

	Radius Epicycli.
♄	10563
♃	19264
♂	65777

Hæ ſiquidem menſuræ ſunt mediæ inter repertas à Copernico, Lansbergio, Longomontano, Keplero, Bullialdo, Ricciolo.

§. 3. Inter hoſce duos ſupputandi modos, medium tenebis, ſi retentâ eâdem ſemper Eccentricitate, mediâ videlicet inter maximam & minimam *num.* 24. repertas, ſed Epicycli ſemidiametro pro tempore variatâ, procedas vt præſcribitur *Num.* 11. omiſſo primo §: vel ſi non variatâ ſemidiametro Epicycli varietur Eccentricitas, procedaturque vt traditur in Hypotheſi Terræ Motæ.

Modi ſecundus & tertius ſunt breuiores, ſed primus locum Planetæ ſupputatum exhibet eiuſdem loco obſeruato magis conſentientem. Quamquam ne hic quidē, vel ipſo fatente Ricciolo, ſemper ad amuſſim ſatisfacit. At cùm nullus id hactenus ſit aſſecutus, optimum eſſe illum dicamus, qui minimis vrgetur. Vlteriorem interim huius negotij limam à magno illo Aſtronomo expectabimus, quam ſpondet ipſe Almageſti lib.7.pag.539 hiſce verbis. Quapropter magno deſiderio Tychonicarum obſeruationum editionem præſtolamur, vt eas examinare profundiùs, & noſtrarum Hypotheſium menſuras ex illis ac Noſtris obſeruationibus, quibus adhuc inſiſtimus, ad vltimam limam reuocare poſſimus.

Hìc ego inæqualitatis vtriuſque ♄. ♃. ♂. inueſtigationem concludo, ſi priùs, quod iam ſæpe inſinuaui, Tyrones monuero, fidem calculi per obſeruationes examinari oportere. Comparanda nimirum ſunt Planetarum loca quàm plurima in diuerſis Eccentrici locis, ſiue per teipſum, ſiue per alios [e] obſeruata, atq; ad obſeruationum momenta eadem loca per calculum inueſtiganda: quæ ſi cum locis obſeruatis conueniant, licebit concludere & Hypotheſes & Hypotheſium menſuras, totumque calculi proceſſum rectè ſe habere.

e illa vide in Schol. num.19.

NVMERVS XXVIII.

De Æquationibus maximis, deque Tabulis Æquationum conſtruendis.

§. 1. ÆQuationes Eccentrici ad ſingulos Gradus Anomaliæ Eccentrici reperiuntur per §.1. & 2. *num.* 11. Neque hìc, vt in Lunâ, pluribus Tabulis opus eſt quàm vnâ: quamuis enim ad ſingulos Gradus Anomaliæ varietur Eccentricitas, [a] quælibet tamen determinata Eccentricitas determinato Animaliæ Gradui ſemper eidem reſpondet, ſecùs quàm in Lunâ accidat, cuius vnaquæque Eccentricitas poteſt incidere in quemuis Gradum Anomaliæ

a per §.2. & 3. n. 10.

liæ; quandoquidem Lunaris Eccentricitas varietur [b] pro diſtantiâ Lunæ à Sole, quælibet autem Lunæ à Sole diſtantia in quemuis Anomaliæ Gradum [c] poſſit incidere. In primâ columnâ huius Tabulæ ſcribantur Gradus Anomaliæ Eccentrici, à 1. ad 180. in ſecundâ columnâ Æquationes Eccentrici ſingulis Gradibus Anomaliæ reſpondentes.

b per §. 3. n. 13 l. 1. & per §. 4. n 16. l. 2.
c vide §. 3. n. 5. l. 2. & n. 45. l. 2.

§. 2. Quantitas Æquationis maximæ Eccentrici, & Gradus Anomaliæ in cuius termino contingit, ſecundùm Ptolemæum, Longomontanum, Keplerum, Ricciolum, Tabellâ ſequenti exhibentur.

		Æquatio maxima Eccentrici			Anomalia Eccentrici.		
		Grad.	′.	″.	Grad.	′.	″.
♄	Ptolem.	6	32	0	93	16	0
	Longom.	6	38	17	93	19	8
	Kepler.	6	32	0	93	16	0
	Letter.	6	39	24	93	19	12
♃	Ptolem.	5	16	0	92	38	0
	Longom.	5	26	59	93	30	0
	Kepler.	5	31	37	93	45	0
	Letter.	5	28	30	93	40	0
♂	Ptolem.	11	32	0	95	46	0
	Longom.	10	34	20	95	17	10
	Kepler	10	37	0	95	18	30
	Letter.	10	37	10	95	30	0

Porro Æquationem maximam Eccentrici contingere in termino Anomaliæ hac Tabellâ expreſſæ, ex ipſo opere inuentionis Æquationum conſtat Quare punctum Anomaliæ, in quo contingit Æquatio maxima, non reperitur (quemadmodum fiebat in Sole & Lunâ, & fiet mox etiam in maximis Æquationibus Orbis, ſeu Epicycli) ſi Quadranti, hoc eſt Gradibus 90, addatur ipſa Æquatio; neque ea accidit in puncto, vbi recta AL, quæ per Mundi centrum ad lineam Apſidum perpendicularis eſt, Eccentricum interſecat, ſed ſupra illud puta in O; adeoque non colligitur in trigono rectangulo, ſed obliquangulo, puta AOG. In Hypotheſi Ptolemaicâ (*vide Fig.* 1.) Æquatio maxima [o] contingit in Gradu quidem 90, Φ, Deferentis, ſed huic reſpondet Anomalia G 8 (quæ in Æquante numeratur) Gradibus 90 maior.

Fig. 13.
o per §. 4. n 5.

§. 3. Maxima Æquatio Anomaliæ Orbis, ſeu Epicycli, in quouis Anomaliæ Gradu fuerit centrum Epicycli, reperitur hac methodo. Sit primò centrum Epicycli in E Apogeo Eccentrici, & AC ex Mundi centro Epicyclum tangens, definiat Æquationem maximam EAC; ducaturque EC: ſitus autem Eccentrici ſit DEFZ Igitur tunc per §. 4. & 5. *num.* 10 EC eſt radius Epicycli maximus, qui notus eſt per *num.* 26. Eccentricitas quoque tunc eſt AD omnium [o] maxima, quæ cùm [a] nota ſit in partibus radij DE taxati ad 100000, nota AE nota erit. In triangulo igitur ACE, quod ad [b] C rectangulum eſt, ex binis lateribus EC, AE iam notis reperietur [d] Æquatio Orbis maxima EAC ad Apogeum Eccentrici, quæ eſt inter maximas minima.

Sit deinde centrum Epicycli in Perigeo X, Eccentrico tunc exiſtente in BKYX. Tunc igitur & Epicycli radius X2 [e] minimus eſt, qui innotuit per *num.* 26. & Eccentricitas AB etiam [f] minima; quæ cùm nota [i] ſit in partibus radij BX 100000, ſi ſubtrahatur à radio BX, etiam AX nota erit. Rurſum ergo in trigono ASX, quod ad [m] S rectangulum eſt, ex binis lateribus notis XS, AS, reperietur [n] Æquatio maxima XAS ad Perigeum Eccentrici, quæ eſt maxima inter maximas.

Quod ſi Epicycli, centrum fuerit in quouis alio Anomaliæ puncto V, Æquatio maxima VAF reperietur ſoluendo triangulum rectangulum AFV, in quo latera AV, VF fient nota ex §. 2. & 3 *num.* 11. Ad motum porro centri Epicycli ab Eccentrici Apogeo ad Perigeum, Æquationes Orbis maximæ perpetuò decreſcunt.

Fig. 13.
o per §. 3. n 10.
a per n. 24.
b per 18 3.
d per prob. 4. cap 3. Geo. pract.
e per §. 4. & 5. n 10.
f per §. 3. n 10.
i per n 24.
m per 18 3.
n per probl. 4 cap. 3. Geo pract.

Anomalia Orbis, ſeu Epicycli in cuius termino maximæ Orbis Æquationes contingunt, ſic inuenitur. In triangulo ACE, quod [p] ad C rectangulum eſt, duo reliqui anguli EAC, AEC, conficiunt vnum [q] rectum, ſeu Grad. 90. Quare ſi EAC iam inuentum ſubtrahas à Grad. 90, notus fit AEC, adeoque & [r] arcus ωC; quo dempto ex Grad. 180, nota erit MC

p per 18. 3.
q per 32. 1.
r per 33. 6.

Anomalia Epicycli, in cuius termino fit maxima Æquatio EAC. Eadem Anomalia reperitur quoque ſi ad Grad. 90 adijcitur ipſa Æquatio.

Quantitates Æquationum maximarum ad Apogeum & Perigeum Eccentrici, & Gradus Anomaliæ Orbis, in cuius termino contingunt, ſecundùm Ptolemæum, Longomontanum, Keplerum, Ricciolum, exhibentur Tabellâ ſequenti.

		Æquatio max. Orbis ad Apog. Eccen.			*Anomalia Orbis.*			*Æquat. max. Orbis in Perigeo Eccent.*			*Anomalia Orbis*		
		Grad.	*I.*	*II.*	*Grad.*	*I.*	*II.*	*Grad.*	*I.*	*II.*	*Grad.*	*I.*	*II.*
♄	*Ptolem.*	5	53	0	95	53	0	6	36	0	96	36	0
	Longom.	5	39	15	95	39	15	6	21	20	96	21	20
	Kepler.	5	43	0	95	43	0	6	38	10	96	38	10
	Ricciol.	5	45	0	95	45	0	6	30	0	96	30	0
♃	*Ptolem*	10	34	0	100	34	0	11	35	0	101	35	0
	Longom.	10	38	33	100	38	33	11	43	2	101	43	2
	Kepler.	10	34	0	100	34	0	12	5	0	102	5	0
	Ricciol.	10	39	0	100	39	0	11	43	0	101	43	0
♂	*Ptolem.*	36	45	0	126	45	0	47	1	0	137	1	0
	Longom.	38	8	0	128	0	0	47	26	0	137	26	0
	Kepler.	36	55	0	126	55	0	48	30	0	138	30	0
	Ricciol.	36	15	0	126	15	0	47	40	0	137	40	0

Fig. 13. §. 4. Æquationes Orbis ad Gradus ſingulos ſemicirculi MCω Anomaliæ Orbis quæ Geometricè reperiuntur, vt docui *num.* 11 *toto*, ad vnam aliquam Tabulam redigi non poſſunt. Cùm enim ad motum centri Epicycli per Eccentricum in noſtrâ Hypotheſi tam radius Epicycli, quàm diſtantia centri Epicycli à centro Mundi, in alijs verò ſaltem diſtantia centri Epic. varietur; neceſſe eſt ad eumdem Anomaliæ Orbis Gradum aliam atque aliam pro tempore Æquationem contingere. Ex. gr. ſit Epicycli centrum primò in E, deinde in V, & ſint vtrobique Anomaliæ Orbis Mδ, HΦ Grad. 20: maior eſt Æquatio VAΦ ad vigeſimum Anomaliæ Gradum Epicycli centro poſito in V, quàm ſit Æquatio EAδ etiam ad vigeſimum Anomaliæ Gradum, centro Epicycli ſito in E. Pari modo de Æquationibus ad reliquos Gradus Anomaliæ Orbis ratiocinare. Oporteret igitur 180 Tabulas Æquationum Orbis conficere: quod quia nimis laborioſum eſt, artificioſa tanti laboris compendia Aſtronomi excogitarunt.

§. 5. Primus modus, quo cum Ptolomæo plerique antiquiores Aſtronomi, & ex recentioribus etiam Longomontanus atque Lansbergius vſi ſunt, eſt eiuſmodi. 1. Reperi [a] Æquationes Orbis maximas, poſito Epicycli centro in ſingulis Gradibus ſemicirculi Anomaliæ Eccentrici, ab Apogeo nempe ad Perigeum, eaſque in Tabulâ ſingulari digere. 2. Æquationem EAC minimam maximarum, quæ fit ad Eccentrici Apogeum E, aufer à ſingulis maximis, & exceſſus, ſeu differentias ſerua. 3. Differentia maximarum Æquationum EAC, XAS ad Apogeum & Perigeum differentia æſtimetur 60, atque ad has partes reducantur differentiæ cæteræ: quod ita fiet. Differentia Æquationum maximarum EAC, XAS reperta ſit ex. gr. Minutorum 40, differentia verò maximarum Æquationum EAC, VAF Minutorum 18. Fiat vt 40 ad 18, ita 60 ad 27: erit 27 differentia Æquationum maximarum EAC, VAF reducta ad partes 27, quarum differentia ipſarum EAC, XAS eſt 60. Eodem modo reducentur differentiæ cæteræ proceſſu ſecundo repertæ: quæ ſic reductæ vocantur *Scrupula Proportionalia*, ponunturque in tertiâ columnâ Tabulæ Æquationum Eccentrici (§. 1. conſtructæ) è regione Graduum Anomaliæ Eccentrici: ipſa verò Scrupula 60 ſcribuntur è regione Gradus Anomaliæ 180, ſeu Signorum ſex 4. Poſito Epicycli centro primùm in Apogeo E, deinde in Perigeo X, reperi [b] ad ſingulos Gradus ſemicirculi Anomaliæ Orbis MCω, PS2, Æquationes Orbis, & ſingulas Æquationes ad Apogeum E aufer à ſingulis ad Perigeum X, atque hos exceſſus, ſeu differentias ſcribe in tertiâ columnâ nouæ Tabulæ, quę vocatur *Tabula Æquationum Orbis*; in ſecundâ autem columnâ repone Æquationes ſingulas repertas ad Apogeum E, in primâ Gradus Anomaliæ à 1. ad 180. 5. Hiſce tabulis ita ordinatis ad quemuis Anomaliæ Orbis Gradum, puta ad Φ vigeſimum, Epicycli centro exiſtente in quouis Anomaliæ Eccentrici Gradu, puta in V quadrageſimo, Æquationem Orbis

VAΦ

a *per* §. 3.

b *per n.* 11. *totum.*

VAφ reperies hunc in modum. Ex Tabulæ Æquationum Eccentrici columnâ tertiâ excerpe Scrupula proportionalia ex.gr. 27 adſcripta Gradui 40. V Anomaliæ Eccentrici. Tum ex Tabulæ Æquationum Orbis columnâ ſecundâ excerpe Æquationem Orbis MAϑ debitam Anomaliæ Orbis Gradui vigeſimo ϑ, quando centrum Epicycli eſſet in Apogeo E; & in columnâ tertiâ excerpe adſcriptam illi differentiam, ſeu exceſſum ex.gr. 2. Grad. Poſtremò fiat vt Scrupula 60, differentia nempe maximarum Æquationum EAC, XAS, ad Apogeum & Perigeum Eccentrici, ad Scrupula proportionalia 27, differentiam nempe Æquationum maximarum EAC, VAF, ita grad. 2 nempe exceſſus, ſeu differentia Æquationum EAϑ, XAβ ad Grad. Anomaliæ Orbis 20, poſito Epicycli centro in Apogeo & Perigeo, ad aliud: dabit hoc differentiam Æquationum EAϑ, VAφ; quâ additâ ad Æquationem EAϑ, prodibit Æquatio Orbis VAφ quæſita.

§. 6. Hic eſt modus quo plerique veteres (vt dixi) vtebantur, cuius fundamentum eſt tale: ſint Mϑ, Hφ, Pβ Anomaliæ Orbis æquales, puta Grad. 20. Putabant illi, vt eſt differentia maximarum Æquationum EAC, XAS, ad differentiam maximarum EAC, VAF, ita eſſe differentiam Æquationum EAϑ, XAβ ad differentiam Æquationum EAϑ, VAφ. Verùm hanc analogiam non eſſe exactam, præſertim in ♂, Aſtronomi recentiores deprehenderunt. Ratio prima eſt, quòd licet Æquationes non maximæ EAϑ, XAβ, VAφ exiſtant ad eumdem Gradum Anomaliæ Orbis, omnes ex.gr. ad vigeſimum, tamen Æquationes maximæ EAC, XAS, VAF, ad eumdem Anomaliæ Orbis Gradum non contingant. In ♂ ſiquidem maxima Æquatio Apogea EAC Anomaliam ſortitur MC Grad. 126. 15′, Perigea verò XAS Anomaliam PS Grad. 137. 40′, vt patet ex Tabulâ tertij. §. Ratio altera cur nequeat condi vna Tabula, quæ per Scrupula proportionalia & exceſſum, ſeu differentiam, exhibeat iuſtas Æquationes Orbis, præſertim in ♂, hæc eſt, quòd Epicycli radius & diſtantia à Terrâ continuè varientur, quæ variatio maxima eſt in ♂ vt patet ex Tab. *num. 26. & ex Corol. num. 26.*

Qui porro voluerit inquirere Proſthaphæreſim Orbis ex Tabulis more antiquo conſtructis, pro ♂ adhibeat correctionem quam tradit Lansbergius *Præcepto* 16; vel eam, quam Longomontanus *lib. 2. Theoricorum cap. 9. & 12.*

§. 7. Ob cauſas igitur præcedenti §. indicatas recentiores Aſtronomi pro 5 Planetis Tabulam condidêre generalem Æquationum Orbis ad ſingulos Orbis Anomaliæ Gradus, ſi non ad omnes ſitus Epicycli, ſaltem ad aliquos, quorum ope per partem proportionalem ſatisfiat etiam reliquis. Tabulam eiuſmodi reperies in Tabulis Mediceis apud Vincentium Reinerium aliosque. Conſtruitur ſolutione trianguli VAφ, quam tradidi *num.* 11. *Fig.* 13.

CAPVT V.

Veneris & Mercurij phœnomena & Hypotheſes.

NVMERVS XXIX.

Phænomena, quibus ♀ & ☿ differunt à ♂, ♃, ♄.

PHœnomena *Veneri* & *Mercurio* cum tribus Planetis maioribus communia recenſui *num.* 3. Nam & ipſi tam primæ inæqualitati quàm ſecundæ obnoxij ſunt; ſaluaturque prima per Eccentricum, ſecunda per Epicyclum; quamuis non ſine aliquâ à tribus maioribus differentiâ inferiùs exponendâ. Nunc quæ ♀ & ☿ propria ſunt videamus.

§. 1. Prima differentia eſt quòd hi Planetæ numquam Soli conſpiciantur oppoſiti. Et *Venus* quidē numquā digreditur à Sole ad Gr. 50, *Mercurius* vix vnquam ad 30. apparentq; ambo modò manè, modò veſperi: vnde factum eſt vt *Venus*, quæ frequentiùs & euidentiùs conſpicitur, nunc *Lucifer* dicatur & ſit, nunc *Heſperus*. Adhæc, quod omnis antiquitas ignorauit, teleſcopij adminiculo deprehenſum eſt, vtrumque Planetam iam falcatum apparere, vt Lunam, iam biſectum, iam gibboſum, iam rotundum & quaſi plenum. Ex quibus omnibus manifeſtè patuit, eos modò infra Solem, modò ſupra ferri, Orbemque, ſeu Epicyclum quem perambulant, ita Solem ambire vt Terram non includat. Aliàs enim, cùm Soli numquam opponantur, non poſſent illas phaſium diuerſitates ſubire. a §. 2.

Ortuum porrò & occaſuum vtriuſque Planetæ modus & ordo eſt huiuſmodi. Terra ſit in A; Horizon KP; Occidens in P; Oriens in K; Orbis, ſeu Epicyclus ♀ vel ☿ BCDE Solem ambiens. Quamuis autem ſchema Solem exhibeat in Epicycli centro, ſcire oportet ta- *Fig.* 11.

rò ipſum præcisè in centro exiſtere ſed ab eo plerumque (vt ſuo loco dicam) licet non longè, declinare. Apogeum Epicycli eſto D; Perigeum B, quæ deſignantur à lineâ ABD à viſu noſtro in A per Epicycli centrum educta. Manifeſtum eſt igitur Planetam in reuolutione vnâ-qualibet bis cum Sole coniunctum apparere, in Perigeo nempe B & Apogeo D, adeoque tunc nec manè nec veſperi apparere. Intelligatur iam Planeta cum ſuo Epicyclo poſitus in Oriente K. Vbi Planeta à Perigeo B progreſſus aliquouſque fuerit in O, cùm ipſe Horizontem attinget, Sol adhuc infra Horizontem erit, ac proinde Planeta iam à Sole remotior manè ſupra Horizontem incipiet apparere; quæ prima apparitio *Ortus Heliacus matutinus* vocatur. Quò deinde Planeta longiùs à Sole digreditur, eò manè quotidie altior ſupra Horizontem conſpicitur vſque ad digreſſionem maximam, quæ contingit in puncto E, vbi recta AE ex Terrâ Epicyclum tangit. Inde pergens ad Epicycli Apogeum D, in dies ſingulos minus minuſque ſupra Horizontem manè attollitur, ac tandem prope Coniunctionem cum Sole Apogeam (in R) Solaribus radijs abſorptus, manè deſinit apparere; quæ apparitio poſtrema *Occaſus Heliacus matutinus* appellatur. Poſt dies complures, ſuperato Apogeo D, vbi iam ingreſſus Orientalem Epicycli ſemicirculum DEB, elongationem aliquam à Sole acceperit in I, apparere denuo incipiet, ſed veſperi poſt occaſum Solis. Quando enim (verte oculos ad Occidentem P) Sol occumbet in P, Planeta poſitus in I adhuc ſupra Horizontem exiſtet, ac proinde poſt Solis occaſum apparere incipiet; quæ prima apparitio *Ortus Heliacus veſpertinus* dicitur. Poſt hunc Planeta veſperi quotidie altior atque altior ſupra Horizontem conſpicitur vſque ad ſecundam digreſſionem à Sole maximam in contactu E. Vnde rurſum deſcendens ad Coniunctionem cum Sole Perigeam in B, quotidie magis magiſque deprimitur, ac tandem veſperi apparere deſinit: quæ apparitio vltima, *Occaſus Heliacus veſpertinus* appellatur.

Fig. 14. Phaſium autem ♀ & ☿ forma & ordo hic eſt. Superatâ ☌ Perigeâ in B, poſt ortum Heliacum matutinum in C apparent cornuti: ad maximam digreſſionem matutinam in D, bifidi, ſeu biſecti & ſemipleni: inde ſenſim gibboſi euadunt; at prope occaſum Heliacum in E rotundi fere ac pleni conſpiciuntur. In Apogeo F ſub radijs Solis latent. Digreſſi deinde à ☌ Apogeâ poſt ortum Heliacum veſpertinum in G, rurſum videntur gibboſi: ad digreſſionem maximam veſpertinam in H, iterum biſecti: inde ſenſim cornua reſumunt: demum prope occaſum Heliacum veſpertinum in I, planè cornuti apparent; ac tandem circa Perigeum B euaneſcunt. In ☌ Perigeâ B, viſus eſt à Gaſſendo Anno 1631. 7. Nou. *Mercurius* inſtar maculæ nigerrimæ particulam diſci Solaris Eclipſans. Tycho autem in ☌ itidem Perigeâ, *Venerem* conſpexit illuminatam, adeoque extra Solem, ob enormem, quam tum habebat, latitudinem, Graduum videlicet nouem.

§. 2. Altera differentia eſt, quòd in ♀ & ☿ motus Medij centri Epicycli per Eccentricum ſemper Medio Solis motui ſit æqualis, vnuſque ſit atque idem in Zodiaco locus Medius centri Epicycli cum Medio loco Solis. In *Fig.* 1. centrum Epicycli ♀ aut ☿ ſit in I; linea Medij motus centri AM; motus centri Medius ♈LM; locus Medius M. Erit quoque AM linea Medij motus Solis, & ♈LM Medius motus Solis, & M locus Solis Medius.

Fig. 1.

Itaque motus centri Epicycli per Eccentricum, quo ſaluatur prima inæqualitas in ♀ & ☿, motui Solis alligatur, in ♄. ♃. & ♂. ab eo reſpectu ſolutus eſt. At contra, motus Planetæ in Epicyclo, in ♀ & ☿ ſolutus eſt à motu Solis; at in ♄. ♃. & ♂. Soli alligatur, cùm tantus ſemper ſit ipſorum motus ab Epicycli Apogeo, quantus eſt Solis motus Verus ab ipſis, vt ſuo [a] loco iam expoſuimus.

a n. 10. §. 4. & 5.

Quamuis autem Medius locus centri Epicycli ♀ & ☿ in Zodiaco ſemper idem ſit cum Medio loco Solis, Verus tamen huius plerumque differt à Vero centri Epic. illorum, eò quòd loca Apogeorum [b] ſint diuerſa, ac proinde idem locus Medius diuerſam Æquationem, ſeu differentiam à loco Vero ſortiatur in ♀ & ☿, quàm in Sole.

b vt patebit n. 42

§. 3. Atque hinc tertia enaſcitur differentia, quòd ♀ & ☿ in motu Eccentrico ſe attemperent motui Solis, non Vero, ſed Medio, ac proinde vt habeatur Anomalia Eccentrici Media LM, auferendus ſit Apogei motus ♈L à motu Solis, non Vero, ſed Medio ♈LM. At tres Planetæ Superiores in ſuo motu Epicyclico ſe conformant motui Solis, non Medio, ſed Vero, adeoque vt habeatur Anomalia Orbis Media, auferendus eſt motus Verus centri Epicycli à Solis motu Vero, vti in [c] prioribus iam explicauimus.

Fig. 1.

c vide §. 2. n. 9. & §. 4. ac 5. n. 10

§. 4. Poſtremò notandum eſt Coniunctionem Perigeam ♀ & ☿ cum Sole reſpondere Oppoſitioni trium Superiorum cum Sole; ac proinde quemadmodum hi in Coniunctione & Oppoſitione, ita ♀ & ☿ in Coniunctione tam Apogeâ quàm Perigeâ inæqualitate ſecundâ liberantur.

NVME-

NVMERVS XXX.

Phænomena quibus ☿ differt à ♀.

§. 1. CLaritatis cauſâ quædam de maximis Digreſſionibus prænotanda ſunt.
Eccentricus ♀ aut ☿ ſit DST, eiuſque centrum Z; Zodiacus K R G; eiuſque centrum A; linea Apſidum FBZACG. *Fig. 15.*

Nota I. Si Epicycli centrum fuerit in Eccentrici Apogeo B, vel Perigeo C, Digreſſiones maximæ ♀ & ☿ a loco Solis Medio non differunt à maximis Æquatiooibus Orbis FAK, FAL; & matutina æqualis eſt veſpertinæ. Tunc enim linea Medij motus centri Epicycli eſt ipſa Apſidum linea FBZACG. Quare cùm linea [b] Medij motus Solis ſemper eadem ſit cum lineâ Medij motus centri Epicycli ♀ & ☿, etiam hæc tunc coincidet cum lineâ Apſidum; ac proinde locus Solis Medius tunc erit F, vel G, idem nempe cum loco Vero centri Epicycli, Quare Digreſſiones maximæ à loco Solis Medio tunc erunt KF, LF, vel HG, IG, ipſę videlicet Orbis Æquationes maximæ. Ex quo iam patet maximam Digreſſionem matutinam LF æqualem tunc eſſe maximæ veſpertinæ KF. *b per §. 2. n. præc.*

Nota II. Si Epicycli centrum ſit extra Apſidas, puta in S, Digreſſiones maximæ ♀ & ☿ à loco Medio Solis, differunt à maximis Æquationibus Orbis: & matutina non eſt æqualis veſpertinæ. Tunc enim linea Medij motus centri Epicycli ex. gr. AQ differt à lineâ Veri motus centri Epic. ASN. Quare cùm AQ ſit etiam [c] linea Medij motus Solis, adeoque Medius Solis locus ſit Q, liquet maximas RQ, MQ à loco Solis Medio Degreſſiones differre à maximis Orbis Æquationibus RN, MN, quantitate ipſius Æquationis Eccentricæ QN. *c per §. 2. n. præc.*

Nota III. Quando hic comparantur Digreſſiones maximæ cum alijs maximis, ex. gr. maximæ, cum Epicycli centrum eſt B, cum maximis Epicycli centro poſito in S, comparandum eſt aggregatum LK ex matutinâ LF & veſpertinâ KF, cum aggregato RM ex matutinâ MQ & veſpertinâ RQ.

Nota IV. Aggregatum ex duabus Digreſſionibus maximis vnâ matutinâ MQ, & alterâ veſpertinâ RQ, in quarum vtrâque Epicycli centrum fuerit in eodem Anomaliæ Eccentricæ puncto S, ſemper duplum eſt Æquationis maximæ ibidem. Cùm enim in vtrâque centrum Epicycli fuerit in eodem Anomaliæ puncto S, etiam AQ linea Medij centri Epicycli, adeoque & linea Medij motus Solis, quæ ab hac non [o] differt, eadem fuit in vtrâque. Ex quo patet duas ſimul Digreſſiones maximas RQ. MQ æquari duabus maximis Æquationibus RN, MN, ac proinde duplas eſſe vnius RN, ſeu MN. His prænotatis, *o §. 2 n. præc.*

§. 2. Obſeruatum eſt *Veneris* Digreſſiones maximarum minimas à loco Medio Solis ſemper contingere in Apogeo. Eccentrici B, maximas maximarum in Perigeo C: *Mercurij* verò maximarum minimas quidem ſemper itidem in Apogeo contingere, maximarum tamen maximas non in Perigeo, ſed in trientibus, ad Gradus videlicet Anomaliæ Eccentrici 120 & 240, hoc eſt in duobus punctis S. T. quæ binis vtrimque Signis, gradibus nempe 60 diſtant à Perigeo C.

Ptolomæus ſiquidem centro Epiczcli ☿ poſito prope Grad. 12 ♈, hoc eſt prope Perigeum quod tunc erat in ♈ Grad. 10, reperit Digreſſionem ☿ maximam à Medio loco Solis Grad. 23. 15′, quæ duplicata, (ſunt enim, vt prænotatũ eſt, in & prope Apogeum ac Perigeum matutina ac veſpertina æquales) aggregatum exhibet Grad. 46. 30′. At centro Epicycli poſito in S prope Grad. 10 ♒ hoc eſt Gradibus 60 à Perigeo C, reperit maximam ☿ Digreſſionem veſpertinam RQ Grad. 21. 15′: & cum alio tempore ibidem eſſet Epicycli centrum, nactus eſt maximam matutinam MQ Grad. 26. 30′. quæ ſimul iunctæ efficiunt aggregatum MR Grad. 47. 45′. Rorſum centro Epicycli poſito in T, prope Grad. 10 ♊, hoc eſt Gradibus 60 à Perigeo C, deprehendit ☿ Digreſſionem maximam veſpertinam Grad. 26. 30′, matutinam verò (cum alio tempore ibidem eſſet Epicycli centrum) Grad. 21. 15′. quæ ſimul iunctæ rurſum efficiunt Grad. 47. 45′.

Mercurius igitur à *Venere* differt, primò quòd Digreſſiones eius maximæ fiant extra Perigeum, ſecundò quòd in duobus Eccentrici locis, nimirum in trientibus ab Apogeo Eccentrici. Quæ porro dicta ſunt de maximis Digreſſionibus, de maximis etiam Orbis Æquationibus intelligenda, vt patet ex *Not.* 4.

§. 3. Alia *Mercurij* à *Venere* & omnibus Planetis hæc inſignis differentia eſt, quòd Epicyclum ſuum circa Solem percurrat celerrimè, diebus nempe [l] 116 ferè, adeoque ter in anno: *Venus* autem abſoluit tantum diebus circiter 584, [m] ſiue menſibus 19. *l oſtendam infra.* *m oſtendã infra.*

Ex hiſce porro proprietatibus tam diuerſis *Mercurij* motus valde implexus ac difficilis redditur,

centrum deſcenderit ex E ex.gr. in T, adeoque ipſe Deferens fuerit QIRϑ, centrum Epicycli erit in I, confecto in Æquante arcu GO, ſeu Anomaliâ Mediâ GO, quæ ſit æqualis, hoc eſt ſimilis arcui ET, quæ quidem æqualitas ſemper toto illo motu ſeruatur. Delapſo deinde Deferentis centro (confecto ſemicirculo ETC) ad circelli Perigeum, hoc eſt ad C centrum ipſum Æquantis, tunc Deferens vnus eſt idemque circulus cum Æquante GOHβ, & Epicycli centrum exiſtit in communi Æquantis ac Deferentis Perigeo H, confecto Anomaliæ ſemicirculo GOH. Vbi centrum Deferentis rurſum aſcenderit ex.gr. in V, adeoque Deferens fuerit in ° ψϑϑ, Epicycli centrum erit in I, confectâ in Æquante Anomaliâ Mediâ GβHO iteſum æquali arcui ETV. Poſtremò Deferentis centro reuerſo in E Apogeum circelli, adeoque Deferente iterum poſito in δπωφ, centrum Epicycli turſum erit in D in lineâ Apſidum Æquantis HG, confecto Anomaliæ Mediæ circulo integro GβHIG. o vide Fig.17.

Talis eſt *Mercurij* Hypotheſis Ptolemaica, quâ quomodo phœnomenis ☿ proprijs ſatisfiat, patebit *Num.ſeq.* Phœnomena ſiquidem quæ ipſi cum ♀ & reliquis Planetis ſunt communia, ſaluantur etiam modo omnibus communi, ad inæqualitatem nempe primam ſpectantia per Eccentricum, ad ſecundam, per Epicyclum.

Porro motibus ſupradictis adiunge, quòd motus Medius centri Epic. ſemper ſit idem cum Medio motu Solis. His etiam adde motum ☿ in Epicyclo, ſed æqualem vt in ♀; item motum lentiſſimum Apogei Æquantis G, quo totum Æquantis planum cum circello ſenſim in conſequentia promouetur.

NVMERVS XXXIII.

Huius Hypotheſeos proprietates, per quas phœnomenis ☿ peculiaribus ſatisfit.

EX centro Mundi circellum tangant in T, & V rectæ RQ, ϑ ψ. Fig.16.17

Propr. I. Apogeum & Perigeum Deferentis vltra citraque lineam Apſidum Æquantis HG, reciproco motu libratur. Sequitur ex motu centri Deferentis per circellum: & quando centrum Deferentis percurrit circelli partem ſuperiorem VET, Apogeum & Perigeum Deferentis feruntur in præcedentia, ſeu contra O.S. ex ψ versùs Q, & ex ϑ versùs R: cùm verò Deferentis centrum percurrit circelli portionem inferiorem TCV, Deferentis Apogeum ac Perigeum mouentur in conſequentia ex Q in ψ, & ex R in ϑ.

Propr. II. Quantitas huius librationis Augium Deferentis, quam in Zodiaco determinat angulus VAT à tangentibus circellum ad Zodiaci centrum A comprehenſus eſt 2 Signorum, ſiue Grad.60.

° Ducatur enim recta TC, & ex circelli centro YT. Quoniam *ex Hypotheſi* ° CA, YC æquales ſunt, & per 18 3. angulus YTA rectus, ſi centro C per Y & A circulus deſcribatur, tranſibit is a per T, ac proinde CT æqualis eſt circelli radio YT. Ergo b CT eſt latus hexagoni, ac proinde arcus CT (adeoq; & angulus CYT, ſeu AYT) eſt ſexta pars circuli, nempe Grad. 60. Iam quia ang. YTA c rectus eſt, conficient AYT, YAT ſimul vnum d rectum, ſeu Grad.90. Quare ſi AYT Grad.60 demas à 90, remanet YAT Grad.30. Quare totus VAT eſt Grad.60. o nu.prac. a per 31.3. b per corol. 1.prop 15.4. c per 18.3. d per 32.1.

Propr. III. Centrum Epicycli exiſtens prope G Apogeum Æquantis celeriùs mouetur in Deferente, quàm dum exiſtit prope H Perigeum. Ratio eſt, quia quando centrum Epicycli eſt prope Apogeum Æquantis, etiam Deferentis centrum eſt e prope E Apogeum circelli, moueturque contra O.S. ex V per E in T, ac proinde per *Propr.* 1. etiam Apogeum totumque planum Deferentis libratur contra O.S. ex ψ in Q: quæ libratio retardat motum centri Epic. factum f ſecundùm. O.S. At centro Epicycli poſito circa Perigeum H, etiam Deferentis centrum eſt prope C, vbi mouetur ex T per C in V, ac proinde etiam Deferens cum ſuo Apogeo libratur ſecundùm. O.S. ex Q in ψ; quæ libratio accelerat motum centri Epicycli etiam factum ſecundùm. O.S. Quare cùm nihilominus Epicycli centrum æqualibus temporibus æquales arcus in Æquante r abſoluat, neceſſe eſt ipſum exiſtens prope G, Apogeum Æquantis velociùs in ſuo Deferente moueri, quàm dum eſt prope H Perigeum. e per nu.32 f per eund. r per eund.

Propr. IV. Nihilominus (quod requirit prima inæqualitas) centrum Epicycli, exiſtens prope G Apogeum, in Zodiaco mouetur tardiùs quàm dum eſt prope H Perigeum. Ratio eſt, quia licet in Deferente Eccentrico moueatur inæqualiter, mouetur tamen æqualiter reſpectu Eccentrici Æquantis; qui motus in Æquante æqualis, nobis apparet in Zodiaco inæqualis; tardiſſimus ad Apogeum; celerrimus ad Perigeum. *Vide dicta num.6.§.1.*

Propr. V. Semel in anno Eccentricitas Deferentis par eſt Eccentricitati Æquantis, quando

dò nempe vtrinſque centra iunguntur in C: & ſemel in anno Eccentricitas Deferentis tripla eſt Eccentricitatis Æquantis AC, quando nempe Deferentis centrum eſt in E. Reliquo anni tempore Deferentis Eccentricitas ſemper maior Eccentricitate Æquantis. Dixi *ſemel in anno*, quia vna reuolutio Media centri æquatur Anno Solari, vt patet ex. §.2.*num*.29.

Dictum eſt ſupra num. 32. quando Deferentis centrum eſt in E, & Deferens ipſe in Dωφ, tunc centrum Epicycli eſſe in Deferentis Apogeo D; atque in ipſâ lineâ Apſidum Æquantis HG: cùm verò centrum Deferentis coincidit cum centro Æquantis in C, & vnus idemque circulus GOHβ eſt Deferens, & Æquans, adeoque vnum vtrinſque Perigeum H, tunc Epicycli centrum eſſe in communi illo Perigeo H: extra quos duos caſus centrum Epicycli nunquam eſt in Apogeo vel Perigeo, ſiue Æquantis, ſiue Deferentis. Hoc poſito, Proprietas ſexta & præcipua huius Hypotheſeos hæc eſt.

Propr. VI Centrum Epicycli longiſſimè diſtat à centro Mundi A, quando eſt in Apogeo D: non tamen diſtat minimè, quando eſt in Perigeo H. Tunc enim centrum Epicycli I minimam habet diſtantiam IA a Mundi & Terræ centro A, quando confecit in Æquante Ano-
l *Fig*.16. maliam Mediam[l] GO Grad.120, vel Anomaliam[m] GβHO Grad.240: hoc eſt quando ab
m *Fig*.17. Æquantis Perigeo H vtrinque diſtat Grad.60, ac proinde cùm neque eſt in Æquantis Perigeo H, neque in Deferentis Perigeo R, vel θ.

Fig.16. Quod diſtantiâ IA minor ſit Perigeâ diſtantiâ HA, ſic demonſtrabitur. Quia centrum Epicycli ponitur abſoluiſſe in Æquante Anomaliam GO Grad.120, etiam Deferentis centrum
i *per num*.32. [i] confecit arcum ET Grad.120, & linea Apſidum Deferentis RATQ tangit circellum in T, vt patet ex demonſtratis *Propr*.2. Quare ductâ TC, erit angulus ECT Grad.60, vtpote di-
n *per* 20.3. midius [n] anguli EYT Grad.120. Cùm igitur ECT Grad.60, & GCO Grad.120 ſimul effi-
p *per* 14.1. ciant Grad.180. hoc eſt duos rectos, liquet TC, IC [p] conficere vnam rectam TCI. Iam, quia
q *per num* 32 in *Propr*.2. oſtenſum eſt TC æqualem eſſe radio circelli YC, hic autem [q] æqualis ſit AC Eccentricitati Æquantis; etiam TC æqualis erit AC. Quare, ſi ab Æquantis & Deferentis æqualibus radijs CH, TI auferantur æquales CA, TC, relinquentur æquales AH, CI. Quia
r *num*. 44. verò AC (adeoque & TC) à Ptolemæo (vt oſtendam [r] *infra*) inuenta fuit partium 3, ſeu 5000, quarum radius CH, vel TI eſt 60, vel 100000, liquet iam AH, quàm CI, eſſe
s *per* 19.1. 57, quarum AC eſt 3, adeoque AC minorem eſſe quàm CI, ergo angulus [s] AIC mi-
t *per* 32.1. nor angulo CAI. Atqui CAI, AIC conficiunt Grad.120, (ſimul enim ſunt pares [t] externo GCI, ſeu GCO qui per *Hyp*.eſt Grad.120) Ergo CAI maior eſt ſemiſſe Grad.120, hoc eſt Gradibus 60. Quare cùm iam oſtenderim ECT, hoc eſt ICA eſſe Grad.60, erit ICA minor
u *per* 18.1. quàm CAI; ideoque IA [u] minor quàm CI, hoc eſt (vt oſtenſum *ſupra*) quàm AH: quod erat demonſtrandum.

o *Fig*.16. Quod autem [o] IA diſtantia centri Epicycli ab A centro Mundi ad Æquantis Anomaliam
x *Fig*.18. GO Grad.120 ſit minor eiuſdem centri diſtantiâ [x] QA ad quemuis alium Anomaliæ Gra-
a *Fig*.16. dum, ſic oſtendes. In triangulo ICA [a] ex iam demonſtratis notus eſt angulus ICA Grad.60
b *per probl*. 10.*cap* 3. *Geo. Pract*. & nota ſunt latera AC, CI, cùm AC ſit 3. & CI 57, quarum radius CH eſt 60: ex quibus [b] reperietur IA partium 55.33′.30″, quarum 60 eſt radius CH. Quod ſi deinde ſoluas trian-
c *Fig*.18. gulum [c] AQC modo quem *num.ſeq*. tradam, in iiſdem partibus reperies diſtantiam QA ma-
d *Fig*.16. iorem, quàm priorem IA; [d] ac proinde omnium minima eſt IA. Quod erat demonſtrandum.

Propr. VII. Atque hæc præcipua huius Hypotheſeos proprietas eſt per quam ſaluantur phænomena ☿ relata *num*.30.§.2, quorum gratiâ Hypotheſis ipſa potiſſimum excogitata fuit. Cùm enim Ptolemæus cum Antiquis omnibus Epicyclum ſtatuat magnitudinis ſemper eiuſdem, non aliàs poſſunt maximæ Digreſſiones ſecundùm illum contingere, quàm dum Epicycli centrum ſit proximum centro Mundi, ſeu Terræ. Fit autem Terræ proximum non
e *Fig*.16. 17. in Perigeo H, ſed in trientibus, hoc eſt in duobus punctis [e] I vtrimq; diſſitis à Perigeo Gradibus 60, quę nempe terminant Anomaliā GO Grad 120, vel Anomaliam GβHO Grad.240, vt iam demonſtratum eſt. Iſthic igitur, & non in Perigeo, Digreſſiones maximæ contingent, quod Ptolemæi obſeruationes requirebant.

Propr. VIII. Æquationes Orbis maximæ etiam contingunt, nō in Perigeo H, ſed ad Gradum Anomalię Æquantis 120 vel 240. Iſthic enim Epicycli centrum fieri Terræ proximum, iam eſt oſtenſum. Quare in hac Hypotheſi, tabula Æquationum Orbis ☿ ſic ordinanda, vt Scrupula proportionalia, de quibus egi *n*.28 §5, minima quidem ſint in Apogeo, ſed tota ſeu 60 ponantur non in Perigeo è regione Grad.180, ſeu ſex Signorum, ſed è regione Grad.120, & 240, ſiue 4, & 8 Signorum, ab iis autem locis decreſcant ordinatim vſque ad ſemicirculum Anomaliæ, ſeu Perigeum.

NVME-

NVMERVS XXXIV.

Forma calculi Geometrici Longitudinis Veræ ☿ ad tempus datum, in hac Hypotheſi.

CVm hîc ſolùm tradatur forma calculi, ſupponentur quatuor tanquam nota, quæ poſtea Fig. 18.
locis in margine annotatis inuenientur, nimirum [m] AC Eccentricitas Æquantis, & radius Epicycli, vtraque in partibus radij Æquantis, ſeu Deferentis; & Anomalia [o] Orbis Vera, & motus [p] Apogei, vtraque ad tempus datum. m *nu.* 44. o *num.* 50. p *num.* 42.

Eſto igitur Zodiacus A♈LS, eiuſque centrum A: Æquans CGOH, eius Apogeum G, centrum C, Eccentricitas AC, circelli diameter EC, dupla AC, vt requirit Hypotheſis. Iam ad tempus datum, ſit Deferentis centrum in circelli puncto B, & ipſe Deferens in DQR, eius Eccentricitas AB, Epicycli centrum in Q, eius Apogeum Verum N, linea motus Anomaliæ Mediæ CQO, huic parallela AM linea motus Medij centri Epicycli, Anomalia Media GO, motus Medius centri Epicycli ♈LM, Verus ♈LF motus Apogei Æquantis ♈L; ☿ ſit in X; Anomalia Orbis NX, Verus ☿ motus ♈LS, quem ſupputare oporteat.

§. 1. Ad t.d. inquire [a] motum Solis Medium: ita notus erit motus Medius centri Epicycli ♈LM, quia idem eſt cum [b] Medio motu Solis. Ab hoc aufer motum Apogei ♈L qui (vt dixi) notus ſupponitur; ſic nota erit Anomalia Media Eccentrici in Zodiaco LM, adeoque [c] & angulus LAM; cui cùm ob parallelas AM, CO æqualis ſit GCO [d] ſubtendens Æquantis Anomaliam GO, etiam hic notus erit. a *per num.* 55. *lib.* 1. b *per* §. 2. *num* 29. c *per* 35. 6. d *per* 27. 1.

§. 2. Eccentricitatem Deferentis AB dato tempori conuenientem ſic inuenies. Circelli ac Deferentis DQR centra iungat recta YB. Quoniam [e] AY dupla eſt AC, & nota ſupponitur AC, etiam AY nota erit, vti & [i] YB. Deinde quia inuenta iam eſt §. 1. Anomalia Æquantis GO, & arcus EB æqualis [c] eſt ipſi GO; etiam EB notus erit. Ergo etiam [m] angulus EYB, adeoque & AYB [n] notus eſt. In triangulo igitur ABY ex duobus lateribus notis AY, YB, & angulo noto AYB, reperietur Deferentis Eccentricitas [p] temporanea AB, in ijſdem partibus, in quibus nota ſupponitur AC, hoc eſt in partibus radij Æquantis, ſeu Deferentis. Eâdem operâ notus fiet angulus YAB, quem ſerua. e *hyp.* i *per nu.* 32. m *per* 35. 6. n *per* 13. 1. p *per probl.* 10. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

§. 3. Æquationem centri AQC, ſiue MF (nam ob parallelas CQO, AM, angulus AQC æquatur angulo [r] FAM qui ſubtendit arcum MF) dato tempori conuenientem, atque inde motum Verum centri Epicycli ♈LF ſic inuenies. Epicycli & Deferentis centra iungat recta QB, & QC producatur in I. In triangulo AIC per §. 1. notus eſt angulus ACI, hoc eſt GCO (eſt enim ipſa Anomalia Media Æquantis) & per §. 2, notus eſt YAB, ſeu CAI, latus autem AC notum ſupponitur. Ex his ergo [s] reperientur latus AI in ijſdem partibus in quibus nota ſupponitur AC hoc eſt in partibus radij CH, ſeu BQ, & angulus AIC; quo dempto à Grad. 180 notus relinquitur BIQ. Iam quia in partibus radij BQ nota eſt AI, & in ijſdem per §. 1. nota eſt AB, etiam nota in ijſdem erit reliqua IB. In triangulo igitur BQI ex notis lateribus IB, BQ, & angulo BIQ reperietur [t] IQ. Poſtremò quia in triangulo AQI iam paulò ante reperta ſunt latus AI, & angulus AIC, ſeu AIQ, & iam ſtatim innotuit IQ, ex his reperientur [x] Æquatio centri AQI, latuſque AQ diſtantia centri Epicycli à Mundi centro ad t.d, quam ſerua. r *per* 27. 1. s *per probl.* 9. *cap.* 3. *Geo. Pract.* t *per probl.* 11 *cap.* 3. *Geo. Pract.* x *per prob.* 10. *ibid.*

Ricciolus lib. 7. pag. 565. num. 8. *inueſtigans Æquationem centri, inquirit angulum AQB, tanquam ſi eſſet Æquatio centri, cùm Æquatio centri ſit angulus AQC, non autem angulus AQB. Nam motus æqualis centri in hac hypotheſi ſit, non in Deferente DQR, ſed in Æquante GOH, ac proinde Anomalia Media centri Epic. non eſt DQ, ſed GO, & linea motus Medij eſt AM parallela ad CQO, vt patet ex* def. 9. num. 4, *adeoque motus Medius centri Epic. eſt ♈LM, vt patet ex* defin. 15. num. 4, *Verus autem eſt ♈LF. Quare cùm Æquatio centri ſit Medij, ſeu Æqualis ac Veri motus centri differentia, liquet arcum MF eſſe centri Æquationem. Quare cùm arcus MF ſubtendat angulũ MAF, hoc eſt ob parallelas AM, CQO, [o] angulum AQC, patet Æquationem centri eſſe angulũ AQC, non verò AQB. Præterea non rectè in ipſâ inueſtigatione anguli AQB, iubet inquiri illum ex notis lateribus AB, BQ, & angulo DBQ, ſupponens hunc eſſe notum ex Deferentis Anomaliâ QD; cùm tamen non hæc, ſed Æquantis Anomalia GO nota ſit; eſto poſſit innoteſcere DQ ex diſcurſu hîc à nobis iam præmiſſo. Hæc dicta ſint non viri perſtringendi causâ, quem ſummi facio, & maximis quibuſque Aſtronomis iudico parem, ſed amore veritatis. Sunt autem virorum talium errores eiuſmodi, non ignorantiæ, ſed inconſiderantiæ mentis ad alia feſtinantis, attribuendi.* o *per* 27. 1.

Æquatio AQI, ſeu MF iam inuenta, dempta motui Medio ♈LM, ſi (vt hîc contingit) Epicycli centrum ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo GOH, addita verò ſi in ſecundo, dabit

ueátur circa Epicycli centrum, & centrum ipſum Epicycli feratur per Eccentrici Quadrantem ſecundum ex β versùs X: interim verò Planeta ipſe percurrat differentiam SN hac lege, vt cùm Epicycli centrum peruenerit ex. gr. ex β in Z, & ♀ ex S in P, tunc ita ſit SN ad SP, vt radius Eccentrici IX, qui eſt Sinus totus, ad Iθ Sinum Secundum arcus ZX qui eſt complementum Anomaliæ EZ ad ſemicirculum; ita habebitur ZP radius Epicycli conuenientis Anomaliæ EZ, ſeruetturque ſimilis proportio decrementi Epicycli vſque ad Perigeum X; quò vbi peruenerit Epicycli centrum, ♀ exiſtat in N, percursâ totâ differentiâ SN, vt habeatur minimus radius Epicycli XN. Inde Epicycli centro pergente ad Quadrantem tertium Xδ, rurſum ♀ incipiat percurrere differentiam SN, adeoque augere Epicyclum eâdem lege quâ ſupra diminuerat, ſic nimirum, vt cùm Epicycli centrum ex.gr. peruenerit in ω, & ♀ ex N in P, tunc denuò ſit SN ad SP, vt radius Eccentrici, ſeu Sinus totus IX ad Iθ Sinum arcus Xω, qui eſt exceſſus Anomaliæ EZω ſupra ſemicirculum. Ita habebitur ωP radius Epicycli debitus Anomaliæ EZω. Simili proportione Epicycli radius perpetuò creſcat vſque in δ terminum Quadrantis tertij: quò vbi peruenerit centrum Epicycli, ♀ iterum ſit in S, decursâ totâ differentiâ NS: ſic enim maximus rurſum erit Epicycli radius δS.

Porro æquitas theoriæ Epicyclicæ hoc §. expoſitæ, à poſteriori colligitur. Nam loca ♀ iuxta eam ſupputata æquè vel magis cum locis obſeruatis conueniunt, quàm ſi ſecundùm alias Hypotheſes ſupputentur.

§. 3. His omnibus demum ſi addes motum lentiſſimum Apogei Eccentrici in conſequentia ſupra centrum Mundi, nouam ♀ theoriam habes completam.

NVMERVS XXXVI.

Forma calculi geometrici Longitudinis Veræ ♀ ad tempus datum, in hac Hypotheſi.

SVpponentur quatuor tamquam nota, quæ poſtea reperientur; Eccentricitas, in partibus radij Eccentrici; in ijſdem radius Epicycli [a] maximus & minimus, ac proinde & differentia vtriuſque; motus [m] Apogei, & Vera Anomalia [n] Orbis vtraque ad tempus datum.

Fig. 21.
[a] n. 45.
o ibid
m n. 42.
n n. 50.

Eſto igitur ad tempus datum Epicycli centrum in Z, eius motus Verus ♈HQ, Medius ♈HT, linea motus Anomaliæ IZ, linea motus Medij huic parallela AT, *Venus* in P, eius motus Verus ♈HR. Hunc oporteat ſupputare.

§. 1. Ad t.d. inueni [o] motum Solis Medium: ſic enim notus erit Medius *Veneris* motus ♈HT ad t.d. cùm is ſit idem [a] cum Medio motu Solis. Ab hoc aufer motum Apogei ♈H ex ſuppoſitione notum. Ita notam habes Anomaliam Mediam Eccentrici HT, adeoque & angulum HAT, cui cùm ob parallelas ſit æqualis EIZ, etiam hic adeoque & ZIA notus erit. In triangulo igitur ZAI ex noto angulo ZIA, & notis ex ſuppoſitione lateribus IA Eccentricitate, IZ radio Eccentrici, reperientur [b] ZA diſtantia centri Epicycli à Terrâ (quam ſerua) & centri Æquatio IZA, ſiue [c] TQ; quæ ſubtracta Medio motui ♈HT, ſi Epicycli centrum (vt hîc contingit) ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo EZX; addita verò ſi in ſecundo, dabit ♈HQ motum Verum centri Epicycli.

o per n. 54. lib. 1.
a per §. 2. n 29.
b per prob. 10 cap. 5. Geo pract.
c vide def. 17. n. 4.

§. 2. Radium Epicycli dato tempori conuenientem ſic inuenies. Si Epicycli centrum eſt in Anomaliæ Eccentrici Quadrante primo Eβ, vel quarto δE, radius Epicycli eſt maximus & ſemper idem, qui iam vt notus ſupponitur: ſi eſt in Quadrante ſecundo, puta in Z, βX Anomaliam EZ. §. 1. inuentam aufer à ſemicirculo: ita notus ſit arcus ZX; ſi eſt in tertio, puta in ω, ab Anomaliâ EZω. §. 1. inuentâ aufer ſemicirculum; ita notus rurſum fiet arcus ωX. Arcus igitur ZX, ſiue ωX, Sinum Secundum, quem refert Iθ, quære in Tabulis Sinuum; & fiat vt Sinus totus 100000 (ipſe nimirum Eccentrici radius IX) eſt ad Sinum Secundum Iθ, ita maximi & minimi radij Epicycli differentia SN ad Quartum: dabit hoc SP (eſt enim vt IX [d] ad Iθ, ſic SN ad SP) quo ſubtracto à radio maximo ZS, relinquetur radius Epicycli ZP ad t.d.

d per §. 2. n. 15.

§. 3. Inuento radio Epicycli facilè erit Æquationem Orbis PAZ, atque inde Verum motũ ♀ reperire hunc in modum. Quoniam Anomalia Orbis, quam vt notam ſuppoſuimus, hîc eſt MKFS, ſeu OGDP maior ſemicirculo, ſi ipſam demas à Grad. 360, notus relinquetur arcus OP, & angulus OZP, quo ſubtracto à Grad. 180, notus relinquetur angulus PZD, ſeu PZA. In triangulo igitur PAZ, quia notus eſt ang. PZA, & duo latera nota PZ per §. 2. ZA per §. 1, ex his [e] reperiemus Æquationem Orbis PAZ, ſiue QR, quæ addita motui Vero centri ♈HQ ſi ♀ ſit in primo Anomaliæ Epicyclæ ſemicirculo OGD, ſubtracta verò ſi in

e per probl. 10 cap. 1. Geo pract.

ſecundo (vt hîc contingit) dabit Longitudinem ♀ Veram ♈HR ad tempus datum. *Eâdem operâ innoteſcet PA diſtantia Planetæ à centro Mundi ad t. d.*

NVMERVS XXXVII.

Hypotheſis noua Mercurij.

PRoponitur à Ricciolo *Almag. lib. 7. cap. 6.* & conſiſtit potiſſimùm in variatione tam Eccentricitatis quàm Epicycli; in quo Copernicum & Lansbergium, quoad Epicyclum, imitatur.

Fig. 22. §. 1. Zodiacus eſto ATM♈, eiuſque centrum A; Eccentricus ☿, Solari Eccentrico par EβXδ cuius centrum mobile; Apſidum linea XE, occurrens Zodiaco in H & ψ; Eccentricitas minima AB, maxima AD, differentia BD. Epicycli centrum mouetur in conſequentia per Eccentricum motu Æquali, ſic vt eius motus Medius ſemper ſit idem cum Medio motu Solis, vnde fit, vt centrum Epicycli ſemper comitetur centrum Solis, ſic vt quamuis rarò cum ipſo coincidat, ſemper tamen ſit ipſi proximum.

§. 2. Cùm Epicycli centrum eſt in Apogeo E, centrum Eccentrici eſt in D, maximam efficiens Eccentricitatem AD. Cùm Epic. centrum eſt in Perigeo X, Eccentrici centrum eſt in B minimam efficiens Eccentricitatem AB. Centro Epic. per primum Anomaliæ ſemicirculum deſcendente ab Apogeo E ad Perigeum X, etiam centrum Eccentrici deſcendit per differentiam DB; aſcendente verò Epicycli centro per ſecundum Anomaliæ ſemicirculum XδE, etiam Eccentrici centrum aſcendet ex B in D, Eccentricitatem illic minuens, hîc augens ijſdem vtrobique legibus, quas in ♄, ♃, ♂ expoſui *num.* 10. § 3. In *ſchemate* vnus exhibetur ſitus Eccentrici centrum habentis in I.

§. 3. Epicyclus ita variatur, vt minimos ſit in Apogeo E, & Perigeo X, maximus in Quadrantibus, hoc eſt ad Gradum Anomaliæ 90, β, & 270, δ. Proportio incrementi ac decrementi ſe habet vt in ♀ cuius theoriam à Ricciolo omiſſam ſupplebimus hunc in modum.

Epicycli centrum ſit in Apogeo E, vbi minimus eſt Epicyclus, ☿ autem ſit in N, ad quem ducatur radius EN nempe minimus; maximus verò, qualis eſt in β, & δ, ſit ES, & differentia vtriuſque NS Radius SE ſecum deferens ☿ moueatur circa Epicycli centrum, quod ipſum decurrat Anomaliæ Quadrantem primum Eβ interim verò ☿ percurrendo differentiam ab N versùs S, aſſiduè augeat Epicycli radium hac lege, vt cùm Epic. centrum peruenerit ex. gr. ex E in V, & ☿ ex N in C, tunc ita ſit SN ad SC vt Eccentrici radius IE ad IY Sinum Secundum Anomaliæ, EV. Sic habetur Epicycli radius VC conueniens Anomaliæ EV. Simili proportione creſcat Epicycli radius vſque ad finem primi Quadrantis, β; quò vbi centrum deuenerit, ☿ exiſtat in S, decurſâ totâ differentiâ NS, vt maximus habeatur Epicyclus βNS. Inde centro Epic. percurrente Quadrantem ſecundum βX, etiam ☿ percurrendo iterum differentiam SN, ſed ab S versùs N, aſſiduè diminuat Epicycli radium eâdem proportione, quâ priùs auxerat, ſic vt ſemper SN ſit ad SP, ſicut Eccentrici radius IX eſt ad Iθ Sinum Secundum arcus ZX, qui eſt complementum Anomaliæ EZ ad ſemicirculum. Atque ita centro Epic. attingente Perigeum X, etiam ☿ exiſtet in N minimum habens Epicyclum X2N. Simili planè modo augetur rurſum Epicycli radius in Quadrante tertio Xδ, donec maximus fiat in δ; at in Quadrante quarto δE eâdem lege iterum decreſcit, donec rurſum fiat minimus in Apogeo E.

§. 4. His motibus poſtremò adde lentiſſimum Apogei Eccentrici progreſſum in conſequentia ſupra centrum Mundi: atque ita completam habes theoriam nouam ☿.

Conuenientia Epicyclicæ theoriæ iam expoſitæ à poſteriori probatur, quod Vera loca ☿ iuxta hanc formam ſupputata, cum iiſdem locis obſeruatis conſentiant æquè vel meliùs, quàm ſi ſecundùm alias Hypotheſes ſupputentur. Neque verò ab Aſtronomis hactenus reperta via eſt vlla, quâ Planetarum Hypotheſes totaliter à priori poſſint conſtitui. Atque vtinam vel à poſteriori obtineri vlla poſſit eiuſmodi, quæ omnibus obſeruationibus ſatisfaciat. Atqui ne hoc quidem hactenus licuit; tanta eſt motuum Planetariorum obſcuritas, atque perplexitas.

NVME-

NVMERVS XXXVIII.

Forma calculi geometrici Longitudinis Veræ ☿, in hac Hypotheſi.

SVpponentur quatuor tamquam nota, quæ poſtea reperientur; nimirum Eccentricitas [a] a *n.*45.
maxima ac minima & harum differentia; radius Epicycli [b] maximus ac minimus & horum b *ibid.*
differentia; vtraque in partibus radij Eccentrici: motus [c] Apogei, & Vera Anomalia [d] Or- c *n.*42.
bis; vtraque ad tempus datum. d *n.*50.

Eſto igitur, ad tempus datum Eccentrici centrum in I, Eccentricus ipſe ϑEβX, Epicycli
centrum in V, ☿ in C, eius Longitudo Vera ♈HR: quam oporteat ſupputare.

§. 1. Eccentricitatem AI dato tempori debitam reperies, vt *num.* 11. §. 1. textus & litteræ *Fig.* 22.
vtrobique conueniunt huic loco. Æquationem centri AVI & motum eius Verum ♈HQ,
eiuſque diſtantiam à centro Mundi reperies, vt *num.* 11. §. 2. iterum enim textus & litteræ
vtrobique conueniunt.

§. 2. Epicycli radius VC dato tempori debitus ita inuenietur. Si Epicycli centrum ſit
in Apogeo vel Perigeo, minimus [e] erit Epicycli radius; ſi in Quadrantibus β, ϑ, maximus. In e *per* §. 3.
reliquis caſibus ſic procede. Si Epicycli centrum ſit in Quadrante primo, puta in V, quære *n.*37.
IY Sinum Secundum Anomaliæ EV: ſi in ſecundo puta in Z, quære Sinum Secundum Iϑ
arcus ZX, qui eſt complementum Anomaliæ EZ ad ſemicirculum: ſi in tertio puta in ω,
quære Iϑ Sinum Secundum arcus ωX, qui eſt exceſſus Anomaliæ EZω ſupra ſemicirculum:
ſi in quarto puta in φ, quære IY Sinum Secundum arcus φE, qui eſt complementum Ano-
maliæ EZφ ad circulum. Deinde vt Sinus Totus 100000 ipſe nimirum Eccentrici radius IE,
ſeu IX eſt ad Sinum Secundum IY, ſeu Iϑ, ita maximi & minimi radij differentia SN fiat ad
Quartum: dabit hoc SC vel SP (eſt enim [m] vt radius ad Sinum Secundum, ita SN ad SC m *ibid.*
vel SP) quo ſubtracto à radio maximo, relinquetur VC, vel ZP, vel ωP, vel φC, radius
Epicycli quæſitus.

§. 3. Æquationem Orbis CAV, ſeu RQ, atque inde Veram ☿ Longitudinem ♈HR
eiuſque diſtantiam à centro Terræ AC reperies vt § 4. *num.* 11, textus enim & litteræ vtro-
bique conueniunt: ſed Anomaliam ♋C Orbis dabit *num* 50.

NVMERVS XXXIX.

Satisfit ☿ phænomenis per hanc Hypotheſim.

QVod attinet ad inæqualitatem primam & ſecundam quinque Planetis communem, ſal-
uatur vtraque in ☿, vt in alijs Planetis; prima quidem per Eccentricum, ſecunda per
Epicyclum: Phœnomena ♀ & ☿ propria, quæ recenſui *num.*29. §. 1. ſaluantur per motum
in Epicyclo Solem ambiente & ſemper comitante, vt loco citato expoſui.

At Phœnomena ſoli ☿ propria, quæ referuntur *num.*30. §. 2. nimirum quod Digreſſiones *Fig.* 22.
maximæ à Medio Solis loco, & maximæ Æquationes Orbis non contingant cùm centrum
Epicycli eſt in Perigeo X, ſed cùm in trientibus ab Apogeo, hoc eſt in Anomalię Gradu 120,
Z, vel 240, ω; ea, inquam, per hoc ſaluantur, quòd licet in locis dictis, Z, ω, centrum Epicy-
cli iuxta hanc Hypotheſim longiùs diſtet à centro Mundi A, quàm in Perigeo X, Epicy-
clus tamen iſthic maior ſit, quàm in Perigeo. Id adeò reperies, ſi calculum tentaueris.

In lineâ Apſidum Eccentrici ☿, ſit A Mundi centrum, Eccentricitas maxima AD, mini- *Fig.* 19.
ma AB: Eccentricus autem ſit in IEOF, Eccentricitatem habens AI, quando Epicycli
centrum eſt in O ab Apogeo E Gradibus 120. His poſitis aſſumendo menſuras, quas po-
ſtea [o] approbabimus, nimirum o *n.*43.

AD. *Ecc. max.*	10000	*qualium Radius Eccentrici eſt* 100000
AB. *Ecc. max.*	6000	
Radius Epic. max.	45500	
Radius Epic. min.	38500	
Differen.	7000	

has, inquam, menſuras aſſumendo, ſi procedas vt præſcribitur *num. præc.* §. 1. proueniet Ec-
centricitas AI 7600, quarum radius Ecc. IE, ſeu IO eſt 100000, & cum hac in triangulo
IOA reperietur OA diſtantia centri Epicycli à Mundi centro 96365 earumdem partium.
At cùm Epicycli centrum fuerit in Perigeo, ac proinde Eccentricus in BGHQ, minimam

habens Eccentricitatem BA, tunc QA diſtantia centri Epic. à centro Mundi habetur auferendo AB, 6000, à radio BQ 100000, ac proinde ea tunc eſt earumdem partium ſolummodo 94000. Quare diſtantia OA à centro Mundi ad Anomaliam Grad. 120 maior eſt quàm diſtantia QA, in Perigeo.

Nihilominus quia in O maior eſt Epicyclus, quàm in Q, Æquatio Orbis maxima OAN maior eſt quàm QAP. Operando enim vt præſcribitur *num.præced.* §. 2. prouenièt Epicycli radius OM 42000, quarum radius Ecc. eſt 100000; & cum hoc vnà cum AO, 96365 iam inuentâ, in triangulo rectangulo ONA reperietur Æquatio ᵃ Orbis OAN maior Grad. 25. 46′. Sed in Q Perigeo, vbi radius Epicycli QP eſt minimus, nempe partium earumdem 38500, cum hoc & diſtantiâ QA, 94000, in triangulo rectangulo QPA reperietur Æquatio Orbis QAP, minor Grad. 24. 11. Quare Æquatio OAN ad Gradum Anomaliæ 120 extra Perigeum maior eſt Æquatione QAP in Perigeo, & vtramque duplicando NAM, maior eſt quàm PAS, quod obſeruationes requirebant. Hinc porro & ex *num.* 30. §. 1. *not.* 4. facilè apparet etiam Digreſſiones ☿ maximas ibidem in O etiam maiores poſſe contingere, quàm in Perigeo Q, quod ex obſeruationibus Ptolemæi *num.* 30. §. 2. recitatis ſequebatur.

a per probl. 5 cap. 3. Geo. pract.

CAPVT VI.

Mercurij, & Veneris vtraque inæqualitas inueſtigatur.

AD primam inæqualitatem ſpectant motus Medius centri Epicycli (ſed hic datur ex Medio motu Solis, à quo non differt) locus & motus Apogei, Eccentricitas: ad ſecundam pertinent quantitas Orbis, ſeu Epicycli, & motus Anomaliæ Orbis. His enim repertis inæqualitas vtraque ad æqualitatem reuocatur, & locus Verus vtriuſque Planetæ ad tempus datum inuenitur, vt docui *nu.* 31. 34. 36. 38. Quod ſi ardua fuit harum inæqualitatum inueſtigatio in ♄, ♃, & ♂, vt ex toto *quarto cap.* perſpicuum eſt; in ☿ & ♀ adhuc illa difficilior erit, contra quam Ptolomæus & cum illo veteres exiſtimauerant. Quamuis enim duo illi Planetæ non digrediantur à Sole vltra certos terminos, qui ſub obſeruationem cadunt: tamen quia in ſuis illis Digreſſionibus maximis, imo in alijs quibuſuis, vtràque inæqualitate inuoluuntur, in Coniunctionibus autem cum Sole tam Apogeâ quàm Perigeâ, quo tempore Solâ ᵇ inæqualitate ſecundâ exuuntur, ſint inobſeruabiles, vix via vlla relinquitur, quâ inæqualitas altera poſſit ab altera diſcerni. Quâ certè difficultate tres Planetæ ſuperiores carent, qui, cum Sole opponuntur Acronicè, totâ nocte obſeruari poſſunt.

b vide n. 6. §. 7. & 8.

NVMERVS XL.

De maximis ♀ ac ☿ Digreſſionibus à Sole inueſtigandis

ATtigi iam de his quædam *ſupra num.* 30. §. 1. quæ huc tamquam fundamenta dicendorum reuocanda.

§. 1. Modus obſeruandi ♀ & ☿ Digreſſiones maximas à Solis loco Medio vel Vero, hic eſt. Primò ſcire oportet præter propter tempus, quo Digreſſio maxima continget: cuius indicium erit, ſi Planeta ex cornuto incipiat apparere dichotomus, ſeu biſectus, inſtar Lunæ. Tum verò per dies complures obſeruabis locum Planetæ in Zodiaco, atque ad tempus idem inquires locum ᵃ Solis Verum, vel Medium: ſic enim pro tempore illo nota erit Digreſſio Planetæ à Solis loco Vero vel Medio. Quod opus eò vſque continuabis, quamdiu aduertes creſcere Digreſſiones; deſiſtes autem cùm inceperint decreſcere: media ſiquidem inter vltimam creſcentium & primam decreſcentium, erit omnium maxima. Hoc modo compertum eſt ♀ digredi à Sole vix vmquam Gradibus 48, ☿ vix vmquam Grad. 30.

a per lib. 1. n. 55. & 54.

§. 2. Cùm verò medium vnicum inueſtigandi inæqualitates ♀ & ♀ ſint Digreſſiones maximæ, facilè apparet quâ induſtriâ & ſtudio obſeruandæ illæ ſint. Et quia præter obſeruationes recentes, etiam antiquæ ſunt neceſſariæ; hæ autem, quòd apud veteres nec Solis motus neque Fixarum loca ritè fuerint conſtituta, erroris ſuſpicione non vacent, oportebit Digreſſiones ab Antiquis traditas ex Solis & Fixarum motibus meliùs iam perſpectis & ordinatis emendare. Exemplum eſto eiuſmodi. Ptolemæus *lib.* 10. *cap.* 2. *Almag.* refert Hadr. Anno 16. Pharmuti 21 veſperi; hoc eſt Anno Chriſti 132. Mart. 8. viſam ſibi ♀, cùm maximè eſſet à Sole digreſſa, præcedere *mediam Pleiadum* tanto ſpatio, quantum occupatur à toto A-

ſtro

Aſtro *Pleïadum*. Secundùm ipſum verò *media Pleïadum* erat in ♉ Grad. 3, & ſpatium, ſeu Longitudo totius Aſtri eſt (vt ipſe putat) Grad. 1. 30′ proximè. Vnde infert ♀ locum tunc fuiſſe ♉ Grad. 1. 30′. Deinde locus Solis Medius illi tunc erat ♓ partes 14. 15′. Ex quibus concludit Digreſſionem ♀ maximam tunc fuiſſe Grad. 47. 15′. Hanc Digreſſionem cum Riccioloita [a] corrige. Ex Abaco Tychonis *Pleïades* occupant Grad. 1. 34′. *Media* autem *Pleïadum*, vt patet ex *nu*. 14. & 16. *lib*. 5. *noſtri* (vbi principia Riccioli ſequimur) tunc reperitur tenuiſſe ♉ partes 4. 3′. à quibus ſi demas Grad. 1. 34′ quibus ♀ præceſſit, reſtat locus ♀ correctus ♉ partes 2. 29. At Medius Solis locus ex principiis *lib*. 1. traditis correctus erat ♓ partes 15. 4′. Igitur maxima ♀ à loco Medio Solis Digreſſio correcta fuit partium 47. 25′, Ptolemaicam Minutis 10 excedens. Hunc in modum Digreſſiones ab Antiquis alijſque obſeruatas examinabis & corriges. Quo in genere præclarè de his Planetis meritus eſt Ricciolus, qui modo iam expoſito [o] Digreſſiones ♀. 34, & ☿. 38 à Theone, Ptolemæo, Waltero, Haſſiacis, alijſque obſeruatas, ex ſuis accuratiſſimis principijs emendauit.

a *Almag. l. 7. p. 594.*

o *Almag. l. 7 p 594. 595.*

§. 3. Aſtronomi paſſim tamquam prorſus indubitatum aſſumunt, Digreſſiones maximas contingere in contactu Epicycli, videlicet in F vbi recta ex Mundi centro A Epicyclum tangit: quod quidem difficultate non caret. Minimè dubium eſt quin Planeta poſitus in contactu, longiſſimè diſtet ab Epicycli centro E eiuſq; loco Vero M: at dubitari poteſt an ibidẽ longiſſimè ſemper diſtet à loco Solis Medio vel Vero N, cùm is reſpectu centri E & contactus F non ſit immobilis. Sit enim Epicycli centrum in E in primo Anomaliæ ſemicirculo BOβ, & locus eius Verus M, linea Medij motus Solis eſto AN, & ſit tempus quo Solis Æquatio creſcit: Planeta autem tum ſit in contactu F. Manifeſtum eſt centro Epicycli procedente versùs O, Planetam è contactu F abire versùs Apogeum ω, adeoque lineam AL Veri loci eius accedere ad AEM lineam Veri loci centri Epicycli; lineam verò AN Medij motus Solis, eò quòd Solis Æquatio (quæ per *Propr. 9. num. 25. lib. 1.* tunc ablatiua eſt) ponatur creſcere, liquet recedere à lineâ AEM. Quare ſi AN celeriùs abeat à lineâ AEM, quàm ad eamdem AL accedat, liquet Planetæ Verum locum L longiùs abfuturum à Medio Solis loco N, cùm Planeta iam exceſſit contactu F, quàm cùm eſſet in illo; hoc eſt Digreſſionem maximam extra contactum contingere. Similis obiectio formari poteſt Epicycli centro poſito in P inter O & β, ſi tunc Æquatio Solis decreſcat.

Fig. 20.

Verùm reſpondeo lineam AL Veri motus Planetæ celeriùs accedere ad rectam AEM, quàm ab eâdem recedat AN linea Medij loci Solis: nam tota quantitas receſſus eius eſt ipſa Solis Æquatio quæ tantùm eſt Grad. [a] 1. 59′, abſoluiturque quarta circiter Anni Solaris parte. Quantitas verò acceſſus ipſius AL eſt arcus LM, qui in *Venere* excedit Gradus 40, abſoluiturque Diebus circiter 140, quæ omnia ex obſeruationibus colliguntur. In ☿ res multò etiam eſt clarior. Similis ad caſum alterum reſponſio erit. In ſecundo Anomaliæ ſemicirculo hæc obiectio locum non habet, quod Lectoris conſiderationi relinquo. Manet igitur Digreſſiones maximas ♀ & ☿ in contactu contingere.

a *per n. 40. lib. 1.*

NVMERVS XLI.

Modus inueſtigandi Apogeum Eccentrici ♀ ac ☿.

§. 1. Modus eſt vnicus, quem tradit Ptolomæus *Almag. lib. 9. cap. 7. & lib. 10. cap. 1.* ſed omiſſis conditionibus neceſſarijs, vt certi aliquid concludi ex eo poſſit.

Zodiacus eſto KNS, eiuſque centrum A, Eccentricus ♀ aut ☿ BOP. Eligantur duæ Digreſſiones maximæ NL, KH, per te [a] vel alios obſeruatæ, quæ conditiones habeant ſequentes. 1. Digreſſiones ſint æquales. 2. vna ſit matutina (in F), altera veſpertina (in G). 3. diſtantia NM Veri vel Medij loci Solis N à Vero loco centri Epicycli M in vnâ, ſit æqualis diſtantiæ KI Veri vel Medij loci Solis K à Vero loco centri Epicycli I in alterâ. 4. Eccentricitas in vtrâque Digreſſione ſit eadem, ſeu æqualis. 5. Radius Epicycli EF in vnâ, ſit æqualis Epicycli radio, CG in alterâ. 6. Interuallum temporis à Digreſſione vnâ ad alteram non excedat annos 20, aut 30. Hæ conditiones, è quibus tertiam quartam & quintam Ptolomæus, Regiomontanus, alijque vel neglexerunt, vel ſine probatione ſuppoſuerunt, ſi habeantur, locus Apogei reperietur hunc in modum.

Fig. 20. a *per §. 1. n. 40.*

Quoniam nota ſunt loca Solis Media N, K, in vtrâque Digreſſione, notus quoque erit arcus Zodiaci NK. Quare ſi is bifariam ſecetur in D, notum erit in Zodiaco punctum D, idque erit locus Apogei vel Perigei: quod ſic demonſtro. Ex Epicycli centro ad contactus ducantur EF, CG, & ex A Mundi centro ad punctum D recta ABD. Quia per *Condit.* 1. æquales ſunt Digreſſiones maximæ NL, KH, & per *Condit.* 3, æquales ſunt NM, KI; etiam

b *per 18.3.* ML, IH, adeoque & anguli EAF , CAG æquales erunt. Æquales ſunt inſuper c anguli ad contactus EFA , CGA , vtpote recti : radij autem EF, CG æquales ſunt per *Con-*
c *per 26.1.* *dit* 5. Quare cùm in triangulis AEF, ACG vnum latus vni , & duo anguli duobus æquentur, etiam latera c AE, AC æqualia erunt. Ergo recta AD ducta ex Mundi centro A tranſit
d *colligitur en 7.3.* etiam d per Eccentrici centrum Φ, ac proinde ipſa eſt linea Apſidum , punctumque B Apogeum vel Perigeum : quod eo temporis ſpatio, quo vna Digreſſio præceſſit alteram , ſupponitur eſſe immobile in B ; quamuis enim, vt mox patebit, reuera moueatur ; tamen quia motus ille tardiſſimus eſt, & per *Condit*. 6. tempus non valde magnum abſque errore notabili aſſumi poteſt motum nullum interceſſiſſe.

§. 2. Ex hac demonſtratione patet, etiamſi Digreſſiones binæ vna HK veſpertina , altera matutina LN, ſint æquales, nihil penitus concludi, niſi adſint conditiones reliquæ ſuperiùs recenſitæ, & inprimis æquales ſint diſtantiæ NM, KI. Quare Geber *lib. 7. Aſtron.* Ptolemæum (quamuis ille fortaſſis per ea quæ §. 3. dicturus ſum, excuſari poteſt) redarguit, quòd duas æquales Digreſſiones maximas vnam matutinam, alteram veſpertinam ſufficere exiſtimauerit ad diſcernendum locum Zodiaci, per quem Apſidum linea tranſit. Nam ſi conditiones prædictæ deſint, poſſunt Digreſſiones eſſe vna matutina, altera veſpertina , licet Epicycli centrum in vtràque non æqualiter ab Apogeo vel Perigeo diſtaret.

§. 3. Verùm an Digreſſiones aſſumptæ habeant conditiones prædictas, nullâ viâ ſciri poteſt, quamdiu incognitus fuerit Apogei locus. Vtrùm enim ſint æquales arcus NM, KI, ſciri nequit, niſi priùs fiat nota quantitas ſingulorum : ad hoc verò opus eſt vt nota fiant in Zodiaco puncta M, I, loca Vera centri Epicycli ; quæ innoteſcere non poſſunt, niſi n priùs lo-
n *patet ex n. 36. & 38* cus & motus Apogei innotuerit. Pari modo an Eccentricitates in vtràque Digreſſione fuerint æquales, nequit intelligi, niſi ſeorſim ſingulæ fiant notæ; quod rurſum nequit, niſi cognitus ſit Apogei locus atque motus, obtineri. Quod ad Epicycli radium attinet, ſupponit illum
o *ibidem.* Ptolemæus ſemper eundem permanere ; alij autem (vt iam o vidimus,) & cælo fortaſſe congruentiùs, ſupponunt variari. Oportebit igitur ſecundùm illos ad Digreſſionum tempora ſeorſim inquirere Epicycli radios , vt ſciri poſſit an ſint æquales ; quo in opere iterum notus
p *ibid.* ſupponitur p Apogei locus & motus.

§. 4. Quando igitur nihil horum ſciri poteſt niſi cognito priùs Apogeo ipſo , cogimur duabus primis conditionibus & vltimâ contenti eſſe , nimirum vt Digreſſiones aſſumptæ ſint æquales, & vna matutina, altera veſpertina non magno temporis interuallo diſtantes ; cæteris fortunæ permiſſis. Quare vt modus §. 1. iam expoſitus ad praxim vtcumque redigatur , ita procedendum erit ac ſi tam Eccentricitas quàm Epicycli radius non mutarentur, & loca Solis Vera vel Media N, K non differrent à locis Veris centri Epicycli M, I, adeoque ac ſi maximæ Digreſſiones NL , KH non differrent ab æquationibus maximis ML, IH. Atque ita hunc modum adhibendo Ptolemæus ſuo tempore Apogeum ♀ ſtatuit in ♉ Grad. 25, ☿ verò in Grad. 10. ♎.

a *Ptol. lib. 10. cap. 1* Theon a ſiquidem Anno Chriſti 132. Martij 8, cùm Bononiæ eſſet poſt mer. H. 6. obſeruauit *Veneris* (G) locum H, ♉. Gradum 1. 30′. Locus autem Solis Medius I , ipſi tunc erat ♓ Grad. 14. 15′. Quare maxima Digreſſio ♀ (veſpertina) IH à Medio loco Solis ipſi fuit
b *Ptol. lib. 10 cap. 1.* Gr. 47. 15′. Deinde Ptolemæus ipſe b Anno Chriſti 140. Iul 29. cùm Bononiæ eſſet poſt mer. H. 15. 30′, obſeruauit *Veneris* (F) locum L ♊ Grad. 18. 30′; cùm Solis locus Medius M ipſi eſſet in ♌ Grad. 5. 45′. Quare maxima Digreſſio (ſed matutina) ML fuit Grad. 47. 15′ priori æqualis. Arcus autem minor IM inter loca Solis Media Grad. 141. 30′ (tot enim ſunt à Medio Solis loco I in ♓ Gradu 14. 15′ vſque ad Medium Solis locum M in ♌ Grad. 5. 45′) cuius ſemiſſis DI eſt Grad. 70. 45′, hæc addita loco I, nempe ♓ Gradibus 14. 15′ , exhibet punctum D in ♉ Grad. 25 per quod tranſit Apſidum linea AΦBD. Eſſétne porro D Apogeum an Perigeum, collegit ex duabus alijs Digreſſionibus maximis , in quarum vnâ Medius Solis locus erat in D, ♉ Gradu 25, altera in puncto Zodiaci oppoſito, nempe in ♏ Gradu 25: eam verò, quæ fiebat in D, reperit maiorem alterâ : vnde concluſit Apogeum eſſe in D.

Pari modo ex binis ☿ Digreſſionibus maximis æqualibus, vnâ matutinâ, alterâ veſpertinâ, concluſit lineam Apſidum ☿ tranſire per ♎ Gradum 10, & ♈ Gradum 10 : & ex duabus alijs Digreſſionibus maximis, ſed inæqualibus, in quarum minore Medius Solis locus eſſet in ♎ Grad. 10, in maiore autem locus Solus Medius eſſet in ♈ Grad. 10. collegit in ♎ Grad. 10 eſſe ☿ Apogeum.

§. 5. Talis eſt proceſſus Ptolemæi in ſtatuendis ☿ & ♀ Apogeis; qui non debet reprehendi quod fuerit eo vſus, cùm præter hunc alius à priori ſit nullus, & qui procedunt à poſteriori non ſint eo meliores ; ſed quod forſan putaſſe videatur hunc ſufficere ad debitam in hoc negotio præciſionem obtinendam ; à quâ quantùm abſit, patebit ex *num. ſeq.* Difficillimum porro eſt, etiamſi alias conditiones negligas, intra Annos non multos reperire binas Digreſſiones

maximas

maximas vnam matutinam, alteram veſpertinam, omnino vel proximè æquales: cùm inter *Veneris* Digreſſiones 34, & *Mercurij* 38, à Ricciolo [o] correctas tales reperiantur perpaucæ. o pag. 504. & 505.

Poſtremò nota errorem in Apogei loco ex defectu conditionum §. 1. enumeratarum eò minorem futurum quò arcus minor I M inter Solis loca Media, I, M, in vtrâque Digreſſione, interiectus fuerit minor. Atque hinc ait Geber factum eſſe, vt in loco Apogei ☿ non multùm Ptolemæus aberrauerit.

NVMERVS XLII.

Locus & motus Apogei Eccentrici ♀ ac ☿ vtcumque ſtatuitur.

§. 1. PTolemæus per modum §. 4. *Num. præced.* expoſitum, ſuâ ætate ♀ Apogeum ſtatuerat in ♉ Grad. 25 & Apogeum ☿ in ♎ Grad. 10. Atqui per eundem modum, ſi aliæ Digreſſiones maximæ à Longomontano [a] correctæ adhibeantur, reperiemus ♀ Apogeum integro Signo à Ptolemaico differens. a lib. 2. theoric. cap. 19.

Ptolemæus [b] Anno Chriſti 140 Iul. 29. poſt mer. Alexandriæ H. 16. 12'. obſeruauit Digreſſionem matutinam ♀ maximam à Medio Solis loco. Idem aliam obſeruauit, ſed veſpertinam, Anno Chriſt. 136. Dec. 25. poſt mer. H. 6. Alexandriæ. b lib. 10. cap. 1.

	Medius Solis locus correct.			*Locus ♀ obſer. & correct.*			*Digreſ. à loco Med.*	
	Sig.	*Gr.*	*l.*	*Sig.*	*Gr.*	*l.*	*Gr.*	*l.*
In Matut.	♌	6	12	♊	19	1	47	11
In veſpert.	♑	2	36	♒	19	36	47	0

Cum his datis ſi procedas vt §. 4. *num. præc.* reperies Ptolemæi ætate ♀ Apogeum in ♈ Grad. 19. 24', plùs quàm Signo integro præcedens locum, in quo illud ſtatuerat Ptolemæus. Siquis dicat Digreſſiones Ptolemæi fuiſſe æquales, has autem differre Min. 11, is ſciat neque illas Ptolemæi æquales fuiſſe; correctæ ſiquidem à Ricciolo veſpertina fuit Grad. 47. 20', matutina Grad. 47. 44'. Per eundem modum Ricciolus ex binis alijs [m] Digreſſionibus collegit Ptolemæi tempore Apogeum ♀ in ♈ Grad. 21. 53'. Manet igitur de Signo integro controuerſia. m Almag. lib. 7. pag. 596.

§. 2. Quod ſi per eundem modum ♀ Apogeum inquiratur ad noſtra tempora, non abſimilis diſcrepantia reperietur. Tycho Chriſti Anno 1594. Dec. 25. poſt mer. H. 5. 10' Vraniburgi obſeruauit maximam ♀ Digreſſionem Veſpertinam à loco Medio Solis: Ricciolus autem Bononiæ Anno 1644. Nou. 28 poſt mer H. 18 obſeruauit maximam Digreſſionem matutinam à loco Solis item Medio. Vtraque ſeſe habuit, vt ſequitur; ſed Tychonica eſt à Ricciolo correcta.

	Locus Solis Medius.			*Locus ♀ obſeruatus.*			*Digreſſio à loco Solis Med.*	
	Sig.	*Gr.*	*l.*	*Sig.*	*Gr.*	*l.*	*Grad.*	*l.*
In Veſpert.	♑	3	47	♒	21	1	47	48
In Matut.	♐	8	37	♎	20	50	47	47

Ex his datis operando vt præſcribitur. §. 4. *num. præc.* reperitur Apogeum ♀ in ♊ Grad. 21. 12' ad noſtra tempora. Verùm alijs aſſumptis Digreſſionibus maximis ad noſtra itidem tempora [o] longe diuerſa reperiuntur Apogei loca, videlicet in ♉ Grad. 18. 48'. & in ♊ Grad. 14. 22'. o Ricciol. Alm. lib. 7. pag 596.

§. 3. Eâdem methodo per tres diuerſos Digreſſionum [n] maximarum biniones Apogeum ☿ Ptolemæi tempore reperitur in ♎ Grad. 10, in ♎ Grad. 9. 31', in ♎ Grad. 25. 52'. Ad tempora verò noſtra per tria item diuerſa Digreſſionum paria Apogeum ☿ reperitur in ♐ Grad. 18. 17'. in ♐ Grad. 10. 38'. in ♑ Grad. 2. n vide Ricciol. pag. 596.

§. 4. Porro inter Digreſſiones maximas hactenus obſeruatas & à Ricciolo correctas, ♀ quidem 34, ☿ autem 38, præter eas quas hic addiximus vel ad marginem apud Ricciolum

inue-

inueniendas indicauimus, nullæ ſatis æquales inueniuntur vt inſeruire præſenti negotio poſſint. Tota verò diuerſitas locorum Apogei tam ♀ quàm ☿ in ſequenti Tabellâ conſpicitur.

	Apogeum ♀			Apogeum ☿		
	Sig.	Gr.	I.	Sig.	Gr.	I.
Tempore Ptolemæi	♉	25	0	♎	10	0
	♈	19	24	♎	9	31
	♈	21	53	♎	25	52
Ad noſtra tempora.	♊	21	12	♐	18	17
	♉	18	48	♐	10	38
	♊	14	22	♑	2	0

§.5. Ex omnibus huc vſque dictis ſatis apparet de Apogeo horum Planetarum ex obſeruationibus hactenus acquiſitis, nihil certi poſſe determinari. Itaque Longomontanus, Lanſbergius, Bullialdus hanc ſibi viam ineundam putauerunt, vt ab Apogei loco & motu per Ptolemæum conſtituto, non valde recederent, ſed eum à poſteriori cum obſeruationibus recentioribus conferendo, perpolirent. Quod illi cùm feciſſent, nullus tamen ᵗ per ſuas Tabulas aut omnes obſeruationes, aut tantùm earum numerum ſaluare potuit, vt abſque formidine debeant alijs anteponi; quamuis earum ſingulæ ſatis magno obſeruationum numero, puta 10 aut 12, tueri ſe poſſint: vnde fiat vt aliquando Tabulæ Danicæ Longomontani, aliquando Lansbergianæ, ſubinde Kepleri Rudolphinæ, interdum Bullialdicæ ad veritatem propiùs attingant.

t Ricciol. Alm. lib. 7. pag. 597.

§.6. In tantâ incertitudine doctiſſimi Riccioli conſilium placet, vt inter horum authorum placita medium eligatur dum certiora prodierint.

		Electio Apogei ♀ & ☿		
Anno Chriſti		Sig.	Grad.	I.
1 ineunte	♀	1	22	40
	☿	6	10	0
1600 completo	♀	3	0	0
	☿	7	29	0

Hinc per Regulam proportionum deducitur

Apogei motus Annuus			
	I.	II.	III.
♀	1	24	0
☿	1	50	15

§.7. Ex his motum ſeu Longitudinem Apogei ad datum tempus reperies hunc in modum: ad Epochas Chriſti Anni, 1, & 1600 iam conſtitutæ ſunt §.7. Radices huius motus, & ex his quantitas Annui eiuſdem motus collecta. Quare ſi motus Annuus Apogei per datum Annorum numerum multiplicetur, & productum addatur Radici, cùm Epocha præcedit tempus datum; ſubtrahatur verò quando Epocha ſequitur, proueniet motus Apogei ♀ aut ☿ ad tempus datum. *vide dicta num. 53. lib. 1.*

Nunc ab Apogeo ad Eccentricitatis inueſtigationem tranſeamus.

NVME-

NVMERVS XLIII.

Veneris Eccentricitatem & Epicycli Radium iuxta Ptolemæi Hypotheſim inuenire.

LInea Apſidum ♀ ſit CF, in quâ [i] centrum Mundi A, Æquantis O, Deferentis B; Apogeum C, Perigeum F. Fig. 23. i vide n. 31.

Eligantur duæ maximæ Digreſſiones ♀ à Medio loco Solis, in quarum vnâ Medius locus Solis ſit in vel proximus Apogeo C, in alterâ in vel proximus Perigeo F. Tales ſunt illæ, quas refert Ptolemæus *lib.* 10. *cap.* 2. Anno 13 Hadriani 19 Maij. Theon manè *Venerem* à Medio Solis loco maximè Digredientem obſeruauit in ♈ Grad. 10. 36′, Locus autem Solis Medius ipſi tunc erat in ♉ Grad. 25. 24′, hoc eſt proximè in ♀ Apogeo, quod Ptolemæus ſtatuebat [a] in Grad. 25. ♉. Quare maxima Digreſſio fuit Graduum 44. 48′. Deinde Anno Hadriani 21, veſperi Ptolemæus ipſe *Venerem* à Medio Solis loco maximè elongatam obſeruauit in ♑ Grad. 12. 50′. Locus autem Solis Medius ipſi tunc erat in ♏ Grad. 25, 30′, hoc eſt proximus Perigeo ♀, quod ipſe ſtatuit in ♏ Grad. 25. Quare Digreſſio maxima fuit Graduum 47. 20′. a vide nu. 41. § 4.

Quoniam igitur in vtrâque Digreſſione linea Medij motus Solis fuit proxima Apſidum lineæ CF, licebit aſſumere eam cum ipſâ coincidiſſe. Quare cùm à lineâ Medij motus Solis linea Medij motus centri Epicycli [b] non differat, etiam hæc tunc coincidit cum Apſidum lineâ FC, ac proinde [c] in primâ Digreſſione centrum Epicycli fuit in Apogeo C, in ſecundâ in Perigeo F. Ductis igitur ex Mundi centro Epicyclum tangentibus AD, AE, Æquationes maximæ CAD, FAE eædem [d] fuerunt cum maximis Digreſſionibus, adeóque CAD fuit Grad. 44. 48′, FAE Grad. 47. 20′. Quare cùm ex Epicycli centro ductis ad contactus radijs CD, FE, recti ſint [e] anguli CDA, FEA, noti erunt [i] reliqui ACD, AFE, nempe ACD Grad. 45. 12′, AFE Grad. 42. 40′. Iam Aſſumpto Epic. radio CD pro Sinu Toto 100000, erit [n] AC Secans anguli ACD, quæ in Tab. Sin. reperitur 141918: Similiter ſi pro Sinu Toto 100000, rurſum aſſumatur CD, ſiue FE (eſt enim in Hypotheſi Ptolemaicâ Epicycli Radius vnus ſemper idemque), erit AF Secans anguli AFE, quæ in Tab. Sin. reperitur 135997. Quare tota CF eſt 277915, eiuſque ſemiſſis BC, nempe radius Eccentrici $138957\frac{1}{2}$: quo dempto ab AC 141918, remanet Deferentis Eccentricitas AB $2960\frac{1}{2}$, cuius dupla, [o] cùm ſit AO Eccentricitas Æquantis, ea erit 5921. b per § 2. num 29. c propr. 7. n. 25. lib. 1. d per § 1. n. 30. e per 18 3. i per 32. 1. n per def 9. cap. 3. Geo. Pract. o vide nu. 31. § 1.

Qualium igitur Radius Eccentrici BC	*eſt*	$138957\frac{1}{2}$
talium Deferentis Eccentricitas AB	*eſt*	$2960\frac{1}{2}$
Æquantis Eccentricitas AO	*eſt*	5921
Epicycli Radius CD	*eſt*	100000

Quibus ita cognitis, facilè erit per Reg. proport. AB, AO, CD reducere ad partes quarum Eccentrici Radius BC ſit 100000; quod eſt ad vſum commodiùs.

Atque hæc quidem ex datis præſentibus. Ptolemæus ſiquidem ex pluribus, vt opinor, conſiderationibus,

Qualium Radius Eccentrici BC	*eſt*	100000
talium elegit Deferentis Eccentricitatem AB		$2083\frac{1}{3}$
Æquantis Eccentricitatem AO		$4166\frac{2}{3}$
Epicycli Radium CD		$71944\frac{4}{9}$

NVMERVS XLIV.

Eccentricitatem Mercurij maximam ac minimam, & radium Epicycli eius iuxta Ptolemæi Hypotheſim, inuenire.

LInea Apſidum ☿ ſit FIKC, in quâ Mundi centrum A, Æquantis [i] KPF centrum O, eius Eccentricitas AO; circelli, per quem Deferentis centrum [a] mouetur, diameter OB [b] dupla AO, & centrum circelli G, ac proinde tres æquales AB, BG, GO. Fig. 24. i vide n 32. a num. 32. b ibid.

Eligantur binæ ☿ Digreſſiones maximæ à Medio loco Solis, in quarum vnâ Medius lo-

cus

cus Solis ſit in, vel proximus Apogeo Æquantis, in alterâ in, vel proximus Perigeo. Tales ſunt eæ, quas obſeruatas à ſe Ptolemæus ſcribit *lib.9. cap.8.* Anno ſiquidem 19 Hadriani, 9 Dec. manè *Mercurium* à Medio Solis loco maximè digreſſum obſeruauit in ♍ Grad.20.12'.
[c vide nu. 41. §. 4.] Sol autem Medius ipſi tunc erat in ♎ Grad.9.15', hoc eſt fere in Apogeo ☿ quod [c] ipſe ſtatuit in ♎ Grad.10. Vnde maxima Digreſſio fuit Grad. 19. 3'. Idem eodem Anno, 21 Maij veſperi *Mercurium* à Sole Medio maximè digreſſum obſeruauit in ♉ Grad.4.20'. Sol autem Medius ipſi tum erat in ♈ Grad.11.5', hoc eſt fere in Perigeo ☿, quod ipſe ſtatuit in ♈ Grad. 10. Quare maxima Digreſſio fuit Grad.23.15'.

Quoniam igitur in vtrâque Digreſſione linea Medij motus Solis fuit proxima Apſidum lineæ FIKC, licebit citra errorem hoc in negotio notabilem, aſſumere eam cum ipſâ coinci-
[d per §. 2. num. 19.] diſſe. Quare [d] cùm linea Medij motus centri Epicycli à lineâ Medij motus Solis non differat, etiam hæc tunc cum Apſidum lineâ coincidebat. Quare in primâ Digreſſione Epicycli cen-
[i per n. 32.] trum fuit in C ſub loco quem Apogeum Æquantis K tunc habebat in Zodiaco; ideoque [i] centrum Deferentis tunc erat in B, & Deferens ipſe in CSI maximam obtinens Eccentricitatem AB; in Digreſſione verò alterâ centrum Epicycli fuit ſub loco, quem in Zodiaco tunc
[p ibid.] habebat Æquantis Perigeum F; ideoque [p] Deferentis centrum tunc cum O centro Æquantis, & Perigeum cum Perigeo in F, & Deferens ipſe cum Æquante KPF coincidebat, minimam ſortitus Eccentricitatem AO. Circelli porro centrum G bifariam ſecat rectam FC: nam Deferentis & Æquantis Radij BC, OF æquales ſunt: quibus ſi æquales addas BG, OG, etiam GC, GF æquales erunt.

His ita conſtitutis Epicyclum tangant ex Mundi centro rectæ AD, AE, & ad contactus ducantur ex Epicycli centro radij CD, FE. Quia iam oſtendi Epicycli centrum in vtrâque Digreſſione fuiſſe quaſi in lineâ Apſidum FC, Digreſſiones maximæ [n] non differebant à ma-
[n per §. 1. n. 30.] ximis Orbis Æquationibus CAD, FAE, ac proinde angulus CAD fuit Grad.19.3', angu-
[o per 18. 3.] lus verò FAE Grad. 23. 15', tantæ ſiquidem repertæ fuit ſupra Digreſſiones maximæ. Et
[p per 32. 1.] quia recti ſunt [o] CDA, FEA, tam CAD, DCA ſimul conficient [p] vnum rectum, quàm FAE, EFA. Demptis igitur ſingulis CAD, FAE, à Grad.90, relinquentur DCA Grad. 70.57', & EFA Grad.66.45'. Aſſumpto autem Epicycli Radio CD, ſeu FE (eſt enim in
[s per defin.] Hypotheſi Ptolemaicâ ſemper æqualis & idem radius Epicycli) pro Sinu Toto 100000, [s]
[9 cap. 3.] erit AC 306379 Secans anguli DCA Gra.70.57'; AF verò erit 253329 Secans anguli EFA
[Geo. Pract.] Grad.66.45'. Tota igitur CF eſt 559708, cuius ſemiſſis eſt 279854; & tanta eſt GC, quam oſtendi *ſupra* eſſe ſemiſſem totius CF: Aufer GC 279854 ab AC 306379; remanet AG, ſiue OB 26535. Quoniam igitur tres æquales ſunt AO, OG, OB, erit AO Eccentricitas Æquantis, ſeu minima Deferentis, 13267½; AB verò Eccentricitas maxima Deferentis 39802½: quâ ſubtractâ ab AC 306379 relinquitur Eccentrici Deferentis Radius BC 266576½.

Qualium igitur Radius Eccentrici ☿ BC eſt	266576½
talium Epicycli Radius CD	100000
Deferentis Eccentricitas maxima AB	39802½
Eccentricitas minima, ſeu Æquantis AO	13267½

Has quantitates ita repertas, ad partes quarum Eccentrici Radius BC ſit 100000 (id enim ad vſum commodius eſt) reduces per Reg. proportionum.

Atque hæc quidem ex datis præſentibus. Ptolemæus namque ex pluribus, vt par eſt credere, conſiderationibus

Qualium Eccentrici radius BC *eſt*	100000
talium elegit Eccentricitatem maximam AB	15000
minimam, ſeu Æquantis, AO	5000
Epicycli Radium CD	37500

Scholium.

Ricciolus noſter in huius Problematis, tum praxi, tum theoriâ non rectè aſſumit GC ſemiſſem totius CF pro Radio Deferentis, qui eſt non GC, ſed BC deficiens à GC toto circelli Radio BC. Occaſio errandi fuit quod inueſtigans Eccentricitatem & radium Epicycli eodem ſchemate ac diſcurſu vſus ſit in ☿, quo in ♀. Ipſum conſule Almag. lib.7. pag. 598 Probl. 1, & exemplo 1. *In tantâ porro conſiderationum varietate ac multitudine ſubinde taliter impingere humanum eſt, quod apud æquos ingeniorum iudices viris doctis fraudi eſſe non debet.*

NVME-

NVMERVS XLV.

Quid in alijs Hypotheſibus de ♀ ac ☿ Eccentricitate & Radio Epicycli ſtatuendum videatur.

VArios huius inueſtigationis modos Aſtronomi ſecundùm ſuas quique Hypotheſes tradunt; quos & longum, nec multùm vtile eſt recenſere. Vide Copernicum *lib.5. cap.27.* Keplerum in *Myſterio Coſmogr.* in *Rudolphinis*, in *Epitome Aſtron.* Bullialdum *lib.2. Aſtron. Philol.* Vel omnes ſimul collectos horum authorum conceptus apud Ricciolum *Almag. lib.7. pag.* 600.601.602.603.

Verùm cùm nullus huc vſque per ſuas Hypotheſes & Hypotheſium menſuras pręſtare obſeruationes omnes aut pleraſque potuerit, optimum iudico Riccioli, & Longomontani conſilium, vt à poſteriori tentando exploremus quæ menſuræ pluribus obſeruationibus ſatisfaciant. Hoc ſecuti eas eligemus, quibus aſſumptis vnà cum motu Apogei iam determinato *num.*42. & Anomaliæ determinando mox *num. ſeq.* (ſi loca Vera vtriuſque Planetæ iuxta formam *num.*36,& 38 expoſitam,ſupputemus) loca ſupputata conſentiant cum locis obſeruatis, ſi non cum omnibus omnia, ſaltem pleráque cum pleriſque. Tales verò eſſe, quas hic ſubiungam, poſt analyſes triangulorum in ♀ trecentas, in ☿ fere quingentas ſe comperiſſe Ricciolus affirmat. *pag.*603.

In ♀

Qualium Eccentrici Radius eſt	100000	Fig.21.
talium Eccentricitas IA ſemper eadem	3460	
Radius maximus Epicycli in toto ſuperiore Eccentrici ſemicirculo βEδ	73140	
Radius minimus Epicycli in Perigeo X	70640	
Radiorum differentia	2500	

Decrementum radij Epicycli ex β in X, & incrementum ab X in δ fit iuxta leges *num.*35. §.2. explicatas. Eccentricitas autem hic aſſumpta, Solari æqualis eſt *vide num.*38 *lib.*1,

In ☿.

Qualium Radius Eccentrici eſt	100000	Fig.22.
talium Eccentricitas Maxima AD	10000	
Media AG	8000	
Minima AB	6000	
Differentia maximæ & minimæ BD	4000	
Radius Epicycli maximus in Longitudinibus Medijs β, δ,	45500	
Minimus in Apogeo E & Perigeo X	38500	
Differentia maximi & minimi SN	7000	

Decrementum & incrementum Radij Epicycli fit iuxta leges *num.*37. §.3.
Reliquum eſt vt ad inueſtigandam Orbis Anomaliam tranſeamus.

NVMERVS XLVI.

Præambula ad motum Anomaliæ Orbis ♀ ac ☿.

§.1. IN tribus Planetis ſuperioribus ♄. ♃. ♂, quia motus eorum in Epicyclo motui Solis alligatur [a] facilis eſt Veri Argumenti, ſeu Veræ Anomaliæ Orbis inuentio. quæ habetur, ſi motus Verus centri Epicycli ſubducatur à motu Solis Medio iuxta Veteres, à Vero iuxta Recentiores. At in ♀, & ☿, quia motus [i] eorum in Epicyclo ſolutus eſt à motu Solis, opus eſt indagine peculiari vt Anomaliam Orbis Veram ad tempus datum conſequamur. Inquirenda eſt igitur periodus, ſiue tempus, quo ♀ & ☿ motu Æquali, ſeu Medio Epicyclum percurrunt, atque inde motus Medij Anomaliæ, qui dato temporis ſpatio ex.gr. Horæ, Diei, Anno debentur, eliciendi. Tum ad aliquam Epocham ſtabilienda eſt Radix huius motus, cuius ope ad datum momentum motus Medius Anomaliæ Orbis poſſit acquiri; atque ita demum licebit, vt *infra* exponetur, ad Veram Orbis Anomaliam pertingere,

a *vide dicta num.*10. §.4.& 5.
i *num.*29. §.3.

§.2. Verùm quia motus Medius quicumque à puncto certo & ſtabili numerari debet, ante omnia erit punctum illud in Epicyclo determinandum. Id clariùs vt peragatur, cogitari debet non Epicyclus circa ſuum centrum circumagi, ſed potiùs centrum Planetæ moueri per circumferentiam Epicycli circa proprium centrum immobilis. Hoc poſito manifeſtum eſt punctum illud quod in Epicyclo deſignat recta linea à centro Deferentis Epicyclom per Epicyeli centrum educta, eſſe fixum & immobile in Hypotheſi tam veteri quàm nouâ. In *ſchemate* 2. quod *Veneri* inſeruiet, centrum Mundi eſto A, Æquantis centrum C, Deferentis DIR centrum B; à quo per Epic. centrum I ducatur recta BIO Epicyclo occurrens in O. Clarum eſt Epicycli centro per DIR Deferentis peripheriam circumlato rectam BIO in eodem ſemper puncto Epicyclum ſecare, ac proinde punctum O ſtabile eſſe ac certum. Ducantur deinde ex centris mundi A, & Æquantis C per I centrum Epic. rectæ AIN, CIP, determinantes in Epicyclo Apogea, Verum N, & Medium P. Oſtenſum eſt *n.* 5 §. 2 *&* 3 ad motum centri Epicycli per Deferentem, Apogea N, P, ad punctum ſtabile O iam accedere, iam ab eodem recedere. Quare liquet Apogea N, P in Epicyclo eſſe vaga & incerta.

Fig. 2.

Fig. 18. Idipſum liquet in *ſchemate* 18, quod *Mercurio* inſeruit. Eſto enim hìc Mundi centrum A, Æquantis GOH centrum C, Deferentis DQR centrum B, à quibus per Epicycli centrum Q ducantur rectæ AQN, CQP, BQT ſecantes Epicyclum in punctis N, P, T. Rurſum patet punctum T in Epicyclo ſemper vnum idemque permanere; reliqua verò duo N, P, Apogea, nempe Verum ac Medium, ad motum centri Q per Deferentem, à ſtabili puncto P iam recedere, iam accedere: vnde iterum neceſſe eſt illa ſint vaga in Epicyclo & incerta, adeóque inepta, vt ab ijs motus Medius Anomaliæ Orbis ♀ & ☿ numeretur.

c vide nu. 35. & 37. Fig. 25. Poſtremò in Hypotheſi [c] nouâ, (quæ reiecto Æquante ſolùm habet Eccentricum Deferentem ECX) centra ſint, A Mundi, I Deferentis, à quibus per Epicycli centrum educantur rectæ ACN, ICO. Rurſum liquet, (*vt ſupra*) punctum O, ad motum centri Epicycli non mutari, N verò Apogeum Verum Epicycli ad immobile O nunc accedere, nunc elongari.

§.3. Ex his concludo non ſolùm in nouâ ♀ & ☿ Hypotheſi, ſed etiam in veteri Ptolemaicâ, motum Medium Anomaliæ Orbis numerandum eſſe à puncto illo Epicycli, quod deſignat recta ex centro Eccentrici Deferentis per centrum Epicycli educta. Scio Hypotheſeos antiquæ explanatores numerare ab Apogeo Epicycli Medio, quod deſignatur à rectâ ab Æquantis centro ductâ per centrum Epicycli. Cur ita faciant, ipſi viderint, vt ſe ex his obiectis expediant.

Secùndùm hactenus dicta ſint definitiones ſequentes.

Definitiones.

1. **A***Pogeum Stabile*, ſeu *Fixum Epicycli* ♀ & ☿ voco punctum, quod in Epicycli ambitu deſignat recta ex centro Deferentis per Epicycli centrum emiſſa.

Nolui vocare *Apogeum Medium*, ne confunderetur cum *Apogeo Medio* veteris Hypotheſeos, à quo in veteri Hypotheſi diuerſum eſt, quamuis in nouâ non differat, vt patet *ex hac defin.* 1. *& ex defin.* 7 *.num.* 4.

2. *Anomalia Media Orbis* ♀ *aut* ☿ *ad tempus datum*, ſiue *Argumentum Medium*, eſt arcus Epicycli à Stabili Apogeo vſque ad centrum Planetæ in conſequentia numeratus.

Apogeum Verum Epicycli, & Anomalia Orbis Vera eodem modo definiuntur in ♀ & ☿, quo in alijs Planetis, *vide defin.* 6. *&* 21 *.num.* 4.

NVMERVS XLVII.

Anomaliam Orbis Mediam ♀ aut ☿ ad notum aliquod temporis momentum inuenire.

Fig. 25. §.1. **A**Sſumatur obſeruatio aliqua loci Planetæ in Zodiaco, qui ſit ex. gr. in G, Planetâ ipſo poſito in M, in primo Epicycli ſemicirculo, quod contingit cùm Planeta Veſpertinus eſt. Rectæ autem ABN, IBO, ex centris Mundi A, & Eccentrici Deferentis I deſignent in nouâ Hypotheſi (de veteri agam *infra*) Apogea Verum N, Fixum O. Ad momentum obſeruationis inquire in ♀ *per num.* 36, in ☿ *per num.* 38, Æquationem centri Epicycli ABI, diſtantiam BA centri Epicycli à centro Mundi, K locum Verum eiuſdem centri, Radium Epicycli BM; hæc enim omnia abſolutè [a] reperiri iam poſſunt, quando omnia ad hoc
a per n. 36. & 38. neceſſaria, quæ *num.* 36. *&* 38 ſupponebantur, inuenta iam ſint locis iſthic in margine deſignatis.

gnatis. Inſuper, quia præter inuentum iam locum K centri Epicycli, etiam notus eſt per obſeruationem locus Planetæ G, non latebit arcus GK, adeóque neque angulus MAB, ipſa nempe Orbis Æquatio. Itaque in triangulo ABM ex notis lateribus AB, BM, & angulo MAB reperietur [b] angulus MBA; quo ſubducto à Grad. 180, habetur NBM. Ab hoc, ſi centrum Epicycli (vt hic contingit) eſt in primo Anomaliæ Eccentricæ ſemicirculo ECX, aufer inuentam *ſupra* Æquationem centri ABI, ſeu NBO, adde autem ſi in ſecundo: ita innoteſcet angulus OBM, & arcus OM, qui eſt Anomalia [c] Orbis Media ad momentum obſeruationis aſſumptæ. b *per probl. 10. cap. 3. Geo. Pract.* c *defin. 2.*

Quod ſi Planeta ſit in ſecundo Anomaliæ Orbis ſemicirculo (ex. gr. in F) quod contingit cùm Planeta Matutinus eſt, tum inuento, vt *ſupra* arcu LK, ſeu angulo FAB, & omnibus eodem modo exantlatis, ſoluendo triangulum AFB reperies arcum FN: cui, ſi centrum Epic. eſt in primo Anomaliæ Ecc. ſemicirculo ECF, adde Æquationem centri ABI, ſeu NBO; deme autem ſi in ſecundo. Ita notus fiet arcus OF: quo dempto à Grad. 360, nota relinquetur Anomalia Orbis Media OMF ad momentum obſeruationis aſſumptæ.

§. 2. Iuxta antiquam Hypotheſim quæſitum in ☿ ſic obtinebitur. Centrum Mundi eſto A, Æquantis C, Deferentis B, Epicycli centrum Q, per quod lineæ AQN, BQT, ex centris Mundi ac Deferentis emiſſæ deſignent in Epicyclo Apogea Verum N, Fixum T. Aſſumatur obſeruatio quæpiam accurata loci Veri ☿ ex. gr. in S, ☿ ipſo poſito in X. Igitur per *defin.* 2. Anomalia Orbis Media ad aſſumptæ obſeruationis tempus eſt TX. Deinde ad momentum obſeruationis inquire [d] QA diſtantiam centri Epicycli à centro Mundi, locum Verum F eiuſdem centri, XQ Radium Epicycli, AQB, ſeu NQT Æquationem Opticam centri Epicycli. His per *num.* 34. alioſque ibidem citatos inuentis procede quoad cætera vt §. 1. ita reperies Anomaliam Orbis Mediam TX ad tempus aſſumptæ obſeruationis. *Fig.* 18. d *per n.* 34.

Pro ♀ autem in Hypotheſi antiquâ ſic age. Centrum Mundi eſto A, Æquantis C, Deferentis B, Epicycli centrum in I, per quod ex centris Mundi A, & Deferentis B emiſſæ rectæ AIN, BIλ determinent Apogea Verum N, Stabile ſeu Fixum λ: ♀ ſit ex. gr. in X, locus eius obſeruatus in S. Igitur ad tempus aſſumptæ obſeruationis Anomalia Orbis Media per *defin.* 2. eſt λX. Ad tempus obſeruationis inquire per §. 2. *num.* 31. Æquationem Opticam AIB, ſeu NIλ, AI diſtantiam centri Epicycli à centro Mundi, F locum Verum eiuſdem centri, IX Radium Epicycli. Cum his inuentis ſi procedas vt §. 1. prodibit Anomalia Orbis Media λX ad tempus obſeruationis aſſumptæ. *Fig.* 1.

NVMERVS XLVIII.

Medios motus Anomaliæ Orbis ♀ & ☿ inuenire.

§. 1. OBſerua vel ab alijs obſeruatas aſſume Planetæ Digreſſiones maximas à Sole immediatè ſibi mutuò ſuccedentes, & eiuſdem ſpeciei, hoc eſt omnes Matutinas vel omnes Veſpertinas. Ex. gr. ſit vna Digreſſio maxima Planetæ in F, centro Epicycli poſito in B, altera in D immediatè ſubſequens, centro Epicycli poſito in C. Patet eo temporis interuallo, quod effluxit à momento maximæ Digreſſionis F, ad momentum alterius maximæ D, Planetam percurriſſe Epicyclum præter propter ſemel. Dixi præter propter, quia vt percurriſſet ſemel exactè, deberent contactus F, C, eſſe facti in eodem puncto Epicycli; nunc autem non ſunt facti in eodem, quòd Epicyclus in C fuerit Terræ centro A vicinior quàm in B. Hunc igitur in modum ſi multæ expendantur Digreſſiones maximæ ſibi inuicem immediatè ſuccedentes, tempora inter illas interiecta ob cauſam iam dictam erunt illa quidem inæqualia: ſi tamen inter ea eligatur medium, erit hoc ſatis exactum, vt per ipſum cognoſcas, quot Planetæ reuolutiones per Epicyclum dato aliquo Annorum numero citra errorem vnius integræ, peragantur. Ita cognitum iam pridem eſt annis 8 reuolutiones ♀ Epicyclicas non abſolui plures quàm 5; annis verò 46, non plures, quàm 145. *Fig.* 25.

§. 2. Eligantur deinde binæ obſeruationes quàm accuratiſſimæ Veri loci Planetæ, ſiue maximè à Sole digreſſi ſiue non, ex. gr. in G, & in Q, diſtantes ab inuicem annorum interuallo vtcumque magno, ſed non tanto, quin citra errorem vnius integræ reuolutionis, ex notitiâ per §. 1. partâ ſciri poſſit quot interea reuolutiones Planetæ per Epicyclum ſint abſolutæ, Præſidio deinde locorum obſeruatorum G, Q, ad ipſa obſeruationum momenta inueni artificio *præcedenti Num.* iam explicato Anomalias Medias Orbis OM, OP. Sitque prima OM ex. gr. Grad. 70, altera OP Grad. 150: à primâ autem obſeruatione ad ſecundam peractæ ſint reuolutiones integræ ex. gr. 50. Quoniam igitur ad momentum primæ obſeruationis

Planeta fuit in Epicycli puncto M diſtans ab Apogeo Fixo O Grad. 70, & in momento ſecundæ fuit in P diſtans ab Apogeo Fixo O Grad. 150; igitur ab obſeruatione primâ ad ſecundam Planeta abſoluit 50 circulos integros, atque inſuper arcum MP Grad. 80; hoc eſt Gradus 15080. Quare ſi Gradus 15080 abſoluit tempore noto quod ab vnâ fluxit obſeruatione ad aliam; Gradus 360, hoc eſt reuolutionem vnam Epicycli quanto tempore abſoluet? Per *Reg. proport.* prodibit vnius Epicyclicæ reuolutionis tempus, ſiue quantitas: quæ ſaltem erit tam exacta, vt ſi per eam diuidatur tempus etiam maximum, certò poſſit cognoſci quot eo durante integræ fuerint Epicycli reuolutiones peractæ.

§.3. Eligantur demùm obſeruationes binæ Veri loci Planetæ, interuallo temporis quàm maximo diſtantes: vna videlicet Ptolemæi, aut Theonis, aut Hipparchi, altera Tychonis vel alterius recentioris. Ex §.2. certò ſciri iam poteſt quot reuolutiones Epicycli toto intermedio tempore ſint abſolutæ. Quare procedendo vt §. *præcedenti*, rurſum prodibit quantitas vnius reuolutionis Epicyclicæ, ſed multò quàm prior illa, accuratior: ex quâ per *Reg. proport.* elicies motus Anomaliæ Medios, qui debentur Horæ, Diei, Anno &c. vt docui *lib. 1 num. 36. & alibi.*

§.4. Vt motus Medij ſic inuenti vlteriùs expoliantur, aſſume loca Planetæ per te vel alios obſeruata, quàm plurima, eademque ſupputando [i] inquire, adhibito motu Medio Anomaliæ Orbis iam inuento. Si loca per calculum acquiſita cum locis obſeruatis concordent, ſi non omnia, ſaltem quàm plurima, licebit præſumere motus Medios Anomaliæ rectè ſe habere: ſi non concordent, illis deme aliquid, vel adde donec calculo repetito conueniant. At fortè, inquies, latet error in Eccentricitate, vel in Radio Epicycli, vel motu Apogei. Fateor: Sed tamen illa iam, quantùm licuit, ſimili methodo in præcedentibus expolita ſupponuntur. Aliàs veriſſimum eſt non vnam ſolam menſuram, ex. gr. motum Medium Anomaliæ Orbis Diurnum, ſed etiam reliquas, nempe motum Apogei, Eccentricitatem, Radium Epicycli modo iam dicto, addendo ſubtrahendoque rectificandos, atque omnia ſic inter ſeſe proportionanda, donec calculcus loca obſeruata præſtet vel omnia, quod ſperari vix poteſt, vel certè (vt dixi) quàm plurima.

[i] *vt docebitur n. 51.*

§.5. Poſtremò ſi obtineri poſſint duæ Digreſſiones maximæ, ambæ Matutinæ vel ambæ Veſpertinæ, longiſſimo temporis interuallo diſtantes, vna ex. gr. obſeruata à Ptolemæo, altera à Tychone vel teipſo, in quarum vtrâque Epicycli centrum fuerit in eodem Anomaliæ Eccentricæ puncto (C); accuratiſſima reuolutionis Epicyclicæ periodus obtinebitur. Certum quippe tunc erit, cùm in vtrâque Digreſſione Epicycli centrum eandem habuerit à Mundi centro diſtantiam CA, & contactum, adeoque & Planetam fuiſſe in vno eodemque Epicycli puncto D; ac proinde à Digreſſione antiquâ ad nouam peractas eſſe reuolutiones integras abſque vllâ fractione. Quare ſi interuallum temporis per numerum reuolutionum (qui ex §.2.3 & 4 exactiſſimè ſciri poteſt) diuidatur, prodibit quantitas, ſiue tempus reuolutionis vnius (vt patet ex *Reg. proportionum*): ex quâ motus Medios Anomaliæ huius Diurnum, Annuum &c. elicies, vt docui *lib. 1. num.* 36.

Sciri porro iam poteſt vtrùm in vtrâque Digreſſione centrum Epicycli fuerit in eodem puncto Anomaliæ Eccentricæ, quando omnia ad hoc requiſita, nempe Eccentricitas, & motus Apogei reperta iam ſunt.

	Epicyclum motu Medio abſoluit.					
	♀			☿		
	D.	H.	′.	D.	H.	′.
Alfragano	584	fere		116	fere	
Reinholdo	583	22	15	115	21	5
Maurolyco	583	22	12	115	21	5
Ricciolo	583	22	10	115	21	3½

MOTVS

		Motvs medivs Anomaliæ Orbis													
		Divrnvs							Annvvi						
		Gr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Gr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Longomontano	♀	0	36	59	29	29	11	6	225	1	54	22	33	29	30
	☿	3	6	24	12	1	8	6	53	57	13	6	54	16	30
Lansbergio	♀	0	36	59	28	46	17	44	225	1	50	1	37	52	40
	☿	3	6	24	15	23	4	58	53	57	33	35	25	12	50
Keplero	♀	0	36	59	29	45	47	49	225	1	56	3	35	41	55
	☿	3	6	24	15	35	29	37	53	57	34	40	55	22	5
Ricciolo	♀	0	36	59	30	0	0	0	225	1	53	35	0	0	0
	☿	3	6	24	30	0	0	0	53	57	33	32	0	0	0

Si per motum Annuum diuidantur Gradus 360, prodibit tempus vnius reuolutionis Epicyclicæ ſecundùm Authores ſingulos.

NVMERVS XLIX.

Radicem Anomaliæ Orbis Mediæ ♀ & ☿ conſtituere ad Epocham datam.

Epocha data ſit ex.gr. initium Annorum Chriſti Dei. Per *num.* 47 ad notum aliquod temporis momentum reperta eſt Anomalia Orbis Media: & ex *num.* 48 notus eſt Medius motus Anomaliæ Orbis, qui debetur temporis interuallo inter momentum illud & Epocham Chriſti. Hunc igitur Medium motum adde Anomaliæ Mediæ ad illud momentum repertæ, ſi Epocha ſequitur momentum ſupradictum; deme ſi præceſſit: prodibit Anomalia Orbis Media ad Epocham Chriſti. *Demonſtratio* patet ex dictis *num*, 54. & 53. *lib.* 1.

			Radix Anomaliæ Orbis Mediæ ad Annvm 1. Christi		
			Grad.	I.	II.
In meridie	Lansbergio *Goeſæ*	♀	123	52	56
		☿	47	24	11
1. Ianvar.	Longomontano *Haſniæ*	♀	126	21	20
		☿	48	13	48
	Keplero *Vramburgi*	♀	123	16	49
		☿	37	40	54

NVMERVS L.

Anomaliam Orbis Mediam & Veram ad tempus quodcumque pro ♀ & ☿, inuenire.

§. 1. NVmera temporis interuallum ab Epochâ vſque ad tempus datum: & ex *num.* 48. collige Medium motum Anomaliæ Orbis huic interuallo debitum: quem adde Radici Epochæ, ſi tempus datum ſequitur Epocham; deme, ſi præcedit: prodibit Anomalia Orbis Media ad tempus datum. *Demonſtratio* patet ex dictis *num.* 54. *lib.* 1.

§. 2. Anomalia Orbis Vera ad datum tempus ſic reperietur; primò in Hypotheſi nouâ.

Anomalia Orbis Media §. 1. inuenta ſit primò OM minor Grad. 180. Per *num.* 36 & 38, reperiatur Æquatio centri Epicycli ad t.d. ABI, ſeu NBO, quæ reperiri abſolutè iam poteſt, cùm [a] Eccentricitas, & motus [b] Apogei ad hoc requiſita iam innotuerint. Angulum igitur *Fig.* 25.

a *per n.* 45.
b *per n.* 42.

NBO, ſiue arcum NO adde Anomaliæ Mediæ, ſi Epicycli centrum (vt hic contingit) eſt in primo Anomaliæ Eccentricæ ſemicirculo EBX, deme ſi in ſecundo: ita prodibit Anomalia Orbis Vera N M ad t. d.

Sit deinde Anomalia Orbis Media OMF Grad. 180 maior. Hanc ſi ſubtrahas à toto circulo, notus erit arcus FO: cui deme arcum NO *ſupra* inuentum, ſi (vt hic contingit) B centrum Epicycli ſit in primo ſemicirculo EBX; adde ſi in ſecundo. Ita notus fiet arcus FN: quo ſubtracto à Grad. 360, relinquetur Anomalia Orbis Vera NMF ad t.d.

Fig. 18. §. 3. In Hypotheſi antiquâ vt acquiras Anomaliam Veram Orbis ☿, ſic operare. Deferentis DQR centrum ſit B, Mundi A, Apogeum Verum N, Stabile T; Anomalia Orbis Media per 1. §. inuenta ſit TX. Per *Corol. num.* 34. Æquationem Opticam reperi AQB, ſeu NQT ad t. d. quæ iam poteſt abſolutè reperiri, cùm ad hoc requiſita, nempe motus Apogei, & Eccentricitas maxima ac minima reperta iam ſint *num.* 42. & 44. Tum deinde operari perge vt §. 2. iam præſcriptum. Ita proueniet Anomalia Orbis Vera NX ad t.d.

Fig. 1. Pro ♀ autem in vetere Hypotheſi ſic age. Centrum Mundi eſto A, Deferentis B; Apogeum Verum N, ſtabile λ; Anomalia Orbis Media per §. 1. inuenta λX. Per §. 2. *num.* 31. reperi
m *per* §. 2. *num.* 31. ad t.d. Æquationem Opticam AIB, ſeu NIλ, quæ [m] iam poteſt abſolutè reperiri, cùm ad
n *per n.* 43. hoc requiſita nempe [n] Eccentricitas, & Apogei [o] motus inuenta iam ſint. Si fiant deinde cætera
o *per n.* 42. vt §. 2, prodibit Anomalia Orbis Vera NX ad tempus datum.

NVMERVS LI.

Ad tempus datum Longitudinem Veram ♀ ac ☿, Geometricè ſupputare.

Fig. 21. §. 1. IN nouâ Hypotheſi ad t.d. Epicycli *Veneris* centrum ſit ex. gr. in Z, & *Venus* ipſa in P. Ad t.d. inueniatur motus Apogei ♈H per *num.* 42, & ODP Anomalia Orbis Vera per *num.* 50. Aſſumatur item ex *num.* 45, Epicycli Radius maximus & minimus, & Eccentricitas AI, quæ ſemper eadem eſt & æqualis Solari. Cum his datis operare vt *num.* 36. præſcriptum, ſic acquires Longitudinem ♀ Veram ♈HR ad t.d.

Fig. 22. Ad t.d. Epicycli Mercurialis centrum ſit ex. gr. in V, & ☿ ipſe in C. Ad t.d. reperiatur motus Apogei ♈H per *num.* 42, & Anomalia Orbis Vera MS, ſeu 5C per *num.* 50. Accipiatur item Eccentricitas maxima & minima, & Radius Epicycli maximus & minimus ex *num.* 45. Cum his datis ſi procedas vt *num.* 38 præſcriptum fuit, prodibit Longitudo ☿ Vera ♈HR ad t.d.

Fig. 1. §. 2. In vetere Hypotheſi, ad t.d. centrum Epicycli *Veneris* ſit ex. gr. in I, & ♀ ipſa in X. Ad t.d. inquire Apogei motum ♈L per *num.* 42, & Anomaliam Orbis Veram NX per *num.* 50. Accipiantur item Eccentricitas & Epicycli Radius ex *nu.* 43. Cum his datis ſi opereris vt præſcripſi *num.* 31. §. 2, acquires Longitudinem ♀ Veram ♈LS ad t.d.

Fig. 18. Ad t.d. Epicycli Mercurialis centrum eſto in Q, & ☿ ipſe in X. Ad tempus datum inquire motum Apogei ♈L per *num.* 42, & Anomaliam Orbis Veram NX per *num.* 50. Aſſumantur item Eccentricitas maxima ac minima, & Epicycli Radius ex *num.* 44. Cum his datis ſi procedas vt præſcripſi *num.* 34. acquires Longitudinem ☿ Veram ad t.d.

Scholium.

Calculi fides (quod ſæpe iam indicaui) præſertim in ♀ & ☿ ad obſeruationes quaſi ad Lydium lapidem exploranda eſt. Illuſtre ſpecimen datur in ☿ ſub Sole inſtar maculæ viſo, hoc futurum prædixerat Keplerus ex Rudolphinis Anno 1631, *Nou.* 7. *Gaſſendus igitur ad diem dictum manè obſeruauit Mercurium Solis ſpecie in papyro per teleſcopium exceptâ, in quâ ☿ inſtar maculæ nigerrimæ apparuit, collegitque fuiſſe cum Sole coniunctum Pariſiis Horâ* 7, 58′, *in* ♏ *Grad.* 14. 36′. *Proinde Anno* 1631, *Nou.* 7. *H.* 7. 58′ *poſt med. noct. Verus ☿ locus fuit in* ♏ *Grad,* 14. 36′. *Locus autem ☿ ad tempus dictum ſupputatus à iam obſeruato diſſidet, Ptolemaicè quidem Gradibus* 4. 25′, *Copernicæè Gradibus* 5, *Dauicè Gradibus* 7. 13′, *Lansbergi anè Gradu* 1. 21′. *Rudolphinè minutis* 14. 24. *Ricciolicè conuenit præcisè. Ita Ricciolus ipſe, qui hoc exemplum ſui calculi exhibet* Almag. lib. 7. pag. 582.

NVME-

NVMERVS LII.

De Æquationibus maximis ☿ ac ♀, deque Tabulis Æquationum conſtruendis.

Reuocanda hùc ſunt quæ *num.* 28 accuratè ſunt explicata: exceptis quippe paucis, mutatiſque citationibus, quæ iſthic de ♄, ♃, ♂ diſſeruimus, etiam ♀ & ☿ conueniunt.

Æquationes centri Epicycli ad ſingulos Anomaliæ Eccentricæ Gradus, Æquationes item Epicycliæ, ſiue Orbis ad Gradus ſingulos Anomaliæ Orbis reperiuntur in vetere Hypotheſi, vt docui *num.* 31. & 34; in nouâ Hypotheſi, vt docui *num.* 36.-38. Maxima centri, *Veneris* incidit in gradum Anomaliæ Eccent. 91; maxima *Mercurij* in Gradum Anomaliæ 110.

Æquationes Orbis centri maximæ ad ſingulos Gradus Anomaliæ Eccentricæ variantur in ♀ & ☿ vti in alijs Planetis; & *Veneris* quidem maximarum minima (CAE) contingit centro Epicycli poſito in Apogeo; maximarum maxima (SAX) in Perigeo. At *Mercurij* maximarum minima fit quidem in Apogeo, non tamen maximarum maxima in Perigeo, ſed ſecundùm Ptolemæum, [a] ad Anomaliæ Eccentricæ Gradus 120, ſecundùm Ricciolum verò (cuius Hypotheſim & menſuras in præcedentibus iam expoſui) ad Gradus 90: quod quidem tametſi Ptolemæo ipſi repugnet, non tamen eius obſeruationibus *num.* 30. §. 2. recenſitis; ex quibus colligitur Æquationes Orbis maximas ad Anomaliæ Ecc. Grad. 120 maiores eſſe maximis ad Perigeum, non tamen colligitur eſſe maiores maximis ad quemuis alium Anomaliæ Eccentricæ locum. Fig. 13.

[a] *nu.* 30. 2.

In vetere Hypotheſi ſecundùm Ptolemæum Æquatio maxima centri Epic. in ♀ eſt Grad. 2. 41′; in ☿ Grad. 2. 52′. Æquatio maxima Orbis in ♀ ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 45. 57′: ad Perigeum Grad. 47. 49′, quæ eſt maximarum maxima. In ☿ Æquatio Orbis maxima ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 21. 56′; ad Perigeum, [b] Grad. 23. 57′, quæ non eſt maxima maximarum, ea ſiquidem (vt iam dixi) fit ad Gradus Anom. Ecc. 120, eſtque Grad. 23. 52′. 30″. vt patet ex *num* 30. §. 2. & *not.* 4. §. *primi.*

[b] *patet ex nu.* 30. §. 2. & *not.* 4. §. *primi.*

Ex nouâ Hypotheſi & menſuris eius, Æquatio maxima centri Epicycli in ♀ eſt Grad. 1. 59′, eadem quæ Solis; in ☿ Grad. 4. 34′. 34″. Æquatio maxima Orbis ♀ ad Apogeum Eccen. eſt Grad. 44. 59′. 4″, ad Perigeum Ecc. Grad. 47. 2′. 6″, Æquatio maxima Orbis ☿ ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 20. 29′. 16″; ad Perigeum Grad. 24. 11′. 41″. Maximarum maxima quæ (vt dixi) fit ad Anomaliæ Ecc. Grad. 90, eſt Graduum 27. 3′. 24″. Ita habent ſupputationes Ricciolanæ.

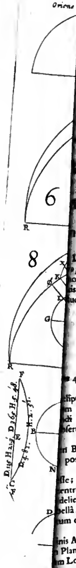
Ex his quomodo condendæ ſint Tabulæ Æquationum ſatis eſt declaratum *num.* 28. ſed memento in Tabulis Æquationum Orbis modo Veterum confectis, Scrupula Proportionalia tota, ſeu 60 ponenda eſſe è regione Grad. 120 iuxta Ptolemæum, è regione Grad. 90 iuxta Ricciolum. Conſule dicta *num.* 33. *propr.* 8.

FINIS LIBRI SEXTI.

A

M

VS.



Longitu-
o præceden-
non paucis
is ſic per-
udioſi va-

48, ſeclu-

cliptica eua-
m loca per
di modum
bſeruauit ſe-

ri Boreales,
portio ma-

ſſe; bis nul-
entrum foret
delicet in eo-
bella *num.* 19.
um erant Æ-

inis Auſtrinas,
Planeta tenet
m Longitudi-

IV. Lati-

IV. Latitudines Auſtrinas maximarum maximas, maiores eſſe Boreis maximis maximarum; ac proinde abſolutè omnium maximas eſſe, illas, quæ contingunt cùm Epicycli centrum eſt in Limite Auſtrali, & Planeta in Perigeo Epicycli.

V. Loca Zodiaci quibus ſuâ ætate ſuberant centra Epic. ♄. ♃. ♂. tempore Latitudinum maximarum, Orientaliora eſſe, quàm olim fuerant. Ex quo concluſit nodos ac limites ſenſim promoueri, non in præcedentia, vt fit in Lunâ, ſed in conſequentia.

VI. Reuolutio integra Latitudinis Planetæ, ſiue reditus à Nodo ad eumdem abſoluitur eodem tempore quo reuolutio centri Epicycli, atque inſuper eâ particulâ temporis, quâ percurritur arcus ille, quo interim Nodus in conſequentia proreplit.

NVMERVS II.

Quâ Hypotheſi Ptolemæus ſaluet Latitudinum ♄, ♃, ♂, Phænomena.

DVplicem cauſam ſtatuit memoratorum Phœnomenôn; deuiationem ſtabilem Eccentrici Deferentis à plano Eclipticæ, & inclinationem Epicycli mobilem circa diametrum Mediarum Epic. Longitudinum.

§. 1. Planum Eclipticæ ſit FCGD, & Mundi centrum A, Eccentricus Deferens eſto *Fig. 1.* FOGN, ſecans planum Eclipticæ per Mundi centrum A ſecundùm rectam FAG, cuius maior portio FOG continens centrum B, declinet verſùs Polum Boreum, quem concipere debes poſitum inter te & planum ſchematis; portio autem minor GNF declinet verſùs Polum Auſtralem, qui concipiendus eſt poſt planum ſchematis.

Igitur Epicycli centro percurrente portionem Eccentrici Borealem FOG, Latitudines ♄. ♃. ♂. ſunt Boreales; cùm verò perambulat Auſtralem GNF, Latitudines ſunt Auſtrales. Et quia Epicycli centrum diutius hæret in portione Boreâ FOG, vtpote maiori, idcirco diutiùs horum Planetarum Latitudo Borealis eſt, quàm Auſtralis. Atque ita primo phœnomeno ſatisfactum eſt.

§. 2. Deinceps inſpice *ſchema* 3. in quo planum Deferentis Eccentrici FOGN produ- *Fig. 3.* ctum concipe vſque ad Zodiacum Primi Mobilis in SPVR: ſic enim (quod oportet) Nodi S, V, & Limites O, N, erunt in Zodiaco deſignati, diſtantes ab inuicem ſinguli Quadrante circuli. Hoc præmonito, vt ſaluentur phœnomena reliqua ad deuiationem plani Deferentis SPVR, adiungenda eſt Epicycli inclinatio hunc in modum. Sit Epicycli centrum in Nodo Boreo S, & MQ diameter Apſidum Epicycli ſit in rectâ SAV communi ſectione planorum Deferentis & Eclipticæ; totum verò Epicycli planum, adeoque etiam IK diameter Mediarum Longitudinum, iaceat in plano Eclipticæ SCVD, ac proinde Deferentis planum ſecet: idemque ſitus Epicycli eſto, cùm Epicycli centrum fuerit in Nodo Auſtrino V. Quando igitur Epicycli centrum exiſtet in Nodorum alterutro ſemper erit in Eclipticæ plano centrum Planetæ, in quocumque is fuerit Epicycli puncto, ac proinde bis intra tempus vnius integræ reuolutionis centri Epic. per Zodiacum, omni Latitudine carebit: quæ erat pars vna Secundi phœnomeni.

Centro Epicycli recedente à Nodo Boreo S verſùs P Limitem Boreum Apſidum diameter MSQ (quæ priùs tota erat in plano SPVR Deferentis, vtpote exiſtens in ſectione communi VAS) adeoque & totum Epicycli planum circa ISK diametrum Mediarum Longitudinum ſenſim inclinetur hac lege triplici, 1. vt Apogeum Verum Epicycli M à plano Deferentis (in quo priùs erat) verſùs Auſtrum & Eclipticam SCV recedat, Perigeum verò Q à plano Deferentis (in quo & ipſum priùs extiterat) recedat verſùs Boream, adeoque etiam longiùs abeat ab Eclipticâ SCV. 2. vt diameter Mediarum Longitudinum IK (quæ priùs cum toto Epicyclo fuerat in plano Eclipticæ) toto eo tempore quo Epicycli centrum percurrit Quadrantem SP, à plano Eclipticæ recedendo, eidem tamen maneat parallela; ſic enim centro Epicycli attingente Limitem P, ipſa iacebit in plano Deferentis ASPV, quod priùs ſemper interſecuerat. 3. vt inclinatio iam dicta in Limite P ſit maxima.

Centro Epicycli abeunte ex Limite Boreo P verſùs Nodum Auſtrinum V, inclinatio Epicycli iam dicta iiſdem legibus minuatur, donec Epicycli centro delato in V, Apogeum° & *° ſemper intelligo, Verum.* Perigeum Epicycli rurſum iaceant in plano Deferentis, in communi nempe ſectione SAV, & Epicyclus totus rurſum iaceat in plano Eclipticæ, quando inclinatio omnis euaneſcit.

Rurſum Epicycli centro pergente à Nodo Auſtrino V ad Limitem Auſtrinum R, iiſdem legibus & eâdem inclinationis quantitate Apogeum Epicycli à plano Deferentis AVRS inclinetur verſùs Eclipticam AVDS, hoc eſt ad Boream, Perigeum verò ad Auſtrum, adeoque longiùs ab Eclipticâ recedat, inclinatione maximâ iterum exiſtente ad Limitem R. Inde tandem minuatur denuò inclinatio, donec euaneſcat in Nodo S.

Per inclinationem Epicycli his legibus peractam obtinetur, vt Apogeum Epicycli ſemper exiſtat inter plana Eclipticæ & Deferentis; atque ita ſatisfiat phœnomeno ſecundo & tertio. Fig. 2. Quod vt clariùs intelligas, in *ſchemate* 2. circulus Maximus tranſiens per Polos Eclipticæ & Limites maximæ Latitudinis, ſecet Eclipticæ planum rectâ BC, & planum Deferentis Eccentrici rectâ DAE. quæ duæ lineæ ſeſe interſecant in Mundi centro A. Limes Boreus ſit P, Auſtrinus R, Centro Epicycli exiſtente in P, diameter Apſidum Epicycli MPQ à plano Eccentrici DA inclinatur inclinatione maximâ, ſic vt M Apogeum Epicycli à plano Deferentis PA recedat versùs Auſtrum & Eclipticam BA, Perigeum verò Q ab vtroque plano BA, PA, abeat versùs Septentrionem. Quo fit, vt Planetæ exiſtentis in Epicycli Perigeo Q Latitudo Borealis maxima QAB, maior ſit eiuſdem Latitudine Boreali maximâ MAB exiſtentis in Apogeo M: vt habebat tertium phœnomenum. Quando deinde centrum Epicycli conſtiterit in Limite Auſtrali R, diameter MRQ Apſidum Epicycli inclinatur rurſum inclinatione maximâ, ſic vt Apogeum M à plano Eccentrici EA recedat versùs Eclipticæ planum CA in Boream, Perigeum verò Q ab vtroque plano CA, EA, abeat versùs Auſtrum, & inclinationum anguli MRE, MPD, item QRA, QPA, ſint æquales. Quo rurſum fit, vt Planetæ poſiti in Epicycli Perigeo Q Latitudo Auſtralis maximarum maxima QAC maior ſit Latitudine maximâ Auſtrali MAC eiuſdem poſiti in Apogeo M, vt tertium phœnomenum requirebat.

§. 3. Poſtremò eâdem operâ cauſa dabitur quarti phœnomeni. Cùm enim ex ſecundo phœn. & tabellâ *num.* 19. conſtet tempore Ptolemæi Limites Boreos ♄. ♃. ♂. ſatis vicinos fuiſſe Apogeis Eccentricorum, Auſtrinos verò Limites ſatis vicinos Eccentricorum Perigeis, manifeſtum eſt centrum Epicycli longiùs diſtare à centro Mundi A, cùm eſt in Boreo Limite P, quàm dum in Auſtrino R. Quoniam igitur PA maior eſt, quàm RA, fiat RO æqualis PA, ducaturque QO. In triangulis ROQ, PAQ, æqualia ſunt latera RQ, PQ (ſunt enim radij Epicycli, qui ſecundùm Ptolemæum ſemper æquales ſunt) æqualia ſunt item *ex conſtr.* RO, PA, & anguli his lateribus per ipſam Hypotheſim QRA, QPA, etiam æquales
a per 4.1. ſunt. Ergo [a] angulus QOR æquatur angulo QAP. Sed QAR externus maior eſt [b] interno
b per 32.1. QOR. Ergo etiam QAR maior eſt quàm QAP. Atqui CAR angulus Boreæ deuiationis Deferentis ab Eclipticâ par eſt angulo BAP deuiationis Auſtrinæ. Ergo totus QAC metiens Latitudinem, ſeu diſtantiam Auſtralem Perigei Epicycli Q ab Eclipticâ CA, maior eſt toto QAB metiente Latitudinem Boream eiuſdem Perigei. Quare centro Epicycli poſito in R Limite Auſtrali, & Planetâ in Q Epicycli Perigeo Latitudinem Planeta ſortitur abſolutè omnium maximam, quod phœnomenum quartum requirebat.

1 def. 6. & 7. n. 4. l. 6. *Quæres*: Quî rectæ ex Mundi vel Æquantis centro emiſſæ determinare poſſint [1] Apogea Epicycli, cùm hîc propter inclinationem iam expoſitam ſit extra Deferentis planum, rectæ autem illæ exiſtant in plano Deferentis?

Reſpondeo Apogea deſignari planis ad Epicyclum rectis per lineas iam dictas tranſeuntibus: in quibus enim punctis hæc interſecant Epicycli Peripheriam, ea ſunt Apogea Epicycli.

NVMERVS III.

Phænomena & Hypotheſes Latitudinum ♀ & ☿ iuxta Ptolomæum.

EOrum quæ circa ♀ & ☿ Latitudines Ptolomæus obſeruauit, triplicem cauſam aſſignat, deuiationem Eccentrici Deferentis, inclinationem Epicycli, & Reflexionem. Fig. 4. *Deuiatio* & *Inclinatio* ſatis ex *præc. num.* intelliguntur. *Reflexionem* paucis accipe. Epicyclus eſto MIQK, diameter Apſidum MSQ, Mediarum Longitudinum ISK, Apogeum M, Perigeum Q, Polus Boreus inter *Figuram* & te, Auſtrinus poſt *Figuram*. *Reflexio Epicycli* eſt libratio quædam Epicycli circa diametrum Apſidum MQ, quâ diameter Mediarum Longitudinum ISK à plano Deferentis modò in Boream, modò in Auſtrum recedit: vt ſi diameter Med. Long. quæ priùs fuerat in ISK in ipſo Deferentis plano, poſtmodò ſit in GSR, radio Orientali SG tranſlato ad Boream, Occidentali SK in Auſtrum, angulus GSI eſt quantitas Reflexionis Epicycli, quæ cùm eſt maxima, duos Gradus cum dimidio ex mente Ptolemæi non excedit. Hoc præmiſſo, venio ad obſeruationes & Hypotheſes Ptolemæi, qui circa ♀ & ☿ Latitudines obſeruauit ſequentia.

I. Cùm Epicycli centrum eſſet in Apogeo Æquantis, eamdem ſemper Latitudinem habuit Planeta poſitus in Epicycli Apogeo, [a] quam poſitus in Epicycli Perigeo, & vtrobique fuit hæc Latitudo, in ♀ quidem Borealis Minutorum 10; in ☿ Auſtralis Minutorum 45.

a ſemper Verum intellige.

Saluatur Phœnomenum, ſi tunc pars ſuperior Deferentis Eccentrici ponatur ab Eclipti-

cæ

cæ plano deuiare Min. 10 in ♀ ad Boream, in ☿ ad Auſtrum Min. 45, & planum Epicycli abſque inclinatione vllâ exiſtat in plano eiuſdem.

II. Cùm Epicycli centrum eſſet in Perigeo Æquantis, rurſus eamdem habuit Latitudinem Planeta in Apogeo Epicycli, quam in Perigeo, quæ vtrobique fuit in ♀ Borealis, in ☿ Auſtralis.

Statuatur igitur iam pars inferior Deferentis Eccentrici ab Eclipticæ plano deuiare, in ♀ rurſus ad Boream, in ☿ ad Auſtrum, & planum Epicycli exiſtat in plano Defer. Eccentrici inclinatione omni carens: ſic cauſa habetur phœnomeni.

III. Epicycli centro obtinente Apogeum Æquantis; cùm *Venus* eſſet circa I Mediam Longitudinem Orientalem, hoc eſt circa maximam à Sole Digreſſionem veſpertinam, eius Latitudo fuit Borealis; cùm verò eſſet circa K Mediam Longitudinem Occidentalem, propè ſcilicet maximam à Sole Digreſſionem matutinam, Latitudo eius erat Auſtralis. In ☿ contrarium cernebatur vtrobique.

Datur cauſa phœnomeni, ſi circa MQ diametrum Apſidum, Epicycli *Veneris* pars ſiniſtra, ſeu Orientalis MIQ flectatur ab Eclipticâ & Deferente ad Septemtrionem in MGQ, dextra verò, ſeu Occidua MKQ verſùs Eclipticam & vltra eam ad Auſtrum in MRQ. Quod ſi *Mercurij* Epicyclus in partes contrarias flectatur, nempe in O & P, contrarium ipſius phœnomenum eâdem euidentiâ explicabitur.

IV. Centro Epicycli conſtituto in Æquantis Perigeo; cùm ♀ eſſet in I Mediâ Longitudine Orientali & Digreſſione veſpertinâ, Latitudinem habuit Auſtralem, cùm eſſet in K Mediâ Longitudine Occidentali & Digreſſione matutinâ, Latitudinem habuit Borealem. In ☿ accidebat contrarium vtrobique.

Saluatur phœnomenum in ♀, ſi Orientalis Epicycli ſemicirculus MIQ flectatur ab I in O ad Auſtrum, versùs Eclipticam & vltra eam; Orientalis verò MKQ ex K in P ab Eclipticâ & Deferente in Boream. Saluatur in ☿, ſi Epicyclus reflectatur in partes iſtis oppoſitas.

V. Cùm Epicycli centrum diſtaret, ſiue ad dextram, ſiue ad ſiniſtram ab Apogeo & Perigeo Æquantis Gradibus 90, tunc Planeta Medias obtinens Epicycli Longitudines, omni Latitudine caruit.

Cauſa datur Phœnomeni, ſi tunc deuiatione omni ſublatâ planum Deferentis congruat plano Eclipticæ, diameter verò Mediarum Longitudinum Reflexione ſimiliter euaneſcente in vtroque plano, iam vno, iaceat. Quia porro deuiatio & Reflexio hìc ſunt nullæ, liquet vtramque in Apogeo & Perigeo Æquantis fuiſſe maximam.

VI. Cùm Epicycli centrum diſtaret ab Æquantis Apogeo Grad. 90 in primo, ſeu ſiniſtro Anomaliæ ſemicirculo; tunc ♀ poſita in Apogeo Epicycli Latitudinem habuit Borealem, at in Epicycli Perigeo Auſtralem. In ☿ contrarium eueniebat.

Saluatur Phœnomenum per inclinationem Epicycli, in ♀ quidem Apogeo ad Boream, Perigeo ad Auſtrum inclinato; in ☿ Apogeo inclinato Auſtraliter, Perigeo Borealiter.

VII. Cùm Epicycli centrum in ſecundo Anomaliæ Ecc. ſemicirculo ab Apogeo diſtaret Grad. 90; tunc ♀ poſita in Apogeo Epicycli Latitudinem habuit Auſtralem, at poſita in Perigeo Borealem. In ☿ contrarium ſpectabatur.

Habetur rurſum Phœnomeni cauſa, per inclinationem Epicycli, in ♀ quidem Apogeum inclinando Auſtraliter, Perigeum Borealiter; in ☿ Apogeum Borealiter, Perigeum Auſtraliter.

Varietas igitur Latitudinum ♀ & ☿ triplici cauſâ continetur, deuiatione Deferentis ab Eclipticâ, Inclinatione Epicycli à plano Deferentis circa diametrum Mediarum Longitudinum, & eiuſdem circa diametrum Apſidum Reflexione. Ex tribus hiſce librationibus nulla ſtabilis & fixa eſt, ſed omnes mutabiles, nam inclinatio euaneſcit centro Epicycli obtinente Apogeum vel Perigeum Eccentrici, & deuiatio ac Reflexio ſunt nullæ Epicycli centro 90 vtrimque Gradibus ab Apogeo diſtante.

NVMERVS IV.

Quid de Latitudine Planetarum ſentiant recentiores Aſtronomi.

PTolemæi doctrinam & Hypotheſes Latitudinum iam expoſitas recentiores Aſtronomi non probant. Lansbergius, Keplerus, Bullialdus Terræ Motæ Hypotheſim amplexi, in quinque Planetis non aliam agnoſcunt Latitudinis cauſam præter inclinationem conſtantem Orbis Planetæ ad Orbem Magnum, ſiue planum Eclipticæ, & acceſſum receſſumque motuum Planetæ ac Terræ, atq; hiſce duobus exiſtimant omnia Latitudinum phœnomena præſtari.

ſtati. Longomontanus & Ricciolus Terræ Stantis Hypotheſi inhærentes in ♄. ♃. & ♂. contenti ſunt inclinatione conſtanti tum Eccentrici ad Eclipticam, tum Epicycli ad Eccentricum, ſic vt is ſemper maneat plano Eclipticæ parallelus: in ☿ & ♀ ſublatâ inclinatione omni Eccentrici ad Eclipticam, ſic vt vnus idemque ſint bi duo circuli, ſolam inclinationem conſtantem Epicycli ad Eclipticam agnoſcunt. Cæterùm tã Longomontanus quam Lanſbergius in ſuis deinde Tabulis Reflexionem adhibendam agnouerunt: quàm conſequenter, ipſi viderint. Ricciolus autem loco citato, varietates illas, quas Ptolemæus per deuiationem inſtabilem Eccentrici ab Eclipticâ, & Reflexionem Epicycli tueri voluit, aut incompertas adhuc, nec euidentibus obſeruationibus innixas exiſtimat, aut ſi quæ ſunt eiuſmodi, eas ſufficienter explicari tum ex diſtantiâ variâ Planetarum à Terrâ, tum à variatione radij Epicycli; tum præcipuè à iuſtiore illâ, de quâ paulò ante, inclinatione Epicycli ♀ ac ☿ ad Orbitam perpetuò iacentem in plano Eclipticæ. Atque ita quidem ſentire ſe ait du nec obſeruationes tomo 3 nondum edito adferendæ & diſcutiendæ aut ſententiam mutare cogant, aut in eâ confirment.

NVMERVS V.

De loco & motu Nodorum quinque minorum Planetarum.

§. 1. LOcus Nodi crebrâ Latitudinis obſeruatione reperitur. Latitudo autem Planetæ obſeruatur vt Fixæ cuiuſlibet: modum habes *lib.6.num.2.* Quando igitur Planetæ Latitudinem obſeruaueris modicam & decreſcentem, obſeruare porro perge per dies complures, donec Latitudinem deprehendas nullam: tunc enim Planeta erit in ipsâ interſectione Orbis ſui, cum Eclipticæ, hoc eſt in Nodo, ac proinde locus Planetæ per obſeruationem cognitus Nodi locum exhibebit.

Ex dictis autem *num.* 3. patet duplicis generis eſſe Nodos & Limites in ♀ & ☿ Ptolemaicâ Hypotheſi, videlicet Nodos Deuiationis Eccentrici ac Reflexionis Epicycli, quæ ſemper inuicem comitantur, & Nodos Inclinationis Epicycli. Anno Chriſti 140 Nodus Boreus Deuiationis ac Reflexionis à Ptolemæo ſtatuitur ♀ in ♒ Grad. 25: ☿ in ♑ Grad. 10. Nodus autem Boreus Inclinationis Epicycli ♀ in ♉ 25: ☿ in ♈ Grad. 10. Recentiores Aſtronomi, quia (vt mox dicetur) Deuiationem ac Reflexionem reijciunt, vnum ſolummodo Nodum (Inclinationis videlicet) tam Boreum quàm Auſtrinum agnoſcunt, qui tempore Ptolemæi fuerit eo Zodiaci loco, quo Ptolemæus (vt iam diximus) Nodum Inclinationis Epicycli ſtatuebat.

Præterea notandum eſt, vt habeatur locus Nodorum ♀ ac ☿, non ſufficere vt Planeta omni Latitudine careat, ſed oportere inſuper ipſum eſſe in Apogeo vel Perigeo Epicycli: nam ſolo hoc tempore locus Planetæ, adeoque & Nodi, in Zodiaco quaſi ſtabilis eſt, ita vt quotieſcumque Planeta fuerit in Apogeo aut Perigeo Epicycli Latitudinis expers, locus eius in Zodiaco futurus ſit idem quoad ſenſum, vtpote non niſi lentiſſimè in conſequentia (vt mox docebitur) prorepتans. Quando autem Planeta Latitudine caret poſitus extra Apſides Epicycli, locus eius, adeoque & Nodi, intra vnam centri Epicycli reuolutionem totum Zodiacum perambulat: quæ omnia patebunt ex *num.* 11.

Anno Chriſti 140, ex obſeruatione Ptolemæi loca Nodorum Borealium Inclinationis hæc erant:

♄	♃	♂	♀	☿
♋ Grad. 3.	♋ Grad. 1.	♈ Grad. 29. 30′.	♉ Grad. 25.	♈ Grad. 10.

Ad Annum verò Chriſti 1600 completum Nodorum Boreorum loca ex recentiorum Aſtronomorum obſeruatione fuêre ſequentia,

	Loca Nodi Borei 5. Planet. ad Ann. Chriſti 1600 compl.											
	Longomont.			Kepler.			Bulliald.			Ricciol.		
	Sig. Grad.	′.	″.	Sig. Grad.	′.	″.	Sig. Grad.	′.	″.	Sig. Grad.	′.	″.
♄	♋ 20.	23.	0.	♋. 20.	59.	59.	♋. 20.	30.	49.	♋. 20.	40.	0.
♃	♋ 6.	52.	0.	♋. 5.	25.	58.	♋. 8.	37.	23.	♋. 7.	0.	0.
♂	♉ 16.	53.	10.	♉. 16.	44.	32.	♉. 26.	44.	32.	♉. 16.	44.	30.
♀	♊ 13.	28.	41.	♊. 13.	0.	45.	♊. 14.	7.	38.	♊. 13.	30.	0.
☿	♊ 0.	36.	31.	♉. 12.	25.	22.	♉. 12.	30.	39.	♉. 12.	30.	40.

§. 2. Ex

§. 2. Ex comparatione duorum locorum, antiqui videlicet & recentis, colligetur & motus Nodorum in conſequentia & quantitas motus. Nam ſi annis 1460 (tot enim effluxere ab Anno 140 vſque ad 1600 completum) Nodus proceſſit in conſequentia ex.grat. Grad. 18: Anno vno quanto ſpatio promouebitur. Per Regulam proportionum prodibunt Scrupula, quæ Anno vno Nodus percurrit.

	MOTVS ANNVVS NODORVM V. PLANETARVM										
	Longomont.			*Kepler.*			*Bullald.*			*Ricciol.*	
	I.	*II.*	*III.*	*I.*	*II.*	*III.*	*I.*	*II.*	*III.*	*I.*	*II.*
♄	0	41	53	1	11	24	0	25	54	0	50
♃	0	13	36	0	3	29	0	24	37	0	15
♂	0	51	43	0	39	43	0	48	11	0	40
♀	0	36	0	0	46	58	0	30	8	0	40
☿	1	45	18	1	25	11	1	35	31	1	35

§. 3. Hinc nullo iam negotio locus Nodi Borei ad tempus datum reperietur, ex.gr. ad Annum 1620 completum. Interuallum temporis dati ab Epochâ (nempe Anno 1600, ad quam Radicem motus Nodorum firmauimus §. 1.) ſunt Anni 20. His quantus debeatur motus, hoc eſt quot Scrupula iſtis 20 Annis Nodus proceſſerit in conſequentia, ſcitur ex §. *præced.* Hæc Scrupula adde Radici, hoc eſt loco Nodi ad Annum 1600, (auferri debuiſſent, ſi tempus datum præcederet Epocham) prodibit locus Nodi ad tempus datum, Annum nempe 1620. Inuento autem loco Nodorum, habetur & Limitum, qui à Nodis diſtant Gradibus 90.

§. 4. Ex his apparet quantopere errauerint Ptolomæus & omnes cum eo Aſtronomi vſque ad Tychonem, putantes eodem motu cieri Nodos quo Apogea, ſic vt eamdem ſemper diſtantiam Nodi ab Apogeis retineant. Manifeſtus error euadet, ſi motus Annuus Nodorum cum motu Annuo Apogeorum [b] conferatur, hic enim illo multò eſt maior. Ptolemæum excuſat defectus obſeruationum longo tempore diſtantium. Cæteri eum cælo inconſulto ſecuti ſunt. b l.6.n.22 & 42.

§. 5. Quemadmodum fuêre olim, ita ſunt hoc etiam æuo Limites Borei ♄. ♃. ♂. in eodem Latitudinis ſemicirculo quo Apogea eorumdem. Patebit ſi loca Limitum (ſunt hæc per §. 1. nota, cùm Limites à Nodis diſtent Gradibus 90) conferantur cum locis Apogeorum *num.* 19. & 42. *lib.* 6.

§. 6. Poſtremò diſtantiam Veram centri Epicycli à Nodo & Limite Boreo ad tempus datum ſic inuenies. Inquire ad t.d. [d] motum Verum centri Epicycli, hoc eſt diſtantiam eius Veram ab ♈ initio. Inquire etiam ad t. d. diſtantiam [e] Nodi Borei ab ♈ initio. Quibus repertis, non latebit diſtantia Vera centri Epicycli à Nodo, adeoque nec à Limite. d per l.6. n.11.36 38. e per §.3. huius.

Eodem modo reperitur ad t.d. diſtantia Vera Planetæ à Nodis & Limitibus.

NVMERVS VI.

Hypotheſis recentior & vera Latitudinum ♄. ♃. ♂.

Ecliptica ſit ADBR; Eccentricus Planetæ YPQT, cuius planum productum ſit vſque ad Zodiacum in DCKR & immutabili angulo inclinatum ad Eclipticam, eamque interſecans rectâ DAR per Mundi centrum A. Epicyclus autem QFEGX ita inclinetur ad Eccentricum, vt ſemper plano Eclipticæ parallelus exiſtat. Ita fiet, vt, cùm centrum Epicycli fuerit in Nodis, Epicycli planum iaceat in plano Eclipticæ, ac proinde tum Planeta nullam habeat Latitudinem, in quocumque is exiſtat Epicycli puncto, quod phœnomena requirunt. *Fig.* 5.

Ex hoc paralleliſmo Epicycli,

Sequitur I. in quocumque Eccentrici puncto fuerit centrum Epicycli, ſectionem communem FQG, Eccentrici & Epicycli ſemper parallelam eſſe ad RD diametrum Nodorum. Patet ex 16.11. Cùm enim plana Epicycli & Eclipticæ ſint ſemper parallela, Eccentrici planum ADCR ea interſecando producit ſectiones parallelas FG & DR.

Sequitur II. Inclinationis angulum Epicycli ad Eccentricum immutabilem eſſe & æqualem Inclinationis angulo Eccentrici ad Eclipticam. Sumatur enim in communi ſectione DR punctum quoduis A, à quo in planis Eccentrici & Eclipticæ ducantur rectæ AQC, AB perpendiculares

a per def. 6.11. pendiculares ad DR. Erit [a] angulus CAB Inclinatio Eccentrici ad Eclipticam. Intelligatur deinde per rectas AC & AB agi planum vtrimque indefinitum: producet hoc ſectiones communes in Eclipticæ plano rectam prædictam AB, in plano Eccentrici rectam itidem prædictam AC; at in plano Epicycli rectam EQX; quæ, quia Epicyclus ſupponitur parallelus Eclipticæ, erit per 16.11. etiam ipſa ad AB parallela. Quare angulus CQE, ſiue AQX, b per 27.1 qui eſt Inclinatio Epicyeli ad Eccentricum, æqualis eſt angulo [b] CAB Inclinationi Eccen- d per eand. trici ad Eclipticam. Quod autem CQE ſit Inclinatio Epicycli, ſic oſtendo. Quia iam oſtenſum eſt GQ, RA parallelas eſſe, caſque ſecat CA, erunt [d] anguli CQG, CAR æquales. Sed i per cõſtr. [i] CAR rectus eſt. Ergo etiam CQG rectus. Deinde quia *ſupra* oſtendi tam EQ, BA, quàm m per 10.11. GQ, RA eſſe parallelas, anguli EQG, BAR [m] æquales erunt. Sed BAR rectus [n] eſt. Ergo n per conſtr. etiam rectus eſt EQG. Cùm igitur tam CQ in plano Eccentrici, quàm EQ in plano Epicycli ſint ad communem ſectionem GQF perpendiculares, erit [o] angulus CQE Inclinatio E- o per def. 6.11. picycli ad Eccentricum.

Hanc Hypotheſim vt phænomenis conſentaneam probant Longomontanus & Ricciolus, imò quoad æquipollentiam etiam Terræ Motæ aſſertores, Lansbergius, Keplerus, Bullialdus. Sed neque Hypoteſim ipſam, neque modum Latitudinis ſupputandæ iuxta eam cæteraue eò pertinentia horum quiſquam ſufficienter expoſuit. Et certè negotium eſt explicationis non obuiæ. Quare iſtud tam quoad praxim, quàm quoad demonſtrationem viâ diuersâ ac nouâ exequemur ſequentibus Numeris, 8. ac 9.

Quæ porro dicta ſunt num.2.*de modo ſaluandi phænomena non erit difficilè quibuſdam immutatis ad hanc Hypotheſim accommodare.*

NVMERVS VIJ.

Latitudines maximæ ♄. ♃. ♂.

REperiuntur illæ obſeruationibus frequentatis, cùm Latitudines vix ampliùs creſcunt & eò vſque continuatis, donec decreſcere rurſum incipiant: tunc enim facilè maxima diſcernitur.

Quia verò Latitudines maximarum maximæ contingunt, cùm Epicycli centrum incidit in Limites, & Planeta tenet Perigeum Epicycli, vt patet ex *num.* 1. & 2, vt obſeruari poſſint Latitudines maximarum maximæ, oportebit ſcire vtrùm ad t. d. centrum Epicycli ſit in Limite altcrutro, & Planeta in Perigeo Epicycli. Vtrumque ex præcedentibus cognoſci iam poteſt. Cùm enim ex §.1. & 2. *num.* 11. *lib.* 6. ad d.t. ſciatur diſtantia centri Epic. ab initio ♈, & per *num.* 5 §.3. diſtantia Nodi Borei ab initio ♈, non latebit diſtantia centri à Nodo Boreo, adeoque nec à Limite. Erit verò Planeta in Perigeo Epicycli ſi Anomalia Orbis ſit Grad. 180; vtrum autem ſit tanta, cognoſces ex §.4. *num.* 11. *lib.* 6.

		Latitvdines Maximæ							
		In Apogeo Epicycli				*In Perigeo Epicycli*			
		Borea		*Auſtrina*		*Borea*		*Auſtrina*	
		Grad.	*l.*	*Grad.*	*l.*	*Grad.*	*l.*	*Grad.*	*l.*
Longom.	♄	2	17	2	17	2	49	2	49
	♃	1	7	1	7	1	39	1	39
	♂	1	9	1	4	4	31	6	47
Ricciolus	♄	2	18	2	14	2	48	2	53
	♃	1	12	1	10	1	44	1	47
	♂	1	9	1	4	4	32	7	9

Latitudines maximæ reperiri etiam poſſunt ſupputatione Geometricâ, vt patebit ex *Caſu* 2. *num.* 9.

NVMERVS VIII.

Inclinationem Eccentrici ♄. ♃. ♂. ad Eclipticam inuenire.

Fig. 9. CEntrum Mundi eſto A; Ecliptica ADBR; Eccentricus Planetæ YPQT, cuius planum productum vſque ad Zodiacum ſit ADCR, interſecans planum Eclipticæ recta DR

per

per Mundi centrum A. Nodi ſint D, R; Limes Boreus C, qui biſecat [a] ſemicirculum DCR. Centrom Epicyeli ſit in Q ſub Limite C, in radio nimirum AC. Per AQC & Polum Eclipticæ ADBR agatur Latitudinis circulus; efficiens in plano Eccentrici ſectionem AQC, in plano Eclipticæ ſectionem AB, in plano Epicycli ſectionem LQM; quæ, quod Epicyclus ſemper [b] æquidiſtet plano Eclipticæ ADBR, erit parallela ad AB per 16.11. Hic circulus [c] erit rectus plano Eclipticæ, & eum eius peripheriâ rectos vtrimque faciet angulos; ac proinde arcus eius CB inter Eccentrici & Eclipticæ plana interceptus, eſt Diſtantia Limitis C ab Eclipticâ, ſiue Eccentrici ab Eclipticâ Declinatio maxima. Angulus autem CAB, quem arcus CB metitur, eſt Inclinatio Eccentrici ad Eclipticam: quod ſic oſtenditur. Quoniam circulus Maximus, (qui produxit ſupra ſectiones AQC, AB, LQM) biſecabat ſemicirculum RCD, & tranſibat per Polos Eclipticæ, etiam huius [c] biſecuit ſemicirculum RBD, in B. Quare tam BA, quàm CQA perpendiculares ſunt communi ſectioni DAR, ae proinde CAB angulus [d] eſt Inclinationis Eccentrici & Eclipticæ. Pari modo CQL, ſiue AQM eſt [o] Inclinationis angulus Epicycli ad planum Eccenrriei ARQCPD; qui, quod LQM, BA *ſupra* oſtenſæ ſint parallelæ, æqoalis eſt ipſi CAB. His poſitis,

a *defin.* 5. & 4 *num.* 48. *lib.* 2.
b *per nu.* 6.
c *per num.* 68. *lib.* 2.
c *colligitur ex num* 71. *lib.* 2
d *per def.* 6. 11.
o *oſtendi num.* 6.

Oporteat inuenire arcũ BC, ſiue angulũ Inclinationis CAB. Inquiratur tempus quo Planeta fuit vel futurus eſt in Epicyeli Apogeo L, vel Perigeo M, & centrum Q Epicycli ſub Limite alterutro C: quod quidem ex præcedentibus ſciri iam poteſt: nam locus Planetæ in Epicyclo ad quoduis tempus reperitur per §.4. *num.* 11 *lib.* 6, & ex §.6. *num.* 5. *huius Libri* cognoſcitur diſtantia centri Epicycli à Limite alterutro: ex quibus per methodum *lib.* 4. *num.* 12 traditam, quæſitum obtinebitur. Ad tempus igitur quo cognoueris Planetam eſſe in Perigeo Epicycli M, & Epicycli centrum Q ſub Limite C, reperi Epicyeli [i] radium QM, & diſtantias à centro Mundi, Planetæ [m] quidem MA, centri [n] Epicycli QA. In triangulo igitur QAM ex tribus lateribus notis innoteſcet [r] angulus MQA; cui cùm ob parallelas LQM, BA, æqualis ſit CAB, etiam hic notus erit: quod petebatur. Eodem modo quæſitum obtinebitur, ſi Planeta ſit in L Apogeo Epicycli.

i *per* §.3. *n.* 11 *lib.* 6.
m *per* §. 4. *ibid.*
n *per* §. 2. *ib.*
r *per probl.* 8 *cap.* 3. *Geom. pract.*

	INCLINATIO ECCENTRICI AD ECLIPTICAM					
	Longomont.			*Ricciol.*		
	Gr.	*l.*	*ll.*	*Gr.*	*l.*	*ll.*
♄	2	31	0	2	31	0
♃	1	19	15	1	25	0
♂	1	50	0	1	50	30

Corollarium.

Ex Declinatione Eccentrici maximâ CB iam inuentâ (ea enim non differt ab Inclinatione planorum Eccentrici & Eclipticæ) reperietur cuiuſuis puncti K Declinatio KV ab Eclipticâ, ſiue angulus KAV, eo modo quem tradidi *lib.* 2. *num.* 63. & 64. ſed nota eſſe debet KC diſtantia puncti à limite C.

NVMERVS IX.

Latitudinem Apparentem ♄.♃.♂. *ad datum tempus Geometricè ſupputare.*

CEntrum Terræ eſto A; Ecliptica ADBR; Eccentrici centrum Y; Eccentricus ipſe YPFT, cuius Planum productum ad Zodiacum vſque ſit APDCRT; Nodi D, R; Limes alteruter C. *Fig.* 9.

Ad tempus datum inquire diſtantiam [a] Veram Planetæ à Nodis ac Limitibus, & Anomaliam [b] Orbis, ſiue Planetæ diſtantiam ab Apogeo Epicycli.

CASVS I. Si Epicycli centrum reperiatur in alterutro Nodo, nullam habebit Latitudinem [o] Planeta, in quocumque fuerit Epicycli puncto.

a *per* § 6. *num.* 5.
b *per nu.* 11. *lib* 6.
o *per nu.* 6.

CASVS II. Si Epicyeli centrum Q reperiatur ſub Limite alterutro C, & Planeta ſit in Epicycli Apogeo L, vel Perigeo M, agatur per A centrum Terræ, Limitem C, & Polum Eclip-

b Hyp. n. 6. c per 16. 11. x oſtenſum num. præc.

ticæ planum, ſiue circulus Latitudinis, qui tranſibit etiam per Q centrum Epicycli, adeóque & per Apſides L, M; producet autem in plano Eccentrici ADCR ſectionem AQC, in plano Eclipticæ ADBR ſectiunem AB, in plano Epicycli ſectionem LQM, quæ ob [a] parallcliſmum perpetuum Epicycli cum Ecliptica erit ad AB [c] parallela. Arcus itaque CB circuli Latitudinis inter Eccentrici & Eclipticæ plana inteteeptus, angulusque, quem metitur CAB, eſt Inclinatio [x] Eccentrici ad Eclipticam, ſiue Eccentrici ab Ecliptica Declinatio maxima, adeóque per *n. præc.* notæ & ſi ducantur rectæ ALX, AM, centroque A arcus LH, MN, erunt tam hæ quàm illi in circulo ſiue plano Latitudinis, ac proinde arcus LH, MN, ſiue anguli LAH, MAN, metiuntur diſtantiam à plano Eclipticæ, hoc eſt Latitudinem Apparentem Planetæ poſiti in L, vel M. Hanc igitur inuenire oportet.

t per §. 4. n. 11. lib. 6. u per §. 2. ibid. d oſtenſum ſupra. i per 27. 1. m per num. præc. n per 13. 1. f per prob. 11 c. 3. Geom. pract.

Inquire ad tempus datum à Terræ centro diſtantiam LA [t] Planetæ, & QA centri [u] Epicycli. Quia LM parallela [d] eſt BA, anguli CQL, [i] CAB æquales ſunt. Atqui CAB [m] notus eſt. Ergo etiam notus CQL, adeoque [n] & LQA. In triangulo igitur QAL, ex notis lateribus LA, QA, & angulo LQA, [f] reperietur QAL, ſiue CAX: quo dempto ab angulo iam noto CAB, notus relinquitur XAB, ſeu LAH Latitudo Planetæ exiſtentis in Epic. Apogeo L.

Pari modo ſi Planeta ſit in Perigeo M; ad t. d. inuentis MA diſtantiâ Planetæ, & QA diſtantiâ centri Epic. in triangulo MAQ ex notis lateribus QA, MA, & angulo noto MQA (eſt enim ob parallelas LQM, AB, par angulo QAB, ſeu CAB noto per *num. præc.*) reperietur MAQ; quo addito ad notum CAB, totus MAB, ſiue MAN notus erit, Latitudo videlicet Planetæ exiſtentis in M.

Hoc caſu exhibentur Latitudines maximæ independenter ab obſeruatione, quæ ſi conueniant cum Latitudinibus maximis per obſeruationem acquiſitis *num. 7.* veritas Hypotheſeos confirmabitur.

Fig. 6.

Casvs III. Si Epicycli centrum Q reperiatur ſub Limite alterutro C, Planeta verò extra Apſides L, Z, in alio quocumque puncto I; agatur per A centrum Terræ, per I centrum Planetæ, & per Polum Eclipticæ circulus, ſiue planum Latitudinis, efficiens in plano Eccentrici ſectionem AK, in plano Eclipticæ ſectionem AV, in plano Epicycli ſectionem IM, quę ob [t] parallelismum Epicycli ad Eclipticam erit ad AV [o] parallela. Itaque ſi ducatur recta AIX, & ex centro A arcus IH, liquet arcum IH, ſiue angulum IAH eſſe Latitudinem Planetæ exiſtentis in I. Hunc igitur inuenire oporteat.

t vide hyp num. 6. o per 26. 11

Communis ſectio planorum Epicycli & Eccentrici ſit recta infinita FQG. Quia rectæ IM, KA ſunt ambæ in plano circuli Latitudinis, & vna IM parallela ad VA, neceſſe eſt IM ſecare AK. Rurſum quia IM, GF ambæ ſunt in plano Epicycli, neceſſe eſt IM ſecare GF. Quare cùm IM ſecet tam AK, quàm GF, quarum vtraque eſt in plano Eccentrici, ipſa verò IM occurrat plano Eccentrici in vno tantùm puncto rectæ GF, manifeſtum eſt IM ſecare ipſas AK, GF, in vno eodemque puncto O: quod quidem requiri ad quæſitum obtinendum ex ſequentibus apparebit. Deinde, quia AK eſt in plano Latitudinis ducto per Planetam I, liquet arcum KC, ſiue angulum KAC, vel OAQ eſſe Æquationem Orbis ad t. d. quæ innoteſcet per § 4. *num.* 11. *lib.* 6. In triangulo igitur OQA rectangulo ad Q quia notus eſt acutus OAQ, nota fiet ratio [a] laterum OA, QA. Sed latus QA diſtantia centri Epicycli à centro Terræ ad t. d. nota fit in partibus radij Eccentrici YQ per §. 2. *num.* 11. *lib.* 6. Ergo in iiſdem partibus etiam nota erit OA. Sed in iiſdem nota quoque fit IA diſtantia Planetæ à centro Terræ per §. 4. *num.* 11. *lib.* 6. In trigono igitur OAI nota ſunt latera OA, IA. Vlteriùs cùm notus iam ſit arcus KC, vtpote Anomalia Orbis, reperietur per *Coroll. præc. num.* arcus KV circuli Latitudinis ducti per Planetam I, inter plana Eccentrici & Eclipticæ interceptus, qui eſt Declinatio puncti K ab Ecliptica; ac proinde etiam angulus KAV notus erit. Quia verò IM eſt parallela ad VA, erit angulus KOI [p] æqualis noto angulo KAV, adeoque etiam KOI notus eſt. Ergo [q] notus quoque IOA. In triangulo igitur OAI ex notis lateribus OA, IA, & angulo IOA reperietur [x] angulus OAI, ſeu KAX: quo dempto ab angulo noto KAV, notus relinquitur XAV, ſeu IAH Latitudinis angulus Planetæ exiſtentis in I.

a per prob. 1 cap. 1. Geo. pract. p per 27. 1. q per 13. 1. x per probl. 11. cap. 3. Geom. pract.

Quod ſi Planeta ſit in inferiori parte Epicycli, puta in M, ductâ rectâ AM, & ex centro A arcu MN, Planetæ Latitudo Apparens erit arcus MN, ſeu angulus MAN, qui eodem modo reperietur. In triãgulo quippe ANM ob parallelas IQM, VA, angulus MOA par [r] eſt noto iã angulo VAO, ſeu VAK, adeóque etiam ipſe notus; & latus OA, notum fit vt ſupra, latus autem MA diſtantia Planetæ nota fit per §. 4. *num.* 11. §. 6. Ex his igitur [s] reperitur angulus MAO; quo addito ad notum OAV, ſeu KAV, totus MAV, ſeu MAN notus erit.

r per 27. 1. s per probl. 11. cap. 3. Geo. Pract. Fig. 7.

Casvs IV. Si Epicycli centrum Q reperiatur extra Nodos & Limites, Planeta autem in Epicycli Apogeo vel Perigeo; agatur per A & Q, & Polum Eclipticæ circulus Latitudinis: tranſibit hic per Epicycli Apſides L, M, facietque in plano Eccentrici ſectionem AK, in plano Eclipticæ ſectionem AV, in plano Epicycli ſectionem IQM, quæ ob paralleliſmum perpetuum

petuum Epicycli ad Eclipticam rurſum erit [a] parallela ad AV. Ductis igitur rectis ALX, AM, erunt LAH, MAN anguli Latitudinis Planetæ poſiti in Epicycli Apogeo L, vel Perigeo M; quos inuenire oportet. *a per 16.11*

Quoniam K eſt locus Verus centri Epicycli Q, diſtantia Vera eiuſdem centri à Limite C erit arcus KC, qui notus fit per §.6.*num.* 5. Quâ cognitâ, etiam arcus KV Declinatio puncti K ab Eclipticâ, angulusque KAV, per *Corol. Num. præc.* innoteſcet. Deinde quia LM, AV ſunt parallelæ, erit angulus KQL par noto iam angulo KAV, adeóque etiam ipſe KQL notus eſt. Ergo notus eſt quoque LQA. Quare ſi ad t.d. reperiantur diſtantiæ à centro Terræ, LA [a] Planetæ, & QA [b] centri Epicycli, in triangulo QLA ex lateribus LA, QA, & angulo LQA innoteſcet [c] angulus QAL, ſeu KAX: quo dempto ab angulo noto KAV, notus relinquitur XAV, ſeu LAH Latitudo Planetæ exiſtentis in Apogeo L. Similis erit proceſſus in Perigeo. *a per §.4 n. 11.lib.6. b per §.2. ibid. c per probl. 11.cap.3. Geom.pract.*

Casvs V. Si Epicycli centrum Q reperiatur extra Nodos & Limites, & Planeta extra L, M abſides Epicycli, ex.gr. in I; agatur per A, & I, & Eclipticæ Polum circulus Latitudinis producens in plano Eccentrici ſectionem AK, in plano Eclipticæ ſectionem AV, in plano Epicycli ſectionem IM, quæ ob paralleliſmum Epicycli ad Eclipticam eſt ad AV parallela, & ambas AK, FG interſecat in vno eodemq; puncto O, quod oſtenditur vt *ſupra in Caſu* 3. Itaque ſi ducatur recta AIX, erit XAV, ſiue IAH angulus Latitudinis Planetæ exiſtentis in I, quem reperiemus hunc in modum. *Fig. 8.*

Ex A Terræ centro per centrum Epicycli Q ducatur ad Zodiacum recta AQΦ deſignans locum Verum φ centri Epicycli. Liquet igitur ΦC eſſe diſtantiam Veram centri Epic. à Limite C, & KC eſſe diſtantiam Veram Planetæ ab eodem: quæ ambæ fiunt notæ per *num.* 11.*lib.6.* Cùm igitur noti ſint arcus ΦC, KC, etiam anguli φAC, KAC, ſiue QAω, OAω erunt noti. Producatur iam GF communis ſectio Epicycli cum Eccentrico in ω. Quia GFω parallela [d] eſt ad RA, anguli CωG, CAR æquales ſunt. Sed CAR rectus eſt. Ergo rectus eſt CωG. In triangulo igitur rectangulo QωA nota eſt ratio [i] QA, ad ωA, & in triangulo rectangulo OωA nota eſt ratio OA ad eandem ωA. Quare etiam ratio QA ad OA nota erit. Atqui QA diſtantia centri Epicycli à centro Terræ nota fit in partibus radij Eccentrici Yβ per §.2.*num.* 11.*lib.6.* Ergo etiam OA in iiſdem partibus nota fiet. In iiſdem quoque partibus per §.4.*num.* 11.*lib.6.* nota fiet IA diſtantia Planetæ à Terrâ. In triangulo igitur OIA nota habentur latera duo OA, IA. Iam quia notus eſt arcus KC diſtantia puncti K à Limite C, repetietur per *Corol. num. præc.* arcus KV Declinatio puncti K ab Eclipticâ, adeoque notus eſt angulus KAV. Et quia IOM parallela eſt AV, angulus KOI par eſt noto angulo KAV, ideoque & ipſe notus eſt. Ergo etiam notus IOA. Cùm igitur in trigono OIA nota ſint latera OA, IA cum angulo IOA, non latebit [m] angulus OAI, ſeu KAX: quo dempto ab angulo noto KAV, notus relinquitur XAV, ſiue IAH Latitudo Planetæ exiſtentis in I. *d oſtendi num.6. i per probl.3 cap.3 Geo. Pract. m per probl. 11.cap 3. Geom.Pract*

Reliqui caſus ex his quinque præcipuis non difficulter conſtruentur.

NVMERVS X.

Hypotheſis recentior & vera Latitudinum ☿ ac ♀.

CApetur tempus quo Planeta careat Latitudine exiſtens in Epicycli Apogeo vel Perigeo: tunc enim erit Planeta in Nodo. Quare ſi tum obſeruetur locus Planetæ Verus in Zodiaco, etiam locus Nodi innoteſcet. Nodus porro erit Borealis, ſi tempore mox ſubſequenti Latitudinem Planeta acquirat Borealem; Auſtralis, ſi Auſtralem. Vtrùm autem Planeta ſit in Apſidibus Epicycli, cognoſcitur ex *num.* 50.*lib.6.* vtrùm careat Latitudine, ex *num.* 1. *eiuſdem Libri.*

Eſto igitur Ecliptica ANωΦπ, eiuſque ac Terræ centrum A; loca Nodorum iam inuenta ſint N, Φ, per quæ ducatur diameter NΦ, ſitque Boreus N, Auſtrinus φ. Hos lentiſſimè in conſequentia moueri, vt *num.* 5. vidimus, compertum eſt, quos propterea *Nodos Stabiles* nominabo ad diſtinctionem aliorum, de quibus *num. ſeq.* qui mutantur mouenturque celerrimè. Deſcribatur deinde Eccentricus Planetæ λHGRP occurrens Nodorum diametro in H & R, qui totus iaceat in plano Eclipticæ. Tum varijs locis Eccentrici H, R, item, F, G, P deſcribantur Epicycli QCOB, SDEK, IOZQ, QBOC, ωQβO, ad planum Eccentrici ac Eclipticæ (eſt enim vnum atque idem vtriuſque) immutabili angulo inclinati, ſic vt ſemicirculi LCQ, EOS, IOZ, QBO, ωQβ declinent ad Septemtrionem, nempe versùs Lectorem, reliqui verò ſemicirculi versùs Auſtrum; & communes eorum ſectiones cum pla- *Fig. 11.*

no Eclipticæ, ſeu Eccentrici SE, ZI, βα ſint ſemper Nodorum diametro NHRφ parallelę. Vt verò hæc Epicycli Inclinatio faciliùs concipiatur, deſcripti ſunt ex iiſdem centris in plano Eccentrici & Eclipticæ circuli OVQY, EMSϑ, IXZT, QYOV, αTβX.

Tres igitur huius Hypotheſeos ſunt leges præcipuæ: vt Eccentricus ſit in plano Eclipticæ: vt Epicyclus ad Eclipticæ planum conſtanti angulo inclinetur: vt Epicycli & Eclipticæ communis ſectio ſemper lineæ Nodorum Stabilium æquidiſtet. Quæ verò ex his proprietates conſequantur, deinceps videamus.

NVMERVS XI.

Proprietates huius Hypotheſeos & cum phænomenis conſenſio.

Fig. 9. Propr. I. QVotieſcumque Planeta fuerit in punctis O, vel Q; E vel S; I vel Z &c. quibus Epicycli peripheria occurrit Eclipticæ, ſiue id contingat in lineâ Nodorum Stabilium NAφ, ſiue extra eam, omni Latitudine Planeta carebit. Quare interſectiones illas meritò etiam Nodus appellabimus, ſed Mobiles, vt mox apparebit. Et quidem Nodus Mobilis Boreus ille erit, à quo digrediens Planeta Latitudinem acquirit Borealem; Auſtrinus verò, à quo recedens Auſtralem conſequitur.

Propr. II. Ex conſtanti & nunquam mutabili Inclinatione Epicycli fit, vt quamuis Epicycli centrum fuerit in diametro Nodorum Stabilium φN, ſi extra Epicycli Abſides O, Q verſetur Planeta, is nihilominus Latitudini ſit obnoxius: id quod in ♄, ♃, ♂ non contingit, quia horum Epicycli centro conſtituto in Nodorum diametro, planum Epicycli iacet in plano Eclipticæ vt ex *num. 6.* patet.

Propr. III. Nodi Mobiles anni ſpatio totum Zodiacum perambulant: ſequuntur enim
a per § 2. n. motum Epicycli, cuius centrum abſoluit Zodiacum [a] cum Sole.
19. lib. 6. Hinc fit vt *Venus & Mercurius* Latitudine careant non ſolùm cùm exiſtunt ſub Nodis Stabilibus N, φ, ſed ſub aliis etiam diuerſiſſimis Zodiaci punctis, quibus pro tempore ſubſunt Nodi Mobiles. Atque hæc eſt inſignis differentia Planetarum horum à tribus reliquis, qui reperiuntur Latitudinis expertes non niſi in duobus Zodiaci punctis oppoſitis, & quoad ſenſum ſemper iiſdem, vtpote lentiſſimè ſolùm in conſequentia proreptantibus.

Propr. IV. Cùm Epicycli centrum ſubeſt Nodo Stabili Boreo N, Nodus Mobilis Boreus O eſt ipſum Epicycli Apogeum L. At centro Epicycli à Nodo Stabili recedente in conſequentia Zodiaci, tantundem quoque Nodus Mobilis Boreus ab Apogeo Epicycli recedit in præcedentia Epicycli, ac proinde eodem tempore abſoluit Epicyclum in præce-
a per § 2. n. dentia, quo centrum abſoluit Zodiacum in conſequentia, hoc [a] eſt ſpatio Anni Solaris.
19. lib. 6. Ponatur Epicycli centrum proceſſiſſe ex H in F. Per A centrum Eclipticæ, & F centrum Epicycli agatur planum rectum Eclipticæ plano, efficiens in plano Eclipticæ ſectionem ATFXϑ, in plano Epicycli inclinati rectam OFQ. Apogeum Epicycli eſt O, ſed reductum ad planum Eclipticæ eſt X, ſeu ϑ: ſimiliter Perigeum eſt Q, ſed reductum ad Eclipticæ planum eſt T. Liquet igitur cùm centrum Epicycli à Nodo Stabili Boreo N receſſit in conſequentia Zodiaci quantitate arcus Nϑ, Nodum Boreum Mobilem E receſſiſſe ab Epicycli Apogeo reducto X in præcedentia Epicycli quantitate XE, qui ſimilis eſt ipſi Nϑ: cum enim SFE communis ſectio Epicycli cum Eclipticæ plano ex lege Hypotheſeos ſemper æquidiſtet
a per 27. 1. diametro Nodorum Stabilium φN, æquales erunt [a] anguli XFE, ϑAN, adeóque [b] etiam ar-
b per corol. cus ſimiles XE, ϑN.
p 33. 6. Atque hoc ſemper eueniet. Quare vbi centrum Epicycli confecto ſemicirculo fuerit in R, etiam Nodus Boreus Mobilis Q ab Epicycli Apogeo O diſtabit ſemicirculo OBQ, ſeu OYQ. Cùmque Epicycli centrum à Nodo Boreo Stabili N receſſerit in conſequentia Zodiaci arcu Nωφϱ, etiam Nodus Boreus Mobilis α ab Epicycli Apogeo reducto X receſſit in præcedentia Epicycli arcu XβTα, qui rurſum ſimilis eſt ipſi ϱφωN: cùm enim communis ſectio αPβ ſit parallela ad NAφ, anguli XPβ, ϱAφ æquales erunt, adeóque & arcus ſimiles Xβ, ϱφ, quibus cùm addideris ſemicirculos φωN, βTα, toti XβTα, ϱφωN ſimiles erunt. Poſtremò Epicycli centro reuerſo in H ad Nodum Boreum Stabilem N, etiam Nodus Boreus Mobilis L rediit ad Epicycli Apogeum O.

Propr. V. Itaque Nodi Mobiles duplici cientur motu, vno per Zodiacum in conſequentia, altero per Epicyclum in præcedentia, & periodus vtriuſque Annuo ſpatio terminatur. Patet ex 3, & 4.

Propr. VI. Ex mobilitate illâ Nodorum in Epicyclo per demonſtrationem colligitur periodus Latitudinis, ſiue tempus quo ☿ & ♀ redeunt à Nodo ad eundem, prorſus æquale

illi

illi, quod ex obſeruatione deprehenditur, in ♀ nimirum Dier. 224. H. 17.46′; in ☿ D. 87. H. 23.14′: quæ quidem longè pulcherrima eſt huius Hypotheſeos comprobatio. Vtrumque Planetam vnâ demonſtratione complectar.

Epicyclus ♀ aut ☿ eſto ADBN; recta AB ſectio communis planorum Epicycli & Eclipticæ; Nodi Mobiles A, & B. Statuatur Planeta in Nodo A. Ex *num.* 48. *l.* 6. habemus ♀ abſoluere Epicyclum in conſequentia Dieb. 583. H. 22.10′: ☿ verò Dieb. 115. H. 21 3′.30″. At ex *Proprietate* 4. huius Hypotheſeos Nodus Mobilis tam ♀ quàm ☿ abſoluit Epicyclum in præcedentia eodem tempore quo Epicycli centrum abſoluit Zodiacum, hoc eſt ᶜ Anni ſpatio, Diebus videlicet 365. H. 5.48′.41″. Sit igitur CE tempus quo Planeta abſoluit Epicyclum, & EF tempus quo eumdem abſoluit Nodus. Cùm igitur nota ſint tempora, quibus hinc Planeta, inde Nodus eumdem Epicyclum abſoluunt, etiam celeritas vtriuſque nota erit, nimirum erit celeritas Nodi ad celeritatem Planetæ vt reciprocè tempus CE, quo Planeta abſoluit Epicyclum, ad tempus EF, quo eumdem abſoluit Nodus. Iam quia Planeta & Nodus ſimul digreſſi ex A, hic (nempe Nodus) fertur in præcedentia Epicycli versùs N, ille in conſequentia versùs D, neceſſe eſt ſibi inuicem in puncto quopiam occurrant, puta in D. Planeta igitur, abſoluto arcu AD, abſoluit vnam Latitudinis periodum, hoc eſt à Nodo rediit ad eumdem. Et quoniam eodem tempore Nodus percurrit arcum AND, quo Planeta arcum AD, erit AND ad AD vt celeritas Nodi CE ad celeritatem Planetæ EF: & componendo erit circulus totus ad arcum AD, vt CF ad EF. Quare cùm huius analogiſmi tres termini, nempe circulus, ſiue Grad. 360, CF, EF, ſint noti, etiam quartus, nempe arcus AD, quot Graduum ſit ᵒ innoteſcet. Cùm igitur totum Epicyclum, nempe Grad. 360 abſoluat Planeta tempore CE: Gradus notos arcus AD, hoc eſt (vt oſtendi *ſupra*) vnam Latitudinis periodum, quanto tempore abſoluet? Per Regulam prop. prodibunt pro ♀ Dies 224. H. 17. 46′; pro ☿ Dies 87. H. 23.14′, tanta videlicet vtraque, quanta obſeruando deprehenſa eſt. Fig. 10. ᶜ per §. 2. n. 29. l. 6. ᵒ reg. proport.

Nihil horum vel Longomontanus qui Hypotheſim illam propoſuit, vel Ricciolus qui eamdem amplexus eſt attigêre, hoc dixiſſe vnum contenti, Epicyclum conſtanti angulo ad commune Eccentrici & Eclipticæ planum inclinari ſecundum ſectionem ⁿ SE Nodorum lineæ NΦ perpetuò parallelam, vim omnem ac theoriam Hypotheſeos inexplicatam relinquentes. Quod attinet ad ſupputationis Latitudinum, ſeu praxim, ſeu theoriam, neque illam ex Authoribus iſtis ſtudioſi intelligent. Quare etiam hanc Numeris 12. 13. 14. 15. *pari diligentiâ demonſtrabimus, ſi priùs adhuc pauca quædam circa naturam Hypotheſeos notauerimus.* ⁿ Fig. 9.

Propr. VII. In primis igitur notanda occurrit inſignis rurſum inter ♀ ac ☿ & tres ſuperiores differentia, quæ ex iam demonſtratis deducitur: nimirum quod reuolutio Latitudinis in ♀ & ☿ ſit multò breuior reuolutione centri Epicycli, in ♄ autem ♃ & ♂ ſit æqualis quoad ſenſum, vt patet ex *Phæ.* 6. *num.* 1. *&* ex §. 2. *num.* 2.

Propr. VIII. Periodus Latitudinis in ♀ & ☿ non ſolùm quantitate differt à Periodo centri Epicycli, ſed etiam à Periodo, ſeu reuolutione Planetæ in Epicyclo. Patet ex *Propr.* 6. & ratio eſt motus Nodorum Epicycli iam expoſitus.

Propr. IX. Tempus Latitudinis Borealis æquale eſt tempori Latitudinis Auſtralis, quia linea Nodorum Mobilium (SE) tranſit per centrum Epicycli, qui eſt Orbita Latitudinis. In ♄. ♃. ♂. rursùs contrarium accidit, vt patet *ex phæn.* 1. *num.* 1. *&* ex §. 1. *num.* 2. Fig. 11.

NVMERVS XII.

Inclinationem Epicycli ♀ ac ☿ ad commune Eccentrici & Eclipticæ planum, inuenire.

Eclipticæ planum eſto ANωΦπ, eiuſque ac Terræ centrum A; planum Eccentrici λHGRP iacens in Eclipticæ plano; Nodorum Stabilium loca N, Φ, eorumque diameter NAΦ. Ad hanc ſit diameter alia perpendicularis ωAπ occurrens peripheriæ Eccentrici in G & ψ. Centro G deſcribatur Epicyclus IOZQ communi Eclipticæ & Eccentrici plano inclinatus, ſectionem in eo producens IGZ, Nodorum diametro NΦ parallelam. Agatur deinde planum per rectam AGω perpendiculare Eclipticæ plano, producens in plano Epicycli inclinato rectam OGQ. Liquet O eſſe Epicycli Apogeum, Q verò Perigeum, & ſi ducatur recta AO, eam eſſe in dicto plano ad Eclipticam perpendiculari. Iam quia IZ æquidiſtat rectæ NΦ, & angulus ωAN *per conſtr.* rectus eſt, etiam ωGI rectus erit, ideoque recta IG ᵃ exiſtens in plano Eclipticæ perpendicularis eſt ad AGω communem ſectionem planorum AOω & Eclipticæ ad ſe inuicem ᵃ rectorum. Igitur quoque IG eſt recta ᵇ ad planum AOω. Ergo IG etiam recta ᶜ eſt ad GO, quæ *per conſtr.* poſita eſt in plano AOX. Cùm igitur IGZ Fig. 11. ᵃ per 38. 11. ᵇ per def. 4. 11. ᶜ per def. 3. 11.



…as GO, Gω in planis v-
…Eclipticæ.
…ei locus N, etiam no-
…ergo tempus quo ſimul
…eo O. Vtrumque præ-
…obtento, ad tempus il-
…Planetæ & GA centri
…angulus OGA, quo
…Eclipticam. Idem ob-
…angulo AGQ ex tri-
…cetur tempus quo ſi-
…in puncto ♆ diſtan-
…prorsùs operis tor-

…quam, quâ ſcrutad





…datâ eorum

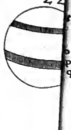
…catum ſemicircu-
…d BC ſectionem
…es AO, DA. An-
…plano AOD de-
…AD ſint æquales,
…r *num. præced.* et-
…aris eſt ad vtram-
…eſt Polus arcus
…OD notus ſit, et-

17

…CQ à Nodis Mo-
…rectum Eclipti-
…ns plano Eclipti-
…o puncti Q à pla-
…lano ABDC, an-
…ad E, ex ſuperiùs
…QE. Declinatio



22



…tum, inuenire.

…o Nodi Stabilis N,
…pogeum Verum O,
…quo hîc licebit aſſu-
mere

mere OE modiciſſimè differentem) ſimilis eſt arcui N☊. Sed hic iam eſt notus. Ergo etiam notus eſt OE: quo ſubtracto à toto circulo, nota erit OSKE diſtantia Nodi Borei E ab Apogeo O, numerata ab O in conſequentia Epicycli. Reperiatur [b] deinde ad tempus datum Anomalia Orbis Vera, hoc eſt diſtantia Planetæ ab eodem Apogeo O, quæ etiam ipſa ab O in conſequentia Epicycli numeratur. Cùm igitur notæ ſint diſtantię ab Apogeo O, tam Nodi E, quàm Planetæ, etiam Planetæ à Nodo E diſtantia innoteſcet, quæ petebatur.

b *per n. 50. lib 6.*

NVMERVS XV.

Latitudinem ♀ & ☿ ad datum tempus Geometricè ſupputare.

ECcentricus eſto YHPR iacens in plano Eclipticæ; centrum Terræ A; Nodus Boreus Stabilis H, Auſtrinus R. Centrum Epicycli ad datum tempus exiſtat ex. gr. in P; quo centro deſcribe Epicyclum PBDCN, qui ſit ad commune Eccentrici & Eclipticæ planum inclinatus, illudque ſecans rectâ BPC parallelâ ad HR, & ſint Nodi Mobiles, Boreus B, Auſtrinus C. Eodem deinde centro P deſcribatur in plano Eclipticę circulus Epicyclo æqualis PBECM. *Fig. 12.*

Quibus ita conſtitutis, reperi ad tempus datum diſtantiam [b] Planetæ à Nodo Boreo Mobili B: ſi nullam reperias, Planeta erit in Nodo Boreo B, & Latitudine carebit; ſi Graduum 180, Planeta erit in Nodo Auſtrino C, & rurſum carebit Latitudine. Quod ſi minorem repereris Gradibus 180 vel maiorem, ea ſit ex. gr. BD, 130 Graduum. Per P centrum Epicycli & D centrum Planetæ agatur planum PDE rectum plano Eclipticæ, producens in eo ſectionem PE, & in Epicyclo ſectionem PD. Tum centro P interuallo PD, PE (ſunt enim æqualia, vtpote radij æqualium [c] circulorum) deſcribe arcum DE in plano PDE, qui erit Declinatio puncti D à plano Eclipticæ. In plano eodē PDE ex D demitte DO perpendicularem ad PE ſectionem communem cum plano Eclipticæ. Erit hæc Sinus arcus DE, & ſimul erit perpendicularis ad [d] Eclipticæ planum. Iam quia inuentus eſt arcus BD, adeoque & DC notus eſt, per *num.* 13. innoteſcet arcus Declinationis DE. Quare dabitur & Sinus eius DO. Ducantur igitur ex Terræ centro rectæ AD, AO: eritque AO in plano Eclipticæ: & quia planum ADO tranſit per DO perpendicularem plano Eclipticæ, etiam planum ADO ad Eclipticæ planum [i] perpendiculare erit, ac proinde ipſum eſt planum Latitudinis Planetæ, angulusque DAO Latitudinem Apparentem, ſeu Veram Planetæ metitur. Inquire igitur ad tempus datum [m] Planetæ à centro Terræ diſtantiam DA. In triangulo ADO quia rectus eſt angulus DOA, & latera iam ſunt inuenta AD, DO, ex his repetietur [n] Latitudinis angulus DAO, qui petebatur.

b *per n. 14*
c *per conſtr.*
d *per def. 4. 11.*
i *per 18. 11.*
m *per num. 36 & 38. l. 6.*
n *per probl. 4. cap. 3. Geo pract.*

	♀ & ☿ *Latitudines maximæ.*			
	Longomont.		Ricciol.	
	Grad.	*M.*	*Grad.*	*M.*
♀	9	2	9	9
☿	3	32	4	44

Latitudo *Veneris* maxima enormis eſt. Hinc factum vt eam Tycho prope coniunctionem Perigeam viderit in Horizonte Danico, cùm haberet Latitudinem Graduum ferè nouē.

CAPVT II.

De Directione, Stationibus & Retrogreſſione minorum quinque Planetarum.

PLanetas quinque Minores ita Zodiacum percurrere vt modò progredi ſecundùm ordinem Signorum videantur, modò contra ordinem Signorum retrogredi, & quaſi iter relegere, modò ſtare ac hærere in eodem Zodiaci loco, perpetuà obſeruatione compertum eſt. Subtilis pariter ac iucunda huius phœnomeni contemplatio eſt; cuius proinde hoc capite theoriam & cauſas cæteraque eò pertinentia pari, quo præcedentia, ſtudio exponemus.

NVMERVS XVI.

Definitiones.

Fig. 13. ZOdiacus eſto A♈♉M, eius ac Terræ centrum A: Eccentricus BQX; Epicyclus DKNIX, quem ex Terræ centro tangant in I, K, rectæ AI, AK.

DEFIN. I. *Planeta Directus, ſiue Progrediens* dicitur, cùm linea (APG) Veri motus Planetæ in Zodiaco procedit ſecundùm ordinem Signorum versùs M.

II. *Planeta Retrogradus* dicitur, quando linea Veri motus Planetæ retrocedit in Zodiaco contra ordinem Signorum.

III. *Planeta Stationarius* dicitur, quando linea Veri motus Planetæ ſtare videtur per aliquod tempus in eodem Zodiaci loco. Id verò in vnâ reuolutione Epicycli bis contingit, in vtroque videlicet confinio Progreſſionis ac Regreſſionis. Obſerua tamen Planetam reſpectu centri Terræ in Zodiaco ſemper vel progredi vel regredi, ſed in confinijs adeò tardè, vt ſtare videatur, & dicatur.

IV. *Statio Prima*, eſt quæ fit in Epicycli ſemicirculo ſiniſtro, ſeu Orientali NIX; *Secunda* quæ in dextro, ſeu Occidentali XKN.

V. *Arcus Directionis*, ſeu *Progreſſionis*, eſt SNO, quem percurrens Planeta Directus eſt. Continet Apogeum Epicycli N & contactum [a] vtrumque K, I.

VI. *Arcus Regreſſionis*, eſt OXS quem percurrens Planeta Retrogradus eſt. Continet Epicycli Perigeum X, incipitque ac finitur infra [b] contactus.

VII. *Puncta Stationum* ſunt, O, S, termini communes arcus Directionis SNO, & arcus Regreſſionis OXS.

VIII. *Arcus Primæ Stationis*, eſt NO, ab Epicycli Apogeo N, vſque ad Primæ Stationis punctum O in conſequentia Epicycli numeratus.

IX. *Arcus Secundæ Stationis*, eſt NOS ab Apogeo N vſque ad Secundæ Stationis punctum S, in conſequentia Epicycli numeratus.

[a] *parebit ex nu. 20. eiuſque Coroll.*
[b] *ibid.*

NVMERVS XVII.

Ad datum tempus, ſiue ad datum Gradum Mediæ Anomaliæ Centricæ, quam proportionem habeat velocitas Veri motus centri Epicycli ad velocitatem motus Planetæ in Epicyclo, inuenire.

CVm celeritas Veri motus centri Epicycli ab Apogeo Eccentrici ad Perigeum aſſiduè creſcat, clarum eſt velocitatem centri Epic. in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo maiorem vno tempore proportionem habere, quàm alio.

Proportionem igitur velocitatis centri in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, ſic inuenies. Inquire primò datæ Anomaliæ centri Epicycli conuenientem motum Verum Horarium centri Epicycli; hoc eſt quot Minuta Horæ ſpatio abſoluat centrum in Zodiaco. Id reperies ijs modis, quos pro Sole & Lunâ tradidi *lib.*4. *num.*2. & quæ iſthic ad hunc finem neceſſaria pro Sole ac Lunâ petuntur ex *lib.* 1. & 2. hic pro 5 Planetis minoribus petenda ſunt ex *lib.*6. Inquiratur deinde motus Horarius Planetæ ab Apogeo Vero Epicycli: quod in ♀ & ☿ fiet eodem artificio *lib.*4. *num.*2. cum adminiculo *num.* 50. *lib.*6. At in ♄. ♃. ♂, quod motum in Epicyclo habeant motui Solari alligatum, nonnulla diuerſitas occurrit. Pro his igitur ſic procedes. Inquire modo iam dicto motum Verum Horarium centri Epic. ♄. ♃. ♂, dati temporis Anomaliæ Centricæ conuenientem, cumque aufer à motu Vero Horario Solis ad tempus datum: notus relinquetur motus Verus Horarius Solis à centro Epicycli ad tempus datum. Atqui huic æqualis, ſiue ſimilis eſt motus Horarius ♄. ♃. ♂ in Epicyclo, quantùm [a] enim Sol in Zodiaco recedit à centro Epicycli, tantundem eodem tempore ♄. ♃. ♂. recedunt à ſui Epicycli Apogeo. Ergo etiam motus Horarius ♄. ♃. ♂. in Epicyclo notus erit.

[a] *vide* §. 4. & 5. *n.*10. *lib.*6.

Inuentis hunc in modum Vero motu Horario centri Epicycli, & motu Horario Planetæ in Epicyclo, nota erit proportio velocitatis centri in Zodiaco, & Planetæ in Epicyclo. Exemplum ſtatuamus in vno horum Planetarum, puta in ♀, cuius motus Horarius Verus centri in Zodiaco ad t.d. ſit ex. gr. Min. 2′. 24″; motus autem Horarius in Epicyclo Min. 1′. 32″. 2‴.

Dico

Dico velocitatem centri Epicycli ♀ in Zodiaco, ad velocitatem ♀ in Epicyclo eandem habere proportionem quam Min. 2′. 24″. ad Min. 1′. 32″. 2‴.

2′. 24″ — 1′. 32″. 2‴
A — B

Cùm enim eodem Horæ vnius tempore centrum ♀ in Zodiaco abſoluat ſpatium A, & ♀ ipſa in Epicyclo abſoluat ſpatium B, liquet velocitatem centri ♀ in Zodiaco eſſe ad velocitatem ipſius ♀ in Epicyclo, vt ſpatium A eſt ad ſpatium B.

NVMERVS XVIII.

Poriſmata ad ſequentia.

PORISMA 1.

EX trianguli ACB latere quouis AB abſciſſa ſit pars BD æqualis, vel maior latere contermino BC. Dico maiorem eſſe rationem BD ad DA, quàm anguli BAC ad angulum CBA. *Fig. 17. 18*

Ducantur rectæ DC, eique parallela BF occurrens AC productæ in F, item CE parallela ad BA; factumque erit parallelogrammum DBEC, ac [a] proinde BD æqualis EC. *a per 34. 1.*

Sit primò ſegmentum BD æquale contermino ſibi lateri BC. Quia ergo BD etiam æquatur EC, æquales erunt CB, CE. Quare ſi centro C per B deſcribatur arcus BG, tranſibit hic etiam per E, adeóque ſector BCE neceſſariò maior eſt triangulo BCE, ſector verò GCE minor triangulo FCE. Igitur triangulum FCE ad triangulum ECB [b] maiorem rationem habet, quàm ſector GCE ad idem triangulum ECB, hoc eſt multò maiorem quàm ſector GCE ad ſectorem ECB, hoc eſt [c] quàm angulus GCE ad angulum ECB, hoc eſt (ob parallelas EC, BA & DC, BF) quàm angulus [d] GAB, ſeu CAB ad angulum ABC. Atqui triangulum FCE eſt ad triangulum ECB, vt [i] FE ad EB, hoc eſt (ob parallelas EC, BA) vt [m] FC ad CA, hoc eſt (ob parallelas BF, DC) vt [n] BD ad DA. Ergo etiam BD ad DA maiorem rationem habet, quàm angulus CAB ad angulum ABC: quod erat demonſtr.

Fig. 17. *b per 8. 5.* *c per 33. 6.* *d per 27. 1.* *i per 1. 6.* *m per 2. 6.* *n per eand.*

Sit deinde, reliquis iiſdem manentibus ſegmentum BD maius ſibi contermino latere BC. Ergo etiam CE (vtpote par ipſi BD) maior erit quàm BC. Quare arcus BG ex C centro per B deſcriptus ſecabit rectam CE in O. Per O ducatur PI parallela ad BF, vt PO ad OI, [p] ſic FE ad EB. Ergo etiam vt triangulum PCO [r] ad triang. OCI, ſic triang. FCE ad triang. ECB. Atqui triang. PCO ad triang. OCI maiorem rationem habet, quàm [s] ſector GCO ad ſectorem OCB. Ergo etiam triang. FCE, ad triang. ECB, hoc eſt [r] FE ad EB, maiorem rationem habet quàm ſector GCO ad ſectorem OCB, hoc eſt quàm &c. vt ſupra.

Fig. 18. *p per corol. 2 prop. 4. lib. 6.* *r per 1. 6.* *s patet ex 8. 5.* *r per 1. 6.*

Hoc Poriſma & duo ſequentia theoremata ſunt Apollonij, vt teſtatur Ptolemæus lib. 12. cap. 1. Quare Regreſſuum Stationumque theoriam illi potiſſimùm debemus. Verùm præter dictum iam Poriſma alio inſuper Problemate opus eſt, cuius ſolutionem cùm apud alios non reperiam, eam dabo infra Poriſmate tertio.

PORISMA 2.

Datus ſit circulus GKE, & extra eum punctum A, ex quo per circuli centrum B ducta ſit recta AEG. Detur quoque proportio X ad Z, & ſit ratio ſemidiametri BE ad EA æqualis vel minor ratione X ad Z. *Fig. 15.*

Dico impoſſibile eſſe ex puncto A aliam ducere Secantem ARK, ſic vt Chordę KR ſemiſſis IR ſit ad RA, quemadmodum X eſt ad Z.

Ducatur enim Secans quæcumque ARK. Quia KR [a] minor eſt diametro GE, etiam ſemiſſis eius IR, minor eſt ſemidiametro BE. Igitur ratio [b] IR ad EA minor eſt ratione BE ad EA, ſed RA [c] maior eſt quàm EA. Ergo ratio IR ad RA [d] multò minor eſt ratione BE ad EA. Sed ratio X ad Z æqualis vel maior ſupponitur ratione BE ad EA. Ergo ratio IR ad RA etiam minor eſt ratione X ad Z. Quare cùm ARK ſit Secans quæcumque, liquet nullam duci poſſe talem cuius dimidium Chordæ IR ſit ad ſegmentum externum RA in ratione datâ X ad Z.

a per 15. 3. *b per 8. 5.* *c per 8. 3.* *d per 8. 5.*

PORISMA 3.

Fig. 15. Datus ſit circulus GKE, & extra eum punctum A, ex quo per B centrum ducta ſit recta AEG. Detur quoque ratio X ad Z, ſed ratio ſemidiametri BE ad EA ſit maior ratione X ad Z.

Petitur ex dato puncto A duci Secans ARK, ſic vt Chordæ KR ſemiſſis IR, ad RA rationem habeat datam X ad Z.

Conſtr. Quoniam BA ita ſecta ponitur in E, vt BE ſit ad EA in ratione maiori quàm X ad
d *colligitur ex 8.5.* Z, ſecetur BA in T, ſic vt BT ſit ad TA quemadmodum X eſt ad Z. Erit BT [d] neceſſariò minor quàm BE, AT maior quàm AE. Quare ſi AT diametro deſcribatur circulus, is ſecabit circulum datum, puta in R. Ex A per R ducta Secans ARK, eſt ea quæ petitur.

Demonſt. Diametro AB deſcribatur ſemicirculus AIB occurrens Secanti ARK in I, ducan-
i *per 31.3.* turque rectæ IB, RT. Quoniam anguli AIB, ART ſunt ambo in ſemicirculo, recti [i] erunt &
m *per 27.1* æquales. Ergo parallelæ ſunt [m] IB, RT. Ergo [n] IR eſt ad RA, vt BT ad TA. Sed BT eſt ad
n *per 2.6.* TA, [o] vt X ad Z. Ergo IR eſt ad RT, vt X ad Z. Deinde quia BI, vt iam oſtendi, ex centro B
o *per conſtr.* perpendicularis eſt ad Chordam KR, erit hæc [s] biſecta in I. Igitur IR ſemiſſis Chordæ, eſt ad
s *per 3.3.* RA vt X ad Z, quod petebatur.

Corollarium.

Quò ratio BE ad EA magis exceſſerit rationem datam X ad Z, eò punctum, in quo Secans quæſita occurrit circulo dato GKE, vicinius erit puncto E: & quò rationem datam X ad Z, minùs exceſſerit ratio BE ad EA, eò punctum, in quo Secans quæſita occurrit dato circulo, remotius erit à puncto E; nunquam tamen ad contactum D pertinget.

Vtrumque problematis conſtructione expenſâ manifeſtum eſt.

PORISMA 4.

Sint motus duo A & B velocitatis diuerſæ, quibus vno eodemque tempore X, percurſa ſint ſpatia M, & N.

Vt velocitas motus A eſt ad velocitatem motus B, ita ſpatium M eſt ad ſpatium N.

A B X

M——— N———

NVMERVS XIX.

Fig. 16. *Si BE radius Epicycli alicuius Planetæ ad BA diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ rationem habeat æqualem vel minorem, quàm velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, non poterit is Planeta nobis vnquam Retrogradus apparere.*

SI enim poſſet, id fieret vtique circa Perigeum Epicycli E, vbi motus Planetæ in Epicyclo
a *vide 5.5. nu. 5. lib. 6.* motui Longitudinis maximè [a] aduerſatur. Sed quantumcumque Planeta iſte ſit Perigeo vicinus, apparet ſemper progredi directè Ergo nunquam poteſt apparere Retrogradus. Subſumptû demonſtrabitur hunc in modû. Sit Planeta in O quantumlibet Perigeo E propinquus, ducanturq; BO, & AO, velocitas autem centri Epicycli in Zodiaco ſit X, & velocitas Planetæ in Epicyclo ſit Z. Quoniam BA ita ſecta eſt in E vt BE ſit æqualis ſibi contermino lateri
b *per poriſ. 1 num. 18.* BO, habebit BE [b] ad EA maiorem rationem quàm angulus OAB ad angulum OBE. Sed BE ad EA rationem [c] habet æqualem vel minorem, quàm X velocitas centri Epicycli in Zo-
c *per hypot.* diaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ergo etiam X ad Z maiorem habet rationem quàm angulus OAB ad angulum OBE. Quare vt X eſt ad Z, ſic angulus quiſpiam BAP maior ipſo OAB erit ad angulum OBE. Quoniam igitur eſt vt X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus BAP ad angulum OBE, manife-
n *per poriſ. 4. num. 18.* ſtum eſt [n] quo tempore Planeta in Epicyclo percurrit arcum OE ſubtenſum angulo OBE, Epicy-

Epicyclum in Zodiaco percurriſſe arcum ſubtenſum angulo BAP. Atqui Planeta percurrendo arcum Epicycli OE ſubtenſum angulo OBE, percurrit contra ordinem Signorum in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo OAB. Ergo quo tempore Planeta vi ſui motus in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo OAB contra Signorum ordinem, eodem tempore Epicyclus & Planeta cum ipſo percurrit in Zodiaco arcũ ſubtenſum angulo BAP ſecundùm ordinem Signorum. Quare cùm oſtenderim ſupra angulum BAP maiorem eſſe angulo OAB, Planeta exiſtens in O, quantumlibet Perigeo vicinus, abſolutè proceſſit S.O. Sign. in Zodiaco quantitate arcus ſubtenſi ab angulo OAP, quà BAP excedit OAB; ac proinde nequit apparere Retrogradus.

NVMERVS XX.

Si BE radius Epicycli alicuius Planetæ, ad EA diſtantiam Perigei Epicycli à Terræ centro A, maiorem rationem habeat, quàm X velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, nobis Planeta ille circa Perigeum Epicycli Retrogradus apparebit. Fig. 16.

QVoniam *ex hypot.* BE ad EA maiorem habet rationem quàm X velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, patet ex *Poriſm. 3. num* 18. ita ex A poſſe duci Secantem aliquam ARK, vt Chordæ ſemiſſis IR ad RA eandem habeat rationem, quam X ad Z; quod fieri ſanè non poſſet, ſi ratio BE ad EA eſſet æqualis, vel minor ratione X ad Z, quemadmodum *Poriſm.* 2. demonſtrauimus. Ducatur igitur ex A per *Poriſma* 3. talis Secans ARK, vt Chordæ ſemiſſis IR ad RA eandem rationem habeat, quam X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo; ſimiliſque ponatur ad partem alteram Secans AMH.

Dico Planetam Directum eſſe per totum arcum MGR, Retrogradum verò per arcum totum RM,

Sumatur enim in arcu MGR punctum Q quantumuis propinquum puncto R, ducanturque rectæ KQ, BQ, BR. Quoniam trianguli AKQ latus AK ita ſectum eſt in R, vt KR maior [a] ſit latere contermino KQ habebit KR ad RA maiorem rationem [b] quàm angulus QAK ad angulum QKA, ſeu QKR. Sit autem angulus SAK duplus anguli QAK. Ergo etiam KR ad RA maiorem rationem habet, quàm duo anguli QAK ad duos angulos QKR. Sed angulus QBR duplus [d] eſt anguli QKR. Ergo KR ad RA maiorem rationem habet quàm duo QAK ad QBR. Ergo etiam IR ſemiſſis ipſius KR ad RA maiorem habet rationem, quàm QAK ſemiſſis duorum QAK ad QBR. Atqui IR ad RA [i] eandem habet rationem quam X ad Z. Ergo etiam X ad Z maiorem rationem habet, quàm QAK ad QBR. Ergo angulus ille, qui eandem rationem habebit ad QBR, quam X ad Z, neceſſariò maior eſt angulo QAK. Sit ille KAN, ſiue RAN. Quoniam igitur iam eſt vt X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus KAN, ſiue RAN ad angulum QBR, manifeſtum eſt [t] quo tempore Planeta peragrauit in Epicyclo arcum QR ſubtenſum angulo QBR, Epicyclum in Zodiaco motu Longitudinis percurriſſe arcum ſubtenſum angulo RAN. Atqui Planeta percurrendo Epicycli arcum QR ſubtenſum angulo QBR, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo QAR, contra ordinem Signorum. Ergo quo tempore Planeta ex vi ſui motus in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo QAR contra ord. Signorum, eodem tempore Epicyclus, adeóque & Planeta cum Epicyclo, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo RAN ſec. ord. Sign. Quare cùm oſtenderim *ſupra* angulum RAN maiorem eſſe angulo QAK, ſeu QAR, Planeta exiſtens in Q abſolutè proceſſit in Zodiaco ſec. ord. Signorum quantitate arcus ſubtenſi angulo QAN, quo RAN ſuperat ipſum QAR. Pari modo oſtendam Planetam directè progredi, in quocumque extiterit puncto arcus MGR.

a per 15.3.
b per poriſ. 1. num. 18.
d per 20.3.
i per conſtr.
t per poriſ. 4. num. 18.

Accipiatur deinde in arcu RM punctum O quantumlibet vicinum ipſi R, ducanturque rectæ KO, BO, BR. Cùm in triangulo AKO latus AK ita ſectum ſit in R, vt AR maior [m] ſit contermino latere AO, habebit [n] AR ad RK maiorem rationem, quàm angulus AKO ad angulum KAO. Quare inuertendo habebit KR ad RA [o] minorem rationem, quàm angulus KAO, ſiue RAO ad angulum AKO, ſiue RKO. Ergo etiam KR ad RO minorem rationem habet quàm duo anguli RAO ad duos angulos RKO, hoc eſt, ad angulum RBO. Ergo [p] etiam IR ſemiſſis ipſius KR ad RA minorem rationem habet, quàm vnus angulus RAO. ſemiſſis

m per 8.3.
n per poriſ. 3 num. 18.
o per 26 5.
p per 20.3

q per conſtr. miſſis duorum RAO, ad angulum RBO. Atqui IR eſt ad ᵍ RA, vt X ad Z. Ergo etiam X
ad Z minorem rationem habet, quàm angulus RAO ad angulum RBO. Angulus igitur ille
s patet ex 8 5. qui eandem rationem habeat ad angulum RBO, quam habet X ad Z, neceſſario ˢ minor eſt
angulo RAO. Sit ille PAR. Quoniam igitur iam eſt vt X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z
velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus PAR ad angulum RBO, manifeſtum eſt ᵏ quo
k per poriſ. 4. num. 18. tempore Planeta in Epicyclo confecit arcum RO ſubtenſum angulo RBO, Epicyclū in Zodiaco confeciſſe arcum ſubtenſum angulo PAR. Atqui Planeta percurrendo Epicycli arcum
RO, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo RAO contra ord. Sig. Ergo quo tempore Planeta vi motus ſui in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo RAO
contra ord. Sign. eodem tempore Epicyclus, adeóque & Planeta cum Epicyclo, percurrit in
in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo PAR ſecundùm ord. Sign. Quare cùm *ſupra* oſtenderim
angulum PAR minorem eſſe angulo RAO, Planeta exiſtens in O abſolutè retroceſſit in Zodiaco contra ord. Sig. quantitate arcus ſubtenſi ab angulo PAO, quo RAO ſuperat PAR. Pari
modo oſtendemus Planetam regredi quantumcumque fuerit in arcu MR vicinus puncto R.

Cùm igitur demonſtrauerimus Planetam in Zodiaco abſolutè progredi, in quocumque
fuerit puncto ſupra R, abſolute verò regredi in quocumque fuerit puncto infra R, liquet R
eſſe punctum Stationis Primæ. Eodem modo demonſtrabitur M eſſe punctum Stationis
Secundæ. Quare Retrogradus eſt Planeta per totum arcum RM, Directus per totum arcum
MGR: Quæ erant demonſtranda.

Corollaria.

1. Quò ratio ſemidiametri Epicycli BE ad EA diſtantiam Perigei à centro Terræ, exceſſerit minùs rationem velocitatis X Epicycli in Zodiaco, ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo; eò puncta Stationum R, M, viciniora erunt Perigeo Epicycli E, & arcus Regreſſionis minor; eò remotiora & arcus Regreſſionis maior, quò exceſſerit magis. Patet applicando *Corollarium Poriſmatis 3 num.* 18.

2. Puncta Stationum ſemper exiſtunt inter contactus D, L, & Perigeum Epicycli E. Ea ſiquidem determinantur à Secantibus AK, AH.

NVMERVS XXI.

Cur minores quinque Planetæ appareant Stationarij & Retrogradi, Sol autem & Luna minimè.

Fig. 16. Cauſa huius phœnomeni, quod inter proprietates Planetarias longè præcipuum eſt ac
præ cæteris admirabile, ex ijs, quæ *num.* 20 & 19 ſunt demonſtrata, deducitur hunc in
a in ♄. ♃ modum. Inquiratur ᵃ ad quemuis Gradum Mediæ Anomaliæ Centricæ BE radius Epicycli,
♂. per n. & BA diſtantia centri Epicycli à centro Terræ; à quâ ſi demas radium Epicycli BE, nota
11. lib. 6. in fiet EA diſtantia Perigei E à Terræ centro: ac proinde ad datum Gradum Anomaliæ Cen-
♀ per nu. tricę nota erit ratio BE radij Epicycli ad EA diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terrę. In-
36. lib. 6. quiratur deinde ᵒ ratio velocitatis centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epi-
in ☿ per cyclo. Semper comperies rationem radij Epicycli BE ad EA diſtantiam Perigei à Terrâ in
num. 38. quinque Planetis minoribus maiorem eſſe ratione velocitatis Epicycli in Zodiaco ad veloci-
lib. 6. tatem Planetæ in Epicyclo. Atqui Planetæ, quibus hoc contingit, apparent hac de causâ Sta-
o per n. 17. tionarij & Retrogradi, vt *num.* 20 eſt demonſtratum. Ergo &c.

Quod attinet ad Solem ac Lunam, quamuis vtrique daretur Epicyclus (nam ſine Epicyclo
nequeunt in Terræ Stantis Hypotheſi Regreſſiones Stationesque explicari) quamuis inquam
r per nu. 19 daretur Epicyclus, incapaces nihilominus eſſent Stationis ac ʳ Retrogreſſus, quia radius E-
picycli ad diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ ſemper minorem rationem haberet
quàm velocitas centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem ipſorum in Epicyclo.

b vide 5. 2. nu. 23. lib. 1 Id primùm in Sole oſtendam. Duplex ᵇ eſt Solis Hypotheſis, vna Eccentrico vtitur, altera
c per n. 38. lib. 1. Epicyclo, ſed cuius radius par ſit Eccentricitati alterius Hypotheſeos: quæ ᶜ cùm ſit 3460
quarum radius Deferentis eſt 100000, tantus quoque Epicycli radius erit. Quare ſi hunc ſubducas à Deferentis radio 100000, reſtant 96540 pro diſtantiâ Perigei Epicycli à centro
Terræ. Vnde ratio Solaris Epicycli ad diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ ea eſt quæ
3460 ad 96540. Deinde in Hypotheſi Epicyclicâ, motus Solis in Epicyclo idem eſt cum
motu Solis in Eccentrico, hoc eſt cum motu Anomaliæ, in Hypotheſi Eccentricâ; & motus
n per propr. 3 n. 25. lib. 1 centri Epicycli in Hypotheſi Epic. idem eſt cum motu Solis Medio in Hypotheſi Eccen.
Atqui motus Medius Solis in hac ⁿ velocior eſt motu Anomaliæ. Ergo & in illâ motus cen-

tri

tri Epicycli velocior eſt motu Solis in Epicyclo. Ergo radius Epicyeli 3460 ad diſtantiam Perigei Epicyeli à Terrâ 96540 minorem rationem habet, quàm velocitas centri Epicycli ad velocitatem Solis in Epicyclo, cùm hæc ſit ratio maioris ad minus, illa minoris ad maius. Ergo non poteſt Sol Stationarius vel Retrogradus apparere, vt *num.* 19. oſtenſum eſt.

℣. Non abſimilis erit in Lunâ ratiocinatio. Nam ſi Lunæ tribuamus Epicyclum, facilè erit ex doctrinâ *libri ſecundi* colligere radium Epicycli ſemper quoque minorem futurum diſtantiâ Perigei Epicycli à Terrâ. Is ſiquidem æqualis eſt Eccentricitati minimæ, quæ per *num.* 38. *lib.* 2. eſt 8745, quarum Eccentrici radius eſt 100000. Quare 8745 ſubtractis ex BA 100000, ratio BE ad EA eſt 8745 ad 91255. Deinde motus Medius centri Epicycli in Hyp. Epicyclicâ idem eſt cum motu Medio Lunæ in Zodiaco in Hyp. Eccen. Et in Hypoth. Epic. motus Lunæ in Epicyclo idem eſt cum motu Lunæ in Eccentrico, hoc eſt cum motu Anomaliæ in Hyp. Eccen. Quare cùm Medius motus Lunæ in Zodiaco velocior [i] ſit motu A- i *patet ex*
nomaliæ, etiam motus centri Epicycli velocior erit motu Lunæ in Epicyclo. Ergo radius *propr.* 5.
Epicycli Lunaris ad diſtantiam Perigei Epicycli à Terrâ minorem ſemper habet rationem *n.* 25. *l.* 1.
quàm velocitas centri Epicycli ad velocitatem Lunæ in Epicyclo. Ergo nunquam Luna po- *item ex nu.*
terit Stationaria vel Retrograda apparere, vt *num.* 19. oſtenſum eſt. 34. *l.* 2.

Si tamen Sol & Luna eſſent Regreſſionis capaces, regrederentur in ſuperiori parte Epicycli prope Apogeum, ibi quippe mouentur contra Signorum ordinem, vt dictum *lib.* 1 *num.* 23. ſ. 2. & *lib.* 2. *in Schol. num.* 30.

NVMERVS XXII.

Puncta Stationum, ac proinde etiam quantitas arcuum Directionis & Regreſſus, aſſiduè variantur.

NAm punctum Stationis determinatur à Secante tali ex. gr. ARK, cuius Chordæ KR ſe- *Fig.* 16.
miſſis IR ad ſegmentum extrinſecum RA eandem rationem habeat, quam velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, vt *num.* 20. demonſtratum eſt. Quare cùm ratio velocitatis Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo ad ſingulos Anomaliæ Centricæ Gradus varietur, neceſſariò variabitur etiam Secans, adeoque & puncta Stationum R, M, vtrimque modò accedent ad Perigeum E, modò longiùs recedent. Vnde etiam Regreſſionis arcus REM, & Directionis MGR variari neceſſe eſt.

Corollarium.

Hinc etiam patet puncta Stationis primæ R, & ſecundæ M inæqualiter plerumque diſtare à Perigeo Epicycli.

NVMERVS XXIII.

Ad ſingulos Gradus Anomaliæ centri Mediæ arcum Stationis primæ & ſecundæ inuenire.

INquire [a] ad datum Gradum Anomaliæ Centricæ quam habeat rationem velocitas Epicy-
cli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, quæ ſit vt X ad Z. Deinde ex Terræ *Fig.* 16.
centro A ducatur recta AK, ita Secans ſemicirculum primum Epicyeli in R, [b] vt Chordæ KR a *per n.* 17.
ſemiſſis IR ad RA eamdem rationem habeat, quam X ad Z. Dico arcum Stationis primæ b *per poriſ.*
eſſe GKR. Patet ex demonſtratis *num.* 20. Si petatur arcus Stationis ſecundæ, ducenda eſt Se- 3. *n.* 18.
cans ſecundum Epicycli ſemicirculum ELG. Atque hæc quidem inuentio geometrica eſt.

Arithmeticè eumdem arcum reperies hunc in modum. Ex I puncto medio Chordæ KR c *per* 3. 3.
ducatur ad B centrum recta IB. Erit angulus BIR [c] rectus. Quoniam nota eſt ratio X ad Z d *in* ♄. ♃.
eſtque IR ad RA vt X ad Z, etiam ratio IR ad RA nota erit. Ergo etiam ratio KR ad RA, ♂ *per nu.*
& componendo ratio KA ad RA nota erit. Deinde ad Anomaliæ Centricæ Gradum ab ini- 11. *lib.* 6.
tio datum [d] BE radius Epicycli, & BA diſtantia centri Epicycli à centro Terræ A, nota *in* ♀ *per*
fiant in partibus radij Eccentrici. Ergo notæ etiam ſunt GE, EA, atque inde & GA. Quo- *n.* 36. *l.* 6.
niam ergo in partibus radij Eccentrici notæ ſunt GA, EA, ex earum multiplicatione factum *in* ♀ *per.*
rectangulum GAE, adeoque & æquale [i] ipſi rectangulum KAR notum erit in quadratis par- *n.* 38. *l.* 6.
tium radij Eccentrici. Iam quia eſt vt [m] KA ad RA, ita rectangulum KAR ad quadratum R- i *per* 36. 3.
m *per* 1. 6.

A, ſi fiat vt KA ad RA (quarum proportio *ſupra* iam innotuit)ita rectangulū KAR notum in quadratis partium radij Ecc. ad Quartum: dabir hoc quadratum RA in quadratis partium radij Ecc. Quare per extractionem radicis recta RA in partibus radij Ecc. nota fier. Et quia nota fuit *ſupra* ratio IR ad RA, etiam IR, adeoque & IA, in partibus radij Ecc. erunt notæ, in quibus etiam notus *ſupra* fuit Epicycli radius BE, ſeu BR. Quoniam igitur in triangulo re-
n per probl. 4 cap. 3 Geo. pract. ctangulo RIB nota ſunt in ijſdem partibus radij Eccentrici latera IR, BR, ex his [n] reperietur in ijſdem partibus latus BI cum angulo IBR. Rurſum quoniam in rectangulo triangulo AIB nota ſunt in partibus ijſdem (nempe radij Ecc.) latera IA, BI, ex his [o] reperietur angulus
o per probl. 5. cap. 3. Geo. pract. IBA: à quo ſi demas iam inuentum IBR, notus relinquetur RBA, ſiue RBE, adeoque etiam notus erit arcus [p] RE diſtantia Stationis primæ à Perigeo Epicycli; eoque ſubtracto à
p per 33. 6. Grad. 180, notus fiet arcus RKG diſtantia Stationis primæ ab Epicycli Apogeo G, quæ petebatur.

Eodem modo ad datum Gradum Anomaliæ centri Mediæ reperietur arcus ME, quo RE. Addatur ergo ſemicirculus arcui ME, notuſque erit Stationis ſecundæ arcus GRM.

Arcvs Stationis primæ ex Prvtenicis			
In Eccentrici		*Grad.*	*l.*
Apogeo	♄	112	38
Media Long.		113	58
Perigeo		115	21
Apogeo	♃	124	8
Med. Longit.		125	40
Perigeo		127	19
Apogeo	♂	157	33
Med. Longit.		162	51
Perigeo		168	56
Apogeo	♀	166	1
Media Long.		167	7
Perigeo		168	15
Apogeo	☿	146	50
Media Long.		143	55
Perigeo		146	0

Difficultas determinandi arcus & tempora Stationum ac Regreſſuum in hoc maximè conſiſtit, quod ad tempus Stationis quæſitæ ſciri debeat quam proportionem habeat celeritas Epicycli in Zodiaco ad celeritatem Planetæ in Epicyclo: tempus autem illud ignotum ſit, vtpote ipſum illud quod quæritur. Non ſatis video quomodo alij hic ſatisfaciant. Vide igitur tres numeros ſequentes.

NVMERVS XXIV.

Dato arcu Stationis primæ, arcum Stationis ſecundæ proximè inſequentis, atque inde arcum tam Regreſſionis quàm Directionis inuenire.

Fig. 16. §. 1. DEtur Stationis primæ arcus GR. Primo intuitu videtur quæſitum obtineri, ſi arcui RE *per hyp.* noto ſumatur æqualis EM, qui additus ſemicirculo, componat arcum Stationis ſecūdæ GRM. Sed hanc conſtructionem non eſſe accuratam, ſic oſtendo. Quo momento Planeta eſt in Stationis primæ puncto R, ponatur ex. gr. Epicycli centrum B eſſe in Eccentrici Apogeo; ducaturque per datum Stationis punctum R à Terræ centro Secans ARK, & per prætentum ſecundæ Stationis punctum M Secans AMH, ſintque Chordarum KR, HM ſemiſſes IR, TM. Quoniam arcus RE, ME ponuntur æquales, erit KR ad
a demonſtratum eſt n. 20. RA, vt HM ad MA, ac proinde etiam vt IR ad RA, ſic TM ad MA. Sed, quia R, M ponuntur eſſe puncta Stationum, IR [a] eſt ad RA vt velocitas quam Epicyclus in momento Stationis primæ

primæ habet ad velocitatem Planetæ in Epicyclo; & [b] TM eſt ad MA, vt velocitas quam Epicyclus in momento Stationis ſecundæ habet ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ergo velocitas Epicycli in momento Stationis primæ eſt ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, vt in momento Stationis ſecundæ velocitas Epicycli,eſt ad velocitatem Planetæ in Epicyclo: quod quidem eſt manifeſtè falſum. Cùm enim tempore Stationis primæ Epicycli centrum fuerit in Apogeo Eccentrici, vbi tardiſſimus eſt motus centri Epicycli, elatum eſt toto eo tempore elapſo,quo Planeta,peragrato Regreſſionis arcu REM,peruênit ad Stationis ſecundæ punctum M, centrum Epicycli receſſiſſe interim ab Apogeo Eccentrici, ac proinde alium tenere in Eccentrico locum, mouerique aliâ celeritate, quàm ad momentum Stationis primæ. Quare alia & hìc eſt, & plerumque erit proportio velocitatis centri Epicycli ad velocitatem Planetæ in Epicyclo in Statione ſecundâ, quàm in primâ; ac proinde ME diſtantia Stationis ſecundæ à Perigeo plerumque inæqualis eſt diſtantiæ RE Stationis primæ.

b ibidem.

§. 2. Nihilominus cùm diuerſitas arcuum Stationis primæ in Apogeo & Perigeo Eccentrici, quæ cauſatur à variatione dictæ proportionis velocitatum, quando maxima eſt, fere non excedat Gradus tres in ♄ ♃. ♀. ☿, vt ex Tabellâ *nu. præc.* patet: etiam diuerſitas arcuum ſecundæ Stationis ab eâdem illâ proportionis velocitatum variatione profecta, in ♄. ♃. ♀. ☿. cum erit maxima, tres Gradus non excedet, ac proinde cùm extrema in hoc negotio ſubtilitas non requiratur, contemni poteſt.

Itaque in ♄ ♃. ♀. ☿. ſi detur primæ Stationis arcus GR, notus quoque erit arcus RE reſiduus ad Grad. 180. Huic parem numera à Perigeo Epicycli E in M; notumque erit punctum Stationis ſecundæ M, eiuſque arcus GRM. Vel breuiùs: arcus Stationis primæ GR demptus à Grad. 360 dabit arcum GMR, hoc eſt arcum GRM Stationis ſecundæ.

§. 3. In *Marte* autem cùm diuerſitas arcuum primæ Stationis, ab illâ proportionis velocitatum varietate inducta, vbi maxima fuerit, ad t a fere Gradus excreſcat, vt patet ex Tabulâ prædictâ etiam diuerſitas arcuum Stationis ſecundæ, cùm erit maxima, ad totidem Gradus aſcendet: ac proinde nequaquam poterit diſſimulari. Quare arcum Stationis ſecundæ *Martis* alio artificio oportebit inquirere, quod *num. ſequenti* tradetur.

§. 4. Ex notis arcubus vtriuſque Stationis nullo negotio arcus Directionis ac Regreſſus eliciuntur. Arcu enim Stationis primæ GR ablato ab arcu GRM Stationis ſecundæ, relinquitur arcus Regreſſionis RM: hoc autem ſubducto ex Gradibus 360, relinquitur arcus Directionis MGR.

NVMERVS XXV.

Arcum Stationis primæ reſpectu dati temporis proximæ futuræ vel præteritæ, & debitos illi arcus tam ſecundæ Stationis, quàm Regreſſionis ac Directionis, inuenire.

IN ♄. ♃. ♀. ☿. ſic procede. Inquire [i] ad tempus datum centri Epic. Anomaliam Mediam, eique competentem reperi [m] arcum Stationis primæ ex.gr. GR: ex quo reperto elicies arcum Stationis ſecundæ,arcuſque Regreſſionis ac Directionis, vt *num. præc.* §. 2. & 4.

In ♂ ob cauſas ſuperiori *Num.* §. 3. indicatas aliter procedendum. Ad tempus datum inquire Anomaliam centri [n] Mediam, & competentem illi arcum [o] Stationis primæ ex.gr. GR, & Anomaliam Orbis Veram, hoc eſt diſtantiam *Martis* ab Apogeo Vero Epicycli. Si Anomalia Orbis ſit æqualis arcui GR, erit punctum R Statio prima accuratè conueniens tempori dato. Si Anomália Orbis eſt GN vel GNO notabiliter minor maiorue arcu GR, arcum GN vel OR, qui eſt notorum arcuum differentia, conuerte in tempus hoc modo. Reuolutio *Martis* ad Solem [r] peragitur diebus circiter 780; cui cùm tempore æqualis ſit [s] reuolutio *Martis* in Epicyclo, etiam illa diebus fere 780 abſoluitur. Cùm ergo Gradus 360 abſoluantur Diebus 780, Gradus noti arcus NR vel OR quot diebus percurruntur? Per Reg. proport. prodibit tempus quæſitum præter propter: quod additum tempori dato, ſi Anomalia fuit minor arcu GR; ſubtractum verò, ſi maior, dabit tempus præter propter quo ♂ futurus in puncto Stationis primæ, adhuc licet incognito. Ad tempus igitur illud inquire Anomaliam centri Mediam, & competentem illi arcum Stationis primæ reperi per *num.* 23. Hic erit arcus primæ Stationis proximè reſpectu dati temporis futuræ vel præteritæ.

Fig. 16.
i in ♄.♃. per n. 11. lib.6. in ♀ per n.36.l.6. in ☿ per n.38.l.6.
m per n.23
n per n. 11. l.6.
o per n.23.
r vide §. 5. n.3.l.6.
s per §.4. n.10.l.6. & §.5.n.5. l.6.

Eodem modo reperietur arcus Stationis ſecundæ. Anomaliæ Centricæ ſuperiùs inuentæ reperi [a] competentem ſecundæ Stationis arcum ex.gr. GRM. Reperi item ad t. d. [b] Anomaliam Orbis Veram: quæ ſi eſt æqualis arcui GRM, ♂ erit ad tempus datum in Statione ſecundâ, adeoque GRM erit arcus quæſitus. Si Anomalia Orbis ſit arcu GRM minor vel ma-

a per n 23.
b per n.10. l.6.

ior, vt GO, vel GOL, differentiam OM vel LM conuerte in tempus vt *ſupra*: quod additum vel ſubtractum tempori dato, dabit præter propter tempus quo ♂ futurus eſt in puncto Stationis ſecundæ adhuc incognito. Ad tempus ergo iſtud inquire Anomaliam [c] centri Mediam, & competentem illi [d] arcum Stationis ſecundæ. Hic erit arcus ſecundæ Stationis reſpectu temporis dati proximè futuræ vel præteritæ.

c ibid.
d per n.23.

Ex notis arcubus Stationum elicientur arcus Regreſſionis ac Directionis per §.4.*num.*24. Arcus porrò Regreſſionis ac Directionis artificio iam tradito inquiſiti, modò maiores reperientur, modò minores; cuius inæqualitatis ſpecimen ex ſequenti Tabellâ accipe.

		Ex Prvtenicis			
		Arcus Regreſſionis		*Arcus Directionis.*	
		Grad.	*ſ.*	*Grad.*	*ſ.*
♄	*Maxim.*	134	44	225	16
	Medius	132	4	227	56
	Minim.	128	18	230	42
♃	*Maxim.*	111	44	248	16
	Medius	108	40	251	20
	Minim.	105	22	254	36
♂	*Maxim.*	44	54	315	6
	Medius	34	18	325	42
	Minim.	22	8	337	52
♀	*Maxim.*	27	58	332	2
	Medius	25	46	334	14
	Minim.	23	30	336	30
☿	*Maxim.*	72	10	293	40
	Medius	68	0	292	50
	Minim.	66	20	287	0

NVMERVS XXVI.

Ad datum tempus vtrum Planeta ſit Directus, Stationarius, vel Retrogradus, & quando horum quidlibet proximè fuerit vel futurus ſit, inquirere. Item quamdiu ſint duraturæ Regreſſio ac Directio, inuenire.

Fig.16.
a in ♄.♃. ♂ per nu, 11 lib.6. in ♀ per n.36.l.6. in ☿ per n.38.l,6.
b per n.23.

AD tempus datum inquire [a] Anomaliam centri Mediam, & competentem illi [b] arcum Stationis tam primæ GR quàm ſecundæ GRM. Deinde ad tempus datum inueni Anomaliam Orbis Veram: quæ ſi æqualis fuerit arcui GR, vel GRM, Planeta erit in puncto R Stationis primæ, vel in puncto M Stationis ſecundæ: ſi fuerit inæqualis, tunc erit vel minor primæ Stationis arcu GR, vt GK; vel maior vt GO. Tum verò inquire per *num. præced* arcum primæ Stationis qui datum tempus proximè ſequetur vel præceſſit. Et ſit ille ex. gr. GQ. Et quia ad d.t. Anomalia Orbis reperta eſt GK, vel GO, ac perinde Planeta ad t.d. eſt in K vel in O, ſi reperiatur (vt *num.præced.*) tempus quo Planeta percurrit notum iam arcum KQ, vel OQ, idque addatur tempori dato vel ſubtrahatur, prodibit tempus quo Planeta in Q primæ Stationis puncto fuit vel futurus eſt. Hoc tempus an exactum ſit, ita examinabis. Inquire ad tempus illud Anomaliam Orbis Veram: ſi hæc æqualis eſt arcui GQ, ſcito tempus exactum fuiſſe; ſi Anomalia [c] ſit maior minorúe arcu GQ, tempori aliquid adde vel deme, donec ad illud ſic auctum minutumúe inquiſita denuo Orbis Anomalia Vera par euadat arcui GQ.

c vide citationē a.
d per num. præc.

Arcui Deinde Stationis primæ GQ iam noto competentem [d] reperi ſecundæ Stationis arcum

arcum GQω: à quo ſi demas GQ, notus relinquetur arcus Regreſſionis Qω. Inueni igitur (vt *num. præc.*) tempus quo percurrit Planeta arcum Qω. Hoc additum tempori iam inuento, quo Planeta eſt in Statione primâ Q, dabit tempus quo futurus ſit in Statione ſecundâ ω. Vtrùm verò hoc tempus ſit accuratum, ſic examina. Inquire ad tempus illud Anomaliam Orbis Veram, hoc eſt diſtantiam Planetæ ab Apogeo Vero Epicycli: ſi ea par eſt arcui AQω, confide præciſum tempus fuiſſe; ſi maior vel minor eſt, tempori deme aliquid vel adde, donec ad ipſum ſic mulctatum auctumue quæſita denuo Anomalia Orbis Vera arcui GQω æqualis reperiatur.

Ex notis Stationum momentis ſcitur quando Planeta ſit Directus, Stationarius, Retrogradus.

Ex iiſdem etiam duratio innoteſcet tam Regreſſionis quàm Directionis: quod quidem eſſe varium neceſſe eſt, cùm ipſi Regreſſionis ac Directionis arcus variæ quantitatis exiſtant, vt ex *num. præc.* patet.

	Medium tempus Regreſſuum ex Ptolemæo			
	In Apogeo Eccentrici		*In Perigeo Eccentrici*	
	Gr.	*Hor.*	*Gr.*	*Hor.*
♄	140	16	136	0
♃	122	12	118	0
♂	80	0	64	12
♀	43	0	40	16
☿	22	12	21	0

Stationarius apparet		
	Diebus	
♄	8	*præter propter*
♃	4	
♂	2	
♀	1½	
☿	½	

C A P V T III.

De diſtantijs Planetarum à Terrâ.

PLanetarum diſtantias à Terrâ in partibus radij Eccentrici ſingulorum notas iam fecimus in *Libro ſexto*. Hic eaſdem ad Terræ Semidiametros reuocare cura erit præcipua. De diſtantijs Luminarium actum *lib. 3. cap. 2. & 3.*

N V M E R V S XXVII.

Certum eſt Planetarum à Terrâ diſtantiam variari.

PRobatum hoc de Lunâ & Sole *num.* 11. *lib.* 3. hic idem de reliquis quinque demonſtrabitur.

§. 1. ♄. ♃. ♂ prope Coniunctionem cum Sole apparent minimi; maiores circa aſpectum Sextilem, hoc eſt cùm diſtant à Sole Gradibus 120 vel 240; adhuc maiores in Quadraturis, hoc eſt cùm à Sole diſtant Grad. 90 vel 270: maximi cùm Soli opponuntur. Atque iſta magnitudinis Apparentis diuerſitas non ſolùm nudo oculo, ſed etiam teleſcopio obſeruata,

in ♄ quidem & ♃ planè notabilis eſt, ſed in ♂ tam enormis, vt in Oppoſitione Solis quoad diametrum ſepties vel octies, quoad aream quinquagies, viſus ſit maiur, [a] quàm prope Coniunctionem. Vnde non ſemel creditus [b] eſt Planeta, vel Sydus nouum.

a Galil. dial. 3 de Syſtem. b *idem in Trutinatore.*

Duo ſunt effugia, vnum ad refractiones, alterum ad fulgorem Solis, qui Planetæ prope Coniunctionem poſiti lumen, adeóque & molem Apparentem, diminuat. Sed prorſus inane vtrumque eſt. Nam refractio quidem argumentum non infringit, ſed roborat. Planeta ſiquidem prope Coniunctionem cum Sole ſpectari nequit, niſi prope Horizontem manè vel veſperi; vbi quòd refractioni baud dubiè ſit obnoxius, apparet iuſto maior. Quare cùm nihilominus Soli oppoſitus etiam in medio cæli, vbi eſt omnis refractionis expers, appareat maior ſubinde quinquageſies, manifeſtum eſt augmentum iſtud Apparentis magnitudinis nequaquam poſſe in refractionem conferri, illoque ipſo effugio aduerſarios iugulari. Neque magis illos vicini Solis ſulgor iuuat. Nam licet ille prope Coniunctionem efficeret quod volunt, id tamen minimè poſſet in Quadraturis efficere, in quibus nihilominus maiores apparent hi Planetæ, quàm in Coniunctionibus. Sed neque circa Coniunctiones ipſas quidquam efficit. Si enim Solis vicinia Apparentem Planetæ molem diminueret, diminueret & Fixarum. Atqui Fixarum molem App. non minuit, hæ ſiquidem non apparent minores, cùm Soli ſunt vicinæ, quàm dum à Sole longiſſimè diſtant. Ergo neque Planetæ ob viciniam Solis apparent minores. Ergo magnitudinis Apparentis decrementum in Planetis prope Coniunctionem poſitis non à radijs vicini Solis, ſed à maiori ipſorum diſtantiâ efficitur.

§. 2. Pari modo ♀ prope Coniunctionem cum Sole Perigeam, tum paulò ante quàm euaſura ſit matutina, tum poſtquam recenter facta eſt matutina, anguſto quidem in latum, ſed longiſſimo in altum cornu apparet, penes cuius Longitudinem adhibitis teleſcopijs, æſtimatione factâ diametri Apparentis, colligitur ipſius area Apparens quadragies maior quam prope Coniunctionem Apogeam. Cuius tantæ diuerſitatis rurſum nulla poteſt alia cauſa aſſignari, quàm maior minorque à nobis diſtantia.

Neque effugia ſuperiùs allata magis valent in ♀ quàm in ♄. ♃, & ♂. Atque illud quidem quod petitur à viciniâ Solis, hic peculiari inſuper ratione excluditur. Nam ♀ 15 circiter Gradibus à Coniunctione cum Sole Perigeâ longè (vt iam dixi) apparet maior, quàm totidem Gradibus diſtans à Coniunctione Apogeâ. Quare cùm par exiſtat in vtroque caſu Solis vicinia, non poteſt in hanc diuerſæ magnitudinis Apparentis cauſa refundi.

a num. 29. lib. 6. b *ibid.*

§. 3. Poſtremò certiſſimis experimentis conſtat [a] ♀ & ☿, modò falcatos inſtar Lunæ, modò gibboſos, modò rotundos ac plenos apparere. Quas phaſium diuerſitates ſubire non poſſunt, niſi aut aliquando Soli, vt Luna, opponantur, aut modò ſupra Solem, modò infra eum exiſtant. Atqui nunquam ad Oppoſitionem [b] cum Sole pertingunt. Neceſſariò igitur modò ſupra, modò infra Solem exiſtunt, ac proinde iam longiùs abſunt à Terrâ, iam propiùs.

Maneat igitur omnino indubitatum minorum quinque Planetarum à Terrâ diſtantiam variari. Quàm verò enormis ſit illa diſtantiarum variatio, patebit ex *num.* 30.

NVMERVS XXVIII.

Saturni diſtantia mediocris à centro Terræ continet ſaltem 70000 Semidiametrorum Terræ.

i vide Geo. Pract. cap. 6 ante probl. 5

PRoinde (aſſumptâ Semidiametro Terræ [i] minimâ milliariorum Bononienſium 3265) ſaltem continet 228550000 milliariorum Bonon. hoc eſt 228 milliones, 550 millia. Aſſumptâ verò ſemidiametro Terræ maximè probabili milliar. Bonon. 4139, continebit ſaltem 289730000.

n per num. 19. lib. 3.

Probatio erit huiuſmodi. Cùm in Hypotheſi Terræ Motæ æquè ſaluentur Planetarum Superiorum phœnomena per Orbem Magnum, ſiue Eccentricum Solis, ac in Hypotheſi Terræ Stantis per Epicyclos, neceſſe eſt æquipollere ſibi mutuò Epicyclum Planetæ & Eccentricum Solis. Ergo minima Solis à Terrâ diſtantia æquipollet radio Epicycli minimi ♄. Atqui [n] Solis minima à Terrâ diſtantia continet ſaltem Semidiametrorum Terræ 7074. Ergo etiam radius Epicycli minimi Saturni etiam continet ſaltem Semid. Terr. 7074. Per *num.* 26. *lib.* 6. minimus radius Epicycli ♄ eſt 10100, quarum radius Eccentrici ♄ eſt 100000. Si ergo vt radius Epicycli minimi ♄ prout eſt 10100 fiat ad radium Eccentrici prout eſt 100000, ita ipſe fiat prout eſt 7074 Semid. terreſt. ad Quartum, prodibunt 70039 Semid. Terr. pro

tadio

radio Eccentrici ♄. Quoniam igitur diſtantia medioeris ♄ à centro Terræ eſt ipſe radius Eccentrici ♄, æquabit ea ſaltem 70039 Semidiametros terræ, quod erat probandum.

Viſum eſt porro ♄ diſtantiam ſeorſim demonſtrare quod eâ *lib.5.num.21* fuerim vſus pro diſtantiâ Fixarum. Neque vllus hîc circulus committitur, cùm hæc probatio à Fixarum diſtantiâ nullatenus dependeat.

Corollarium.

Diſtantia ♄ à Terrâ, quod omnes Aſtronomi affirmant, eſt circiter decupla diſtantiæ Solaris à Terrâ. Solis enim diſtantia minima à Terrâ erat 7074, media 7327 Semid. terr. harum decuplatæ ſunt 70740 & 73270, à quibus diſtantia ♄ hîc reperta non multùm differt.

NVMERVS XXIX.

Radium Epicycli, radium Eccentrici, Eccentricitatem quinque minorum Planetarum in partibus radij Eccentrici data, in Terræ Semidiametris exhibere.

Methodus inſinuata iam fuit *Num. præced.* Ob æquipolentiam Orbis Magni, ſiue Eccentrici Solis in Hypotheſi Terrę Motæ cum ♄. ♃. ♂. Epicyclis in Hypotheſi Terræ Stantis, manifeſtum eſt Epicycli medioeris ♄. ♃. ♂ radium æquiualere radio Solaris Eccentrici, ſiue medioeri diſtantiæ Solis à Terrâ, quæ cùm Terræ Semidiametros contineat ſaltem [a] 7327, tantos etiam licebit ſtatuere radios medioeres, ſiue medios Epicyclorum ♄, ♃, ♂. Iam verò per *nu. 24 & 26 lib. 6.* in partibus, quarum radius Eccentrici horum Planetarum eſt 100000, nota ſunt radius Epicycli medius, maximus, minimus, & Eccentricitas media, maxima, minima eorumdem. Quare cùm harum quantitatum vna (nempe radius Epicycli medius) nota ſit in Semidiametris Terræ, etiam reliquæ omnes atque ipſe Eccentrici radius in Semidiametris Terræ innoteſcent per reg. proport. vt *num. præc.*

[a] *vide nu. 15 & 19. lib. 6.*

In ♀ autem & ☿ radius Eccentrici æqualis [b] eſt radio Solaris Eccentrici; qui cùm Semidiametros Terræ contineat ſaltem [c] 7327, totidem quoque continebit ad minimùm radius Eccentrici ♀ ac ☿. Cùm ergo in partibus, quarum radius Eccentrici ♀ ac ☿ eſt 100000, nota ſint radius Epicycli maximus, medius, minimus ♀ ac ☿, item ☿ Eccentricitas maxima, media, minima, & ♀ Eccentricitas ſemper eadem & æqualis Solari, in ijſdem quoque partibus ſit nota; etiam per Reg. proport. eædem illæ quantitates in Terræ Semidiametris innoteſcent.

[b] *vide n 35 & 17 lib. 6*
[c] *vide n 18 & 19 lib. 6*

Calculum iuxta hanc methodum inſtituendum Lectori relinquo. Tabellam interim ſubiungo ex Ricciolo, (ſed à nobis ad milliaria reductam) cuius menſuræ in ♄ excedunt noſtras, in ♃, & ♂ à noſtris exceduntur: quod quidem ad ſcopum, qui hîc intenditur, parum intereſt.

	In Semidiametris terræ.				
	Radius Epicyc.		*Eccentricitas.*		*Radius Eccent.*
	Max.	*Min.*	*Max.*	*Min.*	
♄	8249	7373	8906	7884	73000
♃	7417	6738	3635	3321	36500
♂	7805	6727	2200	1900	11000
♀	5339	5157	253	253	7327
☿	3322	2811	730	584	7327
☼	0000	0000	253	253	7327

	In milliarijs Bonon. aſſumptâ minimâ Terræ Semidiametro milliariorum Bonon. 3265.				
	Radius Epicycli		Eccentricitas		Radius Eccentrici
	Max.	Min.	Max.	Min.	
♄	26(9,2.985	24(072.845	29(078.090	25(741.260	238(345.000
♃	24(216.505	21(999.570	11(868.275	10(843.065	119(172.500
♂	25(483.325	21(963.655	7(183.000	6(203.500	35(915.000
♀	17(431.835	16(837.605	826.045	826.045	23(922.655
☿	10(846.330	9(177.915	2(383.450	1(906.760	23(922.655
☼			826.045	826.045	23(922.655

NVMERVS XXX.

Diſtantias à Terrâ quinque minorum Planetarum, maximam inprimis ac minimam, in Terræ Semidiametris inuenire.

MAxima eſt Planetæ diſtantia à centro Terræ, quando Epicycli centrum eſt in Apogeo Eccentrici, & ſimul Planeta in Apogeo Epicycli; minima verò cùm Epicycli centrum eſt in Perigeo Eccentrici, & Planeta in Perigeo Epicycli. Diſtantia Planetæ media ſemper æqualis eſt radio Eccentrici cuiuſque proprii.

Fig. 13. lib. 6. §. 1. In ♄, ♃. ♂ ſic age. Quando centrum Epicycli eſt in E Eccentrici Apogeo, maxima [a] ſunt tam Epicycli radius, quàm Eccentricitas. Igitur radio Eccentrici DE adde Eccentricitatem maximam AD, & maximum Epicycli radium EM. Ita conflabis diſtantiam Planetæ à Terrâ maximam AM; quæ nota erit in Terræ Semidiametris, cùm partes eius AD, DE, EM, in ijſdem fuerint notificatæ per *num. præced.*

a per num. 11 lib. 6.

b per eund. Cùm autem Epicycli centrum fuerit in Eccentrici Perigeo X, minima [b] ſunt tam Epicycli radius, quàm Eccentricitas. Quare minimum Epicycli radium X2, & minimam Eccentricitatem AB, quæ nota iam ſunt in Semid. Terr. aufer ab Eccentrici radio BX etiam in Terræ Semid. noto: reſinquetur A2 minima Planetæ diſtantia in Semid. Terræ nota.

c vide nu. 35. lib. 6. In ♀ procedes eodem modo, cùm vnum iſtud habeat diuerſum, [c] quòd Eccentricitas eius ſit immutabilis.

d vide nu. 37. lib. 6. In ☿ hoc diuerſum eſt, quod centro Epicyclo poſito tam in Eccentrici Apogeo quàm Perigeo, minimus exiſtat [d] radius Epicycli. Quare vt obtineas diſtantiam maximam, Eccentrici radio adde maximam Eccentricitatem & minimum Epicycli radium; vt minimam, ab Eccentrici radio Eccentricitatem minimam, & minimum radium Epicycli aufer.

§. 2. Diſtantia Planetæ cuiuſcumque à Terrâ ad quoduis tempus, hoc eſt in quouis ſitu centri Epicycli in Eccentrico, & Planetæ in Epicyclo, nullo item negotio in Semidiametris Terræ exhibebitur. Nam ea diſtantia in ♄. ♃. ♂ per *num.* 11. *lib.* 6, in ♀ per *num.* 36, in ☿ per *num.* 38. *eiuſdem libri* nota fit in partibus, quarum Eccentrici radius eſt 100000. Quare cùm is per *num. præc.* notus quoque ſit in Semid. Terræ, etiam diſtantia quæſita in Semid. Terræ per Reg. propoit. innoteſcet.

Vide Tabellam ſequentem, in quà rurſum vſi ſumus Semidiametro Terræ minimâ pro reductione ad milliaria.

	DISTANTIÆ PLANETARVM A CENTRO TERRÆ.					
	In Semidiamet. Terræ.			In Milliarijs Bononienſ.		
	Maxima	Minima	Differ.	Maxima	Minima	Differ.
♄	90.155	57.743	32.412	294(356.075	188(530.895	105(825.180
♃	47.552	26.441	21.111	155(257.280	85(329.865	68(927.415
♂	21.005	2373	13.632	68(581.325	7(747.845	44(508.480
♀	12.919	1917	11.002	42(180.535	6(259.005	35(921.530
☿	10.868	3932	6.936	35(484.020	12(837.980	22(646.040
☼	7580	7074	505	24(748.700	23(096.610	1(652.090

NVME-

NVMERVS XXXI.

Diſtantiæ Planetarum inter ſe comparatæ.

§.1.♄.♃.♂. IN Oppoſitione cum Sole multis millionibus milliariorum ſunt Terræ viciniores, quàm in Coniunctione, ♄ quidem plus quàm 48 millionibus, ♃ & ♂ plus quàm millionibus 42. Cùm enim Soli opponuntur ſunt in Apogeo Epicycli; dum coniunguntur, in Perigeo ſunt, ac proinde diſtantiarum in ☌ & ☍ differentia nunquam minor eſt quàm Epicycli diameter minima; cuius ſemiſſis, vt patet ex Tabulâ *num.* 29, in ♄ eſt 24(072.845, in ♃ 21(999.570, in ♂ 21(963.655.

Similiter in Coniunctione Apogeâ cum Sole ♀ ſaltem millionibus 32; ☿ ſaltem millionibus 18 plùs à Terrâ diſtat, quàm in Coniunctione Perigeâ. Patet ex Tabellâ ſupradictâ.

Quanta porro ſit differentia diſtantię omnium maximæ ac minimæ, patet ex Tabellâ *numeri præced.* Atque hæc cauſa eſt, quod Planetæ tantò maiores appareant circa Coniunctionem cùm Sole, quàm in Oppoſitione.

§.2. Diſtantia maxima excedit minimam, in ♂ quidem plus quàm octies, in ♀ pluſquam ſexies, in ☿ pluſquam bis. Patebit ex Tabellâ *num. præced.* ſi diſtantiæ maximæ per minimas diuidantur. Nihil ergo mirum quod ♂ quandoque ſepties vel octies, ♀ quandoque ſexies maior vno tempore appareat quàm alio.

§.3. Diſtantia maxima Solis à Terrâ exceditur à diſtantiâ maximâ ♄ fere decies, à maximâ ♃ plus quàm ſexies, à maximâ ♂ plùs quàm bis. Patet ex Tabellâ *num.* 30, ſi diſtantiæ ♄. ♃. ♂ per maximam Solis diſtantiam diuidantur.

§.4. Quandoque ♂ eſt plùs duplo vicinior Terræ, quàm Sol. Minima quippe diſtantia ♂ eſt Semidiametrorum Terræ 2373, Solis autem diſtantia maxima 7580, quæ eſt plus duplo maior quàm illa ♂.

§.5. ♀ Poſita in Apogeo Epicycli plus quàm 16 millionibus milliariorum eſt ſupra Solem; poſita verò in Epicycli Perigeo eſt plus quàm 16 millionibus milliar. infra Solem. ☿ ſimiliter poſitus in Apogeo ſui Epicycli eſt ſupra Solem plus quàm 9 millionibus milliariorum; exiſtens verò in Epicycli Perigeo plus quàm 9 millionibus milliar. eſt infra Solem. Cùm enim Sol nunquam longè abſit à centro Epicyclorum ♀ ac ☿, liquet hos Planetas in Apogeis ſuorum Epicyclorum conſtitutos, eleuari ſupra Solem toto radio ſui Epicycli, eodemque radio toto deprimi infra Solem, quando exiſtunt in Perigeo. Atqui radius etiam minimus Epicycli ♀ a maior eſt 16 millionibus milliariorum, & radius etiam minimus Epicycli ☿ maior eſt 9 *a vide tab. num. 29.*
millionibus. Ergo &c.

NVMERVS XXXII.

Parallaxes Planetarum inuenire.

DVplex eſt modus (vt *lib.* 3. docui,) inueſtigandæ Parallaxeos: alter ex motibus & obſeruatione deducitur, Altitudinem ſcilicet aſtri Veram ex ſupputatione cognitâ cum Viſâ conferendo; alter ex diſtantiâ præcognitâ Parallaxim rimatur. Priorem qui motibus & obſeruatione nititur, Soli non conuenire ob ingentem diſtantiam, & natam inde exilitatem Parallaxeos oſtendi *lib.* 3. *ante num.* 16. Quod ſi Soli ille non conuenit, multò minùs alijs Planetis conueniet, quorum diſtantia longè maior Solari eſt. Et *Saturni* quidem ac *Iouis* Parallaxes Tycho fatetur vix vllo inſtrumento obſeruabiles eſſe. Sed neque Parallaxes *Martis*, *Veneris* ac *Mercurij* cùm Terræ ſunt proximi, duo minuta adæquant vnquam; quæ proinde ne tum quidem ſine magno erroris periculo ex motibus & obſeruatione cognoſci poſſunt, præſertim cùm motus horum non eâdem euidentiâ ac certitudine, quâ Solis, ab ullo hactenus Aſtronomo potuerint determinari. Reliquum eſt igitur, vt ex diſtantijs *num.* 30. iam conſtitutis Planetarum Parallaxes eliciantur eo modo quem tradidi *lib.* 3. *num.* 14.

PARAL-

	Parallaxes Horizontales					
	in diſtantiâ à Terrâ					
	maximâ			minimâ.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.
♄	0	2	20	0	3	30
♃	0	4	20	0	7	45
♂	0	10	0	1	26	0
♀	0	16	0	1	48	0
☿	0	19	0	0	50	0

CAPVT IV.

Planetarum figura, illuminatio, Comites.

NVMERVS XXXIII.

Figura Veneris & Mercurij.

V*Enerem & Mercurium* apparere modò falcatos, & gibboſos inſtar Lunæ, modò rotundos ac plenos iam expoſui *lib.6.num.*29. vbi ordinem modumque harum phaſium declarauimus. Quibus adde obſeruationes Franciſci Fontanæ eximias planè ac ſingulares. Is teleſcopio vſus quod *Venerem* exhibebat diametro prope ſemipedali, eandem conſpexit [a] cornutam, atque interiori parte ſemiaſperam, & quaſi radios euibrantem, & cum vno alteroúe globulo nigricante, modò intra corpus ♀ modò extra. Fides obſeruationi quamuis admirandæ detrahenda non eſt, quod horum nihil Ricciolus, Grimaldus, Gaſſendus alijúe conſpexerint: id enim potuit contingere quod teleſcopijs minùs præſtantibus vſi fuerint, quàm Fontana, cuius in conficiendis teleſcopijs excellens artificium ſatis notum eſt. Quod ſi vera eſt Fontanæ obſeruatio, dicendum eſt Venerem inſtar Lunæ aſperam ac montoſam eſſe. Quid verò ſint nigricantes illi globuli, an maculæ Solarium inſtar, è *Veneris* corpore ebullientes; an cauernæ, ſeu valles, vt in Lunâ, quarum ſitus fortè ob vertiginem *Veneris* ſuper axe ſuo varietur; an comites, ſeu laterones, vt in ♃ & ♄, difficile eſt definire donec per plures obſeruationes nouis hiſce Aſtronomicis portentis lux amplior afferatur.

a *vide eius tract.* 3.*c*.2.

NVMERVS XXXIV.

Martis Figura.

Fig. 20. NOn ſolùm *Venus & Mercurius*, ſed etiam *Mars* gibboſus ac fere biſectus, ſeu ſemiplenus inſtar Lunæ, apparuit. Talem bis conſpexiſſe [a] ſe affirmat Nicolaus Zucchius Soc. Ieſu, prope quadratum eum Sole aſpectum. Talem conſpexit etiam Franciſcus Fontana Neapoli Anno 1638. Aug. 24. tubo excellenti, qui *Martem* exhiberet, quanta nudis oculis Luna plena ſpectatur. Erat tum 19 ferè Gradibus primam quadraturam prætereuectus. Vidit autem non tantùm, vt dixi, gibboſum, ſed etiam maculâ nigrâ infectum, quæ indies contractior apparuit. Fig. 19. Eumdem Anno 1636 viderat rotundum in medio ſimili maculâ inſignitum, & circa limbum obſcuriùs lucentem. Porro ex huius maculæ contracturâ tam ipſe quàm Io. Baptiſta Zupus Soc. Ieſu, *Martis* vertiginem circa centrum ſe colligere arbitrantur. Daniel Bartolus Soc. Ieſu obſeruauit *Martem* cum duabus maculis in parte inferiore diſci. Fortè comites habere inſtar *Iouis* Antonius Maria de Rheita ſubdubitans opinatur. Poſtremò Chriſtianus Hugenius, vt ipſe refert in *Syſtemate Saturnio*, tubo 23 pedum obſeruauit Anno 1656 in *Marte* zonam admodum latam, quæ mediam diſci partem offuſcaret.

a *Phil. optica parte* 1. *pag.* 193.

NVME-

NVMERVS XXXV.

Figura Iouis.

I*Ouem* faſcijs præcinctum primi conſpexiſſe videntur Io. Baptiſta Zupus, Daniel Bartolus ambo è Soc. Ieſu, & Franciſcus Fontana, Neapoli omnes. Vidêre etiam ſæpiſſimè Franciſcus Maria Grimaldus, Io. Baptiſta Ricciolus & Chriſtianus Hugenius, qui in *Syſtemate Saturnio* affirmat à ſe alijſque, qui cum ipſo obſeruarunt, ſæpe viſas fuiſſe reliquo Iouis corpore lucidiores, cùm alij tamen obſcuriores aſſerant. Viſæ ſunt autem hæ faſciæ ſubinde tres, ſubinde duæ; iam curuæ, iam rectæ; iam magno ioteruallo diſtantes, iam prope coniunctæ, vt expreſſum vides in *Figuris* 21.22.23.24. quas deſumpſi ex Ricciolo, qui omnium obſeruationes collegit *lib.7.pag.*486. 487. Grimaldus inſuper deprehendit faſcias ferè eſſe ad Eclipticam parallelas. Refert etiam Ricciolus ſchema tranſmiſſum ex Belgio in Italiam, quo exhibetur Iupiter, prout viſus eſt tubo egregio Leandri Bandrij Abbatis Disbergenſis Anno 1643 Nou. 2. aſper videlicet circa margines, montibus ac tumoribus euidenter extantibus. Quâ obſeruatione inducor, vt putem faſcias illas eſſe lacunas, ſeu cauernas à partibus eminentioribus impeditas ne lumen à Sole recipiant. Varietas autem illa faſciarum tam in numero quàm in ſitu ac latitudine ſatis manifeſtè indicat hunc Planetam circa ſuum centrum aut circumagi omnino, aut certè vltro citroque librari. Fig. 21. 22. 23. 24.

NVMERVS XXXVI.

Iouis Comites.

HOs primus detexit Galilæus, qui Anno 1610. Ian. 7. teleſcopio ſuo conſpexit primùm tres; deinde quatuor, in lineâ Eclipticæ parallelâ, modò ſibi ac *Ioui* propinquiores, modò remotiores; numquam tamen vltra 14 aut 17 minuta ab eo digredientes, & aliquando penitus diſparentes. Ex quo patuit non Fixas, ſed Planetulas eſſe. Lege de his, ſi lubet, Galilæum ipſum in *Nuncio ſyderio* accuratè tractantem. Nos præcipua de his, paucis complectemur. Fig. 25.

§. 1. Mouentur in circulis vel ellipſibus circa *Iouem*, in quorum ſuperiori parte feruntur in conſequentia. Hoc inde colligitur, quia non ſimpliciter ad *Iouem* accedunt receduntque; ſed modò in Auſtrum, modò in Aquilouem. Sunt videlicet *Ioue* Auſtraliores in Pericyclorum parte ſuperiori, in inferiore Borealiores.

§. 2. Voluuntur in quatuor diuerſis Pericyclis, quia in maximis à *Ioue* digreſſionibus valde diſiuncti apparent, vt in H, P. Q. R. Radij circulorum ex digreſſionibus maximis colliguntur, quas iuxta Galilæi obſeruationes Tabellâ ſequenti exhibeo.

Digreſſio maxima Comitis	*Diametri Iouis*
1	3
2	5
3	8
4	14

§. 3. Circa coniunctionem tam Apogeam in G, quàm Perigeam in O ob *Iouis* fulgorem occultantur. Inſuper Eclipſes ſubeunt à *Iouis* vmbrâ; nam extra tempora & loca occultationis ordinariæ ſubinde diſparent, cùm exiſtunt eo loco in quem tunc vergeret V vmbra *Iouis*, ſi à Sole poneretur illuminari. Ex quo colligitur & *Iouem* à Sole, & à *Ioue* Comites lumen mutuari. Neceſſe eſt igitur vt etiam ♃ circa quadratum cum Sole Aſpectum gibboſus appareat, vt ♂, quamuis id noo legam hactenus obſeruatum fuiſſe.

§. 4. Reuolutiones ſuas circa *Iouem* breui tempore abſoluunt, vt vides in Tabellâ ſequenti

Periodi

Digitized by Google

cohærent: connectebat autem vtrumque brachiũ linea quædam ſubobſcura per ♄ diſcum extenſa & brachia ipſa infra ſe relinquens. Sub finem Nou. ab alijs (ipſe enim peregre aberat) videri cœpit rotundus abſque brachijs vllis. Rotundum deinde vidit etiam ipſe 1656 Ian. 16. primò quidem tubo pedum 12, deinde verò maiore alio pedum 23 conuexis vitris inſtructo, quem deinceps in ſequentibus obſeruationibus adhibuit. Secabat autem diſcum Planetæ medium linea illa reliquis diſci partibus aliquantò obſcurior. Eodem Anno 13 Octob. tubo pedum 23 *Brachia* renaſci viſa eâ ſpecie quam vides in *Fig.* 15. *lib.* 8. lineâ obſcurâ iam infra *Brachia* incedente, *Brachijs* verò ipſis anguſtioribus & clarioribus circa cuſpides, quàm quâ parte ♄ diſco committebantur. Quam eamdem phaſim tubo illo minore pedum 12 ſpeculanti rurſum *Brachia* apparuêre latiora circa cuſpides, planè vt ante rotundam phaſim apparuerant Anno 1655. vnde non immeritò concluſit poſteriorem hanc formam (*ſchemate* 15 expreſſam) veriorem fuiſſe. Inde *Brachia* ſenſim ampliora euaſerunt, donec An. 1657, in anſas verterentur, quæ ſenſim latiùs adapertæ, demum An. 1659 conſpectæ ſunt eâ formâ quæ *Figurâ* 16. *lib.* 8 repræſentatur.

§. 3. Hæc obſeruationum ſummas quibus vt ſatisfiat, ſtatuit *Saturnum* cingi *Annulo tenui, plano & nuſquam cohærente*, cuius planum ſit Æquatori Terreſtri (Hypotheſim quippe Terræ Motæ amplectitur) parallelum quàm proximè, axis verò ad planum Eclipticæ inclinatus angulo conſtanti ſemper Grad. 23. 30′, ac proinde axi Terræ ſemper æquidiſtans. Quâ Hypotheſi *Rotundæ phaſeos, Brachiorum & Anſarum* cauſas eleganter ac eruditè in ſuo *Syſtemate Saturnio* aſſignat, quò Lectores remitto. Et quidem iſtud facilè intelligitur, *Annulum* illum à nobis ſemper obliquè conſpici, ſed obliquitate aliâ atque aliâ. Quando igitur ad viſum noſtrum valde obliquus eſt, ſpatium *Saturno* & *Annulo* interiectum non apparet, adeóque *Annulus* conſpicitur, vt in *ſchemate* 15 *lib.* 8. Vbi minùs iam obliquus euaſerit, ellipſim exhibebit, vt in *ſchem.* 16, *lib.* 8, ſpatio quod inter ipſum & ♄ interijcitur iam conſpicuo. Illud etiam manifeſtum eſt intra quamlibet vnam ♄ reuolutionem integram, obliquitatem *Annuli* ad viſum noſtrum bis fore minimam, adeóque ellipſim latiſſimam, qualis fere in 17 *ſchemate lib.* 8. expreſſa eſt, *Saturno* videlicet (vt ipſe colligit) Gradum 20. 30′ ♊ & ♐ obtinente, bis item fore maximam *Annuli* plano per viſum noſtrum tranſeunte; tum verò neceſſe eſſe vt *Annulo* diſparente ♄ Rotundus appareat: quod ipſe ſtatuit contingere vbi Gradum 20, 30′ ♍ & ♓ Planeta attigerit. Verùm, quia *Rotunda Phaſis* integro fere anno perdurat, eius quoque ex ſuâ Hypotheſi cauſas exhibuit, quas apud ipſum egregiè deductas lege.

§. 4. Quod ſi præter *Phaſim Rotundam, Brachia, & Anſas,* formas alias præterea nullas ♄ exhiberet, non videretur Hypotheſeos Hugenianæ veritas poſſe in dubium reuocari. Quare cùm alias ſuis multùm diſſimiles ſciret varijs in locis ab Aſtronomis obſeruatas, è quibus nonnullas *Fig.* 26, 27, 28, 29, 30, *lib.* 7. adumbrauimus, eas eſſe fallaces ac ſpurias contendit, erroris cauſâ in tuborum breuitatem reiectâ. Equidem facilè illi aſſentior id in quibuſdam accidiſſe: vt verò contigiſſe credam in omnibus, præſertim ijs, quæ *Fig.* 28 & 38 *lib.* 7. exhibentur, non perinde inducor; & ſatis conſtat Fontanam in ſpecillis tuborum efformandis poliendiſque artificem peritiſſimum extitiſſe; quem proinde tubis præſtantibus & prælongis, ſi non ſemper, crebrò certè & in maioris momenti phœnomenis vſum fuiſſe minimè dubium videri poſſit. Quare vt Clariſſimi Hugenij Hypotheſim abſque omni ſcrupulo amplectamur, annorum plurium obſeruationes præſtolandæ videntur.

§. 5. Idem Hugenius triennali ſuâ illâ obſeruatione *Saturni* nouum eius *Comitem*, ſed vnicum, quem *Lunam Saturniam* appellat, mortalium primus detexit, comperitque circa ♄ reuolui ſpatio Dierum 16 minùs Scrupulis 47. Obſeruationum hiſtoriam & tabulas ad motum *Comitis* pertinentes, apud ipſum vide in *Syſtemate Saturnio.*

§. 6. Quid igitur faciamus ſex illis ſtellulis, quas circa *Saturnum* vidit Reita Anno 1643 Ian. 17, 18, 22, 23, 24. Febr. 5 & 9 perſpexitque euidenter ſitum inter ſe ac diſtantiam variare? ipſum de his *Saturni Iouiſque nouis Satellitibus* tractantem conſule in libello Louanij typis Andreæ Bouuetij edito. Ego quidem Reitenſes obſeruationes cur ſuſpectæ eſſe debeant non video, quando conſtat hunc virum multum operæ in tubis concinnandis poſuiſſe. Sed & Hugenio fidem habeo, triennio *Comitem* non niſi vnicum deprehendenti. Vtriuſque obſeruationes conciliare in promptu eſt, ſi dicamus illos *Comites* à Reitâ viſos poſtmodo diſparuiſſe; quod quidem in nouis ſtellis iam toties eueniſſe exploratum eſt. Idem de *Iouis Comitibus nouis*, de quibus egi *num. præc.* §. 5. iudicium eſto. Atque vel inde etiam Clariſſ. Hugenius ſtatuere poterit, quæ alij in *Saturno* conſpexêre, ſi ipſe tubo ſuo quamuis excellenti non conſpexerit, non ſequi tamen, vt vitrorum ludibrio adſcribi debeant, quando ea, quod in cæli phœnomenis iam toties vidimus, aut euanuiſſe potuerunt, aut in altiores cæli partes ſubuecta ſubduci oculis, aliquando forte eodem habitu vel alio reditura.

NVMERVS XXXVIII.

Planetæ lumen à Sole recipiunt.

VEnerem & Mercurium à Sole illuminari ex phaſibus eorum, quæ per omnia Lunares imitantur, extra controuerſiam eſſe debet. *Iouem* quoque lumen à Sole mutuari ex *Comitum* Eclipſibus *num.* 26. §. 3, non minùs certum. Idem videtur de *Marte* & *Saturno* ſentiendum. Et *Mars* quidem hoc ſatis indicat, qui circa Quadraturas gibboſus cernitur, vt *num.* 34 retuli. Talem verò prope □ apparere etiam *Iouem* ac *Saturnum*, ſi lumen à Sole recipiunt, neceſſe eſt: quod tamen nondum reperio obſeruatum fuiſſe. Cùm autem aliunde conſtet *Iouem* à ſe non fulgere, facilè arbitror futurum, vt, ſi in illum tubos Aſtronomi dirigant, etiam gibboſum quandoque deprehendant. Vnde licet de *Saturno* idem conijcere. Ne tamen inde tyrones ſibi perſuadeant fore, vt (quod fieri non poteſt) etiam falcatos, inſtar Lunæ, *Veneris* ac *Mercurij* duos hoſce ſupremos Planetas aliquando conſpiciant. Id enim fieri ſi poſſet, contingeret vtique ante vel poſt Coniunctionem cum Sole. Sed tum hi Planetæ, (vt alias ſemper) ſunt ſupra Solem, ac proinde hemiſphærium à Sole illuſtratum nobis obuertunt. Ergo &c.

CAPVT V.

De magnitudine Planetarum.

SI notum fuerit quoties Planetæ diameter contineat Diametrum Terræ, innoteſcet etiam ex 18. 12. elem. quoties Terram Planeta contineat. Verùm primi cognitio à duobus [a] pendet, nimirum à Planetæ Diametro Apparente (hoc eſt à quantitate anguli ſub quo videtur, ſiue à quantitate arcus in cælo viſualem angulum ſubtendentis) & à diſtantiâ Planetæ à Terrâ. Hæc autem cùm ad tempus quodcumque reperta iam ſit *lib.* 6. *num.* 11. 36. 38, reſtat vt modum Apparentes Diametros determinandi exponamus.

a patet ex n. 34. l. 3.

NVMERVS XXXIX.

Apparentes Planetarum Diametros determinare.

ACcuratè & fusè ad hoc negotium ſpectantia collegit expoſuitque Ricciolus *lib.* 7. *ſect.* 6. *cap.* 9. & 10. Quidquid hic ſcitur, Tubo optico debetur: quo deſtituti priores Aſtronomi vſque ad Tychonem longiſſimè hoc in ſcrutinio aberrauerunt.

Modus I. Notam fac capacitatem tubi quo vteris, quod ita facies. Tubo in Lunam directo æſtimando collige quantam Lunaris diametri partem exhibeat ex. gr. duas tertias. Inquire [b] ad tempus illud diameter Lunæ Apparens quot minuta contineat. Horum duæ tertiæ ex. gr. exhibent tubi capacitatem. Vel inquire duas Fixas, quas tubus præcisè capiat. Harum diſtantia ſi nota fiat, ſiue per inſtrumentum, ſiue trigonometricè per Latitudines ipſarum ac Longitudines *lib.* 5. iam inuentas, etiam nota erit tubi capacitas. Cognitâ hunc in modum capacitate tubi, tempus capta quo Planeta à Lunâ vel ab aliquâ Stellâ diſtet interuallo aliquoties minori, quàm ſit tubi capacitas. Et tubo in cælum directo æſtimando collige quot Planetæ diametros interuallum illud contineat: quæ æſtimatio eſſe poteſt accurata ſi interuallum ſit paruum, ex. gr. tantùm ſepties vel octies maius Planetæ diametro, affirmatque Ricciolus ſe proportionem talis interualli ad Planetæ diametrum ex oculari æſtimatione eiuſmodi tantâ euidentiâ colligere, quantâ ſi illam circino in chartâ definiret. Hoc ipſum deinde interuallum ſimili æſtimatione expende quoties in tubi capacitate contineatur. Ita quoque ſcies quoties Planetæ diametrum contineat tubi capacitas: quæ quot Minuta contineat cùm notum iam ſit, etiam quot Minuta contineat Planetæ diameter notum erit. Hoc modo vſi ſunt Keplerus, Galilæus, Gaſſendus, Hortenſius, Scheinerus, Ricciolus.

b per n. 35. lib. 3.

Fig. 32. Alium modum huic ferè ſimilem adducit Ricciolus *pag.* 710 & 711, quem Grimaldo adiutori ſuo ac ſocio Aſtronomico adſcribit. Obſeruauit *Iouem* in B proximum Stellæ A (quæ fuit *præcedens quatuor in Ala* ♍ *ſiniſtrâ*) paulò ante Coniunctionem cum eâ. Sequenti nocte ob-

ſeruauit

ſeruauit eundem in C,cum Stellæ iunctus interim iam fuiſſet in D, factâque æſtimatione triplici collegit quoties interualla AB, AC, AD continerent *Iouis* diametrum: atque inde reſoluendo triangula rectangula ADB, ADC viam Planetæ BC in Planetæ ſemidiametris fecit notam. Deinde per motum *Iouis* Diurnum, & tempus à primâ obſeruatione ad ſecundam notam fecit in Minutis viam BC; quæ cùm nota iam eſſet in ſemidiametris *Iouis*, inde etiam quot Minuta contineret *Iouis* diameter per Reg.proport. elicuit. Hæc à me ſtrictim indicata, accuratè apud illum deducta reperies. Porro quamuis ipſe in hoc modo potiſſimùm aequieſcat, ego tamen non ſatis video cur multò præcedenti ſit melior, requirit enim & obſeruationes duarum noctium, & prætereà calculum; pendetque ab æſtimatione triplici ſpatiorum AB, AC, AD, prior autem à duplici tantùm; & ſpatij quidem AD æſtimatio videtur minùs tuta ac certa, cùm ſit imaginaria potiùs quàm ocularis, vtpote facta quando Planeta erat non in Coniunctionis puncto D, ſed quando ipſum fuerat iam prætervectus in C.

Modus 2. quem *lib.* 5 *.num.* 23 ſatis expoſui, requirit, vt magnitudines tubo inſpectæ tum Planetæ, cuius Apparens diameter quæritur, tum *Iouis* aut *Saturni*, cuius Apparens diameter per modum 1. iam innotuerit, ſtatim in chartâ delineentur, atque inter ſe conferantur. Vide locum *ſupra* citatum. Sed hic obſerua quantitatem apparentem diametri ex. gr. ♃ aut ♄ per modum primum aut quemuis alium reperiri ſolùm eam, quæ fuit eo tempore, cùm fiebat obſeruatio: debet autem eius nota eſſe quantitas ad tempus illud quo cum diametro alterius Planetæ comparatur. Id verò ſic conſequeris. Ex notâ Apparente diametro Planetæ dati ad tempus aliquod, reperitur eiuſdem diameter Vera per *num.* 34. *lib.* 3. Ex Verâ diametro iam notâ & diſtantiâ Planetæ à Terrâ ad datum tempus, quæ iam innotuit *lib.* 6.[a] reperitur diameter Apparens ad tempus datum per *num.* 35. *lib.* 3. Atque ita vniuerſim datâ cuiuſuis Planetæ diametro Apparente ad aliquod tempus & in aliquo ſitu, reperietur Apparens diameter ad tempus quodcumque, ſiue ad quemuis ſitum tam Epicycli quàm Eccentrici.

[a] num. 11. 36 38.

Sequenti Tabellâ exhibentur Diametri Apparentes Planetarum, maximæ, mediæ, minimæ.

		Diameter Apparens Planetarum.														
		♄			♃			♂			♀			☿		
		I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
Hortenſius & cum eo	*Max.*	0	40	40	1	1	40	1	4	0	1	40	0	0	28	0
Gaſſendus	*Med.*	0	37	0	0	50	0	0	36	0	0	53	0	0	19	0
Herigonius	*Min.*	0	31	0	0	38	30	0	9	0	0	15	20	0	10	0
Grimaldus	*Max.*	0	34	30	1	8	46	1	30	0	4	8	0	0	25	12
&	*Med.*	0	26	40	0	49	46	0	22	0	1	4	12	0	13	48
Riccíolus	*Min.*	0	22	46	0	38	18	0	10	6	0	33	30	0	9	20

Saturni diameter eſt ſimplex abſque Latetonibus.

NVMERVS XL.

Magnitudines Planetarum inuenire.

OPorteat ex.gr. inquirere magnitudinem *Saturni.* Huius Apparens Diameter maxima, in minimâ videlicet diſtantiâ à Terrâ, eſt Secundorum 34, Tert. 30. Minima autem *Saturni* diſtantia eſt[b] 57743 Semidiametrorum Terræ. Ex his datis elicitur[c] Vera ♄ Diameter $9\frac{3}{5}$ Diametrorum Terr. Quare ſi Terræ Diameter ſtatuatur 1, & Diameter *Saturni* $9\frac{3}{5}$, eaque proportio per quatuor terminos continuetur, erit Terra ad ♄,[d] vt 1 ad Quartum, nempe 884. 7'. 3". 6'''. Quare ♄ maior eſt Terrâ ſaltem vicibus 884. Pari modo etiam moles cæterorum Planetarum ex Apparente ipſorum Diametro per *num. præc.* notâ, & ex diſtantiâ à Terrâ quæ ſcitur ex *num.* 30. reperientur. *Vide Tabellam ſequentem.*

[b] per n. 30.
[c] per n. 34. lib. 3.
[d] per 18. 12

♄	♃	♂	♀	☿
		Continet Terras.		
884	68½	$\frac{154}{100}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{1}{64}$

CAPVT VI.

De ortu & occaſu Planetarum.

NVMERVS XLI.

Saturno, Ioui, Marti qui ortus occaſuſque, quando & quo ordine conueniant.

TRes hi Planctæ eoſdem ortus occaſuſque, quos ſtellæ Fixæ, eodemque ordine ſortiuntur.

Primò igitur, quando ſunt in Apogeo Epicycli, ac prolnde coniuncti cum Sole, occidunt veſperi, hoc eſt deſcendunt infra Horizontem Occidentalem cum Sole, & oriuntur manè, hoc eſt cum Sole ſupra Horizontem Orientalem aſcendunt. Sed vtrobique ſub radijs Solaribus deliteſcunt.

Succedit deinde Emerſio matutina, quando manè incipiunt in Horizonte Orientali apparere, quia Sol, vtpote celerior, in conſequentia iam eos prætervectus, non ampliùs ſuis radijs occultat: & tunc lucent ſub extremum noctis. Fit hoc paulò poſtquam ab Apogeo Epicycli deſcendentes, ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum ingreſſi ſunt. Ab eo autem die quo primùm è Solis radijs emersêre, hoc eſt toto eo tempore quo percurrunt ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum, ab Apogeo nempe ad Perigeum, quotidie citiùs ac citiùs, hoc eſt longiori tempore ante Solem in Horizonte Orientali apparent, ac proinde maiori quotidie ac maiori noctis parte lucent.

Poſt hæc vbi attigerint Perigeum Epicycli, Solique fuerint oppoſiti, manè occidunt, hoc eſt Sole oriente infra Horizontem occiduum deſcendunt, eodemque die oriuntur veſperi, hoc eſt Sole occidente ſupra Horiz. Orient. aſcendũt. Tunc autem fulgent totâ nocte. Peractâ verò Oppoſitione cum Sole, toto eo tempore quo perambulant Epicycli ſemicirculum dexterum, à Perigeo nempe ad Apogeum, poſt occaſum Solis quotidie altiores & altiores ſupra Horizontem Ortiuum apparent, deinde in Meridiano, ac tandem in Occidente, ac proinde rurſum minori quotidie ac minori noctis parte luceſcunt.

Poſtremò ſub veſpertini Solis radijs occultantur, vbi denuo Sol eos tam prope fuerit aſſecutus, vt poſt occaſum Solis impedientibus eiuſdem, radijs videri deſinant. Exinde verò ad tempus latent donec rurſum è radijs Solaribus emergant Emerſione matutinâ.

NVMERVS XLII.

Veneri & Mercurio qui ortus occaſuſque, quando, & quo ordine conueniant.

IVncti cum Sole in Apogeo Epicycli oriuntur manè & occidunt veſperi, hoc eſt cum Sole & oriuntur & occidunt: ſed vtrobique Solis fulgore occultantur.

Paulò poſt digreſſi à Sole & Apogeo in ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum, è Solis veſpertini radijs emergunt; hoc eſt videri incipiunt veſperi in Occidente. Exinde toto eo tempore quo ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum ab Apogeo ad Perigeum percurrunt, perſeuerant veſpertini & occidentales, apparentque poſt occaſum Solis quotidie altiores ſupra Horizontem, vſque ad digreſſionem à Sole maximam; poſt quam incipiunt indies rurſum humiliores apparere,

parere, donec iterum ad Solem accedentes, prope Perigeum ſub radijs Solis occidentis occultentur.

Poſt occultationem veſpertinam, quando Soli iunguntur in Perigeo Epicycli, iterum manè oriuntur & veſperi occidunt, hoc eſt vtrobique cum Sole, & inconſpicui.

Non moltò poſt à Sole & Perigeo Epicycli in ſemicirculum dextrum digredientes, emergunt ex radijs Solis matutini, hoc eſt incipiūt manè videri in Oriente, apparentq; altiores quotidie ſupra Horizontem vſque ad digreſſionem à Sole maximam: poſt quam ad Solem redeuntes, rurſum incipiunt quotidie humiliores apparere, ac tandem prope Coniunctionem cum Sole Apogeam ſub radijs eiuſdem iterum occultantur & manè videri deſinunt.

Venus igitur & *Mercurius*, quia Sole modò velociores, modò tardiores ſunt, præter Emerſionem matutinam & Occultationem veſpertinam ipſis eum ♂. ♃. ♄, & ſtellis Fixis communes, habent inſuper Occultationem matutinam, & Emerſionem veſpertinam, quâ ♂.♃.♄, & Fixæ carent, vtpote ſemper Sole tardiores. Viciſſim verò ♀ & ☿ carent ortu veſpertino, & occaſu matutino, quia ad Oppoſitionem cum Sole nunquam pertingunt.

Corollaria.

1. Poſſunt ♀ & ☿ in aliquo Horizonte oriri Aeronicè, & occidere Coſmicè: in eo videlicet qui ſit idem eum Eclipticâ vel illi propinquus. Ibi namque poteſt Sol tam citò poſt meridiem occidere, & dies eſſe tam parua, vt Sole occidente, ♀ aut ☿ circa maximas Digreſſiones poſiti in Oriente oriantur, & contra Sole oriente occidant in Occidente. Sed quia in totâ zonâ torridâ & in maximâ parte vtriuſque temperatæ hoc fieri non poteſt, idcireo Aſtronomi negant his Planetis ortum Acronicum & oecaſum Coſmicum conuenire.
2. Non ſemel ♀ quæ pridie fuit veſpertina, ſequenti manè apparuit matutina. Hoc illi accidit cùm prope Perigeum Epicycli exiſtens magnam habet Latitudinem Borealem: quod Reinholdus affirmat contingere circa initium ♈.
3. Sæpe ♀ toto die conſpicua eſt, cùm ſcilicet maximè digreditur à Sole.

NVMERVS XLIII.

De ortu & occaſu Signorum, ſeu arcuum Zodiaci.

CVm Emerſio & Occultatio Planetarum (vt *num. ſeq.* videbitur) connexa ſit cum ortu & occaſu arcuum Zodiaci, is erit hoc loco breuiter explicandus.

In omni Sphærâ Æquator Horizontem æqualiter aſcendit, hoc eſt æqualibus temporibus aſcendunt æquales Æquatoris arcus. Idem intellige de deſcenſu. Ratio eſt, quia motus Primi Mobilis ſit ſupra Polos Æquatoris.

Zodiacus autem aſcendit inæqualiter, hoc eſt æqualibus temporibus aſcendunt arcus inæquales. Idem de deſcenſu intellige. Ratio eſt, quia motus Primi Mobilis non ſit ſuper Polis Zodiaci, ſed (vt iam dixi) Æquatoris.

Signum vel arcus Zodiaci rectè ſeu tardè oritur, vel occidit, eum quo maior ipſo arcus Æquatoris oritur; obliquè verò ſeu velociter, cum quo minor; medio modo, cum quo æqualis.

In Sphærâ Rectâ.

Tardè oriuntur & occidunt ♊, ♋, ♐, ♑, octo reliqua velociter.

Quadrantes Eclipticæ quatuor cardinalibus punctis terminati, medio modo oriuntur & occidunt, quia cum illis oriuntur & occidunt quadrantes Æquatoris.

Arcus Eclipticæ æqualiter diſtantes ab aliquo punctorum cardinalium æquales habent Aſcenſiones, hoc eſt, æquales Æquatoris arcus ſibi coorientes.

Hinc ſequitur, arcus æquales oppoſitos æquales Aſcenſiones habere.

In Sphærâ obliquâ.

Apud Boreales rectè, ſeu tardè aſcendunt, & obliquè, ſeu velociter deſcendunt ♋.♌.♍.♎.♏.♐: At obliquè ſeu velociter aſcendunt, & rectè ſeu tardè deſcendunt ♑.♒.♓.♈.♉.♊.

Apud Auſtrales omnia his contraria accidunt. Sed vtrumque intellige à Latitudine Grad. 10 vſque ad Latitudinem Grad. 66 $\frac{1}{2}$.

Arcus Zodiaci quò ſunt punctis Æquinoctialibus propiores, eò velociùs tardiuſue aſcendunt deſcenduntue.

Medietates Eclipticæ Borealis & Auſtralis medio modo oriuntur & occidunt, ſiue aſcendunt & deſcendunt: cum ipſis enim aſcendunt & deſcendunt medietates Æquatoris.

Arcus Eclipticæ æqualiter diſtantes à propiori puncto Æquinoctiorum, habent Aſcenſiones æquales, ac proinde æque tardè vel æquè velociter aſcendunt.

In omni Sphærâ.

Cuiuſuis arcus Eclipticæ Aſcenſio æquatur Deſcenſioni arcus oppoſiti.

Quâuis die vel nocte artificiali, ſiue longâ, ſiue breui, ſex Signa oriuntur.

Cætera vide in Sphærâ Clauij. Veritas porro harum regularum, præterquam quod geometricè demonſtrata paſſim reperiatur inter problemata Primi Mobilis, euidenter etiam colligitur per Aſtrolabium & ex reuolutione Sphæræ materialis.

Scholium.

Alia ratio eſt Aſcenſus Deſcenſuſque punctorum, quàm arcuum. Puncta enim quò longius ab Æquatore declinant, eò tardiùs & occidunt & oriuntur; & quidem tardiùs, cum versùs Polum conſpicuum declinant, quàm dum versùs inconſpicuum. Hinc fit vt Sol exiſtens in principio ♋ tardiſſimè & oriatur & occidat, velociſſimè autem circa principia ♈ & ♎. Hæc etiam alijs Planetis ac Stellis applica.

NVMERVS XLIV.

De interuallo Ecliptico Emerſionis & Occultationis Planetarum & Stellarum.

VT ſtellæ (per has etiam Planetas & Lunam intelligo) è Solis radijs primò emergant, vel ſub ijſdem primò occulentur, opus eſt aliquo interuallo à Sole diſtent. Quare interuallum Emerſionis eſt arcus Eclipticæ inter Stellam in Horizonte poſitam & centrum Solis poſiti infra Horizontem interiectus, quando Stella Horizontem attingens primò incipit apparere. Interuallum verò Occultationis eſt arcus Eclipticæ inter Stellam in Horizonte poſitam & centrum Solis poſiti infra Horizontem interiectus, quando Stella Horizontem attingens incipit occultari.

Hoc interuallum, non modò ſi aliæ cum alijs Stellæ, ſed etiam ſi eædem cum ſeipſis comparentur, incredibilem varietatem patitur. Cauſæ huius varietatis præcipuæ ſunt tres.

Prima eſt Diuerſa inclinatio Eclipticæ ad Horizontem, quâ fit vt Signorum alia rectè, alia obliquè aſcendant vel deſcendant. Quò autem Planeta & Sol fuerint in Signo rectiùs aſcendente, vel deſcendente, eò minus requiritur Emerſionis vel Occultationis interuallum cæteris paribus. Si enim in Eclipticâ numeretur ab Horizonte deorſum arcus ex. gr. Graduum 12, in cuius termino Sol exiſtat, quò arcus ille fuerit Horizonti rectior, eò Sol profundiùs infra Horizontem demergetur, ac proinde minus luce ſuâ officiet Planetæ in Horizonte exiſtenti: quò verò arcus ille fuerit obliquior, eò minùs profundè Sol infra Horizontem deſcendet, adeoque plus ſuis radijs Planetæ Horizontali officiet. Quò igitur Sol & Planeta fuerint in Signo rectiùs aſcendente vel deſcendente, eò minori opus erit ad Emerſionem vel Occultationem interuallo; eò autem maiori, quo fuerint in Signo aſcendente vel deſcendente obliquiùs. Ipſa porro diuerſitas illa, quæ ex difformi Eclipticæ ad eundem Horizontem inclinatione oritur, in ſingulis Horizontibus iterum diuerſa eſt.

Secunda eſt Diuerſa Latitudo tum diuerſarum Stellarũ inter ſe, tum eiuſdem (ſi Planeta eſt) cum ſeipsâ. Hæc enim auget vel minuit cauſam primam. Nam illa vltimò refunditur in Declinationem Horizontis & Eclipticæ ab Æquatore, quam Latitudo auget minuitue.

Tertia eſt Diuerſitas apparentis magnitudinis.

Quod ad tempus Emerſionis & Occultationis attinet, variatur hoc ab ijſdem cauſis, quæ variant interuallum; atque aliam inſuper habet ſibi propriam diuerſitatem, nempe motus

tum

tum Stellæ tum Solis: quò enim is eſt celerior vel tardior, eò citiùs tardiuſue requiſitum Emerſionis vel Occultationis interuallum obtinetur.

Ex his ſatis apparet arcus & tempora Emerſionum & Occultationum haud facilè determinari poſſe. Ptolomæus tamen cùm árcum Viſionis, quamuis & ipſe inconſtans ſit, minùs tamen variari quàm interualla illa Ecliptica animaduerteret, ex illo interualla prædicta ad Signorum initia deriuauit pro Altitudine Poli Grad. ferè 34. Modum quo id fecit, ipſumque Viſionis arcum, exhibuit ipſe *Almag. lib. 13. Conſule Tabellam num. 43. lib. 5.* Eſt porro Viſionis arcus profunditas Solis infra Horizontem eo tempore, quo Stella Horizontem tangens primò emergit vel occultatur.

CAPVT VII.

De Aſpectibus Planetarum.

NEmo huius capitis viſo titulo à me expectet, vt qui Aſtronomiam hactenus elucidare conatus ſum, idem officium Aſtrologiæ iudiciariæ impendam. Abſit à me vt Lectores alliciam ad ſtudium ineptiſſimum ac mendaciſſimum; cuius, niſi ad alia properarem, non præcepta traderem, ſed vanitatem ac nugas proderem confutaremque. Quare de Aſpectibus non attingam niſi pauca & ſtrictim, & quantùm ad alios fines conducere viſum fuit.

Aſpectus præcipui ſunt ſex, quorum notas, nomina, diſtantias ſubijcio.

		Grad.
☌	*Coniunctio*	0
⚹	*Sextilis*	60
□	*Quadratus*	90
△	*Trinus*	120
☍	*Oppoſitio*	180

Igitur cùm duæ Stellæ nihil diſtant in Zodiaco, dicuntur *Coniunctæ*; cùm diſtant Gradibus 60, hoc eſt ſextâ parte circuli, *Aſpectum* habent *Sextilem*; cùm Gradibus 90, *Quadratum*; cùm Gradibus 120, hoc eſt tertiâ parte circuli, *Trinum*, ſeu *Trigonum*; cum Gradibus 180, *Oppoſitæ* ſunt. Ordinem Aſpectuum exhibet ſchema 31.

Inter Aſpectus præcipui ſunt Coniunctio & Oppoſitio. Interualla ☌ Planetarum cum Sole ſuis quæque locis tradidi.

Ab vnâ ☌		*Dies*	*Hor.*
♄	*ad alium ſunt*	378	
♃		399	
♂		783	
♀		584.	22
☿		115.	21

Interualla ☌ Planetarum cum Sole in eodem loco Zodiaci, hoc eſt, reuolutiones Planetarum reuolutionibus Solaribus commenſuratæ, ſubiectâ Tabellâ exhibentur.

Reuolutiones			*Reuolutionibus Solis*
♄	2	*æquantur*	59
♃	7		83
♂	42		79
♀	5		8
☿	54		13

vt Luna cum Sole ad eundem Zodiaci locum reſtituatur, pluribus annis opus eſt. Menſes quippe Synodici 42053 æquantur reuolutionibus Solis 3400. Quare poſt annos 3400 Luna cum Sole reſtituitur in eodem loco Zodiaci eâdem horâ, imo fere Minuto eodem. Atque hic eſt cyclus Vietæ, inter omnes cyclos Luniſolares accuratiſſimus.

Tres Planetæ Superiores coniunguntur inter ſe interuallis infra ſcriptis.

ASTRONOMIÆ
LIBER OCTAVVS.
VARII TRACTATVS ASTRONOMICI.
TRACTATVS PRIMVS
DE HYPOTHESI TERRÆ MOTÆ.

TErram circa ſuum centrum conuerti ex veteribus opinati ſunt Nicetas Syracuſanus, & Heraclides ac Ecphantus Pythagorici, ex recentioribus Cuſanus, Longomontanus, Argolus & alij nonnulli. Sed his auſi maiora Philolaus, & poſt illum Ariſtarchus, Sole in Mundi centrum detruſo, Terram in eius locum euectam motu annuo per Eclipticam circumferri docuêre: quorum ſententiam obliuione iam ſepultam ſuperiori ſæculo Nicolaus Copernicus ingenio conatuq; ſummo reduxit in lucem, excitauitq; tanto ſucceſſu plauſuque, quantum deinde ſectatorum multitudo teſtata eſt. Copernicum ſecuti Reticus, Mæſtlinus, Keplerus, Reinholdus, Lanſbergius, Bullialdus, Heuelius & alij complures; mirum quippe dictu eſt quantus vbique ad antiquam hanc nouitatem ingeniorum pruritus extiterit. Veterem Hypotheſim è recentioribus tutati ſunt Maurolycus, Clauius, Tycho, Longomontanus, Claramontius, Fromondus, Taſſonus, Inchofer, Polaccus, Scheinerus, Kircherus, & omnium fuſiſſimè doctiſſimèque Ricciolus. Ego quidem minimè dubito, quin *Terra* [a] *in æternum ſtet*; etenim *firmauit* [b] *orbem Terræ, qui non commouebitur*. Vnde & libris ſeptem prioribus Aſtronomiam vniuerſam iuxta Hypotheſim Terræ Stantis expoſui. Quia tamen hæc controuerſia inter omnes Aſtronomicas celeberrima eſt, eam penitus præterire non eſt viſum. Exponam igitur primò naturam & conditiones huius Hypotheſeos, & quî per eam phœnomenis ſatisfiat, deinde quid de eius veritate ſentiendum: vtrumque quàm potero clariſsimè & breuiſsimè.

Cicero lib. 2 quaſt. Acad.

a Eccl. 1.
b Pſal. 95

CAPVT

CAPVT PRIMVM

Duplex Terræ motus exponitur.

NVMERVS PRIMVS.

§.1. PRimus motus, qui Terræ aſſingitur, ille eſt quo circa ſuum centrum & axem Mundi 24 horis ab Occidente in Orientem circumagitur. Quo poſito, videbuntur Sol, Luna, Planetæ, & Stellæ omnes nobis oriri & occidere eodem prorſus modo, ac ſi illa omnia ab Ortu in Occaſum mouerentur: iuxta Virgilianum illud

Prouehimur portu, terræque vrbeſque recedunt.

Atque hunc Diurnum Terræ motum, ſeu *Vertiginis* appellant.

§.2. Alter, qui plus difficultatis habet, eſt motus Terræ Annuus, quo illam volunt per Eclipticam circa Solem in Mundi centro quieſcentem circumferri eâ lege, vt axis Æquatoris Terreni ſemper maneat ſibi ipſi parallelus, & ad Eclipticæ planum inclinatus eodem angulo, quo in Hypotheſi Terræ Stantis ad idem planum inclinatur axis Æquatoris cæleſtis. Fig. 2. Pro huius motus expoſitione figuram deſcribo eiuſmodi. Eclipticæ cæleſtis planum eſto ABCDE, in cuius centro A Sol immobilis conſiſtat. Centrum Terræ ſit in Eclipticæ circumferentiâ puta in B, vnde recta erigatur BX ad Eclipticæ planum perpendicularis; Æquatoris autem Terreſtris MN axis FG ſit in plano ad planum Eclipticæ recto, inclineturque à perpendiculo BX ad planum Eclipticæ ABCDE angulo FBX Grad. 23. 30′, eodem videlicet, quo in Hypotheſi Terræ Stantis ad idem planum ABCDE inclinatur axis Mundi. Mouetur igitur Terræ centrum per Eclipticam BCDE hac lege perpetuâ, vt axis FG ſemper maneat ſibi ipſi parallelus, eodemque ſemper angulo inclinatus, ac proinde in eandem ſemper cæli plagam directus. Quo motu fit, vt, quamuis Sol reuera quieſcat in Mundi centro A, nobis tamen in Terrâ poſitis Eclipticam percurrere videatur. Telluri enim poſitæ in E principio ♎, Sol apparebit in C initio ♈; & Terræ delatæ in B initium ♑, Sol videbitur eſſe in D initio ♋; rurſum Terræ obtinenti principium ♈ C, Sol apparebit in E principio ♎; denique vbi Terrâ attigerit initium ♋ D, Sol ei videbitur exiſtere in B initio ♑.

Iam verò ob paralleliſmum perpetuum Terreni axis, manifeſtum eſt ſi is tam ſurſum quàm deorſum vſque ad ſupremum cælum vtrimque productus, intelligatur ab eo deſcribi ſuperficiem cylindri ſcaleni, & in ipſo ſupremo cælo duos circulos ipſi Eclipticæ ABCDE æquales, quæ cylindri prædicti ſint baſes, quamuis in ſchemate huius cylindri pars ſolùm Borealis, vnuſque circulus RSTV exhibeatur. Porro, quia FG axis Terræ mobilis ſubſtituitur in locum axis immobilis Hypotheſeos communis, qui proinde eaſdem omnes apparentias præſtare debeat, apparet continuò tantam eſſe oportere magnitudinem firmamenti, vt totus ille circulus RSTV, & alter ei oppoſitus è Terrâ ſpectati, inſtar puncti appareant, ac proinde, quamuis reuerà toti Eclipticæ, ſeu Orbi Annuo ſint æquales, accipi tamen quoad ſenſum poſſint pro punctis illis indiuiſibilibus quæ in communi Hypotheſi polos Mundi appellamus. Vnde ſequitur totam craſſitiem cylindri prædicti ſe habere inſtar lineæ, ſeu axis indiuiſibilis, adeóque axem Diurni motus, quamuis totum Zodiacum perambulet, ſic tamen vnum ſemper idemque quoad ſenſum immobile punctum in cælo deſignare ac ſi verè immobilis perſiſteret. Atque hunc in modum clarè intelligitur quomodo ſaluetur in hac Hypotheſi immobilitas Polorum, eademque ſit in quolibet Horizonte Altitudo Poli Terrâ motâ, quæ Terrâ quieſcente eſſet.

Fig. 6. §.3. Conſequenter ad geminum hunc Terræ motum diſpoſitio Copernicæa mundani Syſtematis eſt huiuſmodi. In A centro Vniuerſi Sol conſiſtit immobilis: hunc proximè ambiunt orbes primò *Mercurij*, tum *Veneris*, deinde *Terræ*; quem *Orbem Annuum*, ſeu *Magnum* appellant. Terrâ verò Epicycli inſtar circuit orbis Lunæ inter *Veneris* & *Martis* orbes concluſus. Subſequuntur deinde *Martis*, *Iouis*, & *Saturni* orbes; quos tandem omnes immani interuallo Fixarum ſphæra complectitur. Motus autem ſingulorum corporum mundanorum ſic diſpoſuit Copernicus. Detraxit omnibus motum Diurnum, illumque ſoli Terræ conceſſit pro omnibus. Planetis in ſuâ cuique orbitâ reliquit motum proprium ab Occaſu in Ortum, eaſdemque motuum periodos, exceptis ♀ & ☿. Nam ♀ in hac Hypotheſi abſoluit orbem, ſeu Epicyclum ſuum circa Solem 9 menſibus, ☿ autem 80 diebus. Sic enim fit vt (quod requirunt phœnomena) ad Terram, ſiue apparenter ad Solem redeant ♀ menſibus 19, ſeu diebus 584, ☿ diebus 116; & cauſa dari poſſit Stationum ac Regreſſionum vtriuſque, quod aliàs non poſſet, vt ex §.5. *num.* 3. patebit. Hoc verò habet Luna præ alijs, quod, dum ipſa motu menſtruo

ſtruo Terram circuit, vnà cum orbe ſuo EBDC à Terrà per Eclipticam circumferatur. Motus ille tardiſſimus, quo Fixæ in Ortum prorepere videntur, in Terram quoq; transfudit Copernicus. Sed congruentiùs videtur vt quemadmodum Planetis, ſic & Fixis ſuus ille motus relinquatur.

Scholium.

Præter duos Terræ motus §. 1. *&* 2. *iam expoſitos, tertium & quartum adiunxit Copernicus. Tertius eſt reflexio quædam axis Terreni in antecedentia aliquantò tardior progreſſu Terræ per Eclipticam in conſequentia: ita enim contingit, vt Æquinoctialia puncta quotannis inſenſibiliter fiant occidentaliora, vnde poſt multos annos ſenſim in præcedentia proreptant, ac proinde quia ſic Fixarum diſtantiæ à ſectione vernâ videntur augeri, putantur ipſa ſenſim promoueri in conſequentia. Quartus alia quædam eſt Terreni axis libratio, quâ ſaluare conatur Anomaliam obliquitatis Eclipticæ. Verùm, quia motus Fixarum, vt dixi, conuenientiùs retinetur, & mutabilem Eclipticæ obliquitatem reieci* lib. 1. num. 32. *neutrum operoſiùs explicare operæ pretium eſſe duxi.*

CAPVT II.

Quomodo per duplicem Terræ motum phœnomenis ſatisfiat.

NVllum eſt cæleſte phœnomenum quod non præſtetur ab hac Hypotheſi, imo pleraque motibus ac circulis paucoribus explicantur quàm in communi; quod deinceps breuiter oſtendam.

NVMERVS II.

Præſtantur phænomena Primi Mobilis, & varietas tempeſtatum Anni.

CLaritatis gratiâ geminum Poriſma præmitto.

PORISMA 1.

SIt Terræ centrum in quouis Eclipticæ punčto B, ad quod ex centro Solis A ducta ſit recta AB occurrens ſuperficiei Terreſtri in puncto I. Circumagatur deinde Terra Horis 24 circa ſuum axem FG, occurrens perpetuò rectæ AB puncto I. Dico in eius ſuperficie deſcribi circulum æquatori MN parallelum, eundem videlicet, qui deſcribitur ſi Terrâ quieſcente Sol cum rectâ AB circa axem FG circumagatur. Fig. 2

PORISMA 2.

Iiſdem poſitis, Terrâ Diurno motu circa ſuum axem FG ab Occaſu in Ortum circumactâ, Sol in Mundi centro quieſcens, videbitur ab Ortu in Occaſum percurrere eum parallelum qui in cælo reſpondet parallelo ex. gr. KI, per *Por.* 1. in Terrâ deſcripto. Eadem enim apparentia erit ſiue Sole immoto in A, Terram circumagas circa axem FG ab M versùs N, ſiue Terrâ quieſcente in B, Solem circa eundem axem GFT motu contrario circumducas ab A versùs X. Atqui tum Sol videretur percurrere parallelum in cælo reſpondentem parallelo KI in Terrâ. Ergo &c.

His præmiſſis ad explicanda phœnomena accingamur.

§. 1. Ac

uantur per vnicum Terræ Orbem Magnum, ſeu Annuum, DNGM, quæ ſaluantur ab alijs per tres Epicyclos ♄. ♃. & ♂, & per duos Eccentricos ♀ & ☿. Recenſebo præcipua, ex quibus facilè erit cætera intelligere.

§. 2. Inprimis per motum vnicum Terræ Annuum Apparens reuolutio Solis ad Planetas, Coniunctio & Oppoſitio eorumdem cùm Sole, & tota illa, quâ referuntur ad Solem, harmonia obtinetur. Cùm enim motus Annuus, quo Terra per Eclipticam INGM circa Solem in Mundi centro quieſcentem, voluitur, ſit diuerſæ celeritatis, quàm motus proprij Planetarum, quibus ſinguli in ſuis orbibus circa Solem gyrantur, neceſſe eſt exiſtentibus in Terrâ aliam atque aliam Planetarum à Sole in Zodiaco diſtantiam apparere, & modò Terram inter Planetas, & Solem exiſtere, modò Solem inter Planetas ac Terram. Quando igitur Terra eſt ex gr. in G, ♄ autem ♃ & ♂ in F, Sole inter vtroſque medio, videntur illi nobis in Terrâ poſitis coniuncti cum Sole; cùm verò Terra eſt in I media inter ipſos & Solem, illi nobis apparent Soli oppoſiti. Atque ex his ſatis apparet quomodo ſaluari debeant *Aſpectus* reliqui, ſeu habitudines ſingulorum cum Sole, *Sextilis*, *Quadratus* & *Trinus*. At ♀ ac ☿, quia orbes eorum intra Orbem Terræ Annuum concluduntur, non poſſunt vnquam Soli apparere oppoſiti. Sed bis à Sole maximè digrediuntur cùm Terra ex. gr. eſt in I, ipſi verò in O & Q; & bis Soli coniunguntur, ſemel cùm ipſi ſunt in X medij inter Solem A & Terram I, & rurſum cùm Terra eſt ex. gr. in G, ipſi verò in X, Sole inter ipſos ac Terram medio in A.

§. 3. Eodem Annuo motu Terræ datur cauſa, cur motus Medij *Veneris*, & *Mercurij* ſint æquales Medio motui Solis. Cùm enim Terræ Orbis Magnus, ſiue Annuus IMGN ſubſtituatur pro tribus Eccentricis *Solis*, *Veneris* & *Mercurij*, ac proinde motus Terræ Annuus circa Solem æquipolleat tribus motibus, quibus in Hypotheſi communi centrum Solis, & centra Epicyclorum ♀ ac ☿ ſingula ponuntur Terram circuire, manifeſtum eſt tres illos motus Medios apparere æquales, cùm in hac Hypotheſi reuerà non ſint tres motus, ſed tantùm vnicus, nempe motus Terræ Annuus.

§. 4. Per eundem Annuum Terræ motum abſque Epicyclis vllis datur cauſa, cur Planetę dum Soli iunguntur, remotiſſimi ſint à Terrâ, at cùm Soli [a] opponuntur, viciniſſimi; ac proinde cur (♂ inprimis ac ♀) tantò maiores tunc appareant. Cùm enim Planetæ Soli cernuntur oppoſiti, Terra inter ipſos ac Solem media eſt, veluti in I: cùm verò Soli apparent coniuncti, ab ijs Terra ex I in G totâ diametro Orbis Magni recedens, Solem inter ſe atque ipſos medium conſtituit.

a *In ♀ & ☿ pro Oppoſitione Coniunctionem Perigeam intellige.*

§. 5. Poſtremò, neque enim omnia perſequi conſilium eſt, eodem illo Annuo Terræ motu ſine vllis Epicyclis datur cauſa merè optica cur Planetæ minores quinque non ſemper videantur directè progredi, ſed modò Stationarij, modò Retrogradi appareant. Sit enim Orbis Terræ Annuus ADEC, Orbis ♄ vel ♃ vel ♂ BFGH, Zodiacus RSTV; & ſit Planeta prope Oppoſitionem cum Sole, ipſe nimirum circa B ex. gr. Terra verò circa A. Percurrat autem Terra arcum, puta CAD, cùm Planeta arcum abſoluit OBP. Quoniam igitur vterque motus fit in conſequentia ex C versùs D, & ab O versùs P, & Terra fertur celeriùs quàm Planeta, manifeſtum eſt Terram poſt ſe Planetam relinquere, ac proinde nobis in Terrâ poſitis videri Planetam retrocedere in Zodiaco versùs RV; quæ retrogreſſio maxima apparet in ipſo Oppoſitionis articulo cùm Terra eſt A, & Planeta in B; prorſus vt phœnomena requirunt. Ponamus deinde cùm Planeta eſt circa B, Terram verſari circa E, & quo tempore hic percurrit arcum MN, illam percurrere arcum DEC. Quia motus vterque fit in conſequentia, hic ex D per E versùs C, ille ab M versùs N, ſed in partibus Cæli oppoſitis, perſpicuum eſt nobis in Terrâ poſitis Planetam videri in Zodiaco directè progredi versùs RS. Si enim Terra quieſceret eodem locò, Planeta motus ex M in N, nobis videretur in Zodiaco procedere versùs RS. Ergo multò magis progredi videbitur, ſi eodem tempore oculus noſter cum Terrâ moueatur ex D per E versùs H, V in partem oppoſitam, planè quemadmodum nauis aliqua versùs Orientem tendens, tibi exiſtenti in aliâ naui apparebit celeriùs progredi, ſi tua nauis feratur in Occidentem, quàm ſi quieſceret. Atque hæc progreſſio apparebit velociſſima in ipſo articulo Coniunctionis cum Sole, quando Planeta ex. gr. eſt in B & Terra in E; prorſus iterum vt phœnomena poſtulabant. Ex dictis porro ſatis apparebit cur in confinijs Directionis ac Regreſſionis circa C & D, Planeta Stationarius appareat.

b *vide num. 17. lib. 7.*

Fig. 3.

In ♀ & ☿ eadem, ſed inuerſa, demonſtratio eſt. Sit jam Orbis Terræ Annuus BFGH; Orbis ſeu Epicyclus ♀ aut ☿ ADEC; Zodiacus RSTV. Quo tempore Terra eſt prope B, ſit ♀ prope A, ſic vt Terræ poſitæ in B ♀ exiſtens in A cum Sole coniuncta appareat. Quia Orbis Magnus Terræ includit Orbem ♀, videbitur ea nobis exiſtentibus in Terrâ prope B tanquam in Epicyclo moueri, in ſuperiori quidem parte DEC ſecundùm ordinem Signorum Zodiaci ab S per T versùs V, in inferiori autem CAD contra ordinem Signorum Zodiaci ab V per T in S. Neque impeditur hæc apparens retrogradatio, quòd etiam Terra moueatur eodem tempore ab M per B versùs N; quia, vt dictum eſt §. 3. *num. 1*, motus ♀ & ☿ in

Fig. 3.

hac Hypotheſi celerior eſt motu Terræ. Apparet autem Regreſſio maxima in articulo Coniunctionis Perigeæ, cum ♀ aut ☿ eſt in A, Terra in B; & directa Progreſſio velociſſima cernitur in articulo Coniunctionis Apogeæ, cùm ♀ aut ☿ eſt in E, Terra in B, eo modo, quem in ♄. ♃. ♂ *ſupra* expoſui.

Atque hæc mihi ſatis clara videntur, vt opus minimè putem tot lineis inter ſe implexis, quot hic ab alijs nonnullis adhibentur. Ipſa porro Stationum puncta & quantitas arcuum Directionis ac Regreſſionis eodem ferè modò determinantur, quem *lib.7.cap.2.* expoſui; ſed in *Fig. 16 lib.7.* quæ iſthic adhibetur, pro ♂, ♃, ♄. Planeta concipiendus eſt in A, & Orbis Magnus Terræ BLGDE: pro ♀ & ☿ concipi debet Terra in A, Orbis verò, ſeu Epicyclus Planetæ Solem ambiens BLGDE.

Luna nunquam videtur ſtare vel regredi, quia Terram circumit, & cum eâ motu Annuo circumfertur. Plura non addo: ex his enim cætera intelligere non erit arduum. Particulares ſingulorum Planetarum Hypotheſes Telluri Motæ accommodatas, hic exponere ſupervacaneum eſſe arbitror, cùm Aſtronomiam vniuerſam iuxta antiquam & Veram Terræ Stantis Hypotheſim totis ſeptem præcedentibus libris ſatis, vt exiſtimo, expoſuerim. Qui tamen eas voluerit, legat Copernicum, Keplerum, Lansbergium, Bullialdum, Ricciolum: è quibus Keplerus & Bullialdus hoc etiam inuexêre noui, vt pro circulari Planetarum viâ Ellipticam ſubſtituerent. Sed per circulos, quàm Ellipſes expeditiùs explicantur cæleſtes motus & ad numeros reuocantur. Vnde Ellipſes in Cælo, quas tantopere illi depereunt, nec amaui vnquam, nec adhuc amo.

CAPVT III.

Quid de veritate abſoluta motus Terræ ſentiendum.

HAnc controuerſiam Ioannes Baptiſta Ricciolus *Almageſti libro 9 totâ ſectione quartâ*, quæ iuſtum volumen explet, tâ tum eruditione tum copiâ proſecutus eſt, vt facilè omnes hoc in negotio ſuperauerit. Primò Copernicanorum pro motu Terræ argumenta 49 deducit ac deſtruit. Pari deinde curâ quæ contra Terræ motum afferri ſolent & poſſunt argumenta videlicet 77 recenſet. Mihi verò, cùm nihil hactenus in vtramuis partem adductum videam, quod probabilitatis metam excedat, his immorari non eſt animus. Vnum eſt tamen ex omnibus contra Terræ motum ipſius Riccioli argumentum à grauium deſcenſu petitum, cui vim ipſe demonſtrationis ineſſe putat, quod examinare hoc loco accuratiùs, operæ pretium iudicaui.

NVMERVS IV.

Poriſmata ad ſequentia.

PORISMA I. SPatia à graui ex quiete per aërem deſcendente confecta, eam inter ſe proportionem habent, quam quadrata temporum.

Fig. 1. Expono. Repræſentet ST aliquod temporis interuallum, quod vocabo momentum, & talia momenta 2 referat SV, 3 SX, 4 SY, 5 SZ, & ſic deinceps. Horum temporum ST 1, SV 2, SX 3, SY 4, SZ 5, quadrata ſunt 1, 4, 9, 16, 25 &c. Eſto deinde ſpatium quoduis AB pedum ex.gr. 10 vel 15, & ſit AC ſpatia eiuſmodi 4, AD 9, AE 16, AF 25. Dico ſi graue aliquod per aërem liberè deſcendens à quiete abſoluat momento 1, ſpatium AB; momentis 2 à quiete abſoluet AC, hoc eſt 4 ſpatia AB; momentis 3, conficiet AD, hoc eſt ſpatia AB 9; momentis 4, conficiet AE, hoc eſt ſpatia 16 AB; momentis 5, abſoluet AF, hoc eſt ſpatia AB 25, & ſic deinceps. Primus obſeruauit Galilæus, & poſt ipſum alij, ſed omnium accuratiſſimè Ricciolus, cuius obſeruationes vide *Almag. lib. 9. pag.* 384. 385. 386. 387.

PORIS. II. Spatia à graui per aërem deſcendente æqualibus temporibus confecta, eam inter ſe rationem habent quam numeri impares 1, 3, 5, 7, 9, 11 &c.

Expono. Deſcendat graue aliquod per ſpatium AF tempore æqualium momentorũ 5 SZ. Dico ſi graue momento primo percurrit ſpatium vnum AB, momento ſecundo TV percurret BC, primi AB triplum, momento tertio CD quintuplum primi, momento quarto DE primi ſeptuplum, & ſic deinceps iuxta ſeriem imparium numerorum procedendo. Sequitur ex *Poriſmate primo.*

Acceleratur igitur deſcenſus grauium ſecundùm numeros impares 1, 3, 5, 7 &c.

PORIS-

Poris.III. Dato tempore quo graue notum ſpatium deſcendendo conficit, reperire tempus, quo idem graue aliud quodcumque ſpatium deſcendendo percurret.

Ex.gr. globulus argillaceus vnciarum 8 obſeruatus eſt à Ricciolo Secundis 4, & Tertijs 20 temporis Primi Mobilis, hoc eſt tertijs 260, deſcendendo pertranſiuiſſe pedes Romanos antiquos 280. Ponamus Terræ ſemidiametrum eſſe milliariorum Bononienſium 4139, quæ conficiunt Romana antiqua 5174, ſiue pedes Romanos antiquos 25870000. Quoniam igitur per *Por.*1, ſpatia ex quiete percurſa ſunt vt temporum quadrata, ſi vt pedes 280 ſunt ad pedes 25870000, ita 67600 Tertia (hoc eſt quadratum 260 Tertiorum, quibus percurſi ſunt pedes 280) fiant ad Quartum, prodibit 44996015873 quadratum temporis, quo graue percurret pedes 25870000. Quare ſi ex 44996015873 extrahatur radix quadrata, prodibunt 70685 Tertia, hoc eſt Min. 19′. 38″. 5‴, quibus globulus argillaceus vnciarum 8 deſcendendo percurret pedes 25870000, ac proinde hinc ad Terræ centrum perueniet.

Poris.IV. Grauium diuerſi ponderis, ſiue mole æqualia ſint, ſiue non, illud celeriùs deſcendit, quod ponderoſius eſt.

Conſtat experimentis Riccioli ex altitudine pedum 280 coram multis teſtibus tantâ curâ & induſtriâ tantoque numero peractis, vt nihil hoc in genere accuratiùs haberi poſſit. Ipſum conſule *Almag. lib. 9. pag.* 387, *& ſequentibus.* Contrarium nonnulli talibus ſcilicet experimentis deſtituti aſſeruerunt.

Poris.V. Idem graue ex maiori altitudine deſcendens, fortiùs pauimentum ſubiectum ferit, quàm deſcendens ex minori. Patet experimentis innumeris & quotidianis. Hæc porro maior percuſſio oritur ab impetu maiore, hic ab incremento velocitatis iam explicato.

Poris.VI. Si minor circulus AIC tranſiens per centrum maioris A, tangat maiorem in C, ducaturque ex A recta AID, æquales ea arcus abſcindet CD, CI, eritque CI duplo plurium Graduum, quàm CD. *Fig.* 7.

Demonſtrat Ricciolus *lib. 9. Almag. pag.* 400, & nos idem alibi demonſtrauimus.

Poris.VII. Iiſdem poſitis, dato arcu CD rectam DI inuenire.

Quia notus eſt arcus CD, etiam CI Graduum duplo plurium notus erit. Ergo & IA reliquus ad ſemicirculum notus eſt. Ergo etiam nota eſt chorda eius AI in partibus Sinus totius ſiue radij EC; adeóque & in partibus AC, ſeu AD. Quare ſi AI ſubducas ex AD, nota relinquetur in iiſdem partibus DI. *1 por. præc.*

NVMERVS V.

Demonſtratio contra motum Terræ proponitur.

Terræ centrum ſit A; & planum Æquatoris Terreſtris AMB, in quo ſita ſit altitudo CB perpendiculariter inſiſtens ſuperficiei terrenæ in B, quæ proinde producta tranſeat per Terræ centrum A. Deinde centro A per turris verticem C deſcribatur circulus CDK in plano Æquatoris terreni AMB, & AC biſectâ in E, centro E per C & A circulus CIA. Manifeſtum eſt, ſi Terra circa ſuum centrum A motu Diurno Vertiginis circumagatur, transferri quoque in plano Æquatoris turrim BC in OF, PG, QH &c. Interim verò ex C turris vertice demittatur graue quodpiam, ex.gr. globulus argillaceus vnciarum 8, quem Ricciolus ſpatio vnius Secundi deprehendit deſcendendo à quiete pertranſire pedes 15. Iam quia vnà cum Terrâ non ſolùm turris BC, ſed etiam aër ambiens, adeóque & globulus cadens circumagitur, liquet globulum deſcendere non per lineam rectam, ſed per curuam, quam Ricciolus affirmat eſſe peripheriam circuli CIA, conaturque oſtendere hunc in modum. *Fig.* 7.

Quoniam motu Vertiginis Horarum 24 punctum Æquatoris B vel C vno Secundo temporis Primi Mobilis percurrit Minuta 15, ſumatur arcus CF 15 Minutorũ, cui ſint æquales FG, GH, HL, ducanturque rectæ AOSF, APTG, AQVH, ARXL. Turris igitur poſt vnum Secundum erit in OF, poſt 2 Secunda in PG, poſt 3 in QH, poſt 4 in RL. Inquirit deinde interceptas FS, GT, HV, LX eâ methodo, quam expoſui *por. 7. num præc.* & quarum partium ſinus totus EC eſt 10000000000, earumdem comperit FS eſſe 53, GT 212, HV 476, LX 846. Atqui hi numeri ſunt inter ſe vt 1, 4, 9, 16, quadrata nempe temporum, quæ erant Secunda, 1, 2, 3, 4. Ergo interceptæ FS, GT, HV, LX ſunt inter ſe vt temporum quadrata. Ergo per *por. 1. num. præced.* quando turris BC exacto Secundo vno delata eſt in OF, globulus deſcendit ex F in S; & quando turris tranſpoſita eſt in PG exactis Secundis 2, globulus deſcendit ex G in T; & cùm exactis Secundis 3 fuerit turris in QH, globulus deſcendit per rectam HV; poſtremò vbi turris venerit in RL exactis 4 Secundis, globu-

lus deſcendit ex L in X. Globulus igitur deſcendendo deſcripſit lineam circularem CST-VX; & primo Secundo percurrit arcum CS, Secundo altero arcum ST, tertio arcum TV, quarto arcum VX.

Atqui ob æqualitatem arcuum CF, FG, GH, HL, etiam arcus CS, ST, TV, VX æquales ſunt per *por. 6.* Ergo globulus deſcendens verè & realiter, æqualibus temporibus æqualia ſpatia confecit, ac proinde eius velocitas vera & realis nullum labendo incrementum accepit, ſed eadem ſemper permanſit. Quod eſt abſurdum; ſi enim non augetur velocitas, neque impetus augebitur, ac proinde graue ex altitudine maiori decidens, non percutiet fortiùs pauimentum, quàm decidens ex minori; quod omnibus experimentis repugnat. Tellus igitur motu Diurno Vertiginis non circumagitur, ſed nec Diurno ſimul & Annuo, Nam ſi motus Terræ Annuus ad Diurnum Vertiginis adiungatur, adhuc arcus CS, ST, TV, VX ſingulis Secundis à globulo deſcendente percurſi, quoad ſenſum æquales erunt; quod fusè & operosè probat *pag.* 413, 414, 415, 416. Vnde argumentum contra ſolum motum Vertiginis iam allatum, etiam contra motum Vertiginis ſimul & Annuum pariter valebit.

NVMERVS VI.

Paralogiſmus oſtenditur.

Fig. 4. HÆc ſumma demonſtrationis prætentæ contra motum Terræ, quâ propoſitum minimè concludi ſic oſtendo.

Inprimis falſum eſt, ſi Terra moueatur, globulum prædictum vel graue quodcumque aliud, etiamſi in Æquatoris plano exiſtat, deſcendere per lineam circularem CIA. Neque ſatis mirari poſſum, qui doctiſſimo Ricciolo in mentem venerit hoc aſſerere, cùm ipſe illud ipſum à Galilæo aſſertum omnibus viribus, iiſdemq; fere quæ mox in ipſum retorquebo argumentis, paulò ante ſubuertere conatus ſit *Almag. lib. 9. pag.* 400, 401, 402.

Primò itaque ſi graue ob motum Terræ deſcenderet per peripheriam CIA, deberet globulus argillaceus vnciarum 8, demiſſus ex C pertingere ad centrum Terræ horis præcisè 6, tunc enim turris per Diurnam Vertiginem Terræ confecto quadrante ex BC peruenerit in KM, ac proinde globulus erit in Terræ centro A. Atqui ex *por. 3. num præc.* imo ex Ricciolo ipſo cuius calculum in *citato poriſmate* vſurpaui, euidenter conſtat globulum prædictum ex C demiſſum, peruenire ad centrum Terræ temporis Primi Mobilis Minutis 19. 38″. 5‴. Ergo globulus non deſcendit per peripheriam CIA.

Secundò. Si grauia ob motum Terræ deſcenderent per peripheriam circuli CIA, omnia, vt iam oſtendi, poſt horas præcisè 6 peruenirent ad Terræ centrum A. Et ſi pariter demitterentur ex C, quando turris ex BC mota eſſet ex. gr. in HQ. omnia ſimul deſcendiſſent ex H in V, percurſo ab omnibus arcu CV. Ergo grauia omnia, quantumuis diuerſi ponderis, eâdem

b poriſ. 4. velocitate deſcenderent, quod certiſſimis [b] experimentis ab ipſo Ricciolo factis repugnat.

Tertiò. Lineæ FS, GT, HV, LX inter duas peripherias interceptæ, quamuis eam inter ſe rationem habeant, quam quadrata temporum; non tamen exhibent quantitates ipſas deſcenſuum, quæ in diuerſis grauibus ſunt diuerſæ, ſed tantùm proportiones deſcenſuum, quod

c n. præc. ſic oſtendo. Inuenerat Ricciolus [c] *ſupra* methodo indicatâ *por. 7. num.* 4. FS eſſe partium 53, quarum Sinus totus EC eſt 10000000000, hoc eſt quarum tota Terræ ſemidiameter AC, ſiue AF, eſt 20000000000. Obſeruauit idem globulum argillaceum vnciarum 8 vno Secundo labendo conficere 15 pedes Romanos veteres. Quando igitur turris BC vno Secundo tranſlata fuerit in OF, globulus ex C demiſſus deſcendit ad pedes 15. Videamus modò vtrùm tanta ſit FS. Terræ radius AF Ricciolo eſt pedum Bonon. 20695000, ſiue Romanorum veterum 25870000. Quare ſi vt AF prout eſt 20000000000 ſe habet ad FS prout eſt 53, ita fiat AF prout eſt pedes 25870000 ad Quartum, prodibunt pro recta FS [illegible] vnius pedis. Cũ igitur vno Secũdo, quo turris mota eſt ex BC in OF, globulus deſcenderit ad pedes 15, liquet eum longè deſcendiſſe infra S, adeóque non percurriſſe arcum CS, ſed aliam curuam lineam cadentem intra circulum CSIA. Pari modo reperta eſt à Ricciolo GT eſſe 212, quarum Terræ radius AG eſt 20000000000. Vnde ſi GT reuocetur ad pedes vt *ſupra*, reperietur ne vni quidem adhuc pedi æqualis, nempe [illegible] vnius pedis; vbi interim globulus per *por. 1. num.* 4. & ex ipſius Riccioli obſeruatione pedis 60 duobus Secundis deſcendendo abſoluit; cùm enim vno Secundo percurrat pedes 15, duobus Secundis abſoluet pedes quater 15, hoc eſt 60. Quando igitur poſt duo Secunda turris mota fuerit in BG, globulus interim deſcenderit longe infra T. Rurſum quia globulus prædictus [o] poſt 3 Secunda deſcendit

o per poriſ. 1. n. 4. pedibus 135, poſt 4 Secunda pedibus 240, quando turris poſt 3 Secunda venerit in QH, & poſt

poſt 4 Secunda in RL, globulus deſcenderit infra V, & X, quia rectæ HV, LX, ſi ad pedes reducantur vt *ſupra*, reperientur longè minores pedibus 135, 240; nam HV conficiet [illegible] vnius pedis, & LX pedem 1. [illegible]: globulus igitur deſcendendo percurrit non arcum circuli CSTVX, ſed aliam ſpiralem lineam intra circulum CIA, quæ pro diuersâ labentium grauitate alia neceſſariò atque alia eſt.

Conſtat igitur triplici demonſtratione grauia non deſcendere per circuli peripheriam CIA, ſed per lineam ſpiralem intra CIA, ac proinde tota Riccioli demonſtratio corruit. Non enim quemadmodum arcus circulares CS, ST, TV, VX, ita & arcus illius ſpiræ æquales ſunt inter ſe, ſed ſecundus maior eſt primo, & tertius ſecundo, & quartus tertio, ideoque æqualibus temporibus graue percurrit arcus, ſeu ſpiras inæquales, ſecundo videlicet momento maiorem quàm momento primo, & tertio maiorem quàm ſecundo, & ſic deinceps: atque ita haberi poteſt incrementum continuum velocitatis, adeoque & impetus & percuſſio pauimenti maior à graui decidente ex altitudine maiori quàm ex minori.

Alterum caput paralogiſmi eſt, quod curua ſpatia, ſiue ſpiræ, (cogitemus enim lineam CSTVX iam non circularem eſſe, ſed ſpiralem) quas oſtendi à globulo deſcendente percurri, diuerſimodè ad Horizontem inclinentur. Secunda quippe ſpira ST ad perpendiculum accedit propiùs, ſiue rectior eſt Horizonti, quàm prima CS, & tertia VT rectior, quàm ſecunda TS, & quarta XV rectior quàm tertia VT. Vnde fit vt graue deſcendens per ſpiram ST fortiùs percutiat ſubiectum planum, quàm deſcendens per ſpiram CS, & ſic deinceps. Inſiſtant enim ᵃ plano BC æquales lineæ DA, EA, FA, per quas idem graue æquali tempore a *Fig.* 4.
deſcendat, certum eſt graue deſcendens per lineam EA plano BC rectiorem, fortiùs percutere planum BC, quàm ſi deſcendat per obliquiorem DA. Cùm igitur graue deſcendens per ſpiram ᵇ ST, fortiùs percutiat ſubiectum planum, quàm deſcendens per ſpiram CS, etiam for- n *Fig.* 7.
tiùs percutiet deſcendens per ſpiram CST, quàm per ſolam CS. Pari modo liquet graue deſcendens per ſpiram CSTV fortiùs percutere, quàm per CST, & fortiùs per CSTVX, quàm per CSTV. Quod ſi hæc cauſa incrementi percuſſionis coniungatur cum priori, ipſo videlicet ſpirarum CS, ST, TV, VX incremento, duplici ex capite conſtabit graue ex maiori altitudine decidens fortiùs ſubiectum planum percutere, quàm ſi decidat è minori; videlicet quod ſpiræ inferiores vincant ſuperiores & quantitate & rectitudine. Prorſus igitur fallacia demonſtrationis prætentæ eſt manifeſta, quod hic oſtendere fuit propoſitum.

NVMERVS VII.

De aliis contra motum Terræ argumentis.

ARgumenta quibus hinc Telluris Motæ, inde Quieſcentis aſſertores mutuò ſe infeſtant, vt initio dixeram, & plurima ſunt & fere inefficacia. Nihil certè Copernicani hactenus protulêre, quò Terræ motum euincant. Sed neque inter partis aduerſæ argumenta facilè vllum reperias, quo demonſtretur oppoſitum. Illud certum Hypotheſim vtramque phœnomenis cæleſtibus ſatisfacere: vnde Aſtronomicis argumentis neutram partem falſitatis conuinces. Inter Aſtronomica porro celebratiſſima illa ſunt quæ Copernicani ab incredibili motuum cæleſtium velocitate, horum aduerſarij ab immenſæ propemodum firmamenti ac ſyderum magnitudine deducunt. Qui Terram immobilem aſtruunt tantâ illâ motus velocitate nihil terrentur prorſus: velocitas quippe magnitudinem corporis moti conſequitur, nec magis mirum eſt circumagi ſphæram ingentem, quàm paruam. Contrà Copernicani plerique obiectam ſibi Fixarum ac Firmamenti molem prope infinitam conantur eludere, ſed fruſtra, vt *l.* 5 *num.* 26. 27. 28. demonſtrauimus. Iſthic namque euidenter oſtendi in Hypotheſi Terræ Motæ tantam requiri magnitudinem Firmamenti, vt totus Orbis Annuus, cuius ſemidiameter continet ᵃ vt minimù 7000 ſemidiametrorù Terræ, cum Firmamento collatus, inuiſibilis euadat; Stellas autem affixas ſic augeri neceſſe eſſe, vt pleræque totum Orbem Annum exce- *a per n.* 19.
dant. Fatendum eſt nihilominus ne huic quidem argumento multum ineſſe roboris, quando *lib.* 3.
nihil afferri poteſt, quo moles illa cæleſtium corporum vel incredibilis eſſe vel abſurda demonſtretur. Quærere porro cui vſui aut quo fine tantæ moles ſint creatæ, friuolum eſt; cùm fines innumeri eſſe poſſint nobis incogniti, quos mens æterna Conditoris ſpectauerit.

Quod ad cætera argumenta attinet, quibus Terræ motus impugnari ſolet, notiſſimum illud eſt, iam olim Ptolemæo vſurpatum, quod à motu corporum per aërem meantium petitur, & eſt eiuſmodi. Si Terra motu Diurno ab Occaſu in Ortum circumagitur, nubes, aues, globus tormenti bellici vel aliud quodcumque corpus, quantumuis in Orientem moueantur, ſemper nobis videbuntur ferri in Occidentem: cùm enim reuolutio Terræ ſit quolibet illo-

tum motuum velocior, noſter oculus vnà cum Terrâ ſemper velociùs in Orientem tendet, quàm vel nubes vel aues vel globus tormenti, ac proinde nos illa à tergo versùs Occaſum relinquentes, ſemper ea putabimus in Occaſum moueri: quô fieret, vt nullius omnino corporis motum versùs Orientem poſſemus aduertere, quod experientiæ oculari & perpetuæ repugnat. Argumentum primâ fronte validum, nullo negotio infringitur, ſi dicatur aër Terram ambiens vnà cum Terrâ circumagi: ſic enim fiet; vt, quæ per aërem ſeſe mouent, duplici motu ferantur, quorum alter ipſis ſit cum aëre, & Terrâ, & oculo noſtro communis, quem proinde non poſſimus aduertere; alter ipſis proprius, qui obſeruari à nobis poteſt, planè vti motus auiculæ per cameram nauis concluſam volitantis, tibi in eadem camerâ exiſtenti, eodem modo apparebit, ſiue nauis moueatur, ſiue quieſcat.

Conatus eſt Ricciolus hoc argumentum reformare, vel potius in eius locum aliud validius ſubſtituere. *Si tellus*, inquit, *moueretur motu Diurno aut etiam Annuo, idem globus eâdem vi ad eamdem diſtantiam emiſſus in ſcopum Orientalem primò, deinde in Occidentalem, fortiùs Orientalem percuteret, quàm Occidentalem. Conſequens falſum eſt. Ergo & antecedens. Maior* (inquit) *probatur, quia impetus globi versùs Orientem proiecti non retardaretur à motu Diurno vel Annuo Terræ, quin potiùs ab eo iuuaretur, illique viciſſim obſecundaret, vtpote vtroque in eamdem plagam nitente: contra verò impetus globi in Occidentem emiſſi, retardaret, ſeu retunderet impetum motuum versùs Orientem at viciſſim ab eo retunderetur.* Deinde ſubiungit, ſe huic argumento reſponſionem ſolidam & ſaluis rerum naturis perſuaſibilem non inuenire. Reſpondeo tamen, & ſaluâ eruditiſſimi viri gratiâ, paralogiſmum oſtendo, qui in eo poſitus eſt, quod motu Terræ transferatur non ſolùm globus ſed etiam ſcopus. Quare cùm vnus è duobus motibus, quibus globus afficitur, ipſi communis ſit cum ſcopo, liquet percuſſionem ſcopi ſolùm effici ab eo motu qui globo eſt proprius, ac proinde ſcopum à globo percuti vi eâdem, ſiue Terra moueatur, ſiue quieſcat. Simile quod adducit contra ipſum facit, & paralogiſmum iam expoſitum confirmat. Quod enim globulus bombardâ deorſum exploſus in ſcopum interuallo ex. gr. pedum 30 diſtantem maiori impetu illum deſtruat, quàm eodem interuallo emiſſus ſurſum, inde fit, quòd duorum motuum, quibus deorſum exploſus globus agitur, grauitatis nempe & bombardæ, neuter ſit globo & ſcopo communis, ſed globo vterque proprius, quandoquidem ſcopus immobilis perſeueret. Vnde fit vt motus vterque ſe in ſcopum exerat, atque is proinde deorſum validiùs quàm ſurſum feriatur.

NVMERVS VIII.

Statuitur nihilominus immobilitas Terræ.

TAmetſi nullum argumentum, ſiue Aſtronomicum, ſiue phyſicum hactenus allatum ſciam, quo Terræ quies & Solis motus demonſtretur: cogit tamen vtrumque aſſerere Diuinorum voluminum authoritas, quæ tot locis, & euidentiâ tantâ vtrumque affirmant, vt nullus dubitationi relictus ſit locus. E multis pauca huc tranſcribo.

Generatio præterit, & generatio aduenit, Terra autem in æternum ſtat. Oritur ſol & occidit, & ad locum ſuum reuertitur; ibique renaſcens gyrat per meridiem, & flectitur ad aquilonem, luſtrans vniuerſa in circuitu pergit ſpiritus & in circulos ſuos reuertitur. Eccleſiaſtes c. 1.

Commoueatur à facie eius omnis Terra, ipſe enim fundauit orbem immobilem Paral. 1. c. 16.

Etenim firmauit orbem Terræ, qui non commouebitur Pſal. 92.

Etenim correxit orbem terræ, qui non commouebitur Pſal. 95.

Qui fundaſti terram ſuper ſtabilitatem ſuam, non inclinabitur in ſæculum ſæculi Pſal. 103.

Exultauit (Sol) *vt gigas ad currendam viam; à ſummo cælo egreſſio eius, & occurſus eius vſque ad ſummum eius, nec eſt qui ſe abſcondat à calore eius* Pſal. 18. deſcribitur initium ac finis diei, quæ more Aſtronomico à ſummo cæli, hoc eſt à meridiano, vbi maxima eſt Solis altitudo, computatur.

Sol contra Gabaon ne mouearis, & Luna contra vallem Aialon: ſteteruntque Sol & Luna, donec vlciſceretur ſe gens de inimicis ſuis. Ioſ. 10.

Nonne ſcriptum eſt hoc in libro iuſtorum? ſtetit itaque Sol in medio cæli, & non feſtinauit occumbere ſpatio vnius diei. Non fuit antea & poſtea tam longa dies: obediente Deo voci hominis, & pugnante pro Iſrael. Ibid.

Sol in aſpectu annuncians in exitu, vas admirabile, opus excelſi &c. Magnus Dominus qui fecit illum, & in ſermonibus eius feſtinauit iter Eccleſ. c. 43.

Superuacaneum ſit plura adſcribere; neque enim verbis clarioribus quies Terræ & motus Solis affirmari potuerunt. Præcipuum effugium Copernicanorum eſt, Scripturâ in ſenſu populari & quoad apparentiam loqui, quemadmodum poëta dicebat: *Prouehimur portu terræque*

vrbeſque

vrbeſque recedunt. Sed Regula certa eſt à Sanctis Patribus & Theologis omnibus vſurpata, ſententias Scripturæ ſacræ intelligi debere in proprio verborum ſenſu, quotieſcumque id non repugnat euidenter alicui veritati, quæ nobis per alium clariorem Scripturæ locum, vel per definitionem Eccleſiæ, vel per lumen ipſum naturæ innotuerit. Hoc ſenſu loca iam adducta omnes SS. Patres, hoc ſenſu omnes Doctores Catholici intellexêre: quibus omnibus poſtremò acceſſit Sacræ Congregationis Cardinalium authoritas, quæ in iudicio de Galilæo inſtituto, Solis immobilitatem in centro Mundi & reuolutionem Terræ Annuam, vt hæreticam & expreſsè contrariam ſacræ Scripturæ, motum verò Terræ Diurnum, ſaltem vt erroneum in fide condemnauit.

TRACTATVS SECVNDVS

DE COMETIS ET NOVIS STELLIS.

CAPVT I.

Quæ circa Cometas & nouas Stellas ſint obſeruata.

NVMERVS I.

Phænomena Cometarum.

Ricciolus *Almag. lib.* 8. *ſect.* 1. *cap.* 3. ab Anno ante Chriſtum 480 vſque ad Annum 1618 poſt Chriſtum ex hiſtoriarum monumentis Cometas recenſet 154: quibus ſi illum addas qui Anno 1652 viſus eſt, fiunt vniuerſim 155. Sed credibile eſt plures apparuiſſe, quorum notitia partim incuriâ Scriptorum, partim iniuriâ temporum ad poſteros non peruenerit.

Species, ſeu figura Cometarum non vna fuit. Alij caudati, (qui cæteris frequentiores) alij barbati, ſiue caudæ breuioris inſtar barbæ. Alij comati, ſeu criniti, quorum diſcus abſque caudâ vel barbâ vllâ quodam quaſi radiorum capillitio cinctus apparuit. Alijs rhomphææ & acinacis ſpecies fuit, alijs gladij, ſeu pugionis. Nonnulli ſimilitudinem veru prætulêre.

Color etiam non vnus omnium: viſi ſunt enim aliàs ignei, aliàs flaui; argentei quidam, nonnulli plumbei, nec defuêre ſubnigri, ſeu fuſci. Vnus omnino fuit Anno 396, cuius odor ſulphureus ſentiretur.

Nonnumquam eodem tempore viſi ſunt plures. Vt enim alios omittam, Anno 1618 duos ſimul viderunt Franciſcus Garſias in Perſide, & Iacobus Rhò Societatis Ieſu Goæ.

Magnitudo apparens inprimis varia. Maximus videtur ille fuiſſe, de quo Seneca *lib.* 7. *natur. quæſt. cap.* 15. ita ſcribit: *Paulo ante Achaicum bellum* (Anno ſcilicet ante Chriſtum 146) *Cometes effulſit non minor Sole*. Magnum etiam fuiſſe neceſſe eſt illum, qui referente Iuſtino tempore Mithridatis per 70 dies ita luxit, vt cælum omne conflagrare videretur, & fulgore Solis nitorem vinceret. Qui anno Chriſti 1200 viſus eſt, Lunam dichotomam, ſeu biſectam æquabat Haly teſtante. Tycho Cometam Anni 1577 æſtimauit duplo maiorem *Venere*, Cometas verò An. 1585, & 1590 æquales ferme *Ioui*, vt ex ipſius placitis de apparente *Veneris* ac *Iouis* diametro Ricciolus colligit. Plerique ab initio magni, ſenſim decreſcunt: nonnulli tamen primò parui, deinde ſenſim maiores effecti ſunt. Blancanus vniuerſim aſſerit nullum Cometam in ſui initio viſum fuiſſe aut maiorem Sole aut minorem Stellis primæ magnitudinis.

Longitudo caudæ varia fuit non modò in Cometis diuerſis, ſed etiam in eodem. Fuêre complures, qui caudam ad Gradus 60 & 50 extenderent. Illius qui Anno 1618 effulſit cauda cum fuit maxima, 90 Gradus æquauit.

Situs caudæ plerumque eſt auerſus à Sole: hinc matutini Cometæ cauda priùs oritur quàm caput, & veſpertini caput priùs occidit quàm cauda. Hinc etiam fit vt Sole infra Horizontem altiùs depreſſo, cauda ſurſum erecta appareat. Conſpecti ſunt, quorum cauda ad Terram vſque pertineret.

Figura caudæ multiplex etiam in eodem Cometâ; iam tenuior eſt, iam latiùs expandi-

tur; iam recta, iam curua. Vibratur etiam nonnunquam, vt accidit in Cometâ 1618, cuius cauda ſubitò fiebat ex longâ breuis, & contra.

Motus Cometarum eſt duplex Diurnus, ſeu Primi Mobilis, qui Aſtris omnibus communis; & proprius ſingulorum, qui inæqualis plerumque fuit, & in plagas cæli diuerſas; quidam enim in Ortum, in Occaſum alij, alij in alias mundi plagas viſi procedere.

Duratio maxima fuit ſex menſium. Nam ille, qui per Annum integrum Ioſepho teſte Ieroſolymis imminere ante eius excidium conſpectus fuit, ad terrendos Iudæos præter naturæ ordinem accenſus videtur. Hæc ſummarim perſtricta. Qui plura deſiderat, Ricciolum adeat *Almag. lib. 8. ſect. 1. à capite 2 vſque 6* fuſiſſimè iſta ex omnibus hiſtoriarum & obſeruationum monumentis colligentem.

De Cometâ Anni 1652 omnium recentiſſimo, hæc ſeorſim ex varijs obſeruationum ſcedis tunc impreſſis collecta accipe. Viſus primùm eſt 19 Decembris, & Ianuar. 4. Anni 1653 diſparuit. Quamquam de initio & fine non ſatis liquet. Præter motum Primi Mobilis habuit motum proprium velociſſimum. Nam ſpatio dierum 17 confecit Gradus circiter 80, & à 19 Decemb. ad 20 confecit Gradus ſaltem 12 ſecundùm obſeruationem Bononienſem, vel quaſi Gradus 15. 30' iuxta obſeruationes Mantuanam & Tornacenſem. Via Cometę fuit linea tranſiens per ſtellas *Leporis*, quę trapezium conſtituunt, & relictis ad Ortum *Pede Orionis*, ſiue *Regel*, eiuſque *ſinu* inter *Hyades* & *Pleiades* incedens, indeque per *caput Meduſæ* ad *lucidam humero ſiniſtro Perſei* inſidentem pertingens. Magnitudo Apparens fere Lunam æquabat. Coma primùm tenuis circumſparſa, mox barba, denique cauda à Sole ſemper auerſa: ſed tenuis & breuis. Lumine fuit ſubobſcuro, colore pallido. Circa medium nucleus quidam lucidior emicuit; & Vendelinus affirmat ſe tubo optico conſpexiſſe in eo ſtellulas pluſculas minutiſſimas, & in harum medio vnam cæteris maiorem & oblongam, diceres (inquit) focum aliquem conſumptis lignis fauillas ſuas reliquas, permixtaſque in bis prunas ac ſcintillas oſtentantem.

NVMERVS II.

Nouarum Stellarum phænomena.

EX hiſtoriarum monumentis Stellæ nouæ recenſentur quatuordecim; è quibus decem minùs certæ, quatuor reliquæ omnino exploratæ.

Harum *prima* apparuit tempore Hipparchi circa Annum ante Chriſtum 125; & Hipparcho occaſionem dedit; vt, quò poſteri ſcirent Stellas nouas ab antiquis diſcernere, cœperit obſeruare Fixarum loca, indeque motum in ipſis proprium primus deprehenderit.

Secunda apparuit Anno poſt Chriſtum 1572 in *Caſsiopeâ*. Viſa eſt à Tychone 11 Nouembris, durauitque vſque ad Martium Anni 1574, per annum videlicet & trientem. Fuit rotunda, non crinita, & alijs Fixis ſcintillantior. Principio *Sirium* & *Lyram* Fixarum maximas, imò & *Iouem*, quamuis tum Acronychium, & in Eccentrici Perigeo conſtitutum ſuperabat, ſic vt *Veneri* Perigeæ non multùm cederet. Cœpit deinde ſenſim diminui: nam menſe Decembri æquabat *Iouem*; Ianuario Anni 1573, apparuit minor *Ioue*, ſed maior adhuc *Sirio* & *Lyrâ*, quibus æqualis fuit ſub finem Februarij ac initium Martij; atque ita deinceps magis magiſque diminuta eſt donec menſe Febr. Anni 1574 vix æquaret Stellas ſextæ magnitudinis, ac tandem menſe Martio prorſus euanuit. Non alium motum habuit quàm Primi Mobilis, quippe quæ eandem ſemper ab iiſdem Fixis diſtantiam retinuerit. Stellæ ad Altitudinem Poli Grad. 55. 58', meridiana Altitudo maxima fuit Grad. 84. 11'. minima Grad. 27. 45', Declinatio Borea Grad 61. 47'. Longitudo ♉ Grad. 6. 54', Latitudo Grad. 45. Color fuit primò albus & ſplendens, deinde rutilus inſtar *Martis* & *Aldebara*, poſtea flauus, demum ſubliuidus, qualis *Saturni*. Hæc ex obſeruationibus Tychonis; qui eâ occaſione, vt olim Hipparchus, incredibili diligentiâ & exquiſitiſſimis organis loca Fixarum ampliùs mille reſtituit. Eandem Stellam obſeruarunt Lantgrauius Haſſiæ, Hagecius, Fabritius, Reiſacherus, Hainzelius, Mæſtlinus, Gemma, Munoſius, Maurolycus, Clauius, Pridianus, Peucerus, Prætorius, Appianus, Diggeſeus, Camerarius, Leonitius. Sed omnes ſtudio & induſtriâ Tycho ſuperauit.

Tertia primùm viſa à Guilielmo Ianſonio Anno 1600 in *Cygno* ad confinia colli & pectoris. Hiſtoriam eius conſcripſit Keplerus. Fuit tertiæ magnitudinis. Eodem ſemper loco manſit. Longitudo fuit ♒ Grad. 16. 18', Latitudo Borea Grad. 55. 30'; Declinatio Borea Grad. 36. 52'. Duratione omnes Stellas nouas ſuperauit: viſa quippe adhuc fuit Anno 1616, & 1621, Parmæ à Blancano, Ricciolo, aliiſque; & Argolus in Pandoſio *cap. 62.* affirmat durâſſe vſque ad Annum 1629. Dubitatum à nonnullis fuit nouáne ea Stella eſſet, an ex perpetuis

petuis vna, ſed in catalogo Fixarum omiſſa. At non potuit tantæ magnitudinis Stella accuratiſſimos Syderum obſeruatores tempore tanto latere; & iam dubium omne euanuit, quando iam pridem euanuit ipſa Stella, neque amplius ab vllo conſpecta fuit.

Quarta & vltima noua Stella apparuit in *calcaneo dextri pedis Serpentarij*, ſeu *Ophiuchi*, Anno 1604, menſe Octobri, vel etiam vt nonnulli volunt 27 Septembris, durauitque anno integro eandem ſemper ab ijſdem Fixis diſtantiam ſeruans, vt conſtat ex obſeruationibus Io. Georgij Brenggeri & Kepleri, qui ſub nomine cuiuſdam Crabbi irridet, vt opinor, Guilielmum Ianſonium huic ſtellæ motum aliquem proprium, ſed exiguum, in ſuo globo ſtellato tribuentem. Longitudinem habuit ♐ Grad. 17. 40′; Latitudinem Boream Grad. 1. 56′ aut 57′; Declinationem Auſtrinam Grad. 21. 1′. 30″. Magnitudo Apparens, ſi Laurentino & Amerio credimus, principio parua fuit: ſed ipſo adhuc Octobri menſe à Keplero alijſque viſa eſt ingens, maior nempe *Saturno, Ioue, Marte*, cùm quibus ob viciniam tum maximam potuit exactè comparari. Omnino fuit perſimilis illi, quæ Anno 1572 in *Caſſiopæa* apparuit. Figura fuit prorſus rotunda nullo crine vel barbâ. Scintillatio maior quàm vllius Fixæ; lumen viuaciſſimum, vt affirmet Santutius *Sirio* ſplendidiorem fuiſſe. Color in momenta penè ſingula diuerſus, iam flauus, iam croceus, iam purpureus, ſed vt plurimùm candidus, adamantis inſtar ad Solem obuerſi. Hæc fere Keplerus, qui & coruſcatione, ſeu vibratione affirmat tam rapidâ fuiſſe, vt neget ſibi, dum vixit, quidquam in cælo viſum æquè pernici motu; ſcintillationem credo, ſeu micationem radiorum intelligit. Decreuit autem ſenſim, vt priores cæteræ, ac tandem Anno 1605 inter 8 Octubris & Martium, euanuit.

CAPVT II.

Modus inquirendi diſtantiam Cometæ vel nouæ Stellæ à centro Terræ.

EX modis quamplurimis nonnullos hîc proponere viſum eſt ex Diggeſeo, Tychone, Longomontano, Ricciolo, alijſque depromptos.

NVMERVS III.

Datis Parallaxi Altitudinis OBA, & diſtantia Viſa DOB à Vertice, datur B phænomeni à Terræ centro diſtantia AB; adeóque ſcitur ſupra Lunam an infra exiſtat.

QVia datur angulus DOB, ſi is ex duobus rectis auferatur, notus fiet [a] AOB. In triangulo igitur ABO noti ſunt anguli AOB, & OBA. Igitur nota fit [b] proportio diſtantiæ BA ad Terræ ſemidiametrum AO. Fig. 10. a per 13. 1. b per probl. 9. cap. 3. Geom. pract.

Poteſt etiam phœnomeni Parallaxis data immediatè ad Lunam referri, ſi per *num. 14. lib. 3.* inquiratur Parallaxis Lunæ ad diſtantiam Viſam à Vertice æqualem ipſius phœnomeni à Vertice diſtantiæ Viſæ QOB.

In ſequentibus Problematibus ſupponitur phænomeni, & Fixarum, ad quas phænomenum refertur, Altitudines Viſas eſſe extra aleam Refractionis; neque alia inquiritur Parallaxis, quàm Altitudinis,

NVMERVS IV.

Fig. 8. *Phænomenum e exiſtens in eodem Verticali be cum duabus Fixis h, g, notas habeat ab vtrâque diſtantias eh, eg. Tranſlato deinde per motum Primi Mobilis arcu be cum duabus Fixis in BHGE, phænomeno autem ipſo in K, notæ rurſum ſint eius ab vtrâque Fixâ diſtantiæ KG, KH, item bK diſtantia Viſa phænomeni à Vertice, & bG alterutrius Fixarum. His datis, oporteat an & quantam Parallaxim phænomenum habeat, inueſtigare.*

IN primâ obſeruatione phœnomeni locus Viſus eſt *e*, Verus *f*, qui in ſecundâ obſeruatione repræſentantur in E & F. Locus autem Viſus phœnomeni tempore obſeruationis ſecundæ eſt K. Igitur *ef*, ſiue EF eſt Parallaxis obſeruationis primæ, KF ſecundæ. Ducantur Verticalium quadrantes BGL, BFKM: diſtantiarum arcus KG, KH, KE iam ſupra ducti intelliguntur.

§.1. Quia notæ ſunt *per hypotheſim* diſtantiæ *eh, eg*, ſiue EH, EG, etiam GH nota erit. In triangulo igitur KGH quia notum iam eſt latus GH, & reliqua duo KG, KH per
a trig. ſph. probl. 17. hypotheſim nota ſunt; ex his innoteſcent [a] anguli GHK, GKH.

§.2. In triangulo KHE ex notis per hyp. lateribus EH, KH, & angulo GHK, ſeu
b ibid prob. 19. EHK per §.1. noto, innoteſcunt [b] latus EK, & anguli HEK, HKE.

§.3. In triangulo K*b*G ex notis per hypotheſim tribus lateribus *b*K, *b*G, KG, reperitur
o per §.1. angulus *b*KG: quo addito ad notum [o] angulum GKH, notus fit FKH. Hunc ſi aufers ab angulo HKE noto per §.2, notus relinquetur FKE.

§.4. In triangulo demum EFK quia nota ſunt latus EK, & angulus HEK, ſeu FEK per
m ibid. prob. 20. §.2, & angulus FKE per §.3; ex his elicientur [m] Parallaxes FE obſeruationis primæ, & FK ſecundæ.

Quod ſi in 3.§. angulus FKH æqualis reperiatur, vel inſenſibiliter minor angulo HKE, carebit phœnomenum Parallaxi ſenſibili & locus Verus *f*, F, non differet à Viſo *e*, K.

NVMERVS V.

Fig. 8. *Arcus Meridiani ſit AG, in eoque Mundi Polus A, & duo Terræ loca B, C. Locus Verus phænomeni per Meridianum tranſeuntis eſto D, locus Viſus reſpectu B ſit G; locus autem Viſus reſpectu C, ſit E. Stella quæpiam Fixa in F. Dentur autem diſtantiæ Viſæ EF, GF quando phænomenum tranſit Meridianum, & momentum talis tranſitus, & Altitudines Poli locorum B, C. His datis oporteat an vllam, & quantam Parallaxim phænomenum habeat, inueſtigare.*

§.1. QVia dantur Altitudines Poli locorum B, C, his à 90 Grad. ſingillatim detractis, nota erunt Altitudinum complementa AB, AC, adeóque & BC. Inquirantur de-
d per nu. 40 lib. 3. inde [d] Aſcenſiones rectæ Meridiani AG, & [e] Fixæ F: harum differentia metitur angulum A qui proinde notus erit. Inquiratur etiam Declinatio [f] Fixæ F: ita notum quoque erit Decli-
e per nu. 4. & 5. lib. 5. nationis complementum AF. In triangulo igitur BAF ex notis angulo A, & lateribus AB,
i per nu. 2. & 17. lib. 5 AF [r] reperientur latus BF, & angulus ABF, adeóque & CBF.

§.2. In triangulo FBC, quia nota ſunt ex §.1. latera BC, BF, cum angulo CBF; ex his
r trig. Sph. prob 19. [s] reperies CF, & BCF, adeóque etiam ECF.

§.3. In triangulo GBF nota ſunt BF, GF *ex hypotheſi*, & ex §.1. angulus CBF, ſiue
s ibid. GBF, non latebit igitur [t] GB.

t trig. ſph. probl. 22. §.4. In triangulo EFC nota ſunt ECF, & CF per 2.§, EF autẽ *ex hyp.* Quare non [u] latebit
u ibid. CE; cui ſi addas arcum BC notũ ex §.1, etiam BE notus erit. Hunc ſi aufers ex BG noto per §.3. notus relinquetur EG differentia Parallaxium DG, DE: ex quâ per *ſequens Lemma* prodibunt

bunt Parallaxes DG, pro loco B, & DE pro loco C.

• Quod ſi BE æqualis repetiatur BG, nulla erit Parallaxium differentia, adeóque nec Parallaxes vllæ.

Lemma.

Datâ Parallaxium differentiâ (EG), & duabus à Vertice diſtantijs Viſis (BG, CE) ad quas obſeruata eſt, Parallaxes ipſas, (DG, DE) exhibere.

Sinus Viſarum à Vertice diſtantiarum BG, CE, confer in vnam ſummam, & à ſemiſummâ aufer ſinum alterutrum. Fiat vt reſiduum ad ſemiſummam, ita tangens ſemidifferentiæ Parallaxium ad aliud: hoc erit tangens ſemiſummæ Parallaxium. Demonſtrat Snellius in *libro de Cometâ Anni* 1618.

NVMERVS VI.

Datâ phœnomeni diſtantia à Vertice Viſa eodem momento ex duobus Terræ locis notam habentibus diſtantiam, & ſub vno Verticali cum phœnomeno conſtitutis, Parallaxim phœnomeni, ſiquam habeat, inquirere.

TErræ centrum ſit A; loca duo in Terrâ ſub vno Verticali cum phœnomeno conſtituta ſint E, O: horum Vertices ſint H, X; lineæ Verticales AEH, AOX. His poſitis caſus triplex eſt: vel enim phœnomenum eſt in C ſub Vertice locorum alterutrius; vel eſt in B inter Vertices vtriuſque; vel in D extra arcum inter Vertices interceptum.

Fig. 9.

CASVS 1. Sit primò phœnomenum in C ſub X Vertice loci O. Ducantur rectæ EO, ECM. Erit M locus phœnomeni Viſus ex loco E; X verò locus phœnomeni, & Verus, & Viſus reſpectu O. Quoniam datur arcus EO locorum diſtantia, adeóque, & angulus OAE, etiam ſumma angulorum AEO, AOE nota [a] erit. Quia verò AO, AE, æquales ſunt, anguli AEO, AOE æquales [b] erunt. Quare biſectâ eorum ſummâ, noti erunt ſinguli. Aufer igitur AOE à duobus rectis, eritque COE notus. Rurſus quia datur HEM phœnomeni diſtantia à Vertice Viſa ex E, & notus iam eſt AEO, etiam ſumma ipſorum HEM, AEO nota. Quare ſi hanc demas à duobus rectis, notus [c] relinquetur CEO. Quoniam igitur in triangulo ECO noti ſunt COE, CEO, etiam tertius [d] OCE, ipſa nempe phœnomeni Parallaxis nota erit. Quod ſi ſumma angulorum COE, CEO reperiatur vel æqualis vel inſenſibiliter minor duobus rectis, Parallaxis quoque erit inſenſibilis: quod in reliquis etiam caſibus obſerua.

a per 32.1. b per 5.1. c per corol. 13.1. d per 32.1.

CASVS 2. Sit deinde phœnomenum B: ductâ ABV, locus eius Verus erit V inter Vertices H, X; ducanturque rectæ EBK, OBI, erit K locus phœnomeni Viſus ex E, I verò locus eiuſdem Viſus ex O. Quia inuentus iam eſt in *caſu* 1. AEO, & datur HEK diſtantia à Vertice H Viſa ex E, ſi horum ſumma dematur à duobus rectis, notus [i] fiet BEO. Item quia notus eſt ex *caſu* 1, AOE, & datur XOI diſtantia à Vertice X Viſa ex O, ſi horum ſumma ſubducatur à duobus rectis, notus [m] fiet BOE. Et quia datur arcus EO; etiam Chorda in partibus ſemidiametri Terræ AE nota erit. In triangulo igitur OBE ex notis angulis BEO, BOE, & latere OE, notum [n] fiet latus BE in partibus AE. Addatur deinde BEO iam inuentus ad AEO notum ex *caſu* 1: ita totus AEB notus erit. Quoniam igitur in triangulo EBA, nota ſunt latera BE, AE, cum angulo AEB, ex his reperietur [o] ABE Parallaxis phœnomeni viſi ex E.

i per corol. 13.1. m ibid. n per probl. 9 cap. 3. Geom pract. o per probl. 10. cap. 1. Geom. pract.

CASVS 3. Sit poſtremò phœnomenum in D, ductâque rectâ ADZ, locus eius Verus ſit Z extra arcum inter Vertices H, X comprehenſum; ducanturque rectæ EDN, EDP. Reſpectu loci E, erit phœnomeni locus Viſus N, & Parallaxis EDA; reſpectu loci O, erit Viſus locus P, & Parallaxis ODA; Parallaxium verò differentia EDO. Quia datur HEN phœnomeni diſtantia à Vertice Viſa ex E, & notus iam eſt [a] AEO, ſi horum ſummam demas à Grad. 180, notus erit NEO, ſeu DEO. Quod ſi notum ex *caſu* 1. AOE demas à Grad. 180. notus fiet COE: cui ſi addas XOP diſtantiam phœnomeni à Vertice Viſam ex O, quæ datur, notus fiet totus POE, ſiue DOE. Quare in triangulo ODE, cùm duo noti ſint anguli DEO, DOE, non latebit tertius EDO differentia Parallaxium: ex quâ per *Lem. num. prec.* eruentur Parallaxes ipſæ EDA, ODA.

a ex caſ. 1.

NVME-

NVMERVS VII.

Phænomeni nunquam occidentis, & ſolo motu Primi Mobilis affecti, data à Vertice diſtantia Meridiana Viſa tam maxima quàm minima cum Altitudine Poli, Parallaxim, ſi quam habuerit, inuenire.

Fig. 10. 11. TErræ centrum eſto A; locus in Terrâ O, cuius linea Verticalis AOD, Vertex D; Meridianus LDT, Polus Mundi X; Horizon AL. Phœnomenon, quando minimam habet Altitudinem Meridianam, fit in C; quando maximam, fit in B: ducanturque rectæ ACI, OCK, ABE, OBG: Parallaxes erunt OCA, OBA, ſiue IK, EG; diſtantiæ autem Viſæ à Vertice erunt DG, DK. His poſitis triplex caſus exoritur; vel enim phœnomenum in vtrâque ſuâ Altitudine Meridianâ eſt inter p Horizontem & Verticem, vel in vnâ eſt vltra q Verticem, vel vna in Verticem ipſum incidit.

p Fig. 10.
q Fig. 11.

Fig. 10. *Caſus* 1. Diſtantiam à Vertice Viſam DG minimam, *ex hyp.* notam aufer ex DX complemento Altitudinis Poli datæ; ſic nota erit GX. Aufer deinde DX ex DK diſtantiâ phœnomeni à Vertice viſâ maximâ *ex hyp.* notâ: ſic nota fiet KX. Si æquales ſunt KX, GX, nulla erit Parallaxis phœnomeni: ſi inæquales; aufer minorem GX à maiori KX, eritque reſiduum HK notum. Iam quia phœnomenum *ex hypotheſi* circumagitur circa Polum X, patet IX, EX Verorum locorum Meridianas à Polo diſtantias eſſe æquales. Vnde ſi ab his ſubducantur æquales *per conſtr.* XG, XH, etiam EG, HI æquales remanebunt. Quare HK ſumma eſt Parallaxium EG, IK, & quidem, vt *ſupra* oſtendi, nota; ex quâ *per Lemma* Parallaxes ſingulæ eruentur.

Fig. 11. In *Caſu* 2. DG addita DX dabit GX. In cæteris procedatur, vt in primo, ſed iſthic reſiduum HK erit Parallaxium differentia: ex quâ *per Lemma num.* 5. elicientur Parallaxes ſingulæ.

Fig. 10. In *Caſu* 3. quando in vnâ Altitudine Meridianâ locus phœnomeni Verus Viſuſq; incidunt in Verticem D, liquet rurſum æquales eſſe DX, IX diſtantias Verorum locorum Meridianas à Polo X. Quia ergo nota eſt DX, complementum nempe Altitudinis Poli, etiam IX nota erit. Quod ſi DX notam ſubducas ex DK datâ, nota relinquetur XK: à qua ſi demas notam IX, nota relinquetur IK Parallaxis quæſita. *Figura hunc caſum non exprimit, ſed facilè cogitatione fingitur.*

Lemma.

Data Parallaxium ſumma EG, IK, datiſque à Vertice diſtantijs Viſis DG, DK, Parallaxes ſingulas exhibere.

Fig. 10. Sinus Viſarum à Vertice diſtantiarum confer in vnam ſummam, à quâ ſubtrahe Sinum alterutrum. Deinde fiat vt Sinuum ſemiſumma ad reſiduum è ſubtractione, ita Tangens ſemiſummæ Parallaxium ad Quartum; hoc erit Tangens ſemidifferentiæ Parallaxium. Theoria eadem eſt, quæ *Lemmatis num.* 5. ſi termini conuertantur.

NVMERVS VIII.

Data duorum locorum diſtantia, in quorum Horizontibus eodem tempore phænomenum appareat, datur Parallaxis phænomeni.

Fig. 12. SIt A centrum Terræ, in quâ duo loca ſint B & C: Horizontes eorum Viſibiles determinent tangentes BFN, CFM. Quia phœnomenum ſimul apparere ponitur in vtroque, neceſſe eſt illud ſit in communi ſectione F. Ducantur rectæ ADFG, AB, AC. Quia BF, CF æquales ſunt per *corol. 2. p. 36. lib.* 3, liquet triangula AFB, AFC ſibi mutuò æquilatera eſſe. Vnde anguli BAF, CAF æquales ſunt, ac ſemiſſes totius BAC. Quare cùm detur arcus diſtantiæ BDC, adeóque & angulus BAC, etiam ſemiſſes BAF, CAF notæ erunt. Quoniam igitur in triangulo AFB, rectangulo a ad B, notus ſit BAF, etiam b notus erit BFA Parallaxis quæſita.

a *per* 18. 3.
b *per* 32. 1.

Hunc

Hunc in modum ſi diſtantia locorum BC ſit Grad. 177. 30', Altitudo phœnomeni AF reperietur ſemidiametrorum Terræ 47; ſi Grad. 178. 48', erit ſemid. Terræ 90. ita calculus Riccioli in Tabellâ *lib.* 10. *Almag. pag.* 629.

NVMERVS IX.

Alijs quibuſdam vijs an phœnomenum Parallaxi ſit obnoxium, cognoſcere.

§. 1. OPe filaris trianguli ad normam erecti, de quo Ricciolus agit *Almag. lib.* 5. *cap.* 15. *num.* 16, & nos ex illo, *lib.* 3. *num.* 2. obſerua an phœnomenum cum duabus ſtellis in eiuſdem Verticalis plano exiſtat; quod quidem in tantâ ſtellarum multitudine facilè continget. Deinde eâdem vel aliâ nocte, quando Fixæ illæ ob motum Primi Mobilis à præcedenti plano notabiliter declinauerint, filare triangulum ſic inclina, vt oculo poſt ipſum poſito rurſum eædem ſtellæ in eius plano appareant, ſi tum etiam phœnomeni centrum adhuc in plano illo exiſtat, nullam ſubire Parallaxim concludes.

§. 2. Si phœnomeni diſtantia ab iiſdem Fixis eodem momento in quibuſlibet diuerſis Terræ locis obſeruata, ſit eadem, phœnomenum carebit Parallaxi.

§. 3. Si phœnomenum, *e*, exiſtat cum duabus Fixis *g*, *h*, in lineâ rectâ, itaque ſemper permaneat, ſitu quomodocumque ob motum Primi Mobilis immutato, vt in E, G, H, phœnomenum nulli erit Parallaxi obnoxium. Vide tamen §. 4. *num. ſeq.* Fig. 8.

§. 4. Sit phœnomenum, quòd præter motum Primi Mobilis feratur Vero motu ſibi proprio per eundem maximum circulum. Si id in duobus ſitibus notabiliter diuerſis cùm iiſdem binis Fixis rectam lineam conſtituat, carebit Parallaxi.

NVMERVS X.

Fallaciæ quædam Parallacticæ.

LOngè omnium perſpicaciſſimus in hoc negotio fuit Ricciolus noſter, vti patet ex *lib.* 8. *ſect.* 1. & 2, quæ librum benè magnum conficiunt. Ex illo ſequentes regulas delibo.

§. 1. Si phœnomenum Parallaxim habens ſenſibilem motu Vero deſcribat circulum maximum, motu Viſo non deſcribit: & viciſſim ſi Viſo deſcribat, non deſcribet Vero.

§. 2. Poteſt phœnomenum ſenſibili Parallaxi obnoxium eſſe, & tamen motu Viſo deſcribere circulum maximum. Quamuis enim motu Vero non deſcriberet circulum maximum, poſſet tamen phœnomeni, partim Parallaxis, partim motus tortuoſus efficere, vt in eiuſdem maximi circuli plano phœnomenum appareat remanere.

§. 3. Quamdiu non conſtat de Parallaxi phœnomeni, non poteſt ex ſolo motu Viſo certò cognoſci an deſcribat motu Vero circulum maximum; poteſt tamen probabiliter.

§. 4. Ex eo ſolo quòd phœnomenum perſeueret in eâdem diſtantiâ ab iiſdem Fixis ex vnico Terræ loco obſeruatâ, non poteſt certò concludi id Parallaxi carere, aut ſolo motu Primi Mobilis affici. Poſſet enim continuatio eiuſdem diſtantiæ conferri in motum phœnomeni proprium irregularem eiuſmodi, qui Parallaxim perpetuò elidat.

Aduerto nihilominus carentiam Parallaxis hinc concludi valde probabiliter, imo certò moraliter. Vix enim erit credibile motum phœnomeni eſſe talem præcisè, qui Parallaxim tam conſtanter & exactè elidat.

§. 5. Quamuis valde parua reperiatur differentia Parallaxium ex obſeruationibus factis in locis Terræ diuerſis, poteſt nihilominus Parallaxis phœnomeni eſſe magna, & multò Lunari maior. Si enim loca E, O non eſſent valde diſtantia, & phœnomenum D Horizonti propinquum, ſatis ex ipſo tum ſchemate apparebit ODE Parallaxium differentiam fore exiguam, quamuis Parallaxes ipſæ ADE, ADO ſint magnæ. Fig. 9.

Hæc delibaſſe modò ſufficiat: qui plura deſiderat, legat Riccioli *cap.* 10. *ſect.* 5. *lib.* 10.

CAPVT III.

An Cometæ & Nouæ Stellæ, quæ ab Anno 1572 apparuerunt, ſupra vel infra Lunam extiterint.

TYcho & Aſtronomi celebriores plerique vno conſenſu ſupra Lunam euexerunt, vnus fere aduersùs omnes Claramontius Aſtronomus etiam ipſe, pluribus eo argumento libris editis infra Lunam deprimere conatus eſt. Acerrima vtrimque fuit ac diuturna contentio, Aſtronomis paſſim in Claramontium inſurgentibus, ipſo interim minimè ſe deſerente, ſed nouis reſponſionibus aduerſariorum impetus repellente. Integra volumina peruoluat excutiatque neceſſe eſt, qui iudicium ferre de controuerſiâ voluerit. Id mihi quidem haud vacat, neque, ſi vacaret, luberet ad alia feſtinanti. At libuit vacauitque Ricciolo noſtro, qui hoc in negotium eâ diligentiâ conatuque incubuit, vt nihil in eo genere accuratiùs ſubtiliùſue præſtari à quoquam poſſe exiſtimem. Primis duabus libri 8. *Almag.* ſectionibus, quæ ſi ſeorſim excuderentur, librum bene magnum conficerent, vtriuſque partis demonſtrationes prætentas, argumentaque omnia, mirâ ſubtilitate examinat, expenſiſque omnibus, de ſingulorum phœnomenorum ſede in vniuerſo pronunciat; eiuſque demum ea ſententia eſt, à nullo hactenus demonſtratum eſſe, è nouis phœnomenis vllum, quæ ab Anno 1572 apparuêre, ſupra Lunam fuiſſe. In quo quidem quod ad demonſtrationem abſolutam pertinet, quamuis illi non grauatè aſſentiar, vereor tamen ne Lectoribus ſuis, quantumuis proteſtetur ipſe nitaturque contra, in Claramontium propenſior quàm in Tychonem fuiſſe videatur.

NVMERVS XI.

Satis conſtat nouam Stellam, quæ Anno 1572 in Caſſiopeâ apparuit, longè ſupra Lunam extitiſſe.

ITa ſentiunt cum Tychone authores 36, inter quos Aſtronomi celeberrimi plerique omnes. Fuiſſe in firmamento aut ei proximam ſenſit inprimis ipſe Tycho, qui integro id volumine demonſtrare conatus eſt; eique adſtipulantur Longomontanus, Keplerus, Hagecius, Hainzelius, Mæſtlinus, Gemma, Munoſius, Maurolycus, Clauius, Blancanus, Barazanus, Argolus, Galilæus, Licetus, Fromondus, Santutius, Camillus Glorioſus, Raymundus, Frangipanus, Carteſius. Fuiſſe ſaltem inter orbes Planetarum aſſeruêre Langrauius Haſſiæ, Fabricius, Valleſius, Reinholdus iunior, Peucerus iunior, Sculerus, Prætorius, Ioannes Dee, Appianus iunior, Benedictus, Diggeſeus. Contra tot tantoſque viros Scipio Claramontius duobus libris Anti-Tychonis ſui hanc Stellam infra Lunam reponere conatus eſt. Riccioli iudicium examinatis vtriuſque partis rationibus eſt probabiliter hanc Stellam infra Lunam fuiſſe, ſed probabiliùs ſupra. Quod nimis benignè videtur pro Claramontio pronunciatum fuiſſe.

Fatetur enim Ricciolus *lib.* 10. *pag.* 165, ſi hæc Stella vbiuis terrarum & eodem tempore obſeruata fuerit eamdem ſeruaſſe ad eaſdem Fixas poſitionem, ſiue cùm altiſſima eſſet, ſiue cum Horizonti propinqua, haud dubiè Parallaxi ſenſibili caruiſſe. Concedit deinde id quidem in diuerſis Terræ locis quamplurimis obſeruatum fuiſſe, ſed negat conſtare an eodem tempore. Atqui ego contendo, licet de *eodē tempore* non conſtaret, alterum ſufficere vt Claramontij opinio omnino improbabilis habeatur. Si enim, quod ex hiſtoriâ obſeruationum conſtat, à tot peritiſſimis obſeruatoribus in diuerſiſſimis regionibus numquam potuerit deprehendi huius Stellæ, ſiue cùm Horizontem ſtringeret, ſiue cùm ſublimis extaret, immutatam ſenſibiliter fuiſſe ad eaſdem Fixas poſitionem diſtantiamue, dicaturque nihilominus Parallaxim habuiſſe ſenſibilem, & Lunari maiorem, neceſſe fuit eam proprio quodam motu agitatam fuiſſe præcisè tali, qui Parallaxim illam & ex variatione continuâ Diurnæ Altitudinis ſupra Horizontem & ex ipsâ locorum diuerſitate ſemper aliam atque aliam, ita præcisè conſtanterque eliſerit, vt ea neque tanto temporis interuallo (15 omnino menſes fuêre) neque in locis tam diuerſis & tantâ obſeruationum multitudine, aduerti ab vllo vmquam notariue potuerit. Talis porro motus cùm improbabilis omnino ſit & prorſus inane commentum, profectò etiam etiam Parallaxis nouæ Stellæ Lunari maior omnino improbabilis & commentitia erit.

NVMERVS XII.

Satis etiam conſtat, Stellam nouam quæ ab Anno 1600 vſque ad 1611 & forte vltra in Cygno apparuit, & illam quæ Anno 1604 viſa eſt in Serpentario, Parallaxi ſenſibili caruiſſe.

PRior enim quotcumque noctibus, & ex quibuſlibet Terræ locis tam cùm propior eſſet Vertici, quàm cùm propinqua Horizonti, per annos plures quàm 20, viſa fuit in eodem *Cygni* loco, eàdémque ab iiſdem Fixis diſtantiâ. Quare eodem argumento, quod pro Stellâ Anni 1572 *præc. num.* iam formauimus, moraliter certò euincitur Parallaxi ſenſibili caruiſſe. Quod autem obſeruationes huius Stellæ non ſint memoriæ commendatæ, inde factum videtur, quòd eas Aſtronomi ſuperuacaneas eſſe ducerent, videntes hanc Stellam tot iam annos eodem cæli loco hærere.

Eodem modo Stellæ in *Serpentario* enatæ ſupralunaris ſedes probabitur. Nam neque illa anni ſpatio, quo durauit, ab vllo obſeruata eſt diſtantiam ab iiſdem Fixis valde ſenſibiliter immutaſſe.

NVMERVS XIII.

De ſede Cometarum qui ab Anno 1577 apparuerunt.

QVinque ſunt Cometæ præcipui, de quorum loco in vniuerſo à recentioribus dimicatum eſt. Primus effulſit Anno 1577, ſecundus 1585; tertius 1590; quartus 1607; quintus 1618. Aſtronomi præcipui ſupra Lunam extulêre: Claramontius ſuum inſtitutum tenens, vt ſecundùm Peripateticæ Philoſophiæ placita omnem à cælis corruptionem excluderet, acerrimâ contentione infra Lunam omnes deprimere conatus eſt.

Cometam Anni 1577 ſupra Lunam conſtituunt Tycho, Meſtlinus, Lantgrauius Haſſiæ cum Rothmanno, Hagecius, Gemma, Reſlinus, omnes Aſtronomi præſtantes: Et fatetur Ricciolus *lib.8.pag.90*, eorum, ſed potiſſimum Tychonis argumenta tam multa eſſe ac tanta confirmationum varietate ſtabilita, vt parum abſint à demonſtrationibus abſolutis. Quare cenſet probabilius illum ſupra Lunam fuiſſe.

Idem fere propter Tychonis & Rothmanni argumenta ſentit de Cometâ Anni 1585. Tychonicis etiam argumentis illum qui fulſit Anno 1590 potiùs ſupra Lunam, quàm infra videtur ſtatuere. Cometam verò Anni 1618 probabile eſt, inquit, fuiſſe ſupra Lunam, ita tamen vt oppoſitum non ſit improbabile. At manifeſtè Claramontio fauet in Cometâ Anni 1607, expenſis vtrimque rationibus, affirmans probabiliùs infra Lunam extitiſſe. Mihi operæ pretium non eſt iſtis diutius immorari. Qui partium fundamenta cognoſcere deſiderat, authores ipſos vel potiùs Ricciolum adeat omnium argumenta ad examen labore indefeſſo reuocantem.

Scholium.

De generatione & origine Cometarum, de Caudæ *figurâ & ſitu, cur modò recta ſit, modò curua, cur aliquando dilatetur ad modum ſcopæ veſtiariæ, vnde illa vibratio, quâ fit vt ſubitò breuis ex longâ appareat, & contra; de his inquam aliiſque ſimilibus attingo pauca, quia pauca ſcio. Me tædet Mathematicis ratiociniis aſſuetum coniecturis referendis excutiendiſque immorari. Ne tamen te Lector omnino ieiunum demittam, hæc pauca accipe.*

Videtur cauda Cometæ oriri à radiis Solis per caput Cometæ traiectis, qui per refractionem collecti, ac proinde redditi intenſiores, in materiam incidant minùs denſam quidem, ſed tamen ſimilem ei ex quâ Cometa coaluit, eamque illuminent. Sic enim cauſa datur cur cauda ſemper ad plagã Soli oppoſitam porrigatur. Quia porro Cometæ caput, vt tubi optici experimento conſtat, non conflatur ex materiâ homogeneâ, ſed ex pluribus corpuſculis polyãgulis; hinc fit vt refractio maximè va-

ria ac multiformis exiſtat : atque ex iſtâ refractionum varietate diuerſa illa ac multiplex caudarum forma fortaſſis enaſcitur. Imò etiam caudæ ſinuatio oriri à refractione poteſt, ſi materia Solares radios excipiens, ſit multùm difformis in den-
a mors Authoris Dioptricam eius intercepit. *ſitate : facit enim illa medij difformitas, (quod in Dioptricâ*[a] *Deo fauente oſtendam) vt radius refractus quamcumque figuram accipiat. Quod ſi Cometæ cauda non aliunde quàm à Sole ſplendeſcat, videtur neque caput aliunde quàm à Sole illuſtrari. Materia porro ipſa, ex qua Cometarum tam capita quàm caudæ coaleſcunt, videntur eſſe quædam Solis, & fortè etiam Planetarum, profluuia. Ex Sole enim, quaſi è fornace quadam immenſâ, maculas illas notiſſimas ac faculas ebullire ſatis arbitror à Scheinero noſtro in* Roſa Vrſina *oſtenſum fuiſſe: & quidẽ Anno* 1618, *quo tres Cometæ ſunt viſi, nullæ circa Solem maculæ apparuêre. Sed iam coniecturarum ſatis : qui plures deſiderat, legat Tychonem, Longomontanum, Keplerum, Galilæum, Cyſatum, Cabæum, Ricciolum, alioſque.*

TRACTATVS TERTIVS

DE LVCE ET MACVLIS SOLIS AC LVNÆ.

NVMERVS I.

De lumine primario Lunæ.

LVnæ duplex eſt lumen; primarium & ſecundarium. De ſecundario agam *num ſequenti* : hic paucis de primario.

Inprimis certum eſt lumen Lunæ primarium eſſe à Sole. Hoc patet ex totâ phaſium eius varietate, & potiſſimùm ex Eclipſi : videmus enim quod in plenilunio vmbram Terræ ingreſſa illicò pro ratâ portione, quâ ingreditur, lumine deſtituatur. Quare vanum eſt Beroſi commentum relatum à Plinio, fingentis vnum Lunæ hemiſphærium eſſe ex ſe lucidum & candens, alterum obſcurum & lucis expers.

Sed quæritur, quomodo Solis lumen ad nos Luna tranſmittat. Putarunt nonnulli veteres tranſmittere inſtar ſpeculi. Error eſt manifeſtus, 1, quia Luna non eſt polita & terſa, ſed in-
a n. 5. æqualis & aſpera, vt patebit[a] *infra*. 2. Quia ſi Luna Solis lumen inſtar conuexi ſpeculi refle-
b *Fig.* 14. cteret, non niſi vnicum eius punctum dato oculo C appareret illuminatum à Sole A : tunc enim Luna non niſi vnicam Solis imaginem ad nos reflecteret, quæ tum ex naturâ figuræ conuexæ, tum propter diſtantiæ magnitudinem inſtar puncti appareret.

NVMERVS II.

Modus quo Luna & Planetæ Solis lumen ad nos reflectunt.

REm omnem octo quaſi pronunciatis complectar.

I. Superficies perfectè plana eſt, cuius omnibus partibus recta linea congruit.

II. Superficies perfectè curua eſt, quæ plana non eſt, & tamen omni angulo caret.

III. Superficies curua eſt conuexa vel caua.

IV. Igitur ſuperficies omnis eſt perfectè vel plana, vel conuexa, vel caua, vel ex his compoſita : neque enim poteſt alia ſuperficiei inflexio excogitari.

V. Superficies æquabilis, ſeu polita & ſpecularis eſt, quæ perfectè vel plana, vel conuexa, vel caua eſt : quælibet enim harum caret omni angulo, hoc eſt omni inæquabilitate.

VI. Superficies inæqualis, ſeu aſpera & ſcabra, ex multis minutis ſuperficieculis perfectè planis, concauis, conuexis variè inter ſe permixtis componitur. Neque enim aut alia ſuperficierum ſpecies, aut proceſſus in infinitum dari poteſt.

VII. Cùm igitur ſuperficieculæ perfectè planæ, conuexæ, concauæ, omnes ſint ſpeculares per quintum pronunciatum, ſuperficies aſpera nihil aliud erit, quàm innumerabilium ac minutiſſimorum ſpecillorum mixtura, quorum alia plana ſint, alia caua, conuexa alia : quæ cum

ſitu

ſitu multiplici variiſque angulis inter ſe ſint permixtæ nexæque, inde fit vt corpora aſperam habentia ſuperficiem, radios ſibi incidentes non in vnam partem aliquam, ſed in omnes quaquàverſùm reflectant. Atque hic modus eſt verus & vnicus, quo Luna & Planetæ Solare lumen ad nos tranſmittunt.

VIII. Quamuis Lunæ vel corporis alterius aſperi ſuperficies ex multis ſpecillis conſtet, non exhibet tamen diſtinctam Solis imaginem. Sunt enim ſpecilla illa & innumera & minutiſſima & infinita ſitus varietate inter ſe contexta; & quæ ex illis ſunt plana vel concaua, non niſi minimas Solis particellas repræſentant; quæ verò conuexa, totum quidem Solem referre poſſunt, ſed puncti inſtar. Quæ apparentiæ tam multiplices conciſæque, & tantâ ſitus varietate inter ſe commixtæ, non diſtinctam vllam Solis imaginem, ſed merum lumen repræſentant, quaſi ſi quis ſtatuam diuidat in millenas particulas, eaſque deinde confuſo ordine iterum coniungat. Quâ egregiâ ſimilitudine vſus eſt vir ſubtiliſſimus, mihique, dum viueret, in ſtudijs coniunctiſſimus Ignatius Derkennis è Societate Ieſu, in opere ſuo præclariſſimo, a quod de Deo Vno, Trino, Creatore conſcripſit: cui cùm meam hanc ſpeculationem, vt ſolebam eiuſmodi omnia indicarem, ipſum comperi in eamdem incidiſſe. *Vide caput ipſius tertium ad Diem Mundi quartum pag.* 622. 623. 624. 625.

a *pag. 615. in Die Mundi quarto.*

NVMERVS III.

De lumine ſecundario Lunæ.

§. 1. PHœnomena hæc ſunt.

1. Ante & poſt Nouilunium in phaſibus nimirum primis ac vltimis Lunæ ſereno cælo & longiùs à luce crepuſculanâ poſt occaſum Solis vel ante ortum ſpectatæ pars obſcura apparet ſimilis cineri incenſo & lucidè albicanti; eſtque lumen hoc ſecundarium, ſi cornu luminoſo Lunæ poſt caminum aliquem aut obſtaculum aliud latente, ipſum ſolum ſpectetur ſubinde tam intenſum, vt *Saturni* ſplendorem quandoque æmulari videatur. Vbi etiam hoc imprimis admirationem mouet, quod albicans iſthæc lucula clarior & intenſior ante, quàm poſt Nouilunium appareat. Diebus deinde Nouilunium conſequentibus vel antecedentibus, quò Luna longiùs à Sole abeſt, eò lumen iſtud ſecundarium fit remiſſius, ſic vt in Quadraturis pene ſit nullum, nec niſi adultâ iam nocte notari poſſit. Præterea circa marginem Lunæ obſcurũ apparet intenſius quàm in medio, videturq; inſtar annuli Lunam ambire. Sed hoc merum eſt ludibrium oculorum, inde ortum, quod fulgor iſte ſecundarius circa marginem longiùs à cornu illuminato diſtans, ab eo hebetetur minùs, quàm circa medium. Itaque ſi cornu lucido poſt caminum aliquem (vt dixi) latente, pars obſcura ſpectetur ſola, apparet ſplendore illo ſecundario vniformiter perfuſa, dicto annulo penitus euaneſcente.

2. In Plenilunijs Eclipticis, quando Luna deficit tota, ſæpiùs tamen viſa eſt luce aliquâ variè coloratâ ſublucere, potiſſimùm verſùs marginem.

3. In Solis deliquio centrali ſubinde viſus eſt lucidus annulus circa diſcum Lunæ Solem ſuo interpoſitu obducentis. Deliquia Solis eiuſmodi præ cæteris certiora ſunt omnino tria. Primum eſt obſeruatum à Clauio Romæ Anno 1567. die 9. Aprilis. qui c. 4. in Sphæram affirmat Solem non totum defeciſſe, ſed relictum fuiſſe exilem quemdam circulum lucentem circumcirca. Secundum obſeruauit Torgæ in Miſniâ Doctor Ieſſenius Anno 1598. menſe Februario: erat fere centrale toto Solis margine prominente inſtar lucidi circuli. Ita ex Keplero Lansbergius in *Theſauro obſeruat pag.* 114. Tertium obſeruauit ipſe Lansbergius Goëſæ Anno 1601, Dec, 24. Luna tota intra Solem ſic erat, vt Boreus Lunæ margo tangeret Boreum Solis, Auſtrinus verò Lunæ diſtaret ab Auſtrino Solis Minutis 6 $\frac{3}{4}$.

Hæc ſunt phœnomena, quorum cauſas vt aſſignem, à poſtremo exordiar.

§. 2. Tertij igitur phœnomeni cauſa eſt, quod in deliquijs eiuſmodi centralibus aut fere centralibus, diameter Apparens Lunæ fuerit minor diametro Apparente Solis; hoc eſt, quòd angulus ſub quo ſpectabatur Luna, minor eſſet angulo, ſub quo Sol. Vnde factum eſt vt Luna, quamuis tota oculum inter Solemque eſſet interpoſita, Solem tamen totum non tegeret. Tycho annulares has Eclipſes omnino negat contra obſeruationum hiſtorias adeò teſtatas, quòd illas ipſe ex ſuo calculo præſtare non poſſet, qui Lunæ diametrum Apparentem numquam minorem eſſe diametro Apparente Solis ſtatuiſſet. Keplerus contendit lucidum illum annulum fuiſſe aërem, ſiue mauis, ætherem circumſolarem, qui modò rarior ſit, modò ſatis denſus vt poſſit ex Solis radijs ſplendeſcere. Quæ cauſa ſi non ſufficiat, aliam adiungit, aërem nempe denſiorem, ſiue vapores Lunam ambientes ex eius maribus ac lacubus eductos, in quos Solis radij incidentes refractique Solem augeant, vtraque Lunæ marginem circumquaq; faciant eminere. At hæc vera ſi eſſent, ſæpius deberet hoc phœnomenũ apparere vel to-

tum, vel ex parte; apparet autem rariſſimè.

§. 3. Quod ad ſecundum phœnomenum attinet, lucula illa variè colorata quâ Luna in totâlibus Deliquijs ſuis imbuta cernitur, prouenit à Solis radijs per vapores Terram ambientes traiectis refractiſque. *Vide Keplerum in Aſtronomiâ Opticâ toto cap.7.*

§. 4. Venio ad primum. De origine lucis ſecundariæ in Lunâ, è multis opinionibus, duæ ſunt præcipuæ. Prior eam refundit in radios Solis à lucido Terræ hemiſpherio reflexos ad portionem Lunæ obſcuram, atque inde reflexos denuò ad hemiſphærium Terræ directâ Solis luce deſtitutum: altera in Solis radios per totum Lunæ corpus vtcumque diaphanum tralucentes. Priori magis aſſentior, quia omnes phœnomeni partes egregiè explicat. Sic enim datur cauſa, cur ſplendor ille ſecundarius maximè appareat ante & poſt Nouilunium, quia tunc videlicet Luna Soli proxima ſitum habet aptiſſimum, vt radios Solis quàm plurimos ab illuminato Terræ hemiſphærio reflexos parte ſui obſcurâ excipiat: quò autem longiùs à Sole abſuerit, eò excipiet pauciores. Vnde etiam fit vt in Quadraturis hæc lucula euaneſcat pene tota, quia nempe Solares radij à Terræ hemiſphærio luminoſo reflexi, iam vix vlli poſſunt ad obſcurum hemiſphærium Lunæ, vtpote Gradibus 90 à Sole diſtantis, pertingere. Datur item cauſa cur in Deliquijs Solis totalibus lucula illa adeò tenuis & obſcura appareat, quia videlicet Luna Soli obiecta intercipit partem maximã eorum radiorum, qui ad ipſam fuerant reflectendi à Terrâ. Poſtremò datur cauſa cur in phaſibus poſtremis ante Nouilunium intenſius ſit hoc phænomenum, quàm in phaſibus primis poſt Nouilunium. Nam ante Nouilunium ſpectatur hoc phœnomenum in Oriente ante Solis ortum, ac proinde globi Terraquei portio Solare lumen tunc ad Lunam reflectens, tota Terreſtris eſt, Europam videlicet fere omnem Aſiamque, & Africæ partem complexa. Poſt Nouilunium verò ſpectatur phœnomenum in Occidente poſt occaſum Solis, adeoque terraquei globi portio, quæ Solares radios ad Lunam tunc reflectit, maiori ex parte aquis conſtat, cùm Oceanus antiquum orbem nouumque interfluens, latiſſimè reſpectu harum regionum in Occidentem porrigatur. Eſt verò manifeſtum Terras validius lumen reflectere quàm aquas vti etiam *in-*
a n. ſeq. *fra* ª oſtendam. Habitantibus in Braſiliâ & nouâ Franciâ, quibus in Occaſum Americæ con-
§. 3. tinens porrigitur, in Ortum verò Oceanus idem diffunditur, contrarium apparere debet. Quare ex illis locis cauſæ iam allatæ confirmatio expectanda. Hæc conſideratio egregia profectò & elegans eſt Nicolai Sucehij è Societate Ieſu, in *Opticâ Philoſophiâ pag.*252, qui totum hoc phœnomenum à *pag.* 247 *vſque ad pag.*260 eruditè pertractat.

Non deſunt quæ adferri contra poſſint. Ricciolus *lib.*4. *Almag. pag.*200 *&* 201 argumenta 10 enumerat ſoluitque: è quibus cùm nullum ſit quod magnopere vrgeat, ea præterire viſum eſt. Fuit etiam qui ex Catoptricæ fundamentis ſe demonſtraſſe arbitratus eſt incapacem eſſe terram, quæ tantùm lucis ad Lunam tranſmitteret. Sed illum Sucehius *pag.* 253. *& ſeq.* ſolidè confutauit. Paralogiſmus potiſſimùm in eo ſitus eſt, quod author ille ſupponeret lumen à Terrâ reflecti tamquàm à ſpeculo; quòd plane falſum, eſt enim Terra inæqualis atque aſpera, ac proinde eo modo reflectit, quem *num.*2.*ſupra* expoſui.

§. 5. Contra opinionem alteram, quæ hoc phœnomenum in tranſparentiam Lunæ refundit, hæc faciunt. 1. Si radij Solis totam Lunæ ſpiſſitudinem duo circiter milliariorum millia æquantem penetrare poſſunt, penetrabunt multò magis apices illos montium Lunarium, qui fulgentiſſimi apparent, cum reliquæ circum partes adhuc obſcuræ ſunt; ac proinde radij per illos apices traiecti deberent etiam partes diſci obſcuras viciniores illuſtrare, quod experimento repugnat: neque aliud reſponderi poteſt, quàm ſolos montes illos penitus opacos eſſe: quod parum credibile eſt, quando totum corpus Lunæ reliquum eſſe diaphanum aſſeritur. 2. Si lux ſecundaria eſt à radijs Solis tranſparentibus, non minùs illa appareret in Quadraturis, quàm prope Nouilunium, quod phœnomeno repugnat. Reſponderi poſſet non apparere ob ſplendorem Lunæ primarium tunc, quàm antea, maiorem. Sed hoc effugium præcluditur, ſi parte Lunæ primario lumine illuſtratâ poſt tectum aliquod vel caminum latente, obſcura videatur ſola, in eâ quippe ne tum quidem alborem illum, qui prope Nouilunia viuidus cernebatur, niſi ægrè ac fere extinctum notabis.

NVMERVS IV.

Lunarium Macularum phænomena.

§. 1. LVnares maculæ ſunt antiquæ & nouæ: illæ nudo oculo ſunt conſpicuæ, lacuſque ingentes ac maria imitantur: has, ob paruitatem, viſus niſi tubo optico inſtructus non percipit. Primi obſeruatores ijdem fuêre, qui macularum Solarium, Galilæus & Scheinerus

nerus, ſed rudi adhuc mineruâ, ſi cum ſubſecutis aliorum conatibus comparentur. Exactam hoc in genere operam primus exantlauit Michaël Florentius Langrenus, Catbolici Regis Coſmographus, qui ſchema Nouilunij ſuâ manu in æs inciſum iam pridem euulgauit, in quo maculas 270 à ſe obſeruatas expreſſit, opus de bis integrum & alia ſchemata 30 promittens. Hunc ſubſecutus Ioannes Heuelius librum de Lunæ maculis elegantiâ & multitudine ſchematum ſuâ etiam manu ſculptorum, & copiâ atque vbertate doctrinæ ſpectandum publicauit. Horum veſtigijs inſiſtentes Ricciolus, & inprimis Grimaldus, Selenographiam proprijs obſeruationibus augere atque perficere conati ſunt: & affirmat de Grimaldo Ricciolus eum tantùm ſolertiæ, fidei, ac diligentiæ in hoc ſtudium contuliſſe, vt nibil hoc in genere perfectius ſperari poſſe exiſtimet. Aſtronomi iudicabunt, vbi, quod nondum accidit, liber eo argumento conſcriptus prodierit.

§. 2. Qui Lunæ vultum inſpicere accuratiùs & contemplari deſiderat, teleſcopio inſtructus ſit oportet, non qualicumque, ſed eximio & bene longo. Eiuſmodi inſtrumento in Lunam directo, viſui ſeſe offeret Lunæ facies admirabili varietate deſtincta. Cernes primùm partes maiores, quæ maria, paludes, ſcopulos, flumina, inſulas peninſulaſque, ac continentem Terræ noſtræ repræſentent: maculas deinde minores per totum Lunæ diſcū ingenti numerò ſparſas conſpicies: earum numerus in Plenilunio Grimaldi ad ſexcentas excreuit, *non quod plures* (inquit Ricciolus) *non obſeruauerimus; ſed quia reliquæ ob ſui paruam profunditatem aut eminentiam aut certè exilitatem, rarò, nec niſi cùm primò aut vltimò Solis lumen attigerint, diſtingui poſſint: quæ ſanè innumerabiles ſunt, adeo vt tota Lunæ ſuperficies nobis conſpicua his veluti glebulis aſpera ſit, ſeu ſcrupea aut crepidinoſa.*

§. 3. Partes Lunaris diſci maiores illæ, quas lacus & maria vocatimus, apparent ſubobſcuræ; illæ verò quas Terræ continenti aſſimulamus, albæ prorſus & lucidæ. Minores maculæ partim obſcuræ ſunt, partim lucentes & claræ. Minorum igitur illæ, quæ lucent, montes ſunt ac rupes, vt *num. ſeq.* demonſtrabitur; quæ verò ſubnigræ, valles ſunt. E maioribus quæ obſcuriores apparent, videntur eſſe fluidæ; quæ clariores, ſolidæ inſtar continentis noſtræ: id colligitur inſigni experimento. E monte ſublimi, hinc terras inde maria contemplanti Sole lucente bæc pallida & ſubobſcura, illæ albicantes ac ſplendidæ conſpiciuntur. Ita mihi è vertice turris Antuerpienſis, quæ pedes alta eſt 440, binc Scaldis æſtuaria latiſſimè Zelandiam verſùs Hollandiamque diffuſa, inde ſpatia Terræ longiſſimè patentia apparuêre.

§. 4. Maculis porrò tam minoribus quàm grandioribus, vt diſcerni inter ſe poſſent, ſua ſingulis nomina indidêre Langrenus, Heuelius, & cum Grimaldo Ricciolus, ſed diuerſa ſinguli. Optandum fuit vt ijſdem omnes nomenclaturis vterentur. Ita laborem ſtudioſis minuiſſent.

NVMERVS V.

Luna non eſt æqualis, ſed aſpera, montibus vallibuſque diſtincta.

DEmonſtratur euidentiſſimis experimentis.

1. Si Luna teleſcopio inſpiciatur tam cùm eſt dichotoma, ſiue dimidia, quàm ante & poſt dichotomiam, linea diuidens partem lucidam ab obſcurâ, manifeſtè cernitur multis anfractibus interciſa interruptaque: indicio euidenti partes alias alijs eſſe elatiores.

2. Die circiter quartâ poſt Nouilunium, & inſequentibus, in parte Orientali Lunæ adhuc obſcurâ, apparent quædam cuſpides luminoſæ tamquam ſcopuli aut paruæ inſulæ à portione illuminatâ ſeparatæ. Contra, decreſcente Lunâ in portione Occidentali Solis lumine iam deſtitutâ, cernuntur eiuſmodi cuſpides adhuc lucentes, & à continente luminoſâ itidem auulſæ. Quid verò aliud ſint cuſpides iſtæ, quàm Lunæ montes ac rupes, quæ vt excelſis Terræ montibus contingit, & citiùs illuſtrentur à Sole, quàm valles, & ſeriùs lumine deſtituantur. Neque dici poteſt partes illas, quæ inter cuſpides prædictas & lucidam Lunæ portionem interiacent, tenebroſas eſſe, non quia ſint alijs depreſſiores, ſed quòd ob nimiam vel denſitatem vel tranſparentiam ſint luminis incapaces: ſic enim illæ deberent ſemper apparere obſcuræ, quod obſeruationi repugnat; quà conſtat etiam ipſas creſcente Lunâ aliquantò poſt apices illuſtrari, prorſus vt in Terrâ valles aliquantò ſeriùs quàm montes illuminantur.

3. Lunares maculæ in ſplendido Lunæ diſco vmbras proijciunt ad partes Soli oppoſitas; in Orientem videlicet Lunâ creſcente, in Occidentem decreſcente. Montes igitur ſint neceſſe eſt.

Sunt porro hi montes ſublimes & excelſi. Artificium altitudinis eorum menſurandæ vide

apud Ricciolum *pag.*208. *& in Geom. Practica noſtræ cap.*8.*Probl.*2. Ille, quem *S. Catharinæ* Ricciolus appellat, ad duo ſaltem vnius horæ milliaria attollitur.

Quæret aliquis cur in ambitu Lunæ plenæ, item in margine Occidentali Lunæ creſcentis, & in Orientali margine decreſcentis aſperitates nullæ appareant.

Reſpondeo 1. quia nullæ ibi ſunt.

Reſpondeo 2. etiam iſthic, quamuis rariùs, apparere tunc videlicet, quando diſci Lunaris libratio (de quâ *numero ſeq.*) eas conſpectui exhibet, aliàs vltra limbum vel citra conſtitutas.

NVMERVS VI.

Multiplex libratio Lunæ per Maculas detecta.

PRimus obſeruauit Galilæus; tum Langrenus; deinde Gaſſendus, Bullialdus, Heueſius, & è Societate noſtrâ Sucebius, Bartolus, Sirſalis, Grimaldus. Ab his obſeruatum eſt maculas prope limbum Occidentalem poſitas, iam accedere ad limbum, iam recedere; cùm verò hæ accedunt, tunc maculas illis oppoſitas à limbo Orientali recedere & contra. Ex quo Lunæ libratio ab Oriente in Occidentem, & ab Occidente in Orientem innotuit. Obſeruarunt iidem maculas prope limbum Boreum exiſtentes ad eundem accedere & recedere; cùm autem illæ accedunt, tunc maculas oppoſitas ab Auſtrali limbo recedere, & contra. Vnde libratio ab Auſtro in Boream & à Boreâ in Auſtrum deprehenſa fuit. Pari modo librationes aliæ à binis prioribus declinantes ſunt obſeruatæ. Quare neceſſe eſt polos & axem eius vertiginis, quâ Luna circa ſuum centrum libratur, multipliciter variari, vt librationes in plagas tam diuerſas poſſint explicari. Quantitas librationis maximæ, ſiue arcus maximi Lunæ circuli, quem librationis beneficio modò versùs vnam partem, modo versùs oppoſitam videmus, aliàs non viſuri, à Ricciolo colligitur Grad. 27. 31′48″. Maculæ igitur quæ toto illo ſpatio continentur, modò conſpicuæ ſunt, modò conſpectui ſubducuntur. Librationis periodus, hoc eſt tempus à maximâ eiuſdem maculæ diſtantiâ à limbo Lunæ ad maximam ſequentem, Bullialdo eſt dierum 26, Heuelio dierum circiter 28. Vnde ſatis conſtat neque multo maiorem eſſe diebus 28, neque multo minorem 26. Qui de his plura deſiderat, legat Bullialdi *cap.* 53. *lib.* 3. *Selenographiam* Heuelij, & Riccioli *cap.* 9. *lib.* 4. *Almag.*

NVMERVS VII.

Macularum Solarium phænomena.

MAculas in Sole primi obſeruarunt Chriſtophorus Scheinerus è Societate IESV, & Galilæus Galilæi. Hic illum plagii arguere, ſeque primum aſſerere phœnomeni obſeruatorem conatus eſt eo libro, quem Italicè conſcriptum Trutinatorem appellauit. At Scheinerus Roſæ Vrſinæ *lib.* 1. euidentiſſimis rationibus planèque conuincentibus ſe purgauit: & quamuis primam inuentionis laudem ſibi non arroget, contentus affirmare, ſe ſuas obſeruationes à nullo alio accepiſſe, ipſius tamen cum aliorum obſeruationibus chronologica comparatio ſatis indicat primum ipſum macularum obſeruatorem fuiſſe. Tantâ porro diligentiâ, fide, aſſiduitate ac induſtriâ bis mille peractis obſeruationibus, hoc phœnomenum ſcrutatus eſt, vt nihil aut ſperari poſſit aut optari hoc in genere præſtantius. In manibus eſt *Roſa Vrſina*, volumen amplum & eruditum: ad hoc Lectorem de his iudicaturum remitto.

§. 1. Duobus modis præcipuis hoc phœnomenon obſeruatur. Primus tubo optico vitris coloratis inſtructo Solem directè contemplatur. Altero Solis ſpecies vnà cum maculis cubiculo mediocriter obſcurato per foramen in chartâ excipitur. Sed foramini applicanda eſt vel vna lens conuexa, vel (quod melius eſt) teleſcopium. Lege Scheinerum *lib.* 2. de toto obſeruationis modo accuratiſſimè diſſerentem.

§. 2. Præter maculas in Sole conſpiciuntur faculæ & vmbræ. Nomine vmbrarum veniunt tenuiſſimæ quædam & informes partes quaſi fumo vel nebulâ Soli aſperſæ. His Solis tota facies infecta conſpicitur planè vt ſyndon candidiſſima telâ ſubtili araneæ, vel vt terſiſſimum ſpeculum manus contactu, oriſue halitu. Facularum ſplendor reliquum corpus Solare plerumque vincit. Aliæ ſunt candidiſſimæ, flauæ aliæ, hebetiores etiam & minùs lucentes nonnullæ. Macularum color niger aut cærulus. Ex his multæ nigriores apparent circa limbos Solis ſi cum aliis coëant, quàm in medio: vbi quamuis nonnihil

diaphanæ

diaphanæ ſubilluſtrentur à Sole, ſunt tamen maculis Lunaribus obſcuriores.

§.3. Macularum figura irregularis, & inſtabilis, vt nulla ferè poſtridiè appareat, qualis viſa eſt pridie. Numerus varius. Numeratæ quandoque ſunt 50, ſubinde vna alteraue, aliquando nulla, vti accidit Anno 1618 quo tres Cometæ arſerunt, item Anno 1632 à die 12 aut 19 Iulij vſque ad 15 Sept. quo tempore aura fuit ſiccisſima.

§.4. Maximæ maculæ decimam circiter partem obtinent Solaris diametri: mediocres trium ſunt Minutorum, quantam nempe Scheinerus Apparentem *Veneris* Diametrum ſtatuebat. Blancanus affirmat viſam fuiſſe maculam, quæ partem quintam Solaris diametri occuparet; quæ proinde maior fuit Terrâ. Galilæus maiuſculas maculas Aſiæ ſimul, & Africæ æquales facit.

§.5. Maculæ & faculæ omnes mouentur circa Solem, vel potius Sol circa ſuum centrum reuolutus eas circumducit. Diſcus Solis conſpicuus ſit ADBEC, centrum Solis A, Eclipticæ ſegmentum BAC, limbus ſiue Horizon Solaris DBEC. Omnes igitur maculæ & faculæ, per diſcum Solis conſpicuum mouentur ab Oriente in Occidentem, per diſcum nobis inconſpicuum ab Occaſu in Ortum; eſtque periodus huius motus Dierum 27. Eſt autem hic motus ſtabilis & conſtans, ſic vt nulla macula vnquam viſa ſit aut ſtare, aut regredi, aut præcipitare. Bis in anno rectilineus eſt, aliàs curuilineus, vt *num. ſeq.* exponetur. Fig. 13.

§.6. Zona ROSX, intra quam pleræque maculæ exiſtunt voluunturque, Gradus 60 non excedit, & ad vtramque Eclipticæ partem porrigitur. Extra illam vagantur maculæ & faculæ ſecundariæ: ſunt hæ in mutatione ſui perpetuà, iiſque Solis ſuperficies vbique plena eſt.

§.7. Maculæ & faculæ oriuntur, & occidunt non ſolùm Aſtronomicè, ſed etiam phyſicè. Oriuntur aut occidunt Aſtronomicè, cùm videri ob Solis vertiginem in limbo Solis Orientali incipiunt, in Occidentali deſinunt. Phyſicè oriuntur & occidunt, cùm realiter naſcuntur, vel intereunt. Sic porro naſci & interire certisſimis experimentis conſtat. Nam 1. macularum pars maxima longè à margine Ortiuo naſcitur, augetur, & progreditur, donec in margine Occiduo Aſtronomicè occumbat. 2. Magna item pars oritur Aſtronomicè, ſed ante prorſus intereunt quàm ad Occaſum Aſtronomicum pertingant. 3. Multę Aſtronomico neque Ortu neque Occaſu poritę, in ipſo Solis diſco conſpicuo naſcuntur pereuntque, 4. Quędam ab Ortu Aſtronomico ad Occaſum perdurant; neque deſunt, quæ poſt integram periodum dierum 27 redeant eædem. Maiores autem maculæ plerumque abſque Aſtronomico Ortu Occaſuque deficiunt & euaneſcunt. 1. & 2. etiam in faculis cernitur. Pauciores tamen in medio Solis diſco accenduntur: diuriùs enim perſeuerant quàm maculæ; & multæ (non tamen omnes) poſt dies 27 redeunt eædem: plurimæ autem intra anni vnius ſpatium intereunt. Denique corruptionis indicium manifeſtum eſt, quòd maculæ aliquando nullæ appareant; neque minus euidens iſtud, quod pleræque in faculas transformentur.

NVMERVS VIII.

De motu Macularum & Facularum.

§.1. Maculas moueri circa Solem, vel potius ipſas à Sole circa ſuum centrum rotato circumagi dictum eſt §.5. *num. præced.* Nunc huius motus proprietates præcipuas ex Scheineri obſeruationibus recenſebo. Fig. 13.

1. Macularum eodem tempore apparentium itinera ſunt ſimilia & figurâ, & poſitione.

2. Omnes Macularum & Facularum viæ, ſeu itinera ſunt rectilinea bis in anno nempe circa finem Nou. ac initium Decembris, rurſumque ſub finem Maij & initium Iunij. Non ſunt tamen viæ illæ ad Eclipticam BC parallelæ, ſed ad eandem inclinatæ angulo πAB, ſeu δAB Graduum circiter 7. Et Brumales quidem ab Ortu Auſtrali ad Occaſum Boreum tendunt, vt rectæ RV, δβ, PS: Æſtiuæ verò ab Ortu Boreo ad Occaſum Auſtrinum, vt OT, πω, QX. Tempus, quo motus ille rectilineus perdurat, eſt dierum circiter 14.

3. Reliquo anni tempore viæ Macularum ſunt curuilineæ hunc in modum. Ab initio Decembris incipiunt fieri curuæ, arcu intumeſcente ſurſum versùs Boream quotidie magis magiſque per menſes tres vſque ad Martij principium, quando curuitas eſt maxima; quæ exinde iterum tres menſes minuitur, donec ad finem Maii euadant, vt dixi, rectilineæ. Paulò poſt ſub initium Iunij rurſum incipiunt fieri curuæ per tres menſes ſequentes, ſed arcu intumeſcente deorſum versùs Auſtrum, & ſub Auguſti finem iterum curuitas eſt maxima: quæ deinde rurſum decreſcit, donec ſub finem Nou. denuò rectilineæ conſpiciantur.

4. Quando

4. Quando curuitas eſt maxima, videlicet ſub initia Martij & Septembris, puncta Ortus, & Occaſus æqualiter diſtant ab Eclipticâ BC: vt ſi macula quæpiam oriatur in R, eadem occidet in puncto X, ſic vt arcus RB, XC æquales ſint: & ſi macula alia oriatur in P, eadem occidet in puncto T æque diſſito à C, ac P à B. Et ſic de alijs.

§. 2. Ex hac viciſſitudine conſtanti & annuâ colligitur Solis ac Macularum menſtruam vertiginem fieri circa axem mobilem. Itaque motus Macularum theoriam Scheinerus eiuſmodi conſtituit. Hemiſphærium Solis conſpicuum (quod ob vertiginem menſtruam continuè variatur, & ob immenſam diſtantiam apparet planum inſtar circuli) eſto ADBEC; ſegmentum Eclipticæ ſit BAC, ſegmentum axeos Eclipticæ DAE. Numerentur à punctis D, E vtrimque Gradus 7, DF, DG, EF, EL, & per puncta F, G, item per K, L, deſcripti intelligantur duo circuli FIGH, LMKN, ad planum ADBEC perpendiculariter erecti. Sub initium Decembris axis, circa quem Macularum vertigo menſtrua peragitur, iaceat in LAF, in ipſo Solis diſco ADBEC. Ita fiet, vt viæ Macularum appareant rectæ veluti RV, $\delta\beta$, PS; & obliquæ ad Eclipticam obliquitate Grad. 7, quantus eſt arcus EL, vel DF; & ab Ortu Auſtrino tendentes ad Occaſum Boreum. Moueatur deinde axis LAF extremitate ſuâ L per quadrantem nobis conſpicuum LM, altero vero extremo F per quadrantem nobis conſpicuum FH, ſic vt ad initium Martij axis ſit in MAH. Ita fiet vt curſus menſtruus Macularum circa axem ita mobilem facti, appareant ſenſim incuruari in Boream, & curuitas maxima videatur initio Martij quando axis iacet in MAH, Ortuſque Macularum & Occaſus ab Eclipticâ BC appareant diſtare æqualiter. Inde vſque ad initium Iunij axis percurrat quadrantes MK, HG. Sic contingct vt curuitas apparens curſuum menſtruorum ſenſim decreſcat, & ad initium Iunij quando axis erit in KAG, in ipſo rurſum Solis diſco, iterum appareant rectilinei, ſed tendentes ab Ortu Boreo ad Occaſum Auſtrinum, vt rectæ OT, $\pi\omega$, QX. Hinc vſque ad initium Septembris percurrat axis quadrantem conſpicuum GI, & inconſpicuum KN: ita fiet vt menſtrui Macularum curſus iterum curueſcant ſenſim, ſed versùs Auſtrum, & curuiſſimi appareant ad Septembris initium axe poſito in IAN, ruſumq; ſic videbuntur Ortus & Occaſus ab Eclipticâ BC diſtare æqualiter. Quod ſi tandem feratur axis per quadrantes reliquos IF, NL, ſic vt ad Decembris initium iterum iaceat in FAL, curuitas viarum menſtruarum iterum minuetur ſenſim, donec ad initium Dec. axe poſito in FAL, tota euaneſcat, curſuſque Macularum ex curuilineis iterum rectilinei appareant.

NVMERVS IX.

Maculæ & Faculæ ſunt in ipſo Sole, aut prope eum.

DEmonſtratur 1. Maculæ eodem tempore in locis Terræ diuerſis valdeque diſtantibus, etiam in Occidentali Indiâ, in eâdem parte diſci Solaris ſunt obſeruatæ: & quando macula aliqua de nouo exoritur, fit hoc vbique eodem tempore, & in loco Solis eodem: rurſus cùm macula quæpiam centrum Solis aut Eclipticam attingit, vbiuis terrarum attingere eodem tempore conſpicitur. Ex quibus omnibus certò conſtat Maculas Parallaxi ſenſibili carere. Ergo Maculæ non ſolùm ſupra Lunam, ſed etiam longè ſupra *Venerem & Mercurium* Perigeos ſunt collocandæ. Imò Scheinerus hinc oſtendit aſſumptis diſtantijs Tychonicis, eas eſſe Soli viciniores, quàm Sol in mediâ diſtantiâ ſit ſibi ipſi, cùm Apogeus eſt.

Demonſtratur 2. Certum eſt Faculas Sole ipſo eſſe lucidiores, id enim conſtat experimento oculati. Ergo ſi illæ ſenſibiliter à Sole diſtarent, deberent circa tempus quo oriuntur vel occidunt, extra limbum Solis orientalem vel occidentalem in ipſo æthere aliquando conſpici, cùm eas Sol vtpote ſe lucidiores nequeat ſuis radijs offuſcare, & videantur quotidie in ipſo Solis diſco. Atqui Faculæ nunquam ſunt extra Solem conſpectæ. Ergo à Sole ſenſibiliter non diſtant. Ex Faculis porro idem de Maculis concluditur, eodem quippe prorſus motu cientur quo Faculæ: & Maculas quidem prope Faculas exiſtere omnino certum eſt, cùm pleræque in Faculas tranſmutentur. Alijs idipſum argumentis quamplurimis Scheinerus *lib.* 4. *cap.* 55 confirmat. Sed ea quæ ex illo iam attulimus abundè ſufficiunt.

Claramontius *lib.* 9. de Vniuerſo, quo ardore Cometas & Nouas Stellas, eodem Maculas Solares infra Lunam deturbare conatus eſt; at infelici ſucceſſu: meros enim paralogiſmos attulit, vt egregiè & fusè oſtendit Nicolaus Succbius, in *Philoſophiæ Opticæ parte* 1. *totâ ſectione* 8. *cap.* 17.

Corolla-

Corollarium.

Cùm igitur Maculæ & Faculæ Soli adhæreant, eaſque conſtet ex §. 7. *num.* 7. de nouo gigni ac interire, quid aliud illas eſſe putabimus quàm fuligines quaſdam ex Sole tanquam fornace igneâ ebullientes? Et vero Solem eſſe igneum clariſſimè indicat Eccleſiaſticus *cap.* 43, ita loquens: *Fornacem cuſtodiens in operibus ardoris; tripliciter Sol exurens montes, radios igneos exſufflans.* Ita ſenſerunt Tertullianus, Athanaſius, Baſilius, Iuſtinus, Ambroſius, Cyrillus Hieroſ. Auguſtinus, Cæſarius, Theodoretus, Chryſoſtomus, Nyſſenus, Procopius, Anaſtaſius Sinaita, Arnobius, Lactantius, Anſelmus, Alcuinus, Beda, Iſidorus, Hugo Victorinus, Damaſcenus, Marius Victor, Petrus Damiani: quorum omnium teſtimonia recenſet Scheinerus *Libro* 4. *Roſa Vrſina*. Idipſum admirabilis Solis facies tubo optico conſpecta confirmat. Si enim tubum prælongum & lentibus eximijs ſed coloratis inſtructum direxeris in Solem, conſpicies totam hemiſpherij apparentis ſuperficiem heterogeneam ex vmbris & luculis conflatam, atque inſtar maris ignei fluctibus aſperi, idque tantâ varietate, vt numquam eadem, ſed alia ſemper atque alia Solaris facies appareat.

FINIS LIBRI OCTAVI.

APPENDIX

APPENDIX.

TRIGONOMETRIA SPHÆRICA,

SIVE

ANALYSIS TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM.

Quia perpetuus in Aſtronomiâ vſus eſt Analyſis Triangulorum Sphæricorum, viſum eſt in Lectorum commodum appendicis loco eamdem Aſtronomiæ noſtræ ſubiungere, omiſſis demonſtrationibus; quas qui deſiderat Clauium alioſque conſulat.

PARS PRIMA.

ANALYSIS RECTANGVLORVM.

Fig. 1. ARcus CB recto angulo A oppoſitus vocetur baſis, arcus reliqui latera.

Nota eſt ſpecies anguli, cùm ſcitur acutus ſit an obtuſus. Arcus ſpecie notus eſt cum ſcitur ſitne quadrante maior, an minor.

PROBLEMA I.

Data. Baſis CB, & latus alterutrum (BA).

Quæſitum. Angulus (C) oppoſitus lateri dato.

a Clauius prop. 1. trig. ſph. in Scholio probl. 1. Fiat vt radius ad ſinum baſis CB, ita ſinus lateris dati BA ad aliud. Hoc [a] erit ſinus anguli quæſiti (C).

At ſcire oportet an quæſitus angulus (C) acutus ſit an obtuſus. Si enim acutus eſt, ſinus inuentus ipſum angulum quæſitum (C) exhibebit: ſi obtuſus, auferri debet angulus ſinui inuento reſpondens à Grad. 180, vt prodeat quæſitus angulus (C). Quod deinceps in quouis quæſito angulo obſeruari debet. Ratio eſt quia cuilibet ſinui, tangenti, ſecanti duplex ſemper angulus reſpondet, vnus acutus, alter obtuſus.

In hoc Problemate quæſitus (C) acutus ſit an obtuſus, ita colliges. Si latus datum (BA) ſit quadrante minus, erit quæſitus (C) acutus; ſi latus datum eſt quadrante maius, quæſitus angulus erit obtuſus.

PROBLEMA II.

Fig. 1. *Data.* Baſis BC, & angulus alteruter adiacens (B).

Quæſ. Latus (AC) dato angulo oppoſitum.

b Clauius ibid. probl. 2 Fiat vt radius ad ſinum baſis BC, ita ſinus anguli dati (B) ad aliud. Hoc [b] erit ſinus lateris quæſiti (AC).

At ſciri debet quæſitum latus ſitne minus quadrante an maius. Si enim quadrante minus eſt, ſinus repertus ipſum latus ſuppeditat: ſi maius, oportet arcum ſinui reperto reſpondentem ſubtrahere à Grad. 180, vt prodeat arcus, ſeu latus quæſitum. Quod deinceps in quolibet latere quæſito erit obſeruandum. Ratio eſt, quia cuiuis ſinui, tangenti, ſecanti duplex ſemper arcus reſpondet vnus quadrante minor, alter maior.

In hoc Problemate quæſitum latus quadrante minus ſit, an maius, ita ſcies. Si datus angulus (B) ſit acutus, erit latus quæſitum (AC) minus quadrante; ſi obtuſus, erit quadrante maius.

PROBLE-

PROBLEMA III.

Data. 1. Latus alterutrum (AC) 2. Angulus (B) dato lateri oppoſitus. 3. Species anguli obliqui alterius (C) vel lateris alterius (AB). Fig. 1.

Quæſitum. Baſis BC.

Fiat vt ſinus anguli dati (B) ad ſinum dati lateris (AC), ita radius ad aliud. Hoc c erit ſinus baſis quæſitæ BC. c Clauius ibid prob. 3.

Aliter.

Fiat vt radius ad ſinum anguli dati, ita ſecans complementi lateris dati ad aliud. Hoc o erit ſecans complementi baſis. o Clau. prop. 54. in ſchol.

Erit baſis quadrante minor, ſi obliqui anguli B, C, ambo ſint acuti vel ambo obliqui:

Vel ſi latera AB, AC ſint ambo quadrante maiora, vel ambo quadrante minora.

Erit baſis BC quadrante maior, ſi latus datum (AC) ſit quadrante maius, alterum verò (AB) quadrante minus:

Vel ſi latus datum ſit quadrante minus, alterum verò maius.

PROBLEMA IV.

Data. Anguli obliqui ambo C, B.

Quæſit. Latera AC, AB. Fig. 1.

Fiat vt radius ad ſinum anguli B, quæſito lateri AB adiacentis, ita ſecans anguli C ad aliud. Hoc erit ſecans lateris AB. Rurſum fiat vt radius ad ſinum anguli C quæſito lateri AC adiacentis, ita ſecans anguli B ad aliud: hoc c erit ſecans lateris AC.

Porro latera quæſita erunt quadrante minora, ſi angulus oppoſitus datus ſit acutus; quadrante maiora, ſi obtuſus. c Clauius prop. 52. in ſcholio.

Aliter.

Fiat vt ſinus anguli (B) quæſito lateri (AB) adiacentis, ad ſinum totum, ita ſinus complementi alterius anguli (C) ad aliud. Erit hoc d ſinus complementi lateris quæſiti (AB). d Clau. prop. 42. prop 1. in ſchol.

PROBLEMA V.

Data. Latus alterutrum (AC) & angulus (C) adiacens.

Quæſit. Angulus (B) oppoſitus lateri dato. Fig. 1.

Fiat vt radius ad ſinum anguli dati (C), ita ſinus complementi lateris dati (AC) ad aliud: hoc o erit ſinus complementi anguli quæſiti (B): qui acutus erit, ſi datum latus fuerit quadrante minus; obtuſus, ſi maius. o Clau. prop. 42. in ſchol. probl. 2.

PROBLEMA VI.

Data. 1. Latus alterutrum (AB) cum angulo oppoſito (C). 2. Species alterutrius arcuum reliquorum (AC, CB). Fig. 1.

Quæſit. Angulus obliquus alter (B).

Fiat vt ſinus complementi lateris dati ad ſinum complementi dati (C); ita radius ad aliud. Hoc erit a ſinus alterius obliqui anguli (B). a Clau. prop. 42. in ſch. prob. 2.

Aliter.

Fiat vt radius ad ſinum complementi lateris dati, ita ſecans dati anguli ad aliud. Hoc, erit o ſecans complementi anguli quæſiti. o Clau. prop. 56. in ſchol.

Erit quæſitus angulus (B) acutus, ſi latus non datum (AC) fuerit quadrante minus:

Vel ſi & baſis BC ſit quadrante minor, & datus (C) angulus acutus.

Vel ſi & baſis BC ſit quadrante maior & angulus (C) obtuſus.
Erit quæſitus angulus (B) obtuſus, ſi latus non datum (AC) ſit quadrante maius:
Vel ſi & baſis ſit quadrante minor & datus angulus (C) obtuſus:
Vel ſi & baſis ſit quadrante maior, & angulus datus (C) acutus.

PROBLEMA VII.

Fig. 1.

Data. Latus vtrumque AC, AB.

Quæſit. Baſis BC.

Fiat vt radius ad ſinum complementi vtriuſlibet laterum (puta AC), ita ſinus complementi lateris alterius (AB) ad aliud. Erit [b] hoc ſinus complementi baſeos CB.

b *Clau. prop. 43. in ſchol.*

Aliter.

Fiat vt ſinus totus ad ſinum vtriuſuis lateris, ita tangens complementi alterius lateris ad aliud: hoc erit tangens complementi.

Baſis quæſita BC erit minor quadrante, ſi latus vtrumque ſit quadrante maius, vel vtrumque quadrante minus.

Baſis quæſita erit maior quadrante, ſi latus vnum ſit quadrante maius, alterum minus quadrante.

PROBLEMA VIII.

Data. Baſis BC, cum latere alterutro (AC).

Quæſit. Latus alterum (AB).

Fiat vt ſinus complementi lateris dati (AC) ad ſinum complementi baſis, ita ſinus totus ad aliud: hoc [c] erit ſinus complementi lateris quæſiti (AB).

c *Clau. prop. 43. in ſchol.*

Aliter.

Fiat vt radius ad ſinum complementi lateris dati, ita ſecans baſeos ad aliud. Hoc erit ſecans lateris quæſiti.

Latus quæſitum erit quadrante minus, ſi tam baſis quàm latus datum, ſint quadrante minora.

Latus quæſitum erit maius quadrante ſi baſis ſit quadrante maior, latus verò datum quadrante minùs; vel contra.

PROBLEMA IX.

Fig. 1.

Data. Latus alterutrum (BA) & angulus adiacens (B).

Quæſit. Latus alterum (AC).

Fiat vt radius ad ſinum lateris dati (BA), ita tangens dati anguli (B) ad aliud, Prodibit [b] tangens lateris quæſiti (AC): quod minus erit quadrante, ſi angulus datus fuerit acutus; maius verò, ſi obtuſus.

b *Clau. prop. 44. in ſch. prob. 2.*

PROBLEMA X.

Fig. 1.

Data. 1. Latus alterutrum (AC) & angulus oppoſitus (B). 2. Species alterius anguli obliqui (C); vel baſeos.

Quæſit. Latus alterum (AB).

Fiat vt tangens anguli dati (B) ad tangentem dati lateris (AC), ita radius ad aliud: hoc [c] erit ſinus lateris quæſiti.

c *Clau. prop. 44 in ſch prob. 1.*

Aliter.

Fiat vt radius ad tangentem lateris dati (AC), ita tangens complementi anguli dati (B) ad aliud: prodibit [d] ſinus lateris quæſiti.

d *Clauius prop. 49. in ſchol.*

Erit latus quæſitum (AB) quadrante minus, ſi angulus non datus (C) ſit acutus:
Vel ſi & baſis BC, & latus datum (AC) ſint quadrante minora:
Vel ſi & baſis & latus datum ſint quadrante maiora.
Erit latus quæſitum (AB) quadrante maius, ſi angulus non datus (C) ſit obtuſus.

Vel

Vel ſi baſis BC ſit quadrante minor, latus autem datum(AC) quadrante maius:
Vel ſi baſis ſit quadrante maior, latus verò datum (AC) quadrante minus.

PROBLEMA XI.

Data. Latus vtrumque AB, AC. *Fig*. 1.
Quæſit. Vterque obliquus angulus.

Fiat vt radius ad ſinum lateris AC quæſito angulo B oppoſiti, ita tangens complementi alterius lateris AB ad aliud. Hoc erit [a] tangens complementi anguli quæſiti B. Rurſum fiat vt radius ad ſinum lateris AB quæſito angulo C oppoſiti, ita tangens complementi alterius lateris AC ad aliud. Hoc erit tangens complementi quæſiti anguli C.

[a] *Clau. prop. 48. in ſchol.*

Erit porro quæſitus angulus acutus, ſi latus oppoſitum ſit quadrante minus; erit obtuſus, ſi quadrante maius.

Aliter.

Fiat vt ſinus lateris quæſito angulo oppoſiti ad radium, ita tangens alterius lateris ad aliud. Hoc erit tangens anguli quæſiti.

[i] *Clau. prop 44. in ſch prob. 2.*

PROBLEMA XII.

Data. Latus alterutrum (AC) & angulus adiacens (C). *Fig*. 1.
Quæſit. Baſis.

Fiat vt radius ad ſinum complementi anguli dati (C), ita tangens complementi lateris dati (AC) ad aliud : dabit hoc [m] tangentem complementi baſis.

[m] *Clau. prop 46. in ſch.*

Aliter.

Fiat vt ſinus complementi anguli dati (C) ad radium, ita tangens dati lateris(AC) ad aliud : hoc [n] erit tangens baſis.

Erit baſis quadrante minor, ſi datus angulus fuerit acutus, & latus datum quadrante minus:
Vel ſi datus angulus ſit obtuſus, & latus datum quadrante maius.
Erit baſis quadrante maior, ſi datus angulus fuerit acutus, & latus datum quadrante maius:
Vel ſi datus angulus fuerit obtuſus, & latus datum quadrante minus.

[n] *Clau. prop. 45. in ſch prob. 1.*

PROBLEMA XIII.

Data. Baſis BC, & latus alterutrum (AB). *Fig*. 1.
Quæſit. Angulus (B) ijs comprehenſus.

Fiat vt tangens baſis BC, ad tangentem dati lateris(AB), ita radius ad aliud. Hoc [o] erit ſinus complementi anguli quæſiti (B).

[o] *Clau. prop. 45. in ſch. prob. 2.*

Aliter.

Fiat vt radius ad tangentem complementi baſis, ita tangens dati lateris ad aliud : erit hoc [a] ſinus complementi anguli quæſiti.

[a] *Clau. prop. 51. in ſch.*

Erit porro quæſitus angulus acutus, ſi baſis & latus datum ſint quadrante, pariter minora vel pariter maiora : erit obtuſus, ſi baſis ſit quadrante maior, latus verò datum quadrante minus : vel ſi contra.

PROBLEMA XIV.

Data. Baſis BC, & angulus adiacens alteruter (B).
Quæſit. Latus dato angulo adiacens (AB). *Fig*. 1.

Fiat vt radius ad ſinum complementi anguli dati (B), ita tangens baſis ad aliud. Hoc erit tangens lateris quæſiti (AB).

Erit latus quæſitum quadrante minus, ſi baſis ſit quadrante minot & datus angulus acutus:
Vel ſi baſis ſit quadrante maior, & angulus datus obtuſus.

Erit latus quæſitum quadrante maius, ſi baſis ſit minor quadrante, & datus angulus obtuſus: Vel ſi baſis ſit maior quadrante, & datus angulus acutus.

PROBLEMA XV.

Data. Baſis BC, & angulus adiacens alteruter (B).

Fig. 1. *Quæſit*. Angulus obliquus alter (C).

Fiat vt radius ad ſinum complementi baſis, ita tangens anguli dati (B) ad aliud. Hoc erit [b] tangens complementi anguli quæſiti (C).

b Clau. prop. 47. in ſch.

Angulus quæſitus erit acutus, ſi baſis ſit quadrante minor, & datus angulus acutus: Vel ſi baſis ſit quadrante maior & datus angulus obtuſus.

Angulus quæſitus erit obtuſus, ſi baſis ſit quadrante minor & datus angulus obtuſus: Vel ſi baſis fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus,

PROBLEMA XVI.

Fig. 1. *Data*. Obliquus angulus vterque (B, C).

Quæſit. Baſis (BC).

Fiat vt radius ad tangentem complementi vtriuſuis dati anguli, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud. Hoc [c] erit ſinus complementi baſis: quæ erit quadrante minor ſi vterque datus angulus fuerit vel ſimul acutus, vel ſimul obtuſus; erit quadrante maior, ſi vnus ſit acutus alter obtuſus.

c Clau. prop 50. in ſch.

PARS SECVNDA

Analyſis triangulorum Sphæric. obliquangulorum.

PROBLEMA XVII.

Datis omnibus angulis, omnia latera inuenire.

a Fig. 3. b Fig. 4. c Fig. 2.

In triangulo obliquangulo BAC vel omnes anguli ſunt [a] æquales, vel duo [b] tantùm, vel omnes [c] ſunt inæquales.

Caſus 1. in quo æquales ſunt anguli tres, vel ſolùm duo B, C.

Fig. 3. & 4.

Ex angulo A ducatur arcus circuli maximi AD perpendicularis ad latus BC duobus æqualibus angulis B, C adiacens. Cadet hic intra triangulum, ſecabitque bifariam latus BC & angulum A, Quoniam igitur datur angulus A, etiam ſemiſſis BAD datur. Ex datis igitur in trigono rectangulo BDA angulis B, & BAD, per probl. 16. elicietur baſis BA, & per probl. 4. latus BD; cui cùm æquale ſit DC, totum latus BC notum erit. Latus autem AC notum eſt ex æquali ſecum latere AB.

Quod ſi omnes anguli, adeoque omnia latera inter ſe æquantur, ex vno AB, reliqua BC, AC innoteſcunt.

Caſus 2. in quo omnes anguli ſunt inæquales.

Fig. 2. & 3.

Oporteat primò inuenire latus AB.

1. Fiat vt radius 100000 ad ſinum anguli A quæſito lateri AB adiacentis, ita ſinus alterius adiacentis anguli B ad aliud, quod voca X, & ſerua.

2. Subtrahe B à Grad. 180, & reſiduum ſit M.

3. Subtrahe A ex M, vel contra M ex A, vt habeatur ipſorum differentia P.

4. Inquire

4. Inquire ſinus verſos differentiæ P & tertij anguli C, eorumque differentiam accipe.

5. Fiat vt X ad radium, ita differentia ſinuum verſorum ad aliud: hoc [a] erit ſinus verſus lateris quæſiti AB. Eodem modo reperies latera AC, BC, vel faciliùs ſic. a *Clau.*

6. Fiat vt ſinus anguli C lateri inuento AB oppoſiti ad ſinum lateris inuenti AB, ita ſinus anguli B ad aliud: hoc [b] erit ſinus lateris AC oppoſiti angulo B. Rurſum fiat vt ſinus anguli C ad ſinum lateris AB; ita ſinus anguli A ad aliud: erit hoc ſinus lateris BC. Vt verò ſcias an repertis ſinibus latera debita ſumi debeant minora quadrante, an maiora, conſule regulas ſequentes. b *Colligitur ex prop. 58. Sch 2. & prop. 41.*

In triangulo obliquangulo Sph. ſi omnes anguli fuerint acuti, latera ſingula erunt quadrante minora. *Reg. 9. 4. Clau. 29.*

Si duo anguli ſint æquales acuti, erunt latera ijs oppoſita quadrante minora; maiora verò ſi æquales obtuſi. *Reg. 10. 11. 4.*

Si duo anguli inæquales ſint acuti, erit latus minori acuto oppoſitum quadrante minus; ſin obtuſi, maiori oppoſitum erit maius quadrante. *Reg. 12. 13. 4.*

PROBLEMA XVIII.

Datis omnibus lateribus omnes angulos inuenire.

In triangulo obliquangulo vel omnes anguli ſunt [a] æquales, vel duo [b] tantùm B, C; vel omnes ſunt [c] inæquales. a *Fig. 3.* b *Fig. 4.* c *Fig. 2.*

Caſus 1. in quo æquales ſunt anguli tres, vel ſolùm duo B, C.

In latus BC adiacens æqualibus angulis B, C, ductus intelligatur ab angulo oppoſito A arcus perpendicularis maximi circuli AD. Hic ſecabit biſariam tam latus BC quàm angulum BAC. Quare cùm detur BC, etiam dantur ſemiſſes BD, CD. In triangulo igitur rectangulo BDA ex baſi BA, & latere BD datis reperietur angulus BAD per probl. 13; qui cùm ſit ſemiſſis totius BAC, etiam notus erit BAC, adeoque & anguli C, B, ſi omnes tres ſint æquales. Quod ſi tantùm æquales fuerint duo B & C, ex notis BA, BD innoteſcet B per probl. 13. adeoque & C notus erit. *Fig. 3. & 4.*

Caſus 2. in quo tres anguli ſunt inæquales.

Oporteat inuenire primò angulum A. *Fig. 2.*

1. Accipe latera AB, AC quæſitum A continentia, & fac vt radius eſt ad ſinum lateris AB, ita ſinus lateris BC ad aliud; quod voca X, & ſerua.

2. Accipe differentiam laterum AB, AC, eaque ſit F.

3. Inquire ſinus verſos differentiæ F, & lateris BC quæſito A oppoſiti: quorum differentia ſit G.

4. Fiat vt X ad G, ita radius ad aliud. Hoc [b] erit ſinus verſus anguli quæſiti A. Eodemque modo reperientur anguli B & C, vel faciliùs ſic. b *Clau. prop. 58. Sch 2.*

5. Fiat vt ſinus lateris BC ad ſinum inuenti anguli A, ita ſinus lateris AB ad aliud. Hoc erit ſinus anguli C. Eodem modo vt ſinus lateris BC ad ſinum anguli A, ſic fiat ſinus lateris AC ad aliud. Hoc erit ſinus anguli B. Sed nota [o] ſit oportet ſpecies angulorum C, B: aliàs enim ex vi huius analogiæ ſciri nequit acutus angulus an obtuſus ſinui reperto reſpondens accipi debeat. Quod ſi tria latera data ſint quadrante maiora, vel vnum quadrans & reliqua quadrante maiora, nota erit ſpecies angulorum, erunt ſiquidem [d] omnes obtuſi. c *Clauius prop. 41.* o *Henrion.* d *Clau. prop. 27.*

Aliter quoad ſecundum caſum

Hoc problema ſoluetur hunc in mundum. Oporteat inuenire angulum A.

1. Sinus laterum BA, CA quæſitum angulum continentium per inuicem multiplicati producant M.

2. Differentiam laterum BA, AC adde lateri BC, & ſumma ſit X: tum ab hoc illam ſubtrahe, vel contra, & differentia ſit Z.

3. Fiat vt M rectangulum è ſinibus laterum quæſitum angulum A continentium ad qua-

o Trigon. Britannica pag. 22. dratum radij, ita rectangulum è ſinibus dimidiæ ſummæ X, & dimidiæ differentiæ Z, ad aliud. Hoc ° erit quadratum ſinus dimidij anguli quæſiti A.

Hæc ſolutio poſterior ſi per logarithmos inſtituatur, magnum calculi compendium habet, eſt verò problematis huius & ſequentis in rebus Aſtronomicis vſus longè frequentiſſimus. Quare imprimis illa expediet logarithmico compendio expedire.

PROBLEMA XIX.

Datis duobus lateribus & angulo ijs comprehenſo, inuenire latus reliquum & reliquos angulos.

Fig. 4. 5. 6. LAtera angulum datum (A) continentia vel æqualia ſunt vel inæqualia.

Fig. 4. *Caſus 1. in quo latera data BA, CA ſunt æqualia.*

Ductus intelligatur ex dato angulo A ad latus quæſitum BC arcus perpendicularis circuli maximi AD: qui intra triangulum cadet, ſecabitque bifariam tam angulum A, quàm latus BC: & quia datur totus A, etiam ſemiſſis BAD, datur. Igitur in trigono rectangulo BDA ex baſi BA & angulo BAD innoteſcet pro probl. 2. latus BC, adeoque & duplum eius BC. Angulus alter B reperietur per probl. 6. ex latere BD, & inuento angulo BAD, vel per probl. 13 ex baſi BA, & latere inuento BD.

Caſus 2. in quo latera data BA, CA inæqualia ſunt.

Fig. 5. & 6. Ex alterutro non datorum angulorum ABC, ACB cadat arcus perpendicularis BD in latus oppoſitum, ſi opus eſt productum: quod quando contingat, ex arcu BD mox inueniendo innoteſcet. Quoniam in trigono rectangulo BDA dantur baſis AB, & angulus adiacens A, ex his reperietur BD per probl. 2. & AD per probl. 14. Ex baſi verò AB, & latere AD innoteſcet ABD per probl. 1. Iam quia inuentum eſt AD, & datum AC, horum differentia DC nota erit. Igitur in trigono rectangulo BDC ex lateribus BD, DC, per probl. 7. reperietur baſis BC quæſita, cum angulo DCB, (qui eſt quæſitorum vnus, vel in alterâ figurâ, eſt quæſiti ACB complementum ad duos rectos) & angulo DBC: qui (iuxta duplicem caſum arcus BD) additus vel demptus inuento ſupra ABD, dabit ABC alterum quæſitorum.

Aliter & faciliùs ſecundus caſus expedietur hunc in modum.

Oporteat inuenire latus BC.

1. Fiat vt radius 100000 ad ſinum lateris dati AB, ita ſinus alterius dati lateris AC ad aliud; quod voca X, & ſerua.

2. Fiat vt radius ad ſinum verſum anguli dati A, ita X ad aliud Z: cui ſi addas ſinum verſum differentiæ datorum laterum AB, AC, prodibit ª ſinus verſus lateris quæſiti BC.

a Clau. prop. 58. Schol. 2.

3. Ex tribus lateribus & angulo A elicientur reliqui B, C, vt in probl. 18 caſu 2. *num.* 5.

PROBLEMA XX.

Fig. 4. 5. 6. *Datis duobus angulis (B, C) & latere ijs adiacente (BC) inuenire reliquum angulum (A) & latera reliqua.*

DAti anguli vel ſunt æquales vel inæquales.

Caſus 1. in quo dati anguli B, C ſunt æquales.

Fig. 4. In latus datum BC ex angulo oppoſito cadat arcus perpendicularis AD; qui biſecabit tam BC, quàm BAC. Quia BC datur, etiam datur ſemiſſis BD. In trigono igitur rectangulo BDA

BDA ex latere BD & angulo B per probl. 5. reperies BAD ſemiſſem quæſiti BAC, & ex BD ac BAD per probl. 3. baſim BA, cui cùm æqualis ſit arcus AC, etiam hic notus erit.

Caſus 2. in quo CBA, & C anguli dati ſunt inæquales. Fig. 5. & 7.

Ex alterutro datorum angulorum cadat in latus oppoſitum, ſi opus eſt, productum arcus perpendicularis BD. In trigono rectangulo CDB ex baſi BC & angulo C datis, reperies DB per prob. 2. Rurſum ex baſe BC & latere DB innoteſcet CD per probl. 8. & angulus CBD per prob. 13. quo collato cum dato CBA, patebit an arcus BD cadat intra triangulum BAC an extra. Quoniam verò noti ſunt CBD & CBA, etiam eorum differentia DBA nota erit. In trigono igitur rectangulo ADB ex latere DB, & angulo DBA per probl. 9. reperies latus DA: quod additum vel demptum inuento ſupra CD, dabit latus CA vnum è quæſitis. Poſtremò ex iiſdem, latere DB & angulo DBA per probl. 12 reperies baſim AB (quod eſt latus quæſitum alterum) & per probl. 5. angulum BAD, qui in priore figurâ eſt ipſe quæſitus, in poſteriore verò eſt complementum quæſiti ad duos rectos.

Aliter caſus 2. expedietur hoc modo.

1. Accipe ſinus datorum angulorum B, C; & fiat vt radius ad ſinum anguli dati B, ita ſinus alterius dati C ad aliud: quod voca X, & ſerua.

2. Fiat rurſum vt radius ad X ita ſinus verſus lateris dati BC ad aliud: quod voca Z, & ſerua.

3. Alterutrum datorum angulum (puta C) ſubtrahe à grad. 180, & reſiduum ſit Q. Huius porro reſidui & alterius dati anguli B differentia ſit R: cuius ſinum verſum ſi addideris ad Z, conflabis ſinum verſum anguli quæſiti A.

4. Ex tribus angulis iam notis & latere BC, elicies reliqua latera, vt *probl. 17. caſ. 2. nu. 6.*

PROBLEMA XXI.

Datis duobus angulis (B, C) & latere vni datorum angulorum oppoſito (AB) & ſpecie alterius (AC) quod alteri datò angulo opponitur, inuenire tertium angulum (A), & reliqua latera (AC, BC).

Anguli dati vel ſunt æquales vel inæquales.

Caſus 1, in quo dati anguli B, C ſunt æquales. Fig. 4.

Sunt igitur æqualia etiam latera AB, AC, vnde, quia datur AB, etiam AC datur. Ductus autem perpendiculariter arcus AD biſecabit tam BC, quàm BAC. In trigono rectangulo BDA ex baſi BA & angulo B datis, reperies per probl. 14. BD, adeoque & duplum eius BC è quæſitis lateribus alterum. Ex baſi verò datâ BA & latere iam reperto BD, elicies BAD per probl. 1. adeoque & duplum eius BAC, angulum nempe quæſitum.

Caſus 2. In quo anguli dati B & ACB ſunt inæquales. Fig. 12. Fig. 8.

Ex angulo A, ſeu BAC non dato arcus cadat perpendicularis AD in latus oppoſitum BC, qui quidem intra triangulum cadet, ſi anguli * dati B, ACB ambo acuti ſunt vel obtuſi ambo; extra, ſi B acutus, ACB obtuſus. Sciri verò poteſt vtrumque, cùm B detur cum ſpecie ipſius ACB. In trigono rectangulo BDA, ex baſi AB, & angulo B datis, per prob. 2. reperies latus AD, & per prob. 14, latus BD, per probl. verò 15. angulum BAD: qui angulus reperietur etiam per probl. 1. ex baſi AB, & latere iam inuento BD. Deinde in trigono rectangulo ACD ex latere iam reperto AD, & angulo * ACD dato vnà cum ſpecie lateris AC, reperietur angulus DAC per prob. 6; qui additus vel ſubtractus reperto ſupra BAD, dabit angulum BAC quæſitum. Ex latere autem AD & angulo DAC iam inuentis, reperies per probl. 2. latus DC, quod additum vel ſubtractum lateri ſupra reperto BD, dabit latus BC vtrum quæſitorum. Poſtremò alterum latus quæſitum AC reperies ex latere DC & angulo DAC per probl. 10.

** reg. 8. 4.*

** ACD in priore figura datur immediatè, in poſteriore vt. & innoteſcit, ſi datus ACB ſubtrahatur à grad. 180.*

Si latus AC petitur ſolum, id ſtatim obtinebitur, ſi fiat vt ſinus dati anguli C ad ſinus oppoſiti ac dati lateris AB, ita ſinus alterius dati anguli B ad aliud. Hoc erit [a] ſinus lateris quæſiti AC.

a per 41. Clauij trian. ſph.

PROBLEMA XXII.

Datis duobus lateribus (AB, AC) & angulo (B) vni datorum laterum (AC) oppoſito, cum ſpecie anguli (ACB) qui alteri lateri dato (AB) opponitur, inuenire latus tertium (BC) & reliquos angulos (ACB, BAC).

LAtera data vel ſunt æqualia vel inæqualia.

Caſus 1. in quo latera dantur æqualia.

Fig. 4. Ergo etiam æquales ſunt anguli B, ACD. Quare cùm detur B, etiam ACD datur. In latus deinde non datum BC ex angulo oppoſito cadat perpendiculariter arcus AD: hic biſecabit tam BC quàm BAC. In trigono rectangulo BDA ex baſi BA, & angulo B datis, elicies per probl. 14 latus BD, adeoque & duplum eius BC: Ex baſi verò BA & latere iam inuento BD reperies per prob. 1. angulum BAD, adeoque & duplum eius BAC.

Caſus 2. in quo latera AB, AC dantur inæqualia.

Fig. 2. & 8. In latus non datum BC ab angulo oppoſito ductus ſit arcus perpendicularis AD, qui intra triangulum cadet, ſi anguli [b] dati B, ACB ſint ambo acuti vel ambo obtuſi ſint; cadet extra, ſi B acutus, ACB obtuſus. Sciri porro vtrumque poteſt, cùm angulus B detur cum ſpecie anguli ACB. In triangulo rectangulo BDA ex baſi BA & angulo B datis, reperies AD per probl. 2. & BD per prob. 14. & angulum BAD per prob. 15; qui angulus BAD innoteſcet etiam per prob. 1. ex baſi BA, & reperto iam latere BD. Deinde in rectangulo trigono ADC ex baſi datâ AC & latere inuento AD elicies per prob. 8. latus CD, (quod additum vel ſubtractum inuento ſupra BD dabit latus quæſitum BC), & per prob. 1. angulum ACD vnum è quæſitis, aut certè (vt in fig. poſteriore) complementum quæſiti ad duos rectos. Poſtremò ex baſi AC & latere iam inuento CD, reperies per prob. 1. angulum DAC; qui ſupra inuento BAD additus vel ſubtractus, dabit alterum quæſitum BAC.

b Reg. 8. 4.

Quod ſi ſolus petatur angulus ACB, is ſtatim & immediatè obtinebitur, ſi fiat vt ſinus dati lateris AC ad ſinum anguli oppoſiti & dati anguli B, ita ſinus lateris AB ad aliud: hoc enim erit ſinus anguli quæſiti ACB.

Quoad ordinem horum 22 Problematum ſecutus ſum Clauium.

INDEX

I N D E X

RECTANGVLORVM SPH.

Ex baſi & latere inuenitur.

Prob. 1. *ANgulus oppoſitus la.er. dato.*
8. *Latus alterum.*
13. *Angulus ijs comprehenſus.*

Ex baſi & angulo adiacente.

2. *Latus dato angulo oppoſitum.*
14 *Latus dato angulo adiacens.*
15. *Angulus adiacens alter.*

Ex latere & angulo oppoſito.

3. *Baſis.*
6. *Angulus obliquus alter.*
10. *Latus alterum.*

Ex latere & angulo adiacente.

5. *Angulus adiacens alter.*
9. *Latus alterum.*
12. *Baſis.*

Ex latere vtroque.

7. *Baſis.*
11. *Vterque angulus obliquus.*

Ex obliquo angulo vtroque.

16. *Baſis.*
4. *Latus vtrumque.*

I N D E X

OBLIQVANGVLORVM SPH.

17.
Ex omnibus angulis.

OMnia latera.

18.
Ex omnibus lateribus.

Omnes anguli.

19.
Ex duobus lateribus & angulo comprehenſo.

Latus tertium, & reliqui anguli.

20.
Ex duobus angulis & latere adiacente.

Angulus tertius & latera reliqua.

21.
Ex duobus angulis & latere vni datorum angulorum oppoſito.

Angulus tertius & latera reliqua.

22.
Ex duobus lateribus & angulo vni datorum laterum oppoſito.

Latus tertium & anguli reliqui.

FINIS.

Digitized by Google

ANDREÆ
TACQVET
E SOCIETATE IESV
GEOMETRIA
PRACTICA
TRIBVS LIBRIS
COMPREHENSA.

Digitized by Google

ANDREÆ TACQVET E SOCIETATE IESV GEOMETRIA PRACTICA.

ARGVMENTVM.

DVplex Geometria eſt, Theorica & Practica. Illa quantitatis continuæ, quam vno nomine Geometræ magnitudinem appellant, affectiones abſtractè & generatim conſiderat ac demonſtrat, eſtque cum Arithmeticâ Matheſeos vniuerſæ baſis ac fundamentum. Hæc ad illam ſeſe habet vt riuus ad fontem, & magnitudines de facto exiſtentes expendit metiturque. Quidquid igitur in cælo terraúe quantum eſt, ad Practicam ſpectat Geometriam. Quare partes illius ſunt, metiri rerum diſtantias, montium ac turrium altitudines, profunditates puteorum ac vallium, ſuperficies camporum, & corporum quorumcumque ſoliditatem cognoſcere. Nec his contenta, ambitum Orbis terræ, ac molem mirabili artificio inueſtigat: atque inde in cælum ipſum prouecta Lunæ ac Solis à terrâ diſtantias magnitudineſque, ac cæterorum corporum cæleſtium quantitatem ſagacitate humanâ prope maiori aſſequitur. Sed rerum adeo reconditarum cognitio, ſubito, atque vno quaſi impetu non obtinetur. Quemadmodum enim in montis aut turris verticem per gradus & ſcalas aſcenditur, ita & in hiſce ſcientijs ſui quidam ſunt gradus, per quos in earum abdita quæque & arcana facili negotio penetratur. Porro hi gradus ſunt Elementa Geometriæ & Arithmeticæ, ad quæ proinde intelligenda diligenter incumbat neceſſe eſt, qui tum ea, quæ tractaturi modò ſumus, tum cætera Matheſeos admiranda percipere deſiderat.

NOTANDVM
Vniuerſim in hac Geometria Practica.

a *CVm citantur elementa, citari ea quæ nos edidimus: quæ conueniunt cum Euclideis in numeris propoſitionum, non tamen in de-*

 finitio-

ddi-

oft
nte
aria
ſima

dus,
.31.
ceps.

Æ

ento in
inſunt,
abilium
enſura-
udinem
pò Solis
& ſitu
praxim

ione aliæ
nitudine
ç. Cùm
nſura eſt,
es per ſu-
er quam-
r quadra-
notiores
plam du-
plicato

plicato generatur: nam linea in ſe ducta facit quadratum, quo ducto rurſum in eandem lineam gignitur cubus, cùm tamen menſura ſimpliciter nominatur, ſemper linearis intelligitur.

Menſuræ præ cæteris vſitatæ ſunt digitus, pes, paſſus, pertica, milliare

Pes diuidi ſolet in partes æquales, 10, vel 11, vel 12, vel 16, & hæ partes vocantur Digiti.

Paſſus continet pedes 5.
Pertica pedes 10, vel 12, vel 16, vel 20.
Milliare paſſus 1000, ſeu pedes 5000,

Porro hæ menſuræ incertæ ſunt, niſi pedis quantitas ad quam illæ referuntur, fuerit determinata. Pes verò tot prope magnitudines ſortitur diuerſas, quot ſunt ciuitates. Nos eo vtemur, qui hic, vbi iſta ſcribimus, verſatur in manibus, videlicet Antuerpienſi; ex alijs verò duos, Rhynlandicum, & Italicum Bononienſem adhibebimus. Quos ex omnibus viſum eſt ſeligere, quod per eos milliaris Italici, ac Belgici, ſiue horarij, quantitas determinetur.

Conſtitutio Pedis.

Proportio trium prædictorum pedum ea eſt, quæ inter numeros, 1000, 1200, 909; proinde quarum partium Rhynlandicus, eſt 1000, earum Bononienſis eſt 1200 (adeoque Rhynlandicus ad Bononienſem eſt vt 5 ad 6) Antuerpienſis 909

Pes	Rhynlandicus	1000	5
	Bononienſis	1200	6
	Antuerpienſis	909	

Rhynlandicum eſſe ad Antuerpienſem vt 1000 ad 909 habemus ex obſeruatione Willebrordi Snellij in ſuo Eratoſthene Batauo; vbi ſummâ diligentiâ variarum vrbium pedes cum Leydenſi ſiue Rhynlandico confert.

Rhynlandicum verò eſſe ad Bononienſem vt 5 ad 6, ſic oſtendo. Ex obſeruatione [a] Riccioli pes Bononienſis eſt ad pedem Romanum antiquum ſeu Veſpaſianeum, vt 1495 ad 1200, hoc eſt quàm proximè vt 5 ad 4: ſi enim pro 1495 ponantur 1500, haberetur exactè proportio 5 ad 4. differentia eſt 5, quæ ſolùm eſt pars 299 numeri 1495, ac proinde contemni poteſt. Igitur pes Bonon. eſt ad Veſpaſianeum vt 5 ad 4, ſiue vt 6 ad $\frac{24}{5}$. Pes autem Veſpaſianeus ad Rhynlandicum ſeu Leydenſem, vt 24 ad 25, ſiue vt $\frac{24}{5}$ ad $\frac{500}{100}$ vt compertum à Ricciolo *pag.* 62. *num.* 6. Igitur ex æquo pes Bononien. eſt ad Rhynlandicum pedem, vt 6 ad $\frac{500}{100}$; hoc eſt vt 6 ad 5. Quod ſi præciſionem omnimodam deſideres, erit Bononienſis pes ad Rhynlandicum vt 6 $\frac{1}{299}$ ad 5. Sed ea fractiuncula, vt dixi, meritò contemnitur.

[a] *lib.* 2. *cap.* 8. *num.* 2. *quam num.* 7. *egregiè ſtabilit.*

Conſtitutio Milliaris.

Milliare Belgicum ſiue horarium eſt, quod ſpatio vnius horæ commodè à mediocri pedite abſoluitur. Ex accuratâ Snellij obſeruatione complectitur pedes Rhynlandicos 18000, ſiue decempedas Rhynland. 1800.

Vt ſcias quot Pedes Bononien. contineat milliare horarium, ſic age. Quia pes Rhynl. eſt ad Bononienſem vt 5 ad 6, quanto 5 minus eſt quàm 6, tanto reciprocè numerus Pedum Bononienſium conficiens milliare horarium, minor erit numero Pedum Rhynlandicorum conficientium milliare horarium, ac proinde quæſtio pertinet ad regulam proportionum euerſam.

Pes Rhynl.	Mill. hor.	Pes Bonon.	Mill. hor.
5	18000.	6	......

quam ſolue, vt tradidi Arithm. *lib.* 4. *cap.* 1. nimirum duc primum 5 in ſecundum 18000, & productum 90000. diuide per tertium: quotiens 15000, ſunt Pedes Bononienſes milliare horarium conficientes.

Pari modo quia Pes Rhynlandicus eſt ad Antuerpienſem, vt 1000 ad 909, milliare horarium continebit Pedes Antuerpienſes 19,801 $\frac{891}{909}$

Milliare Bononienſe continet 5000 pedum Bononienſium, & quia pes Bononienſis eſt ad Rhynlandicum vt 6 ad 5; milliare Bononienſe continebit [a] pedes Rhynl. 6000. Rurſum quia pes Bononienſis eſt ad Antuerpienſem vt 1200 ad 909, milliare Bononienſe [b] continebit pedes Antuerpienſes 6600 $\frac{600}{909}$.

[a] *per reg. proport. euerſam.*
[b] *per eand.*

Vt hactenus dicta paucis complectar,

Milliare horarium ſeu Belgicum
continet

Pedes Rhynlandicos	18,000
Pedes Bononienſes	15,000
Pedes Antuerpienſes	19, 801 $\frac{225}{909}$.

Milliare Italicum Bononienſe
continet.

Pedes Bononienſes	5000
Pedes Rhynlandicos	6000
Pedes Antuerpienſes	6600 $\frac{200}{303}$.

Ex his manifeſtum eſt milliare Bononienſe eſſe tertiam partem milliaris horarij : hoc enim continet pedum Bononienſium 15,000, illud 5000.

Cum igitur quantitas tam milliaris horarij ſiue Belgici, quàm Italici, Bononienſis, & vtriuſque ad inuicem proportio, ex ijs, quæ hîc deduxi, perfectè nota ſit, his duobus deinceps ſolis in hoc tractatu, alijſque vtar, ne etiam ipſe in eum errorem incidam, quem ſæpe fui in multis ſcriptoribus aueſſatus, qui dum menſuras quas adhibent non exponunt adeoque ignotas relinquunt, omnia pariter, quæ ijs metiuntur, ignota relinquunt.

CAPVT SECVNDVM.

Quid Sinus, Tangentes, Secantes & quomodo inueuiantur.

Sinus, Tangentes, Secantes ſunt rectæ quædam lineæ, quarum in Analyſi triangulórum, in Geometriâ Practicâ, in Aſtronomiâ, alijſque vſus eſt maximus.

Sinuum Definitiones.

Fig.1. Eſto quadrans circuli A C E, cuius circumferentia CE diuiſa ſit in partes 90 æquales, quas Gradus vocant, & ſinguli gradus in partes æquales 60, quæ vocantur Minuta, ſic vt totus arcus C E diuiſus ſit in partes æquales, ſeu minuta 5400. Ex centro A ad ſingulos gradus & minuta emittantur rectæ, quarum vnum deſigno litteris A F. Conſtituentur hoc facto anguli 5400, quibus ſubtenduntur arcus totidem vno ſeſe inuicem minuto excedentes. Ex his vnum deſigno litteris C A F. Primus angulus erit minuti vnius, ſecundus duorum minutorum, & ſic porrò ; ſexageſimus minutorum 60; hoc eſt Gradus vnius, & ſic deinceps : poſtremus E A C eſt Graduum 90; adeòque rectus. Tandem per minuta ſingula ducantur rectæ ad ſemidiametrum A C perpendiculares, quæ proinde etiam ipſæ numero erunt 5400 computando radium AE, quarum vnam deſigno litteris FX. Hæ appellantur Sinus arcuum & angulorum vno minuto ſeſe mutuò ſuperantium.

1. Igitur arcus ex. gr. F C, & anguli F A C ab ipſo ſubtenſi ſinus eſt recta F X, quæ ab F termino arcus perpendicularis eſt radio A C.

2. Pars radij X C inter arcum & ſinum intercepta eſt ſinus verſus eiuſdem arcus F C, & anguli F A C.

3. Sinus complementi ſiue ſinus ſecundus arcus F C, & anguli F A C, eſt F I ſinus illius arcus, nempe F E, qui quadrantem complet, adeòque & ſinus illius anguli, nempe F A E, qui cum priore F A C complet rectum C A E.

4. Sinus totus ſiue radius eſt ſemidiameter AE.

5. Arcus Q F quadrante maior eumdem habet ſinum F X, quem arcus minor C F qui cum eo ſemicirculum conſtituit : & angulus recto maior F A Q eundem habet ſinum F X, quem angulus acutus F A C, qui cum eo efficit duos rectos.

Fig.2. 6. In omni triangulo rectangulo B A C, latus B C recto angulo oppoſitum, eſt ſinus totus ſiue radius : reliqua verò latera ſunt ſinus angulorum, quibus opponuntur, latus nimirum A B eſt ſinus anguli c, latus A C ſinus anguli r.

Nam ſi centro C interuallo C B deſcribatur quadrans F B L; quia latus angulo recto oppoſitum CB, eſt iam radius quadrantis, erit C B ſinus totus per *defin.* 4: latus verò A B, per *defin.* 1, erit ſinus anguli c, ſeu FCB. Rurſum centro B, interuallo B C deſcripto

quadrante

quadrante Q C I, patet per eandem defin. 1. A C eſſe ſinum anguli *r*, ſiue Q B C. Ex quo iam nunc apparet, quantus ſinuum futurus in Trigonometria ſit vſus.

Definitiones Tangentium, & Secantium.

Eſto circulus B X Z, cuius quadrans B X intelligatur, vt ſuprà, diuiſus in gradus, & minuta. Hunc tangat recta infinita B R, & ex centro A, ad contactum B, ducatur radius A B, qui a cum tangente conſtituet angulum rectum. Cogitentur deinde per quadrantis gradus ſingulos, & minuta ex centro A, emitti rectæ A F, A L &c. quo facto conſtituentur anguli F A B, L A B &c. ad 5400, vt ſupra, quibus ſubtenduntur totidem arcus B C, B O, &c. *Fig. 2.* a *per 18. lib. 1.*

7. Arcus igitur B C; & anguli B A F tangens eſt recta B F, ſecans verò A F, ſinus totus A B: ſimiliter arcus B O, & anguli B A L, tangens eſt B L, ſecans A L, & ſic deinceps.

8. Arcus quadrante minor B O, & arcus quadrante maior Z O, cum priore B O faciens ſemicirculum, eandem habent Tangentem B L, & Secantem A O L.

9. In omni triangulo rectangulo F B A reſpectu acuti anguli F A B tangens eſt F B ipſi oppoſitum; latus alterum A B, ipſi adiacens eſt ſinus totus, ſeu radius; hypotenuſa verò A F, ſeu latus recto angulo oppoſitum eſt ſecans. Patet ex defin. 8. & prop. 16. lib. 3, ſi centro A per B deſcribatur circulus. *Fig. 3.*

Pari modo reſpectu alterius acuti anguli, A F B tangens eſt A B, ſinus totus ſeù radius eſt F B, ſecans F A. Patet ex defin. 8. & prop. 16. lib. 3, ſi centro F per B circulum deſcripſeris.

Hypotenuſa igitur vtriuſque acuti ſecans eſt, ac proinde cùm hi anguli inæquales ſunt, diuerſis numeris in tabulis Sinuum, hypotenuſa exprimitur.

Cæterùm notandæ inprimis ſunt, ac probè intelligendæ definitiones 6, & 9, vt Sinus, Tangentes, Secantes ad vſum deducantur.

Sinuum, Tangentium, Secantium inuentio.

Inuenire Sinus, Tangentes, Secantes, eſt earum proportionem ad radium circuli aut veram, aut a vera inſenſibiliter aberrantem, numeris exprimere. Ad eum finem intelligitur circuli radius in plurimas æquales partes diuiſus, vt in 100000, aut 1000, 0000: Tum Geometrico ratiocinio inquiritur, quot ex illis radij partibus ſinguli Sinus, Tangentes, Secantes contineant: quæ inuentio vt poſtea oſtendam, eò accuratior futura eſt, quò plures in partes radius circuli diuiſus aſſumetur. Hoc Sinuum artificium primi excogitarunt Hipparchus, & Menelaus; horum inuenta deinde contraxit, & expoliuit Ptolomæus, & nouiſſimè Ioannes Regiomontanus perfecit, qui ad radium 10000000, Sinus omnium graduum, ac minutorum quadrantis ſupputauit. Denique horum omnium conatus egregios, Clauius noſter, Pitiſcus, Rheticus alijque complures illuſtrarunt. Quamuis autem ab ijs omnibus præclarè hoc in genere laboratum ſit; quia tamen prolixa huius doctrinæ tractatio eſt, optandum ſanè videtur, vt facilior ea ſtudioſis, atque expeditior, ſi fieri poteſt, efficiatur. Quare animus mihi eſt artificium quàm vtile, tam pulchrum, & clariùs, quàm cæteri fecerint, & breuiùs exponere. Rem omnem tribus Poriſmatis, & 6 Problematis abſoluam. Sit ergò

PORISMA I.

Dato ſinu (F C) cuiuſuis arcus (F B), complementi ſinum (F O) inuenire. *Fig. 4.*

Ducto radio A F, quadratum A F a æquatur quadratis F C, A C. Quare ſi ex quadrato radij, ſeu Sinus totius auferas quadratum ſinus dati F C, remanet quadratum A C, hoc eſt quadratum F O. Igitur radix quadrata inde extracta dabit rectam F O, Sinum complementi quæſitum. a *per 47. lib. 1.*

PORISMA II.

Dato ſinu (C F) cuiuſuis arcus (I C) ſinum ſemiſſeos eiuſdem arcus inuenire.

Fig.5.

b 3.lib.3. c 30.lib.3. ARcui I C, ſubtende rectam I C, ad quam è centro perpendicularis ſit A L; quæ tam [b] rectam I C, quam [c] arcum I L C biſecabit; ac proinde I O, eſt ſinus arcus L I ſemiſſeos arcus I L C.

Ex ſinu dato C F, per præced. inueniatur ſinus complementi C Q, ſeu F A: quo ablato ex ſinu toto A I, nota fit F I. Nota igitur eſt ſumma quadratorum I F, C F, hoc eſt,
d 47.lib.1. [d] quadrati I C. Ex quo eliciatur radix quadrata, dabit ea rectam I C, eiuſque ſemiſſis ſinum quæſitum I O.

PORISMA III.

Fig.6. *Datis ſinibus (L X, F R) duorum arcuum (L B, F B) quorum differentia non ſit maior 45 minutis, ſinum (I S) arcus cuiuſdam medij inuenire.*

DVcatur perpendicularis F O Q: erunt L Q, I O, differentiæ ſinuum L X, I S ad ſinum F R. Et quia arcus L F eſt non maior 45 minutis, adeoque paruus, non different arcus L F, I F ſenſibiliter à rectis lineis; ac proinde L F Q, I F O aſſumi poſſunt vt
k coroll.1. prop.4.l.6 rectilinea triangula. Quia ergo I O eſt parallela L Q erit *k*.

vt datorum arcuum maximi, & minimi differentia L F	ad arcus medij, & minimi differentiam I F
ita ſinuum datorum maximi, & minimi differentia L Q	ad ſinus medij, & minimi differentiam I O.

Quare cum huius analogiæ tres primi termini ſint noti, etiam quartus I O innoteſcet. Quem ſi addamus ſinui dato minori F R, notus erit medius quæſitus I S.

Lemma.

Fig.7. *Semiſſis ſubtenſæ (C B) alicuius arcus (C F B), eſt ſinus ſemiſſeos eiuſdem arcus.*

EX centro A ducatur radius A G F ad C B perpendicularis. Erit ergo C G per defin. 1. ſinus arcus C F. Atqui per 3. lib. 3. C G eſt ſemiſſis C B, & per 30. lib. 3. C F, ſemiſſis C F B. Ergo &c.

PROBLEMA I.

Sinum arcus 45 graduum inuenire.

Fig.7. a 30.lib.3. b 5.lib.1. c coroll.11. prop.32. li.1 d hyp. e 32.lib.1. n 6.lib.1. f 47.lib.1.

QVadrantem C F B ſubtendat recta C B, ad quam ex centro A ſit perpendicularis A G F. Quoniam igitur arcus C B 90 grad. [a] biſectus eſt in F; erit F B arcus graduum 45; cuius ſinus eſt B G. Deinde ergò ob æqualitatem laterum A C, A B, anguli [b] quoque A C B, A B C æquales ſunt; qui verò ad A rectus; erit [c] ergò A B C, ſeu A B G ſemirectus. Eſt autem [d] A G B rectus: reliquus ergo B A G [e] ſemirectus eſt, ideóque par ipſi A B G. Ergo latera B G, A G [n] æqualia ſunt. Ergo quia quadratum A B æquatur [f] vtrique quadrato B G, A G, vnius quadrati B G duplum erit. Semiſſis ergo quadrati ſinus totius A B, æquatur quadrato ſinus 45 graduum, B G.

Quare ſi ex ſemiſſe quadrati ſinus totius eliciatur radix quadrata, dabit ea ſinum 45 grad. qui quarum partium ſinus totus ponitur 10000000, reperietur earumdem eſſe 7071068 ferè.

PRO-

PROBLEMA II.

Arcuum 60, & 30 graduum ſinus inuenire.

Fig. 8.

ESto quadrans B C; arcus B F graduum 60, & ſinus eius D F. Erit ergo arcus F C graduum 30, cuius ſinus ſit F G. Ducatur autẽ B F, & ex centro A F. Quoniã arcus B Q F
eſt grad. 60, hoc eſt ſexta pars circumferentiæ circuli, erit B F latus hexagoni, ideoque [a] a Coroll.
æquale radio A F. Anguli [n] igitur ad A, & B in triangulo A F B æquales ſunt. Cùm igitur 1.p.15.lib.4
in triangulis X, Z, æquales ſint anguli F B D, F A D, item anguli F D B, F D A, vtpote n 6.lib.1.
recti; latus verò F D commune; erunt [b] quoque latera B D, A D æqualia: ac proinde b 26.lib.1.
quadratum B D eſt quarta pars quadrati ſinus totius A B, ſeu F B: ſed quadratum F B
æquatur [c] quadratis B D, F D. Auferatur ergò quarta pars quadrati ſinus totius, ſiue qua- c 47.lib 1.
dratum ſemiſſeos B D ſinus totius, à quadrato ſinus totius F B, remanebit quadratum F D; cuius radix quadrata dabit rectam F D, ſinum 60 graduum. Poſito igitur ſinu toto 10000000, ſinus grad. 60 eſt 8660254.

Sinus porro F G grad. 30 eſt ſemiſſis ſinus totius, vtpote æqualis ipſi D A. Idem patet ex lemmate. Poſito igitur ſinu toto 10000000, ſinus grad. 30 eſt 5000000.

PROBLEMA III.

Sinum 36 graduum inuenire.

Fig. 9.

ESto ſemicirculus F B G, cuius baſi radius A B rectus inſiſtat. Tum radio A G biſecto
in D, ducatur recta D B, quæ transferatur ex D in C. Recta B C erit [a] latus pentago- a Ptolem.
ni, circulo inſcripti. lib.1.almag.

Ex ſummâ quadratorum A B radij, ſiue ſinus totius, & A D ſemiſſeos radij, extrahe b 47.lib.1.
radicem quadratam, dabit ea [b] rectam D B, hoc eſt D C. Ex D C aufer D A ſemiſſem ra- c 47.lib.1.
dij; fiet nota A C; cuius quadratum adde quadrato radij A B; notum fiet [c] quadratum C B; d Lem.
ex quo radix elicienda, dabit B C latus pentagoni, ſubtendens gradus 72. Illius ergo ſemiſſis [d] dabit ſinum 36 graduum.

Poſito ſinu toto 10000000, ſinus grad. 36 reperitur partium 5877852.

Corollarium.

Ex ſinu grad. 36, reperitur [e] ſinus complementi, nempe grad. 54, partium 8090170. e Poriſ.1.

PROBLEMA IV.

Sinum graduum 12 inuenire.

IN quadrante C B, ſit arcus B F graduum 30, K B grad. 54, & eorum ſinus D F, G K. Fig. 10.
Igitur erit earum differentia K F grad. 24; complementa verò erunt F C, grad. 60, K C grad 36; quorum ſinus ſint P F, N K.

Sinus N K, grad. 36. inuentus per Probl. 3. auferatur ex ſinu P F grad. 60 inuento per Probl. 2. remanebit O F nota. Tum ſinus F D grad. 30, inuentus per Probl. 2. dematur
ex ſinu K G grad. 54. inuento per Coroll. præc. remanebit O K nota. Radix ſummæ a 47. lib.1.
quadratorum O F, O K dabit [a] K F ſubtenſam 24 grad. Illius verò ſemiſſis dabit [b] ſinum b Lem.
graduum 12.

PROBLEMA V.

Sinus omnium arcuum quadrantis ſeſe ordinatim, vno minuto ſuperantium inuenire.

EX quatuor ſinibus per præcedentia quatuor Problemata, graduum videlicet 45, 60, 36, 12, reliquos ſinus omnes adminiculo trium Poriſmatum præmiſſorum inueniemus hunc in modum.

grad.
miſſium
ex hoc

rad.45,

lementis
ec com-

bilecari
ius ſinus
ritur per
erit in-

15
45

ntas quæ
enuò bi-
repetita
ntur.

que ita, ſi
s 24. ſinus

Ex

Ex Sinu graduum 36, habentur Sinus 32.

Si enim arcus grad. 36 accipiatur ſemiſſis, & ſemiſſis ſemiſſeos, & ſic deinceps: Deinde ipſius ſinus 36, & omnium ſemiſſium complementa, ac rurſum ſemiſſes complementorum; eaque alterna ſemiſſium ac complementorum acceptio octies repetatur, prouenient arcus 32, quorum ſinus per *Poriſma* 2, & 1 alternatim reperientur. Seriem inuentionis horum 36 arcuum exhibet Tabella ſubiecta.

Sinus gr 36 cum ſuis Semiſſibus.	Complementa	Semiſſes Complementorũ	Complementa	Semiſſes	Complem	Semiſſes	Complem
gradus ′	grad. ′	grad. ′	grad. ′	grad. ′	grad. ′	grad. ′	grad. ′
36 . 0′	54 . 0′	27 . 0′ 13.30′ 6.45′	63 . 0′ 76 . 30′ 83 . 15′	31.30′ 15.45′ 38 . 15′	58 , 30′ 74 . 15′ 51 45′	29 . 15′	60 . 45′
18 . 0′	72 . 6						
9 . 0′	81 . 6	40.30′ 20.15′	49 . 30′ 69 . 45′	24 . 45′	65 . 15′		
4 . 30′	85 . 30′	42.45′	47 . 15′				
2 . 15′	87 . 45′						

Ex Sinu 12 graduum, inueniuntur Sinus 64,

Hunc in modum. Ex ſinu 12 accipiatur ſemiſſis, & ſemiſſis ſemiſſeos & ſic porro: tum ipſius ſinus 12, & omnium ſemiſſium complementa ſumantur, dein ſemiſſes complementorum, ac rurſus ſemiſſium complementa &c. Hæc alterna ſemiſſium ac complementorum acceptio, ſi duodecies repetatur, prouenient arcus 64, quorum ſinus inuenientur per *Poriſma* 2 & 1. Seriem inuentionis dictorum 64 arcuum exhibet Tabella hic adiecta.

Sinus

Sinus Grad. 12 eiuſque Semiſſes	Comple-menta.	Semiſſes Comple-mentorum.	Comple-menta.	Semiſſes.	Comple-menta.	Semiſſes.	Comple-menta.	Semiſſes.	Comple-menta.	Semiſſes.	Comple-menta.
Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.	Grad. ′.
12 0′	78. 0′	39. 0 19. 30 9. 45′	51. 0′ 70. 30′ 80. 15′	25. 30′ 12. 45′ 35. 15′	64. 30′ 77. 15′ 54. 45′	32. 15′	57. 45′				
6. 0′	84. 0′	42. 0′ 21. 0′ 10. 30′ 5. 15′	48. 0 69. 30 79. 30 84. 45	24. 0′ 34. 30′ 17. 15′ 39. 45	66. 0′ 55. 30′ 72. 45′ 50. 15′	33. 0′ 16. 30′ 8. 15′ 27. 45′	57. 0′ 73. 30′ 81. 45′ 62. 15′	28. 30′ 14. 15′ 36. 45′	61. 30′ 75. 45′ 53. 15′	30. 45′	59. 15′
3 0′	87. 0′	43. 30′ 21. 45′	46. 30′ 68. 15′	23. 15	66. 45′						
1. 30′	88. 30′	44. 15′	45. 45′								
0. 45′	89. 15′										

Quod ſi Sinus omnes hactenus inuentos, ſinu toto adnumerato, ſimul in ordinem redigamus, ſinus habebimus 120 arcuum, ſeſe mutuo 45 minutis ſuperantium: quorum primus eſt 45 minutorum, vltimus Grad. 90.

Grad.

Grad.	′	Grad.	′	Grad.	′	Grad.	′
0	0	3.	0	6.	0	9.	0
0	45	3.	45	6.	45	9.	45
1	30	4.	30	7.	30	&c.	&c.
2	15	5.	15	8.	15	90.	0.

Ex his 120 Sinibus,

Reliquos omnes intermedios ope tertij poriſmatis, per regulam proportionum reperiemus hoc ordine.

Primò, quæremus inter ſingulos horum 120 ſinuum duos medios duorum arcuum minutis 15 differentium, quibus ad priores 120 adiunctis, habentur ſinus arcuum 358, 15 minutis inuicem excedentium.

Deinde inter ſingulos iam inuentos duo quærentur medij duorum arcuum minutis 5 differentium, quibus additis ad priores 358, proueniunt ſinus arcuum 1076, ſe minutis 5 ſuperantium.

Denique inter illos ſingulos quæremus medios quatuor arcuum vno ſe minuto excedentium, quos ſi addamus illis 1076, habentur ſinus 5400, omnium videlicet arcuum quadrantis vno ſe minuto ſuperantium.

PROBLEMA VI.

Secantes & Tangentes quaſcumque inuenire.

EX Sinibus iam inuentis hæ lineæ nullo negotio innoteſcent. *Fig.3.*

Arcus cuiuſcumque BS, exemp.gr. 70, 15′ Secans eſto AR, Tangens BR, Sinus totus AB. Oporteat ſecantem AR inuenire. Duc SK Sinum arcus SB, & SN Sinum complementi SX. Per *prop.4.lib.6.* vt AK, (ſeu NS) eſt ad AS, ita AB, ſeu AS, eſt ad AR. Sunt ergo tres proportionales.

NS	AB	AR
Sinus complementi, arcus dati Grad.70.15′	Sinus totus 10000000.	Secans quæſita.

Quare ſi quadratum Sinus totius diuidatur per NS Sinum complementi arcus dati, quotiens dabit Secantem quæſitam AR, vt patet *ex 18.lib.9.*

Oporteat deinde dati cuiuſcumque arcus BS Tangentem reperire BR. Per *prop.4.lib.6.* vt AK, (ſeu NS) eſt ad KS, ita AB ad BR. Sunt ergo proportionales.

NS	KS	AB	BR
Sinus complementi arcus dati,	Sinus arcus dati,	Sinus totus 10000000,	Tangens quæſita

Quare cùm tres primi termini ſint noti, per *Regulam trium* innoteſcat quartus.

Habent igitur ſtudioſi, quod ſupra promiſeram, Sinuum, Tangentium & Secantium theoriam tribus poriſmatis, & problematis ſex comprehenſam. Scio plures alias eſſe Sinuum reperiendorum vias: ſed ea, quam propoſui, cæteris explicatu ac demonſtratu mihi eſt viſa facilior.

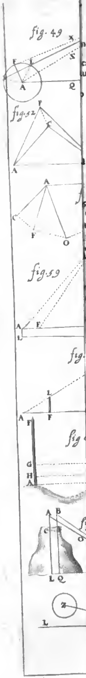
PROBLEMA VII.

Sinum vnius vel plurium Secundorum Minutorum inuenire.

Fig.4.

REpræſentet PB arcum vnius Minuti, ſeu 60 Secundorum, KB verò arcum 26 Secundorum exem.gr. Sinus verò iſtorum arcuum ſint PM, KN. Quoniam hi arcus inſenſibiliter differunt à rectis lineis, aſſumi poſſunt triangula PBM, KBN tanquam rectilinea. Igitur per 4. *lib.6.*

vt



ndorum.

cando videlicet ſe-
um diuidendo per

10000000: lice-

ta prima,

5. 20' proximè mi-
Grad 36.21', re-
IB. Sinus autem
Arcus igitur LF
& FR Grad. 36.
, & multò adhuc

entiam
c.

a IO; quæ addita

adſcriptum: ſi
LX, FR; datum

FR.

ndorum,
rcui IF.

pe ſecundorum
arcum debitum

liquum eſt vt qua-

Scholium.

Scholium.

Quæſtio eſt, cur radius circuli in tot partes diuiſus aſſumatur.

Vt huius aſſumpti cauſa intelligatur, meminiſſe debemus omnes Sinus, Secantes & Tangentes inuentas eſſe vel per radicis extractionem, vel per Regulam proportionum. Et quidem illi 120 Sinus arcuum ſe inuicem 45 minutis ſuperantium per extractionem radicis reperti ſunt, vt patet ex Problem. 1, 2, 3, 4, 5. *Cæteri verò omnes inter hos medij ex illis 120 per proportionis regulam innotuêre, vt ex* Problematis 5 *poſtremâ parte conſtat. Tangentes autem & Secantes ex Sinibus iam notis per eandem regulam reperta ſunt, quemadmodum* Problem. 6. *oſtenſum eſt. Iam verò numeri, è quibus radix fuit elicienda, vt plurimum ſunt non quadrati, ex quibus ſi radicem educas, ea ſemper à verâ, quæ (vt* lib. 3. Arith. cap. 6. *demonſtraui) impoſſibilis eſt, differet exceſſu defectuve aliquo, minore tamen quàm ſit vnitas. Hæc porro differentia, quæ ob fractionum in ſupputando moleſtiam negligitur, eò minoris momenti erit, quò maior fuerit numerus ille è quo radix educta fuit. Erit autem ille numerus eò maior, quò radius in partes plures diuiſus aſſumetur. Exemplum ſtatuamus in Sinu 45 graduum, quem* Probl. 1. *docuimus obtineri, ſi ex ſemiſſe quadrati Sinus totius radicem extraxeris. Si numerus radij, ſeu Sinus totius aſſumatur magnus, qualis hic eſt* 10000000, *illius etiam quadratus, adeóque & quadrati ſemiſſis* 50000000000000 *multò erit maior. Porro radix integra quæ elici poteſt ex* 50000000000000, *eſt* 7071067, *quæ quia ex maximo numero elicita eſt, etiam ipſa magnus eſt numerus. Vnde fit vt ipſius à radice verâ impoſſibili defectus, qui ſemper vnitate minor eſt, ad ipſam proportionem habeat inſenſibilem, proindeque tutò & abſque ſenſibili errore vllo negligatur. Hanc igitur ob cauſam tantus numerus partium Sinus totius aſſumi debet. Verùm vt huius rei cauſa manifeſtior euadat, omnia errorum capita exactius erunt colligenda. Primum caput erroris eſt in Sinibus illis primis 120, quos reperire oportuit per eductionem radicis ex numeris non quadratis. In reliquis deinde, qui ex his per regulam prop. eliciuntur, idemq; proinde vitium participant, alij duo inſunt errores proprij, videlicet quod in triangulis LFQ, IFO,* (vide Fig. 6.) *arcus LF, 45', & arcus IF, 15', aut 5' aſſumantur tanquam rectæ lineæ; atque inſuper cum regulâ proportionum exercetur, quod fractio ex diuiſione reſidua negligatur. Quo vitio poſtremo etiam Tangentes & ſecantes, quæ omnes ex Sinibus per prop. reg. obtinentur, laborent neceſſe eſt. Denique cùm Sinus perpauci tantùm immediatè reperiantur, cæteri verò Sinus omnes deducantur ex inuicem, ex Sinibus autem Tangentes & Secantes; manifeſtum eſt, ſingulos præter errores ſibi proprios, contrahere etiam vitia eorum è quibus ipſi deriuantur: vnde fit, vt error, qui in Sinu immediatè inuento ſimplex erat, in ſecundo quaſi duplicetur, in tertio triplicetur, & ſic deinceps. Vnde conſequens eſt eos Sinus eſſe accuratiores, qui ex paucioribus deriuantur; exactiſſimos verò eos eſſe, qui immediatè, hoc eſt ex alijs nullis inuenti ſunt. Ex his ergo capitibus Sinuum, Tangentium, Secantium defectus oriuntur: qui ne eſſent notabiles, ſed quodammodo euaneſcerent, radium maximo partium numero diuiſum aſſumere oportuit. Et quamuis defectus illi ſint non vnus, ſed (vt iam oſtendi) plures, tamen quod ſinguli nullius fere momenti ſunt, etiam ſimul iuncti errorem vix ſenſibilem inducunt, ſi aſſumatur Sinus totus partium admodum multarum. Quâ enim proportione augetur numerus radij, eâdem creſcunt numeri ſinuum; ac proinde errores, qui in ijs ſupputandis committi debent, magis euaneſcunt,*

Deinde iſtud etiam tyrones intelligant, ſi Sinus, Tangentes, Secantes accipiantur ad Sinum totum 10,000000, *quales paſſim in tabulis reperiuntur, abiectis*

centro Lunæ. In hoc triangulo angulus ACB Aſtronomico artificio innoteſcit : aogulus verò ABC fit notus per inſtrumentum. Itaque ex his duobus angulis iam cognitis, per vniuerſale problema iam dictum, innoteſcet, quæ ſit proportio lateris CB vel AC, ad latus AB; hoc eſt quoties diſtantia Lunæ à Terrâ ſemidiametrum Terræ contineat : ac proinde, cùm alio iam artificio quot milliaria radius Terræ contineat, innotuerit, ipſa etiam diſtantia Lunæ à Terrâ in milliaribus innoteſcet. Ad tãtæ rei notitiam nos deduxit problema huiuſmodi,quod Tyro fortè aliquis nullius eſſe vſus iudicaſſet. Hæc ergo dicta ſint in gratiam eorum, quibus illud in ore ſemper : cui vſui,vt ex his etiam cætera, quorum vſum non perſpiciunt, æſtimare diſcant.

Annotationes quædam pro tyronibus.

Priuſquam vltra tendamus, expediet hic in memoriam reuocare nonnulla , quæ in elementis traduntur,in quibus ſub hæc initia hærere plerumque Tyrones ſolent. Prætereant iſta, qui his non indigent.

1. Datum & notum idem ſignificant in hac materiâ.

2. Circumferentiam circuli partiri ſolent Mathematici in partes æquales 360,quas Gradus appellant, & harum ſingulas rurſus in 60 æquales, quas Minuta vocant.

3. Arcus circuli, ſeu pars circumferentiæ nota dicitur, cùm ſcitur quot gradus contineat; tunc enim arcus ille quanta ſit totius circumferentiæ pars,innoteſcit.

4. Angulorum menſuræ ſunt arcus circuli , qui ex vertice anguli tamquam centro inter eius crura deſcribuntur. Sic anguli C, menſura eſt arcus OQ, centro C deſcriptus, inter anguli crura AC, BC. Patet ex vltimâ *lib.6*. Hâc de causâ angulus (C) dicitur eſſe tot graduum quot graduum eſt ille arcus (OQ) vt ſi arcus OQ eſt grad. 32, etiam angulus C erit graduum 32. *Fig.13.*

5. Angulus ille (C) dari, ſeu notus eſſe dicitur, quando ſcitur,quot graduum ſit; hoc eſt quot graduum ſit arcus (OQ) inter eius crura ex vertice vt centro deſcriptus.

6. Angulus rectus dicitur 90 grad. quia arcus inter eius latera centro vertice deſcriptus eſt 90 grad. ſeu quarta pars circumferentiæ totius.

Et duo recti dicuntur grad. 180, quia arcus inter eorum crura deſcriptus eoſque ſubtendens, eſt grad. 180, ſemiſſis nempe circumferentiæ.

Et quatuor recti dicuntur efficere 360 grad. quia ſubtenduntur à totâ circumferentiâ.

7. Si ex anguli vertice vt centro inter eius latera plures deſcribantur arcus OQ, SV: minor æque eſt menſura anguli ac maior; quia minor æquè magna pars eſt ſuæ circumferentiæ totius, ac maior ſuæ : ac proinde ſi arcus maior OQ eſt ex.gr. 32 graduum, quorum tota circumferẽtia maior OQLH eſt 360, etiam minor arcus SV eſt graduum 32, quorum minor circumferentia SVRT eſt 360. Patet ex *Corol. 3. prop 33. lib.6.* *Fig. 14.*

8. Cuiuſcumque trianguli tres anguli ſimul ſumpti efficiunt gradus 180 : Quia per 32. *lib.1*, tres illi anguli ſimul ſumpti ſemper efficiunt duos rectos; ac proinde, ſi ex angulorum verticibus (A, B, C) tamquam centris,inter trianguli cuiuſuis crura deſcribantur, eodem interuallo circini,tres arcus(FG, XZ, OQ) hi ſimul ſumpti ſemper conflabunt ſemicirculum, hoc eſt arcum 180 graduum. Nam ſi centro C perficiatur ſemicirculus OQP, & arcus FG tranſcribatur ex Q in L : tertius arcus XZ æqualis erit reſiduo LP, adeoque tres ſimul arcus OQ. FG, XZ conficiunt integrum ſemicirculum OQLP. *Fig. 13.*

9. Cùm in triangulo (ABC) quocumque, noti ſunt duo anguli (A grad. 125, B grad. 34) etiam (C) tertius innoteſcit, ſi vtriuſque dati gradus (159) ſubtrahantur à 180 gradibus. Remanent enim gradus (21) tertij anguli (C). Patet ex annotatione 8. & ex 32. *lib.1*. Atque hac de causâ datis duobus angulis, etiam tertius dicitur eſſe datus.

10. Pari ratione ſi in quouis triangulo (ABC) notus ſit vnus angulus (B grad. 39) innoteſcit etiam ſumma reliquorum (C, A) ſi gradus anguli noti (B Grad.39) ſubtrahantur à 180 gradibus; remanent enim gradus (141) ſummæ duorum reliquorum (C, A). Patet ex annotat. 8, & 32 *lib.1*. & hac de causâ dato vno angulo, dicitur & ſumma reliquorum dari. *Fig.25.*

11. In triangulo rectangulo (BAC) dato acuto vno (C, grad. 31) etiam acutus alter (B) innoteſcet, ſi acuti dati (C) grad. (31) ſubtrahantur à gradibus 90, remanent enim grad. (59) pro acuto altero B. Patet ex annotat. 8, & 32. *lib. 1.* Et hac de causâ in triangulo rectangulo, cùm datur acutus vnus, dari dicitur etiam alter. *Fig.16.*

12. Quatuor termini A, B, C, Z dicuntur proportionales, cùm primus A eſt ad ſecundum B, vt tertius C ad quartum Z.

vt A ad B
ita C ad Z

13. Termini noti ſunt, qui numeris exprimuntur; hoc eſt quando ſcitur quot partes alicui certæ æquales contineant.

14. Cùm è quatuor proportionalibus tres termini ſunt noti, quartus verò incognitus: is ſemper innoteſcet, ſi ſecundus multiplicetur per tertium, & productus numerus diuidatur per primum; quotiens enim diuiſionis erit quartus, qui latebat.

Atque hæc eſt ea Regula, quæ vulgò Proportionum, ſiue Trium, & ob ſummam vtilitatem Aurea appellatur. Demonſtrata eſt *prop.* 19. *lib.* 9. de quâ vide plura *lib.* 4. *Arithm. cap.* 1.

Dato angulo, datur ex tabulis ſinus eiuſdem; & dato ſinu, datur angulus: vt ſi detur angulus grad. 40. 16′. gradus quære in vertice tabulæ, minuta autem 16 in columnâ primâ ad læuam. His adſcriptum reperies non ſolùm ſinum illis debitum 6463460, ſed etiam tangentem 8470620, & ſecantem 13105396. Contra ſi detur ſinus ex. gr. 6563460, cuius angulum ignores, quære in columnâ ſinuum numerum datum; vel ſi non reperiatur, ei proximè æqualem: in columnâ primâ ad læuam reperies minuta, & in vertice gradus anguli quæſiti.

Deniquehoc obſerua: in Analyſi trianguli rectanguli, quamuis ſolum duo data exprimantur; vt duo latera, vel vnum latus cum vno acuto: tamen datum tertium ſemper eſt ipſe angulus rectus, qui quia per ſe notus eſt, & triangulo rectangulo nominato ſatis ſubintelligitur, vlteriùs exprimi non ſolet.

ANALYSIS

TRIANGVLI RECTANGVLI

PROBLEMA I.

Datis omnibus angulis laterum proportionem inuenire.

Fig. 15. BAſi AC adſcribe ſinum totum: lateri AB ſinum oppoſiti anguli C: lateri CB ſinum anguli oppoſiti A. Eadem erit laterum proportio, quæ ſinuum.

Demonſtratio patet ex defin. 6. *cap.* 2. Itaque ſi cupiam ſcire quanto latus vnum ſit altero maius ex. gr. AC quàm BC: ſinum 10000000 diuide per ſinum 5150381. Quotiens 1 [illegible] hoc indicabit: ſicut enim quotiens eſt ad 1, ita AC eſt ad BC.

Vel alterutri lateri circa rectum, puta BC, adſcribe ſinum totum; lateri BA tangentem acuti, C; baſi AC ſecantem eiuſdem anguli C. Ita patebit laterum proportio, vt patet ex defin. 9. *cap.* 2.

PROBLEMA II.

Datis baſi (BC pedum 100) & acuto vno (B Grad. 59) reliqua latera (AC, AB) inuenire.

Fig. 16. IN triangulo rectangulo hypotenuſa, ſiue baſis dicitur, quæ recto angulo opponitur, latera verò, quæ rectum angulum continent.

Inuentio lateris AC.

Vt	data baſis BC, prout eſt ſinus totus 10000000	Ad	latus AC, prout eſt ſinus anguli B gr. 59. 8571673.
Ita	eadem baſis BC prout eſt pedum 100	Ad	eiuſdem lateris AC pedes quæſitos .....

In quo analogiſmo, quia tres primi termini ſunt noti, etiam quartus incognitus, numerus nempe pedum lateri AC debitorum, innoteſcet per regulam proportionum multiplicándo videlicet ſecundum 8571673 per tertium 100, & productum 857167300 diuidendo per primum

primum 10000000, quotiens enim $85\frac{71673}{100000}$ ex eâ diuiſione proueniens, eſt quartus qui latebar, numerus pedum ſcilicet, quos continet latus quæſitum AC.

Non abſimilis eſt inuentio lateris AB. nam quia datur acutus B (graduum 59) etiam per 32. *lib.* 1. ſeu annotat. 11, datur acutus alter C (graduum 31). vnde etiam ſinus vtriuſque dantur. Iam,

Vt	baſis BC, prout eſt ſinus totus 10000000	Ad	latus ignotum AB, prout eſt ſinus anguli gr. 31 5150381;
Ita	baſis BC, prout eſt pedum 100	Ad	lateris ignoti AB pedes quæſitos......

Cùm ergo tria prima ſint nota, etiam quartum, numerus videlicet pedum lateri AB debitorum per regulam Trium innoteſcet.

Demonſtratio.

Hoc vnum tum hîc, tum ferè etiam in ſequentibus erit demonſtrandum, quatuor ſuprà dictos terminos eſſe proportionales. Id verò ex definitione *6. cap.* 2. manifeſtum eſt. Nam baſis BC, latus nempe recto angulo A oppoſitum eſt ſinus totus, ſeu radius; latus verò AC eſt ſinus anguli oppoſiti B, ex.gr. 59 graduum, qui ex tabulis datur 8571673. Igitur quarum partium ſinus totus, nempe baſis BC, eſt 10000000, earum ſinus anguli B, nempe latus AC, eſt 8571673: ac proinde vt baſis BC, prout eſt ſinus totus 10000000, eſt ad AC 8571673 ſinum anguli B; ita eadem baſis BC ex hyp. 100 pedes, ad idem latus AC quæſitum, ſiue ad numerum pedum in latere AC contentorum. Quod erat demonſtrandum.

Pari modo per defin. 6. BC eſt ſinus totus 10000000, & BA ſinus anguli C 31 grad. qui ex tabulis datur 5150381. Ergo vt BC ſinus totus 10000000 ad BA ſinum 5150381; ita eadem BC ex hyp. 100 pedes, ad eamdem BA incognito pedum numero conſtantem. Quod erat demonſtrandum.

N O T A.

Fundamentum huius & omnium ſequentium operationum ac demonſtrationum eſt, quod quādo duæ quantitates A & Z notæ ſunt ſecundùm quamuis eamdem menſuram, & vna earum A etiam nota eſt in aliâ menſurâ ex.gr. in pedibus; tunc etiam altera Z, in pedibus neceſſariò innoteſcat per regulam auream, vide cap. 1. lib. 4. Arithm. noſtræ, vbi id demonſtratum eſt.

PROBLEMA III.

Datis Latere vno (AC milliariorum 1000) & acuto vno, latus reliquum (BA) & baſim (BC) inuenire.

EX vno acuto dato notus fiat alter: vt ſi B detur grad. 54, his ſubductis à 90, erit C grad. 36. *Fig. 17.*

inuentio lateris AB.

Vt	latus datum AC, prout eſt ſinus totus 10000000,	Ad	latus ignotum AB, prout eſt anguli C dato lateri adiacentis tangens 7265426
Ita	latus datum AC, prout eſt milliariorum 1000	Ad	lateris ignoti AB milliaria quæſita .....

Inuentio baſis BC.

Vt	latus datum AC, prout eſt ſinus totus 10000000	Ad	baſim ignotam BC, prout eſt acuti C dato lateri adiacentis ſecans 12360680
Ita	latus datum AC prout eſt milliariorum 1000	Ad	ignotæ BC, baſeos milliaria quæſita .....

Quare cùm in vtroque Analogiſmo tria prima ſint cognita, etiam quartum vtrobique per regulam

regulam proportionum innoteſcet: eritque latus AB milliariorum 726 $\frac{5426}{10000}$; baſis verò BC milliariorum 123 $\frac{6068}{10000}$.

Demonſtratio.

Per defin 9. *cap.* 2. latus AB eſt tangens anguli C grad. 36, quæ ex tabulis datur 7265426; latus verò AC eſt ſinus totus 10000000: hoc eſt quarum partium latus AC eſt 10000000, earum eſt AB latus 7265426. Ergo vt AC 10000000 eſt ad AB 7265426: ita eadem AC ex hyp. 1000 milliari, ad milliaria quæſiti lateris AB, hoc eſt ad numerum milliariorum in AB contentorum. Ergo &c.

Pari modo per defin. 9. *cap.* 2. reſpectu anguli C grad. 36, AC eſt ſinus totus 10000000, & BC ſecans, quæ ex tabulis datur 12360680. Ergo vt AC ſinus totus 10000000 eſt ad BC ſecantem 12360680: ita eadem AC ex hyp. 1000 milliari, ad eamdem BC ignotum numerum milliariorum continentem. Ergo &c.

PROBLEMA IV.

Fig. 18. Baſi (CB 1000 perticarum) & vno latere (AC 891 perticarum) datis, inuenire acutos angulos, & latus alterum (AB).

Vt baſis data CB perticarum 1000	Ad latus datum AC perticarum 891,
Ita baſis eadem CB prout eſt ſinus totus 10000000	Ad anguli ignoti B, qui dato lateri AC opponitur, ſinum........

Qui proinde per regulam proportionum reperitur 8910000: huic in tabula inuenitur proximè æqualis 8910065, cui adſcriptus eſt angulus grad. 63, qui per probl. 9. *cap.* 2 adhuc reperietur exactiùs. Is ergo eſt angulus B, qui latebat. Inuento autem acuto B, datur etiam acutus alter C. grad. 27.

Quoniam verò iam In triangulo rectangulo nota eſt baſis CB cum angulo C, latus quæſitum BA inuenietur per probl. 2,

Idem latus independenter ab angulis, reperitur per probl. 3. in ſcholio prop. 47. *lib.* 1. *elem.*

Demonſtratio.

Per defin. 6. *cap.* 2. CB eſt ſinus totus (10000000) & CA eſt ſinus anguli B. Ergo vt baſis BC, 1000 pertic. ad latus AC 891 pertic. ita baſis eadē BC, prout eſt ſinus totus 10000000 ad idem latus AC, prout eſt ſinus ignoti anguli B.

Aliter.

Vt latus CA datum pertic. 891	Ad baſim CB, pertic. 1000
Ita Sinus totus 10000000	Ad ſecantem ignoti anguli C datis CB, CA comprehenſi

Demonſtratio eadem ſed ex defin. 9. *cap.* 2.

PROBLEMA V.

Fig. 19. Duobus lateribus datis (BA, pedum 79, CA ped. 100) acutos angulos & baſim inuenire.

Inueniendus ſit angulus acutus C.

Vt datum latus AC adiacens quæſito angulo C,	Ad alterum latus datum AB;
Ita Sinus totus 10000000	Ad anguli quæſiti C tangentem.....

Quæ per regulam prop. reperitur 7900000, huic proximè æqualis inuenitur in tabulā 6156615, cui adſcriptum reperies angulum 38g raduum, qui *probl.* 9, *cap.* 2. adhuc reperietur exactiùs. Tantus ergo eſt acutus O, qui latebat, quo ex grad. 90 ſubtracto, datur & alter B grad. 52.

Quia

Quia verò noti iam ſunt acuti anguli, & ex hyp. etiam latera, per probl 2. etiam baſis BC fiet nota.

Alia baſis inuentio ab angulis independens traditur probl.2 ſcholij prop.47. *lib.1.elem.*

Demonſtratio.

Per defin.9. *cap.*2. reſpectu anguli C, Sinus totus eſt CA, Tangens BA. Ergo vt CA ex hyp.pedum 100 ad BA, ex hyp.pedum 79, ita eadem CA prout eſt ſinus totus 10000000, ad eamdem BA, vt eſt tangens quæſiti anguli C.

ANALYSIS TRIANGVLI OBLIQVANGVLI.

TRiangulum, in quo nullus angulus rectus eſt, obliquangulum voco.

PROBLEMA VI.

Datis omnibus lateribus, lateris ſegmenta (BF, CF) facta à perpendiculari (AF) ex oppoſito angulo ducta, & ipſam perpendicularem inuenire. *Fig.* 20. 21.

CEntro A interuallo lateris minoris AB, deſcribatur circulus ſecans reliqua latera in O & Q, & producatur CA in L. Manifeſtum eſt LC eſſe ſummam laterum AC, AB, & OC differentiam eorumdem. Item patet ex prop.3 *lib.*3 BQ biſectam eſſe in F. His ita conſtitutis, rectangula BCQ, & LCO [a] æqualia ſunt. Ergo per 14 vel 16. *lib.*6. a *Coroll.* 1 *p* 36. *l* 3.

Vt (BC) latus in quod perpendicularis cadit	Ad (LC) ſummam laterum reliquorum (BA, AC)
Ita (OC) differentia reliquorum laterum	Ad rectam (CQ)

Quare cùm tria prima ſint nota, etiam quartum nempe CQ innoteſcet, hæc, ſi perpendicularis intra triangulum cadit (vt in *Fig.* 20) ablata à latere noto BC, notam relinquet BQ, cuius ſemiſſis BF eſt ſegmentum quæſitum minus; quo ſubtracto à latere BC, etiam maius ſegmentum CF innoteſcet.

Quod ſi perpendicularis cadat extra (vt in *Fig.* 21) tunc ex quartà proportionali CQ, ſubtrahe latus BC, vt innoteſcat reſiduum BQ; huius enim ſemiſſis BF dabit ſegmentum minus: ad quod adiecto latere BC, habetur ſegmentum maius CF.

Ipſa verò perpendicularis AF fiet nota, ſi ex quadrato lateris BA adiacentis minori ſegmento, ſubtrahatur quadratum minoris ſegmenti BF, & ex reſiduo extrahatur radix, ea enim erit AF. Patet ex *p.*47. *lib.*1.

Porro ipſa quarta proportionalis CQ indicat quando perpendicularis intrà triangulum cadat, quando extrà. Cùm enim minor eſt latere dato BC, in quod incidit perpendicularis, ea cadet intra triangulum; cùm maior, extrà.

Hoc problema, quod ſanè perinde pulchrum atque vtile eſt, expeditur etiam per prop. 13 & 12. lib. 2. *vt tradidi in Scholio ibidem: ſed modus hic traditus aliquantò facilior eſt.*

PROBLEMA VII.

Datis omnibus angulis, laterum proportionem inuenire. *Fig.* 22. 23.

IN quouis triangulo eadem eſt inter latera proportio, quæ inter ſinus angulorum lateribus oppoſitorum.

Demonſtratio.

Eſto triangulum obliquangulum ABC, latera habens inæqualia (aliàs enim res per ſe eſſet manifeſta) & ex maiori CB abſcindatur CI æqualis minori AB, ducanturque IL, BF ad AC perpendiculares, quæ quia ſunt inter ſe parallelæ, erit [a] CI (hoc eſt AB) ad CB vt IL ad BF, a *Coroll.* 1. *p.* 4. *l.* 6.

b *deſin.6. cap.2.* c *per eand.* BF. Sed poſito ſinu toto CI, eſt IL ſinus [b] anguli C; & poſito ſinu toto AB, (hoc eſt eo dem quo antè; cum AB, CI æquales ſint) BF eſt [c] ſinus anguli BAC. Ergo latus AB eſt ad latus CB, vt ſinus anguli C ad ſinum anguli BAC. Eadem erit in reliquorum comparatione laterum demonſtratio.

Tantum Nota. Cùm perpendicularis BF extra triangulum cadit, eam nihilominus eſſe ſinum anguli BAC, quia [d] ſinus eſt anguli BAF, cum quo [e] eundem habet ſinum angulus BAC, eiue complementum ad duos rectos.

d *per eand.* e *deſin 5.*

PROBLEMA VIII.

Datis omnibus lateribus, angulos inuenire.

Fig. 24. Concipiatur in aliquod latus ex oppoſito angulo demiſſa perpendicularis AF, & per probl.6, nota fiant ſegmenta BF, FC,.

Tum quia in triangulo rectangulo BFA dantur BA, & BF : per probl.4. innoteſcet angulus B. Rurſum quia in triangulo rectangulo CFA dantur CA, CF, per probl. 4. similiter innoteſcet angulus C : Et per *prop.* 32. *lib.* 1. ſeu annot.9. etiam tertius BAC.

PROBLEMA IX.

Dato latere (AC) & duobus angulis, reliqua latera (AB, CB) inuenire.

Per Problema 7.

Fig. 25.

Vt	anguli, B, qui dato lateri AC opponitur, Sinus 6293204.	Ad	anguli C oppositi quæsito lateri AB Sinum 2756374.
Ita	latus datum AC 1000 paſſuum	Ad	lateris quæſiti AB paſſus. ....

Rurſum per Problema 7.

Vt	anguli B dato lateri AC oppositi Sinus 6293204	Ad	anguli A oppositi quæsiro lateri CB Sinum 8191521
Ita	latus datum AC 1000 paſſuum	Ad	lateris quæſiti CB, paſſus .....

In vtroque Analogiſmo tria prima nota ſunt. Quartum igitur vtrobique, nimirum latera AB, CB, innoteſcent per regulam proportionum.

PROBLEMA X.

Datis duobus lateribus (CA ped. 216, BA ped. 112) & angulo (A grad. 113) ijs comprehenſo reliquos angulos (C, B) & latus reliquum (CB) inuenire.

Fig. 26. QVoniam CA, BA latera dantur, etiam datur eorum ſumma 328 ped. & eorumdem differentia ped. 104. Rurſum quia datur angulus A grad. 113, datur & reliquorum ignotorum, C, B, ſumma (67 grad.) adeoque & ſemiſſis ſummæ (grad. 33. 30′) cuius proinde tangens 6618856 datur ex tabulis. His poſitis

Vt	laterum datorum CA, BA ſumma 328 ped.	Ad	laterum CA, BA, differentiam 104 ped.
Ita	tangens 6618856 ſemiſſeos ſummæ incognitorum ang. C, B,	Ad	tangentem. .... ſemiſſeos differentiæ ignotorum ang. C, B.

Cùm

Cùm ergo tria prima ſint nota,per reg.prop.innoteſcet quartum, nempe tangens ſemiſſeos differentiæ angulorum ignotorum C, B, ... Huic in columnâ tangentium proximè reperitur æqualis..... cui adſcripti ſunt grad..... pro angulo ſemiſſeos differentiæ angulorum C, B, quàm ſi addas ad ſemiſſem ſummæ Grad. 33.30′, angulorum C,B, habetur B maior quæſitus; ſi ſubtrahas, prouenit minor, C.

Latus reliquum CB reperitur per *præced.* Iam enim præter latus,dantur & anguli.

Demonſtratio

Analogiſmi ſuprà poſiti eſt eiuſmodi. Fiant anguli HPF, FPG, æquales angulis ignotis *Fig.* 27.
B,C. Centro P deſcripto circulo, qui latera angulorum ſecet in H, F, G; ducantur ad FP & 26.
perpendiculares HR, GL, quæ per *defin.*1. & 6 & 5 erunt ſinus angulorum HPF, FPG,poſito ſinu toto, ſeu radio, PH, PG. Ducatur deinde recta HOG, & fiat HX par ipſi GO, iungaturque PX. Erit XO differentia ipſarum HO, HX; hoc eſt ipſarum HO,OG. Denique ex centro P ducatur ad HG perpendicularis PQ,quæ [a] biſecabit HG.Quoniam igitur a 3.*lib*.3.
æquales ſunt HQ, GQ, & HX, GO; etiam XQ, OQ æquales erunt. Vnde QO eſt ſemiſſis differentiæ XO rectarum HO, OG. Ex quo facilè etiam oſtenditur angulum HPQ eſſe ſemiſſem ſummæ angulorum HPO, OPG, hoc eſt [b] eſt angulorum, B,C; & QPO eſſe ſemiſ- b *conſt.*
ſem differentiæ angulorum HPO, OPG; hoc eſt B,C. His poſitis differentia laterum CA, AB,eſto Z.

Quia HR eſt Sinus anguli HPF, hoc eſt B; & GL Sinus anguli FPG, hoc eſt C; erit latus [c] CA ad latus BA, vt HR Sinus anguli B,ad GL Sinum anguli C; hoc [d] eſt (quia æqui- c *Probl.*7.
angula ſunt triangula HRO, GLO) vt HO ad OG. Ergo CA [e] eſt ad Z differentiam late- d 4.*lib*.6.
rum CA, BA, vt HO, ad ipſarum HO, OG differentiam XO: & inuertendo laterum diffe- e *Coroll.*2.
rentia Z eſt ad CA vt differentia XO ad HO. Atqui (vt iam oſtendi) CA eſt ad BA, vt *p.*18.*lib*.5.
HO ad OG. Igitur [f] ex æquo Z differentia laterum eſt ad BA, vt XO differentia ad OG. f 22 *lib*.5.
Ergo inuertendo BA eſt ad Z, vt OG ad XO. Quoniam ergo(vt oſtenſum ſuprà) CA eſt ad g 18.*lib*.5.
AB, vt HO ad OG; ac proinde [g] componendo ſumma CA, AB eſt ad AB, vt HG ad OG. AB verò (vt iam oſtendi) ſit ad Z vt OG ad XO; ex æquo [h] erit ſumma laterum CA,AB ad h 22.*lib*.5.
Z laterum differentiam, vt HG ad XO. Sed vt HG ad XO, ſic ſemiſſis HG, nempe HQ, quæ [i] tangens eſt anguli HPQ, ad ſemiſſem XO, nempe QO tangentem [k] anguli QPO. Er- i *defin.*6. *cap.*2.
go ſumma laterum CA, AB,eſt ad Z differentiam laterum, vt HQ Tangens anguli HPQ k *ibid.*
(qui, vt oſtendi ſupra, eſt ſemiſſis ſummæ angulorum B,C) ad QO tangentem anguli QPO, qui eſt ſemiſſis differentiæ angulorum B, C. Quod erat demonſtrandum.

Alia Problematis ſolutio.

Ex alterutro angulo incognito, ex.gr. ex B in latus oppoſitum ducta concipiatur perpen- *Fig*.28.
dicularis BF. 29.

In triangulo rectangulo BFA, cùm detur baſis BA, & acutus vnus BAF, per *Prob*.2. inuenientur BF, & AF, quâ ſubtractâ ex data CA in *Fig*.28, additâ verò ad CA in *Fig*.29, nota fiet etiam CF.

Rurſum ergo in trigono rectangulo CFB cùm dentur duo latera BF, CF, per *Probl*.5, innoteſcet BC latus quæſitum,& angulus C; quem vnà cum dato A ſubtrahe 180 Grad.[a] re- a 32.1.
manebit B alter quæſitorum.

PROBLEMA XI.

Datis duobus lateribus (AB, CB) & angulo vno (C) ijs non comprehenſo, reliquos angulos, & latus reliquum (AC) inuenire. *Fig*.30.31

Per Probl. 7.

Vt	AB latus datum dato angulo C oppoſitum	Ad	alterum latus datum CB

Ita

Ita	Sinus anguli dati C	Ad	Sinum ignoti anguli A, qui alteri lateri dato CB opponitur.

Quare cùm tria prima ſint nota, etiam quartum, nempe Sinus anguli ignoti A, innoteſcet & per Sinum inuenietur in tabulis angulus ipſe A, ſi acutus ſit: ſi verò A obtuſus, tunc angulus per Sinum inuentus, ſubtractus à 180 gradibus, relinquet quæſitum A. Ratio patet ex *defin.* 5.

Neceſſe igitur hic eſt ad inuentionem anguli, vt eius ſpecies aliunde nota ſit.

Inuentis angulis latus ignotum AC innoteſcet per *Probl.* 9.

Aliter.

Fig. 32. 33. Ex angulo B datis lateribus comprehenſo ducta intelligatur BF perpendicularis ad latus ignotum AC.

In triangulo rectangulo BFC, cùm detur baſis BC, & vnus acutus C, innoteſcent per *Prob.* 2. CF, & BF. Rurſum in trigono rectangulo BFA, cùm dentur baſis AB, & latus BF, innoteſcent per *Problema* 4, angulus BAF, & latus FA.

Fig. 32. Quod ſi angulus ignotus BAC, qui datis lateribus AB, CA non comprehenditur, ſit acutus, ac proinde perpendicularis BF, vt in *fig.* intra triangulum cadat, angulus BAF iam inuentus eſt ipſe BAC quæſitus; & tunc FA iam nota addenda eſt ad CF ante repertam, vt innoteſcat totum latus quæſitum AC.

Fig. 33. Si verò BAC ſit obtuſus, adeóque perpendicularis BF, vt in *Fig.* extra triangulum cadat, angulus inuentus BAF, ſubtrahendus eſt à 180 gradibus, vt innoteſcat quæſitus BAC; & tunc FA iam nota, demenda ex notâ FC, vt innoteſcat latus quæſitum AC.

Rurſum igitur ad inuentionem anguli BAC, & lateris AC neceſſe eſt vt aliunde anguli BAC nota ſit ſpecies.

CAPVT IV.

Fabrica inſtrumenti menſorij, & Scalæ.

PEr menſorium inſtrumentum non aliud intelligo, quàm circulum aut circuli quadrantem ad metiendum debitè præparatum: hoc enim vtemur ſolo, quia cæteris parabilior, vſu planior atque vniuerſalior.

Fabrica Circuli, & Quadrantis.

Fig. 34. Efformetur lamina ænea circularis exactè plana FOLQ, cuius centrum ſit A. Per id deſcribe binas diametros QO, FL ſeſe perpendiculariter interſecantes, quæ totum circulum diuidant in 4 quadrantes, quorum arcus ſingulos QL, LO, OF, FQ, partite in partes æquales 90 hoc ordine: ſeca primò quadrantem in tres arcus æquales per *Coroll.* 13. *prop.* 32. *lib.* 1. Tum hos ſingulos in 5 ſubdiuide, & habebis arcus 15: quibus iterum triſectis arcus prouenient 45: quos ſingulos biſecando habes quadrantem totum in 90 æquales arcus, ſeu Gradus diuiſum. Simili diuiſione in tribus reliquis quadrantibus continuatâ, tota circumferentia erit in 360 Gradus ſecta. Solent Aſtronomi, cùm patitur inſtrumenti magnitudo, ſingulos Gradus denuò ſubdiuidere in 60 æquales partes, quæ Minuta appellant: tum ea rurſum ſingula in alia 60, quæ ſecunda minuta vocitant. Eiuſmodi diuiſio adhibetur, cùm exactiſſima angulorum inuentio ad vſus potiſſimum Aſtronomicos requiritur. Quod ſi per inſtrumenti paruitatem deſignari minuta prima & ſecunda non poſſint, expediet Gradus ſingulos diuidere in partes 6, aut in 3, aut certè in 2. Porro diuiſio ſexagenaria ſic peragitur: primò Gradum diuide in partes 5, quas ſingulas triſecando partes efficies 15: has biſecando habes 30: quibus rurſum biſectis prouenient 60.

Cur autem ad circumferentiæ diuiſionem ex omnibus numeris Mathematici elegerint numeros 360, & 60, cauſa eſt, quod hi numeri plurimas habeant aliquotas, quod in calculo ſolet eſſe percommodum: numerus 360 aliquotas habet 22.

Partes aliquotæ numeri 360.

2	3	4	5	6	8	9	10	12	15	18
180	120	90	72	60	45	40	36	30	24	20

Partes aliquotæ numeri 90.

2	3	5	6	9
45	30	18	15	10

Partes aliquotæ 60.

2	3	4	5	6
30	20	15	12	10

In his ſeriebus numeri oppoſiti ſeſe inuicem denominant, quales nempe ſint partes totius, ex. gr. in primâ ordine 45 oppoſitum ſibi habet 8; ac proinde 45 eſt octaua pars 360; 8 autem eſt 45 pars 360.

Graduum ac minutorum diuiſione peractâ, ſi integrum deſideras menſorium circulum; ad centrum clauo tereti affige regulam, quæ circa ipſum centrum poſſit circumagi eâ lege, vt latus regulæ BAC ſemper tranſeat per centrum A. Regulæ extremitati affigendæ erunt vtrimque dioptræ. Eſt autem dioptra lamella rectangula RK, habens in medio crenam, ſeu rectam lineam perforatam XZ, vel eius loco fidem tenſam: ſed tunc rectangulum dioptræ eſt patens, ſiue vacuum. Sunt autem dioptræ ita regulæ affigendæ, vt crena, ſeu fides XZ perpendiculariter inſiſtat regulæ lateri BAC, per centrum tranſeunti: ſic enim radius per dioptras traiectus ad oculum, ſecundùm regulæ latus BAC, quod eſt omnino neceſſarium, feretur. Denique ad diametri OQ extremum circellus fiat verſatilis S, ex quo ſuſpenſum inſtrumentum ſe libret perfectè, ſic vt diameter QO, ſit horizonti perpendicularis, & FL eidem parallela.

Si quadrantem circuli deſideras, deſcribe in æneâ laminâ exactè planâ rectum angulum BAC, ac centro A inter eius crura arcum CB; quem partire, vt ſuprà docui, in 90 gradus, hoſque, ſi fieri poteſt, ſingulos in partes 6, aut 3, aut certè in 2. Adiungatur deinde regula, quæ circumagi poſſit circa centrum A, ſic vt eius latus OA ſemper per A centrum tranſeat. Tum vtrique lateri AC, AB, & regulæ AO binæ ſingulis inſiſtant dioptræ, vniuerſim nempe ſex, quarum crenæ lateribus AC, AB, AO inſiſtant ad quadrantis planum perpendiculares. Contrahi poſſunt ad tres ſolùm, ſi vna ſtatuatur ad centrum ita mobilis, vt eius crena ſemper centro inſiſtens, maneat ad planum inſtrumenti recta. Denique vt inſtrumentum baculo imponi poſſit, tergo ex oppoſitâ centri parte tubus affigatur, circa quem moueri & circumagi, prout feret res, inſtrumentum valeat. Quadrantem ſic præparatum Stabilem, ſiue Firmum appellant, quod in ſuo vſu fere ſemper vnum eundemque requirat ſitum, videlicet perpendicularem vnius lateris ad horizontem, ad quod opus, vt perpendiculum ad manum ſit, quod vni laterum AB, vel AC applicari poſſit. Quod ſi loco regulæ AO ex centro perpendiculum appenderis AY, reliquis omnibus manentibus, quadrantem habes quem vocant Mobilem; quòd in vſu ſuo modò attolli debeat, modò deprimi; ac proinde continuò ſitum permutet. Expediet vtrumque coniungere, quòd fiet ſi ex crenâ dioptræ centralis perpendiculum ſuſpendatur. Tandem dioptræ laterum extremæ B, C, æqualiter debent eſſe à centro A remotæ, vt quadrante ex annulo liberè ſuſpenſo, radius per eas ductus horizonti æquidiſtet, hoc enim vſum habet præſtantem, vt in *Probl. 13. cap. ſequ.* apparebit. *Fig. 37.*

Artificioſa inuentio minutorum, licet in inſtrumento deſcripta non ſint.

Modum huius artificij ex Petro Nonio Luſitano proponit Clauius, ſed operoſum nimis & vix practicabilem. Feliciùs id exequitur Guidus Vbaldus in Problem. Aſtron. &, quod opinor, alij ex illo, *Fig. 36.*

Conſule partes aliquotas numeri 60, & ex ijs aliquam; vel ipſum numerum 60 auge vnitate. Nos hîc ex. gr. ſumemus 15, partem quartam 60, quæ aucta vnitate facit 16. Ex circum-

cumferentiâ, in quâ minuta deſiderantur, accipe arcum *aZ* graduum tot, quot in numero 60 vnitate aucto, aut in parte eius aliquota (15) vnitate aucta, ſunt vnitates: hic ergo *aZ* erit grad. 16. Huic arcui æqualem & ſimilem deſcribe *lb*, quem diuide in partes æquales vnâ pauciores gradibus arcus *aZ*; hoc eſt vel in 60 partes æquales, aut in tot, quot vnitates habet pars aliquota aſſumpta, quæ hîc eſt 15. Ex hac partitione

Manifeſtum eſt 1. vnam partem arcus *lb* excedere vnum gradum circumferentię *ax*, minuto toties ſumpto, quoties numerus partium arcus *lb* ingreditur 60: ac proinde, cùm in exemplo noſtro arcus *lb* ſit partium 15, qui numerus eſt quarta pars 60, vna pars arcus *lb* excedet vnum gradum circumferentiæ *ax* minutis 4. Facilis eſt demonſtratio. Nam per conſt. arcus *lb* partium 15 æquatur arcui *az* graduum 16. Ergo 15 partes *lb* excedunt 15 gradus *ar* vno gradu *rz*, hoc eſt 60′ minutis. Ergo vna pars *lk* excedit vnum gradum decimâ quintâ parte 60′ minutorum, hoc eſt minutis 4.

Manifeſtum eſt 2. ſi exceſſum vnius partis ſuprà vnum gradum toties ſumpſeris, quot partes dantur, haberi minuta, quibus partes datæ excedunt totidem gradus. Vt ſi dentur *cb* partes 10, decupla minuta quibus vna pars excedit vnum gradum, prouenient minuta quibus *cb* 10 partes, excedunt 10 gradus. Patet ex manifeſto primo.

Ex his

Minuta in circumferentiâ datâ, quamuis in eâ non ſint deſcripta, hunc in modum reperiemus. Ponamus regulam, ſeu perpendiculum, præter gradus integros *af*, abſcidiſſe partem gradus *fo*; quæritur quot minuta ſint in *fo*. Arcum *lb* applica circumferentiæ *oa*, ſic vt eius initium *b* tangat *o*. Vide cuius partis initium conueniat cum initio alicuius gradus. Hîc *c* conuenit cum *q*. Patet tot partes eſſe in *cb*, quot gradus in *qf*. Igitur ex manifeſto 2, & 1, ſcietur quot minutorum ſit exceſſus *fo*, quo partes *cb* excedunt totidem gradus *qf*; ac proinde notum fiet, quot minuta contineat *fo*.

Ita totum hoc artificium habent Tyrones breuiſſimè & propoſitum & demonſtratum.

Scalæ constructio.

Fig. 35. Scalam voco lineam rectam in partes ſectam progreſſionis decuplæ. Vſum habet inſignem non ſolùm in hac materiâ, ſed in alijs etiam quàm plurimis.

Ex lineâ infinitâ ZAX abſcindantur æquales particulæ A*b*, *bg*, *gh* &c. vſque in Z, quæ quò maiores erunt vel minores, eò tota ſcala erit maior, minorue. Deinde totum interuallum AZ particularum 10, circino acceptum tranſcribatur decies in rectam infinitam AX, nimirum ex A in M; ex M in V; ex V in X, & ſic deinceps. Hæc erit ſcala, quæ petebatur.

In quâ ſi velis particulam A*b* repræſentare pedem vnum, A*g* pedes duos, A*h* tres &c. repræſentabit MA pedes 10; VA pedes 20; XA pedes 30. Si autem velis A*b* accipere pro 10 pedibus, A*g* pro 20 pedibus, A*h* pro 30 &c. tunc MA referet pedes 100; VA pedes 200; & ſic deinceps.

Itaque ſi cupiam vnicâ circini aperturâ ſumere interuallum ex. gr. partium 27, ex V in A ſunt pedes 20; ex A in *n* ſunt pedes 7, circini igitur crure vno fixo in V, & altero extenſo vſque in *n*, habes lineam V*n* partium 27.

Eodem modo operandum erit, ſi cupias interuallum pedum 280. Tunc enim VA refert partes 200 & A*n* partes 80; ac proinde V*n* partes 280.

Sed quoniam ſcala huiuſmodi ſolùm poteſt exhibere partium decades, & vnitates, aut centenas & decades, aut millia & centenas, hoc eſt duos tantùm gradus progreſſionis decuplæ; aliam Practici Geometræ excogitarunt, quæ tres gradus progreſſionis decuplæ contineat, nimirum millenas, centenas, decades; vel centenas, decades, vnitates; vel decades, vnitates, & vnitatis decimas.

Alterius ſcalæ exactioris conſtructio.

Fig. 35. Conſtruatur, vt ſuprà, ſcala ſimplex ZAX; & ex A erigatur perpendicularis infinita AL, in quâ ſignentur 10 æquales particulæ ex A in L, ſiue eæ æquales ſint particulis A*b*, *bg* &c. ſiue non; & ex *b* termino particulæ A*b* ducatur *b*L, vt conſtituatur triangulum AL*b*, cuius ope inuenientur partes decimæ ipſius A*b*. Deinde per ſingula diuiſionum puncta rectæ AL ducantur parallelæ ad ZX, quarum poſtrema eſt CLT; & per ſingula diuiſionum puncta ip-

ſius

ſius *b*Z, parallelæ ducantur ad *b*L, quarum poſtrema eſt ZC. Denique per diuiſiones M, V, X &c. ducantur MY, VT, XΦ &c. parallelæ ad AL. Quibus peractis, abſoluta eſt ſcala exhibens tres gradus progreſſionis decuplæ.

Nam lineolæ interceptæ in triangulo ALB, ſunt partes decimæ ipſarum AB, BG &c. quæ rurſum decimæ ſunt ipſarum AM, MV &c. *Quod facile demonſtratur hunc in modum*. Quoniam *pk* per conſtr. eſt parallela ad *b*A, erit [a] *b*A ad *pk*, vt AL ad *k*L. Atqui per conſtr. quarum partium AL eſt 10, earum *k*L eſt 9. Ergo etiam quarum partium *b*A eſt 10, earumdem *pk* eſt 9; hoc eſt, *pk* eſt nouem decimæ ipſius *b*A. Eodem modo oſtendam interceptam ſequentem eſſe ipſius *b*A, 8 decimas, & huic proximam, 7 decimas, & ſic deinceps, ac tandem *a* eſſe decimam vnam. a Corol 1. prop. 4. 6.

In hac ſcalâ ſi in triangulo *b*LA intercepta prima *a* ſupponatur pro vnitate quamlibet menſuram ex. gr. pedem vnum repræſentante, tunc intercepta ſecunda erit 2; tertia erit 3; & ſic deinceps vſque ad A*b*. A*b* verò, ſeu L*f* erit 10; L*ω* erit 20; & ſic deinceps vſque ad LC. LY erit 100, LT 200; & ſic deinceps.

Quod ſi *a* ſupponatur pro 1 decimâ vnitatis, quamlibet menſuram repræſentantis, tum intercepta ſecunda erit 2 decimæ, tertia 3 decimæ; & ſic porro. A*b* verò, ſeu L*f* erit 1; L*ω* erit 2; & ſic deinceps. LY verò erit 10; LT erit 20, & ſic deinceps.

Vſum huius ſcalæ oſtendent Praxes ſequentes.

PRAXIS I.

Tres gradus proportionis decuplæ ex ſcalâ deſumere vnâ circini aperturâ.

EX gr. 366 partes ſcalæ, hoc eſt 3 centenas, 6 decades, 6 vnitates. Incipe à gradu infimo, & in triangulo *b*AL quære ſextam lineam *sr*, quæ dabit 6 vnitates; tum in *sr* continuatâ versùs *d* numera 6 decades, ſeu 60, ex *s* vſque in *q*. Rurſum ex *r* vſque in *β* numera 3 centenas, ſeu 300. Denique circini pede vno fixo in *β*, alterum extende vſque in *q*; recta ſeu interuallum *βq*, continet partes ſcalæ 366.

Eodem modo erat operandum ſi petitæ forent partes 26 & 6 decimæ.

PRAXIS II.

Quot partes ſcalæ recta quæuis in chartâ deſcripta contineat, inuenire.

ACcipiatur circino quantitas datæ rectæ E; quæ ſi maior ſit quàm LY, eligatur ex rectis MY, VT, XΦ &c. ea, cuius diſtantia ab AL, ſit minor proximè quàm E; ea ſit XΦ. Deinde in rectâ XΦ eligatur interſectio talis, ex. gr. *β*, vt vno circini crure poſito in *β*, alter etiam incidat in aliquam parallelæ *βd* interſectionem, ex. gr. in *q*. Quo obtento, nota erit recta E, nam *βr* eſt 300, *sq* eſt 60, *sr* eſt 6; ac proinde tota *βq*, hoc eſt, E, continet partes ſcalæ 366. ſi vno crure poſito in *β*, alterum incidiſſet in *s*, tunc data E fuiſſet 306 part. ſcalæ, nam *βr* eſt 300, & *sr*, 6: ſi in *r*, tunc data recta fuiſſet 300.

Quod ſi data recta E minor ſit quàm LY, tunc eius quantitate, vt priùs, circino acceptâ, in recta AL eligenda eſt interſectio talis ex. gr. *r*, vt vno circini crure poſito in *r*, alterum etiam incidat in aliquam parallelæ *rd* interſectionem, puta in *q*. Quo obtento, nota erit rurſum data recta, E. Nam *qs* eſt partes ſcalæ 60, & *sr*, 6; adeóque tota *qr*, ſeu E, eſt 66.

CAPVT V.

Diſtantiarum & altitudinum dimenſio.

AD dimetiendas rerum diſtantias & altitudines varia Geometræ inſtrumenta, ſiue organa excogitarunt: quæ omnia ſi proponere atque exponere voluerimus, varietate rerum & praxium multitudine Tyrones obruentur potius, quàm inſtruentur. Quare hîc alio non vtemur, quàm circulo, & quadrante circuli, ſiue firmo, ſiue pendulo. Hoc inſtrumento nihil ſimplicius, nihil parabilius. Caret varietate caſuum, quâ implicatur quadratum: vſum verò præ cæteris omnibus habet non ſolùm in Practicâ Geometriâ, ſed etiam

in Aſtronomiâ vniuerſâ ampliſſimum & immediatum. Vbi cætera nihil poſſunt, niſi prout à circulo deriuantur.

Definitiones.

1. *Altitudo* eſt linea recta ad horizontem, id eſt Terræ ſuperficiem perpendicularis, ac proinde ad terræ centrum directa.

Fig. 38. 39. 2. *Diſtantia oculi ab altitudine menſuranda*, eſt recta AB, ab oculo A ad altitudinem CB perpendicularis. Atque ea ſemper intelligitur, cùm diſtantia ſimpliciter nominatur.

3. *Diſtantia oculi ab aliquo puncto* C, ſeu diſtantia puncti A à puncto C, eſt linea recta ab oculi centro ad punctum, vel à puncto ad punctum extenſa.

4. *Angulus Altitudinis* eſt (BAC) quem in oculo A efficit diſtantia BA cum radio CA à vertice altitudinis ad oculum emiſſo.

Fig. 41. 5. *Angulus Diſtantiæ* eſt (CAB) quem in oculo A efficit AC perpendicularis ab oculo ad ipſam BC diſtantiam ducta, & radius BA, ab extremitate diſtantiæ ad oculum directus.

Fig. 44. 6. *Angulus interualli duorum locorum* X, Z eſt (XAZ) quem in oculo A efficiunt radij à locis X, & Z ad oculum directi.

7. *Menſuratio Geometrica* eſt, quæ ex quibuſdam cognitis Geometrico ratiocinio peragitur.

8. *Mechanica*, quæ abſoluitur applicando menſuram, ex. gr. perticam.

Geometrica adhibetur, cùm deficit mechanica. Hæc vbicumque adhiberi poteſt, illi præferenda; quia minùs errori expoſita. Quamuis enim operationes Geometricæ ſecundùm ſe infallibiles ſint, facilè tamen, ſiue vitio inſtrumenti, ſiue collocatione inſtrumenti malâ, error committitur, ſi menſor eſt imperitus aut incurius.

Vt autem in calculo vitentur fractionum moleſtiæ; pertica, ſiue regula, quæ ad dimenſiones mechanica adhibenda eſt, ſectione denariâ erit partienda: nimirum deſignanda in eâ erunt 10 pedum aut plurium continua interualla, quæ deinde ſingula erunt in decem æquales partes, quas Pollices appellamus, ſubdiuidenda. Si maior accuratio deſideratur; hæ iterum ſingulæ in 10 æquales partes, aut certè in quinque vel duas ſecari poſſunt. Ita porrò fiet vt pro fractionibus alijs decimales ſolæ ſint obuenturæ, quas in calculo tractare poſſumus vt numeros integros, vt tradidi Arithm. *lib.* 2. *cap.* 11.

9. *Altitudo Acceſſibilis* dicitur, cuius diſtantia mechanicè menſurari poteſt.

10. *Altitudo Inacceſſa*, cuius diſtantia non poteſt mechanicè menſurari.

11. *Triangulum Opticum* voco, quod in aëre aut ſuperficie terræ per radios deſcriptum intelligitur.

PORISMA I.

Altitudinis angulum inueſtigare.

Quadrante ſtabili, ſeu firmo.

Fig. 39. BAculum ferreâ cuſpide armatum ſolo infige: huic quadrantem AFL impone eâ lege, vt latus vnum FA ſit perpendiculare ad Terram (quod ope perpendiculi obtinebitur) & centrum A ſit infrà, & planum quadrantis dirigatur in altitudinem CB. Deinde regulam AO, quæ circà centrum A volubilis eſt, ita attolle vel deprime, vt oculus admotus centro A, & per regulæ AO vtramque dioptram collimans, conſpiciat apicem C altitudinis menſurandæ. Arcus quadrantis LO, quem latus regulæ deorſum intercipit, indicabit quantitatem anguli quæſiti CAB: quot enim gradus & minuta continebit arcus LO, tot graduum & minutorum erit angulus altitudinis CAB.

Quò quadrans erit maior, eò erit inuentio anguli accuratior, tum quia certiùs collocari poteſt latus horizonti perpendiculare, tum quia præter gradus, etiam minuta in eo ſignari poſſunt. Itaque cùm dimenſio ſummè exacta quæritur, fabricandus eſſet quadrans eâ magnitudine, qui limbum habeat non ſolùm in gradus ſed etiam in minuta prima, imò, ſi fieri poſſit, etiam in ſecunda, aut certè in ſecundorum decades ſubdiuiſum. Ex quo patet præſtantia quadrantis præcedenti capite deſcripti, qui licet magnitudine ſit mediocri, minuta prima exhibere poteſt.

Circulo

Circulo pendulo.

Baculum, vt ſuprà, ſolo infige, & ex eo appenſo inſtrumento, eiuſque plano verſus altitudinem CB directo, regulam R*o*O ita circumage, vt oculus ad eius extremitatem R applicatus, & per vtramque illius dioptram collimans, conſpiciat C apicem altitudinis menſurandæ. Arcus LO, quem inſtrumenti linea horizontalis S*o*L, & regulæ latus *o*O intercipiunt, indicabit quantitatem anguli quæſiti C*o*B. *Fig. 38.*

Vt operatio euadat exactior, eiuſmodi examen & correctio adhiberi poterit. Vbi ſemel collimaueris, verte inſtrumentum & collima denuò. Si in vtrâque collimatione arcus LO ſint æquales, credibile eſt operationem fuiſſe exactam: ſin verò inæquales, vt ſi in primâ collimatione, ſit grad. 60; in ſecundâ grad 59; certum eſt aut in inſtrumento, aut in operatione vitium ineſſe: tum verò differentiæ ſemiſſem adde minori arcui, vt fiat grad. 59. 30′, pro angulo exacto.

Quadrante pendulo.

Baculo, vt prius, in terrâ defixo Quadrantem impone, & latus Quadrantis A*o* dirige *Fig. 40.*
in apicem altitudinis C eâ lege, vt centrum *o* ſit apici C propinquius; & oculus in A conſtitutus per vtramq; lateris dioptram collimando videat apicem C, & planum Quadrantis ſit applicatum perpendiculo liberè pendenti. Arcus *fz* à perpendiculo abſciſſus, indicabit quantitatem anguli *foz*, qui angulo altitudinis æqualis eſt.

Quod ſic oſtendes. Intelligatur ducta AB perpendicularis ad CB, quam perpendiculum *of* ſecet in *q*. Igitur [a] CAB eſt angulus altitudinis, eademque AB etiam horizonti æquidiſtat; *a defin 4.*
ac proinde perpendiculum *of*, ad eam in *q* perpendiculare eſt. Quoniam igitur ab angulo *b ex hyp.*
[b] recto AOX in baſim AX cadit perpendicularis *oq*, erit angulus *qox*, ſeu *foz* æqualis [c] an- *c 8. lib. 6.*
gulo *o*A*x*, ſeu CAB.

PORISMA 2.

Angulum diſtantiæ inuenire.

Quadrante ſtabili.

Latus vnum AF ſtatue horizonti perpendiculare, ſic vt centrum A ſit ſuprà, & planum quadrantis exiſtat in plano CAB: tum regulam AO ita volue, vt oculus centro A applicatus, & per vtramque dioptram regulæ collimans conſpiciat extremitatem diſtantiæ B. Arcus FO indicabit quantitatem anguli diſtantiæ BAC. *Fig. 41.*

Circulo pendulo.

Eadem eſt operatio, niſi quod circulo liberè & quietè ſuſpenſo oculus applicandus ſit ad regulæ extremitatem ſuperiorem *r*. *Fig. 42.*

Examen & correctio adhiberi poteſt, quæ ſuprà.

Quadrante pendulo.

Dirige latus quadrantis AO in extremitatem diſtantię B, ſic vt centrum A ſit ſuprà, & oculus centro A applicatus per dioptras lateris AO videat extremitatem B. cætera vt ſuprà. Arcus O*f* à perpendiculo abſciſſus manifeſtabit angulum diſtantiæ BAC quæſitum. *Fig. 43.*

PORISMA 3.

Data ſint duo loca X, Z, & oculus in A: angulum interualli XAZ inuenire.

PEnduli Circulus & Quadrans huic operi inſeruire non poſſunt.

Igitur planum Quadrantis firmi baculo in terrâ defixo impoſiti ſtatue in plano XAZ. *Fig. 44.*
Tum latus AB dirige in ſignum Z, & regulam AC in ſignum X, ſic vt oculus in A centro collimans per dioptras lateris A*b*, videat Z, & collimans per dioptras regulæ A*c* videat X. Arcus *bc* manifeſtabit angulum interualli quæſitum XAZ.

Fig. 45. Quando angulus eſt obtuſus, vt FAL, poſito centro in A anguli vertice, ſtatue quadrantis latus AB in directum eum vno anguli latere AF, collimando per dioptras B, A, in F: regulam verò AO dirige in anguli latus alterum AL, collimando per dioptras A, O in L. Arcus OC indicabit exceſſum anguli dati FAL, ſupra rectum.

Angulus interualli duorum locorum longè certiùs colligitur, quàm anguli altitudinis & diſtantiæ, quòd neque ſitus perpendicularis neque libramentum inſtrumenti, neque perpendiculum hic requirantur in quibus deuiatio vel modica errorem notabilem in operationem inducit, vt oſtendam infra in ſcholio probl. 16.

Scholium.

Iudicium de inſtrumentis.

Cùm certitudo dimenſionum, quas tradituri deinceps ſumus, ab inuentione accuratâ horum angulorum maximè dependeat; operæ pretium fuerit hîc annotare quædam ad errores præcauendos idonea.

1. In Quadrante ſtabili præcipuum erroris periculum eſt in collocatione perpendiculari vnius lateris; deuiatio quippe inſenſibilis à perpendiculo errorem infert in dimenſione ſenſibilem, vt ſub finem huius capitis oſtendam in ſcholio probl. 16. num. 1.

2. Quadrans pendulus eo periculo caret penitus; ſed aliâ eget cautelâ duplici circa liberum deſcenſum perpendiculi: prima eſt, vt perpendiculo ita planum quadrantis applicetur, vt tamen illius libertatem contactu ſuo non impediat: ſecunda vt quieſcat: quare eius motum leni attactu elidere oportet, ſi nimis diu titubet. Vtrumque factu perfacile. Vnde Quadrantem pendulum cùm eius eſſe vſus poteſt, longè præferendum ſtabili exiſtimo.

Fig. 38. *3. Circulus liberè ſuſpenſus, vtroque caret incommodo: cùm enim ſeipſum libret, curâ nos liberat collocationis perpendicularis; & cùm regulam habeat mobilem, etiam à perpendiculi moleſtijs expedimur. Verùm alia ſolicitudo ſuccedit à circuli libramento perfecto, quod obtineri non poteſt, niſi diametrum FX, ex quâ circulus ſuſpenſus eſt, quæque alteram SL perpendiculariter interſecat, partes æque graues circumſiſtant. Defectum libramenti cognoſces, ſi factâ collimatione vnâ, vertas circulum, & denuò in idem punctum collimes. Tunc enim ſi arcus à regulâ abſciſſi æquales fuerint in collimatione vtrâque, proba erit inſtrumenti libratio: ſi inæquales; aut libramentum deficit aut in graduum diuiſione erratum eſt. Nihilominus hic error, ſi non ſit magnus, ſatis corrigitur, ſi (quod ſupra monui) eius ſemiſſem addas arcui ex repertis minori, is enim ita auctus inter nimis magnum & nimis paruum medius eſt, ac proinde aut verus aut certè vero propinquior. Magnitudine porrò circulus integer vtrique quadranti manifeſtè cedit, cùm è quatuor quadrantibus quos complectitur, vnus tantùm angulorum inueſtigationi ſubſeruiat, tribus reliquis ad ſolum libramentum requiſitis. Non deeſt etiam moleſtia à titubatione penduli inſtrumenti quæ manu leniter admota elidenda eſt.*

Ex hactenus annotatis ita ſtatuo, Quadrantem pendulum in capiendis angulis altitudinis ac diſtantiæ adhibendum præ omnibus; deinde Circulum: poſtremo loco Quadrantem ſtabilem: qui tamen duobus illis hôc antecellit, quòd vſum habeat latiorem, cùm eius ſolius ope reperiri poſſit, & quidem omnium ſecuriſſimè, angulus interualli, quod alia duo non poſſunt. Adde etiam quod illi arcus minutorum expeditiùs applicari poſſit.

PRO-

PROBLEMA I.

Diſtantiam inacceſſam montis vel turris, per duas ſtationes metiri.

TVrris, ſeu montis altitudo ſit BC, diſtantia AB. In ipſâ lineâ diſtantiæ eligantur duæ ſtationes in A, & F, quarum interuallum metire mechanicè, & ſit ex.gr. pedum 500. Ad hoc verò requiritur planities ampla & patens, vt accedere ad rem diſtantem, aut recedere ab eâ tanto interuallo poſſis, quanto opus erit. Eò autem certior erit dimenſio, quò interuallum fuerit maius. Radij viſuales ab oculo in vtrâque ſtatione ad C verticem altitudinis ſint AC, FC. Inueniantur [a] altitudinum anguli CAB, CFB, quibus ſubtractis à 90 gradibus, noti fiunt [b] anguli complentes ACB, FCB. Poſito ergo ſinu toto CB, [c] angulorum ACB, FCB, tangentes erunt AB, FB; ac proinde AF interuallum ſtationum eſt tangentium differentia. Ergo eſt Fig. 46. a prop.1.c.5. b 32.lib.1. vel annot. 11 cap.3. c def 9.c.2.

Vt	AF differentia tangentium, angulorum ACB, FCB, complentium altitudinis angulos	Ad	maiorem tangentem AB
Ita	AF Stationum Interuallum pedum 500	Ad	diſtantiæ AB quæſita pedes.....

Tria prima ſunt nota. Ergo etiam quartum innoteſcet, diſtantia nempe AB, in eâdem menſurâ, in qua notum eſt AF ſtationum interuallum.

Aliter.

Intelligatur eſſe ducta FZ parallela ad AC. Poſito ſinu toto FB, [d] erit CB tangens anguli CFB & ZB tangens anguli ZFB, qui angulo altitudinis CAB per *prop. 27. lib.* 1. æqualis eſt. Ergo CZ eſt differentia tangentium angulorum altitudinis. Iam per *Coroll. 1. prop. 4. lib. 6.* Fig. 46. d defin. 9. cap. 2.

Vt	CZ differentia tangentium, angulorum altitudinis CFB, CAB	Ad	ZB tangentem minorem
Ita	AF interuallum ſtationum ped. 500,	Ad	minoris diſtantiæ FB pedes.....

Cùm ergo tria prima ſint nota, etiam quartum fiet notum per regulam proportionum.

Hic modus eſt primo aliquantò breuior, primus tamen in eo præſtat, quòd eâdem fere operâ exhibeat etiam altitudinem, vt apparebit ex problemate 7.

Abſque ſinibus & calculo inacceſſam diſtantiam, imo & altitudinem eadem opera metiri.

Angulo in primâ ſtatione inuento deſcribatur per prax. 3. ſchol. *pag. 23. lib. 1. elem.* in chartâ æqualis SAX: & quot pedum fuit interuallum ſtationum, totidem partes ex ſcalâ acceptas tranſſcribe in latus AS ex A in F. Fiat deinde noto iam angulo ſtationis ſecundæ æqualis SFO, & latus FO occurrat lateri AX in C. Ex C demitte perpendicularem CB occurrentem lateri AS in B. Patet ex *prop. 32. lib. 1.* triangula ACB, FCB triangulis opticis vtriuſque ſtationis æquiangula, ideoque per *prop. 4. lib. 6.* iiſdem ſimilia eſſe; ac proinde AF referre interuallum ſtationum, & AB diſtantiam, & CB altitudinem. Inquire igitur quot partes ſcalæ contineant AB, & CB: totidem quippe pedes diſtantia ipſa, & altitudo continebunt. Fig. 46.

Cùm enim tres lineæ AF, AB, CB ſint proportionales interuallo ſtationum, diſtantiæ, altitudini, & cum ex conſtr. interuallum ſtationum tot pedes contineat, quot ſcalæ partes continet AF; neceſſe eſt etiam diſtantia & altitudo tot ſint pedum, quot partium ſcalæ ſunt AB, & CB.

Scholium.

Practici Geometræ, qui de hoc argumento hactenus ſcripſêre, praxes ſuas abſque limitatione vllâ ſolent proponere. Vnde fit vt ij, qui in rebus Geometricis parum

rum ſunt experti, dum abſque ſcrupulo vllo vbique & ſemper eodem modo operantur, in magnos errores incidant: cæteri verò, qui peritiores ſunt, dum errores tantos obſeruant, neque ſatis ex quibus naſcantur cauſis expendunt, ſibi perſuadeant ferè nihil exactum hiſce dimenſionibus poſſe obtineri. His incommodis facilè occurretur, ſi limitationes & determinationes neceſſariæ ſuis locis adhibeantur. Quod igitur in Geometriâ Practicâ deſiderari potiſſimum video, ſupplebunt ſcholia, quæ problematis, vbi opus erit, ſubiungentur.

I.

Sub angulo altitudinis valde paruo incerta erit diſtantiæ dimenſio.

Fig. 47. *Si enim inſtrumentis vtamur ordinariæ magnitudinis, facilè error aliquis in capiendis angulis, altitudinis præſertim, committitur. Error autem vel minimus in quantitate anguli valde parui determinandâ commiſſus, ingentem cauſat errorem in diſtantiâ. Altitudo montis ſit BC; diſtantia horizontaliter infinitè extenſa BX. Exilem aliquem Angulum altitudinis, in ſtatione videlicet admodum remotâ, ponamus inuentum eſſe CAB, vero maiorem: verus autem ſit CFB. Quoniam CAB externus* [k] *vtrique CFB, & FCA æqualis eſt; erit FCA differentia falſi CAB, & veri CFB; hoc eſt FCA eſt ipſe error, ſeu erroris quantitas. Statuamus deinde in ſtatione viciniori repertum eſſe aliquem altitudinis angulum præcedenti maiorem CQB, qui à vero COB etiam differat angulo OCQ: & ſint errores ambo FCA, OCQ æquales. Manifeſtum eſt FCA longè maiorem intercipere partem (FA) in lineâ diſtantiæ quàm ſit OQ intercepta ab OCQ. Sunt autem FA. OQ, errores diſtantiæ; ſiquidem FB eſt diſtantia vera collecta ex vero angulo altitudinis CFB, & AB eſt diſtantia falſa deducta ex falſo angulo CAB, ac proinde FA, diſtantiæ veræ ac falſæ differentia, eſt error diſtantiæ. Atque idem eodem modo oſtenditur in OQ. Liquet ergo cùm peccatur in paruo altitudinis angulo, errorem diſtantiæ multò cauſari maiorem, quàm in magno.*

k 32. lib. 1.

Imò fieri poteſt, vt idem error etiam minimus in altitudinis angulo ſemper decreſcente, errorem in diſtantiâ cauſet quouis dato maiorem; hoc eſt vt diſtantia colligatur verâ maior minorûe decuplo, centuplo, millecuplo. Aſſumatur enim in quouis altitudinis angulo eadem ſemper quantitas erroris, quæ ſupra nempe FCA vel OCQ, & ex C ducatur CZ parallela ad BX. Cogitemus angulum FCA, moueri verſus parallelam CZ, ſic vt tandem vnum eius latus incidat in ipſam parallelam, & ſit LCZ idem qui FCA. Tunc vnum latus CL alicubi cum BX concurret; alterum verò nuſquam, vtpote parallelum: ac proinde angulus ille cùm parallelam attigerit, in linea horizontali intercipiet longitudinem infinitam. Ergo accedendo ſemper propiùs ac propiùs ad parallelam, intercipere poterit longitudinem datâ quâuis finitâ maiorem. Atqui decreſcente in infinitum altitudinis angulo CFB, vnum eius latus CA, ac proinde etiam angulus ACF, qui eſt erroris quantitas, accedit ad parallelam CZ propiùs ſemper ac propiùs in infinitum. Ergo decreſcente abſque termino altitudinis angulo, poteſt error ACF intercipere partem ex BX datâ maiorem; ac proinde vel minimus error in altitudinis angulo errorem in diſtantia cauſare poteſt quouis dato maiorem.

Nota, *Hic ſolùm expendiſſe me defectum anguli altitudinis ortum ex ſitu vitioſo lateris ſuperni CL; ſupponendo infernum latus ſitum habere debitum, nempe horizonti parallelum, ex cuius defectu quid naſcatur erroris, exponam in ſcholio probl. 16. Vitiatur ſitus lateris ſuperni ex malâ collimatione ad apicem altitudinis, & inæquali diuiſione graduum aliohe inſtrumenti vitio.*

2 Quan-

II.

Quantum eſſe debeat interuallum ſtationum.

In conſtructione Problematis requiritur differentia aliqua tangentium, vel angulornm altitudinis, vel angulorum ipſos complentium. Ea autem vt habeatur, neceſſe eſt vt aliqua ſit differentia ipſorum angulorum: & vt differentia angulorum obtineatur, opus eſt iuſto ſtationum interuallo. Loca ſtationum ſint A & F. Angulorum altitndinis in his ſtationibus CAB, CFB, differentia eſt ACF (eſt enim CFB par duobus [b] *CAB, ACF): qui angulus ACF quò fuerit maior, eò certior operatio erit: erit porrò eo maior, quò ſtationum A, F interuallum fuerit maius. Toto hîc cælo aberrant ij qui non ſatis iſta expendunt, dum arbitrantur ſtationum interuallo quolibet ad libitum aſſumpto, ſenſibilem angulorum differentiam poſſe obtineri. Quantùm fallantur, ex inuentione ipsâ interualli apparebit.* Fig.46. b 32.lib.1.

Quoniam conſultum eſt vt differentia angularis ACF vnius gradus exiſtat, ſtatuamus altitudinis angulum CAB, in ſtatione A eſſe 14 grad: CFB in ſtatione F, grad. 15. Ergo complementa eorum, ACB, FCB ſunt grad. 76, & 75: quorum tangentes ſunt [c] *AB, FB; & ex tabulis dantur 401078, & 373205, adeóq; & tangentium differentia 27873, ipſum videlicet interuallum ſtationum AF: cuius proinde ratio ad diſtantiam maiorem AB reperitur, maiorem tangentem per tangentium differentiam diuidendo. Comperies igitur hac ratione, cùm in prima ſtatione habetur altitudinis angulus 14 grad. vt obtineatur in ſtatione ſecundâ angulus vno gradu maior, nempe grad. 15, oportere accedere per ſpatium (AF) quod ferè ſit pars decimaquarta totius diſtantiæ AB, eodem modo inueſtigabitur quocumque dato altitudinis angulo in ſtatione vnâ, quanto opus ſit ſtationum interuallo, vt acquiratur in ſtatione alterâ angulus altitudinis differens gradu vno aut pluribus.* c defin.9. cap.2.

Anguli altitudinis graduum	*requirunt interuallum ſtationum, quod ſit maioris diſtantiæ AB pars.*
19 & 20	$18\frac{83}{130}$.
14 & 15	$14\frac{108}{678}$
10 & 11	$10\frac{403}{520}$
5 & 4	$4\frac{281}{647}$

III.

Quæ ſit proportio altitudinis ad diſtantiam ſub varijs angulis.

In triangulo rectangulo ABC, dato altitudinis angulo A, datur proportio laterum, nimirum AB diſtantiæ, quæ eſt ſinus totus, & CB altitudinis, quæ eſt tangens anguli A per defin. 9. cap. 2. Itaque Fig.46.

poſito altitudinis angulo CAB Graduum.	*erit altitudo CB, diſtantiæ AB* Pars
20	$2\frac{273}{365}$
15	$3\frac{210}{287}$
10	$5\frac{118}{176}$
5	$11\frac{3772}{8748}$
3	$19\frac{44}{624}$
1	$57\frac{235}{1746}$

Hæc intellige, ſi diſtantia non ſit tanta, vt propter rotunditatem terræ ſenſibiliter curua euadat; quod eueniet ſi gradum vnum adæquet ambitus terreni. Alti- Fig.48.

Fig. 48. *tudo montis eſto CB, quæ protracta tranſit per terræ centrum X. Oculus ſit in A. Interuallum AB grad. 1. quamuis in figurâ amplius ſit aſſumptum commoditatis gratiâ. Quoniam angulus altitudinis per inſtrumentum capitur, dirigente perpendiculo, quod ſemper tendit ad centrum terræ X; triangulum rectangulum diſtantiæ, quod hactenus conſiderauimus, non erit FBC, ſed AOF, in quo FO minor eſt ſenſibiliter, (vt oſtendam infrà in Scholio 2 Probl 8.) altitudine montis BC: diſtantiarum tamen AO, AB, differentia minoris quidem, ſed alicuius tamen adhuc momenti eſt, ſi cum BC comparentur; nullius, ſi inter ſe, vt oſtendam numero 4. Quare cùm diſtantia æquat. 1. grad. proportiones iam traditæ ſunt proportiones ipſius AO, ſeu AB ad FO; ac proinde maiores quam AB diſtantiæ, ad altitudinem veram BC.*

IV.

Vtrum rotunditas terræ officiat huic menſurationi diſtantiæ.

Fig. 48.

Ita ſuſpicari quiſpiam poſſet ex ijs, quæ num. 3. obſeruauimus. Repetantur iſthic obſeruata vnà cum diagrammate, in quo diſtantia menſoris à monte ſit AB gradus vnus terreni ambitus; hoc eſt (vt cap. 6. Prob. 4 docebitur) 24 milliariũ Belgicorum. Linea diſtantiæ, cuius quantitas ex vi Problematis reperitur, eſt non arcus AB, ſed AO tangens ſuperficiem terræ. Ducatur ſubtenſa AB. Tangens AO vnius gradus, excedit AB ſubtenſam vnius gradus nequidem parte milleſimâ. Igitur AO ſubtenſam AB, adeòque adhuc magis arcum AB inſenſibiliter excedit. Vnde ne quidem in diſtantiam 24 milliarium Belgicorum quidquam erroris vllo modo perceptibilis rotunditas terræ deriuat.

PROBLEMA II.

Diſtantiam inacceſſam per duas ſtationes aliter metiri.

Fig. 49. vel 50. DIſtantia menſuranda ſit AB; in cuius extremitate ſit turris, ſeu altitudo alia, cuius apex C diſtinctè videri poſſit. In planitie circumpoſitâ eligatur altera ſtatio lateralis F, cuius diſtantia à primâ A menſuretur mechanicè. Inueſtigentur deinde vtriuſque ſtationis anguli, nimirum FAC, AFC: cum quibus, & latere noto AF reperietur per *Probl. 9. cap. 3.* latus AC diſtantia menſoris à vertice turris BC; ſi nimirum fiat vt ſinus anguli FCA ad ſinum anguli AFC, ita latus notum AF ad aliud.

Requiruntur ergo hæc.

1. *Planities ampla circa A, vt menſurari poſſit mechanicè interuallum ſtationum AF.*

2. *Interuallum ſtationum quàm fieri poteſt maximum, vt angulus FCA fiat ſenſibilis: quò enim ille maior erit, eò certior operatio euadet. Expediet igitur eum non eſſe minorem vno gradu; imo ſi fieri poterit, vt gradus æquet 4 vel 5, aut ſaltem tres, duoſue.*

3. *Vt non ſolùm in termino diſtantiæ menſurandæ erecta ſit altitudo quæpiam, cuius apex diſtinctè videri poſſit ex ſtatione vtrâque A & F; ſed etiam vt in A extet ſignum, quod ex F, & in F ſignum, quod ex A ſpectari poſſit, ex. gr. cacumen turriculæ aut domus. Quod ſi deſint ſigna viſibilia in A & F, ea erunt quocumque demum modo ſupplenda.*

4. *Vt angulus AFC, vel FAC quem ſtationum intercapedo AF facit cum radio viſuali, ſit rectus, aut recto quàm proximus: tunc verò ſoluetur quæſitum per Probl. 3. cap. 3.*.

Inuentâ hunc modum AC diſtantiâ menſoris ab apice turris BC, ſi exiſtat ſenſibilis differentia inter AC & AB, (quod quando accidat, in Scholio tradetur) tum in rectangulo trigono ABC, cum iam inuentâ AC & altitudinis angulo CAB, qui notus fiet per *por. 1*, inuenietur ipſa AB per *prob. 2. cap. 3.*

Quod ſi defectu planitiei circa A mechanicè menſurari nequeat interuallum ſtationis lateralis AF; aut ex F loca A & C ſpectari nequeant; aut tanta ſit diſtantia, vt nimis magno opus ſit ſtationum interuallo ad obtinendum ſenſibilem angulum FCA; confugiendum erit ad Problema ſequens.

Cæterùm hæc menſurandæ diſtantiæ ratio videri poſſet anteponenda præcedenti, primò quia minori indiget ſtationum interuallo, vt oſtendam infra in Scholio num. 4. Secundò quod ad longè maiorem diſtantiam menſurandam ſe extendit, quàm præcedens. Quamuis autem hæc praxis tres requirat angulos, v-

num

Digitized by Google

num altitudinis, duos diſtantiæ, vbi altera ſolùm duos altitudinis: id tamen inde ſatis videtur compenſari, quòd ſecurior ſit (vt dixi por. 3. ſup.) angulorum diſtantiæ inueſtigatio.

Aliter abſque ſinibus & calculo non ſolùm diſtantiam inacceſſam, ſed etiam altitudinem inuenire.

Stationibus inſtitutis, vt ſupra, inuentiſque per inſtrumentum angulis: ſume ex ſcalâ tot Fig. 49.
partes, quot paſſus ex. gr. erant in ſtationum interuallo, eaſque tranſcribe ex A in F. Ad ex- vel 50.
tremitates rectæ AF fac [a] angulos FAZ, AFX, æquales angulis per inſtrumentum inuentis; a prax. 3.
ſitque FAZ primæ ſtationis angulus: latera deinde AZ, FX concurrant in C. Erit ergo Schol. prop.
triangulum [b] ACF æquiangulum; ac proinde [c] etiam ſimile triangulo optico, cuius baſis erat 25. lib. 1.
ſtationum interuallum, apex verò in ipſo apice altitudinis menſurandæ. b Coroll. 9.
Fiat deinde [d] angulus CAQ æqualis angulo ſub quo viſa fuit altitudo; & ex concurſu C prop. 32. l. 1.
demittatur perpendicularis CB, concurrens cum AO in B. Erit ergo triangulum ACB [e] æ- c 4. lib. 6.
quiangulum; ac proinde [f] ſimile alteri optico triangulo, cuius vnum latus erat diſtantia quæ- d prax. 3.
ſita, alterum altitudo. Vnde AF referente interuallum ſtationum; AB refert diſtantiam, CB Schol. 23. l. 1.
altitudinem. Cùm igitur per conſtr. tot paſſus contineat interuallum ſtationum, quot ſcalæ e 32. lib. 1.
partes continet AF; etiam diſtantia, & altitudo quæſitæ tot continebunt paſſus, quot ſcalæ f 4. lib. 6.
partes continent AB, & CB. Inquire igitur quot partes ſcalæ ſint in AB & CB: & numeri inuenti indicabunt paſſus in diſtantiâ & altitudine contentos.

Scholium.

I.

Cur etiam hìc magno opus ſit ſtationum interuallo?

Vt interualli ſtationum angulus FCA euadat ſenſibilis: quò enim ille fuerit Fig. 49.
maior, eò certior futura eſt diſtantiæ inuentio: quò verò minor, eò maius erit erroris periculum, vt eius quantitas accuratè cognoſcatur. Quod autem creſcat angulus FCA aucto ſtationum interuallo AF, per ſe manifeſtum eſt.

II.

Cur expediat vt angulus AFC, vel FAC; quem ſtationum intercapedo AF facit cum viſuali radio, ſit rectus aut recto proximus?

Quia angulo AFC exiſtente recto, interualli angulus ACF eſt maximus. Cen- Fig. 49.
tro A per F deſcribatur circulus, qui [a] tanget radium CF ex hyp. perpendicularem a 16. 3.
radio AF. Ad vtramlibet partem interualli AF, ſumantur interualla ipſi AF æqualia nimirum AO, AL, quæ cum radio viſuali efficiant angulos AOC, ALC non rectos. Quoniam radius CF circulum tangit; alij verò CL, CO neceſſariò ſecant; patet angulum FCA maiorem eſſe angulis OCA, LCA: atque eodem modo quibuſcumque alijs.

Pari modo idem oſtenditur, ſi rectus ſit angulus FAC, vt in figurâ 50.

III.

Quanto opus ſit ſtationum interuallo, vt interualli angulus FCA exiſtat lubitæ magnitudinis.

In trigono AFC efficiat AF ſtationum diſtantia cum radio viſuali FC angu-
lum rectum F; & interualli angulus FCA ponatur eſſe grad. 1. Quæritur ratio Fig. 49.
AF ad AC. In trigono rectangulo AFC, AC eſt ſinus [a] totus 100000, AF verò eſt a def. 6. c. 1.

ſinus

ſinus anguli C vnius gradus, nimirum 1745. Quare diuiſis 100000 per 1745. quotiens 57$\frac{535}{1745}$ indicabit quanta pars ſit AF ipſius diſtantiæ AC, minor videlicet vnâ diſtantiæ parte quinquageſimâ octauâ, hoc modo ſupputaui tabellam ſequentem.

Vt interualli ang. FCA ſit	*Stationum interuallum AF debet eſſe diſtantia AC.*
Grad.	Pars
1	57$\frac{535}{1745}$
2	28$\frac{2208}{3489}$
3	19$\frac{274}{5233}$
4	14$\frac{2330}{6973}$
5	11$\frac{4135}{8715}$
6	9$\frac{5232}{10453}$

IV.

Longè minori opus eſt ſtationum interuallo, dum vna ſtationum lateralis eſt, quàm dum vtraque directa.

Manifeſtum erit, ſi tabulam præcedentem conferas cum eâ, quam ſupputaui num. 2. Probl. præc. placet exemplo vno vlteroüe rem declarare.

Menſuranda detur diſtantia milliariorum Belgicorum 5$\frac{1}{2}$. in cuius termino ſit mons altus dimidio Belgico milliari. Quoniam ergo hæc diſtantia altitudinis vndecupla eſt. mons ille ſpectabitur [b] *ſub angulo 5 grad. Quando autem altitudinis angulus eſt grad. 5, vt habeatur in ſtatione altera directa angulus altitudinis vno gradu minor, graduum nempe 4; ac proinde interualli angulus FCA ſit gradus vnius; opus eſt ſtationum interuallo,* [c] *quod ſit maius parte quintâ ferè totius diſtantiæ: hoc eſt in caſu præſenti vno circiter milliari Belgico. Dum verò ſtatio vna lateralis eſt; vt obtineatur interualli angulus FCA vnius gradus, nequidem requiritur pro ſtationum interuallo AF diſtantiæ AC quinquageſima octaua pars, vt ex num. 3. patet: hoc eſt in caſu præſenti minus quàm $\frac{11}{114}$ vnius milliaris Belgici; hoc eſt ferè decima Belgici milliaris pars. Ergo dum vna ſtatio lateralis eſt, habetur interualli angulus FCA vnius gradus mediante interuallo ſtationum ferè decies minori, quàm dum vtraque ſtatio eſt directa.*

b oſtendi num. 3. Probl. præc.

c oſtendi num. 2. Prob. præc.

Fig. 49.

Quod ſi, poſitis iiſdem, interualli angulus FCA deſideretur 4 graduum; tunc ſi vtraque ſtatio accipiatur directa, ex calculo, quem tradidi num 2. Problematis præcedentis, pro ſtationum interuallo requiretur totius diſtantiæ pars ferè 1$\frac{428}{70000}$ hoc eſt interuallum requiretur plus quàm dimidium totius diſtantiæ AB, ac proinde inutilis eſt tum praxis primi Problematis. At ſi vna ſtatio lateralis ſit, obtinebitur angulus FCA grad. 4. aſſumpto interuallo, quod non adæquet partem diſtantiæ decimam quartam.

V.

Ad quantam diſtantiam menſurandam hoc Problema ſe extendat.

Aſſumatur pro interuallo ſtationum mechanicè cognoſcendo medium milliare Belgicum, quod internallum quamuis non ſine graui labore ac moleſtiâ menſuretur; tamen quando diſtantia, quæ proponitur inueſtiganda, magni momenti eſt ex. gr. ad repetiendum ambitum terræ, vt dicetur [a] *infrà: operæ pretium erit & hoc ſpatium, &, ſi opus eſt, etiam illo maius applicatâ decempedâ menſurare.*

a cap. 6.

Hoc

Hoc igitur aſſumpto interuallo ſtationum, ſi angulus interualli FCA fuerit gradus vnius, diſtantia per hoc Problema inuenta excedet milliaria Belgica 28. *diſtantia enim, vt patet ex num.* 3. *eſt ad ſtationum interuallum vt* $57\frac{331}{1773}$ *ad* 1, *cùm angulus interualli eſt grad.* 1. *Ergo diſtantia hîc continebit plus quàm* 57 *dimidia milliaria Belgica, hoc eſt plus quàm* 28 *integra. Hoc modo conſtructæ ſunt tabellæ ſequentes, quæ diſtantias per hoc Problema menſurabiles accuratè exhibent.*

Poſito ſtationum interuallo dimidij Milliaris Belgici, ſi interualli angulus FCA eſt	*Diſtantia per hoc Problema inuenta excedes Milliaria Belgica.*
grad.	
1	$28\frac{1}{2}$ fere
2	$14\frac{2308}{4978}$
3	$9\frac{1}{2}$ fere
4	$7\frac{94}{658}$
5	$5\frac{1}{2}$ fere
6	$4\frac{3}{4}$ fere.

Poſito ſtationum interuallo pedum Antuerpienſium 5000, *ſi angulus FAC eſt*	*Diſtantia inuenta excedet*	
grad.	*Pedes Antu. ſiue*	*Milliaria Horaria*
1	286532	14
2	143307	7
3	95547	4
4	71684	3
5	57372	$2\frac{17770}{19802}$
6	47837	$2\frac{8233}{19802}$.

Poſito ſtationum interuallo pedum Antuerpienſium 1000, *ſi angulus FAC eſt.*	*Diſtantia inuenta excedet*	
gradus	*Ped. Antu.*	*ſiue Mill Hor.*
1	57306	$2\frac{17704}{19801}$
2	28661	$2\frac{8860}{19802}$
3	19109	&c.
4	14336	
5	11474	
6	9567	

Poſito ſtationum interuallo Ped. 100. *ſi FCA eſt.*	*Diſtantia inuenta excedet pedes*
grad.	
1	5730
2	2866
3	1910
4	1433
5	1147
6	956

Ex quibus patet diſtantiam incomparabiliter maiorem poſſe menſurari, cùm ſtatio vna lateralis eſt, quàm dum vtraque directè in lineâ diſtantiæ accipitur.

Quando

VI.

Fig. 49. Quando contemni poſſit differentia inter diſtantiam verticis AC, & diſtantiam horizontalem AB.

In trigono rectangulo ABC ponatur angulus altitudinis CAB grad. 1. Ergo
a 32 1. [a] *ACB eſt grad.* 89, *cuius ſinus eſt* [b] *AB*, 99984, *quarum ſinus totus AC eſt*
b defin. 6. cap. 2. 100000. *horum differentia eſt* 16, *quæ ad AB*, 99984 *eſt vt* 1 *ad* 6249. *adeò-*
que nullius momenti, hoc modo constructa eſt tabella ſequens, ex quâ intelliges quando contemni poſſit differentia dicta

Exiſtente angulo altitudinis CAB	*Diſtantia AB excedet differentiam*	*pluſquam vicibus*
grad.		
1		6249
2		1639
3		724
4		409
5		262
10		65

PROBLEMA III.

Diſtantiam duorum locorum (A, B) variè impeditam, per duas, & quando ita opus eſt; per tres aut plures ſtationes metiri.

Fig. 49. & 46. PRaxes Problemate 1 & 2, iam expoſitæ vſui eſſe nō poſſunt. Primò ſi neuter locus vel alteruter adiri nequeat. Secundò ſi neuter in plano ſit: tunc enim ſtationum interuallum AF Probl. 1 & 2. aſſumptum, non poterit mechanicè menſurari. Tertiò ſi ex neutrâ ſtationum vel alterutrâ nequeat conſpici C apex altitudinis in diſtantiæ termino erectæ. Quartò ſi diſtantia ſit tanta, vt duas ſolùm adhibendo ſtationes nimis magno opus ſit ſtationum interuallo, quod proinde mechanicè menſurari vix poſſit. Quintò denique ſi deſideres ex modico interuallo mechanicè noto magnam diſtantiam inuenire. Quis ergo in hiſce caſibus tenendus ſit modus, hoc Problemate exponam.

CASVS 1.

Fig. 51. Menſuranda ſit diſtantia locorum A & B, quorum neuter adiri poſſit, vel aliud ſubſit ex
52. 53. tribus primis impedimentum. Eligantur in planitie aliquâ ſtationes duæ in C & F, quarum in-
54. teruallum FC metire perticâ. Noti fiant anguli AFC, ACF: cum quibus & latere noto FC,
m per prob. reperietur [m] AC. Pari modo noti fiant anguli BCF, BFC: ex quibus, & latere noto FC,
9. cap. 3. innoteſcet [m] BC. Inueniatur deinde angulus ACB: cum hoc, & lateribus notis AC, BC,
n per probl. 10. cap. 3. [n] reperietur AB diſtantia quæſita.

CASVS 2.

Fig. 55. Quod ſi locus in quo es, ſit talis, vt nequeant duæ ſtationes reperiri vtrâque conditione requiſitâ præditæ; nimirum, vt & ſint in planitie, quò poſſit earum interuallum mechanicè menſurari, & conſpici ex vtrâque poſſint A, B, termini diſtantiæ menſurandæ; elige primò ſtationes duas FC in planitie poſitas, quarum interuallum metire perticâ: deinde duas alias quære, O, Q, è quibus conſpici poſſint A, & B, quarum diſtantia OQ reperiatur ope lateris mechanicè noti FC, vt iam docui: tum per OQ iam notam eâdem methodo reperietur ipſa AB diſtantia quæſita.

CASVS

CASVS 3.

Menſuranda ſit diſtantia AB, etiam maxima, aſſumpto ad lubitum interuallo mechanicè notificando, etiam exiguo.

Per exiguum interuallum intelligo, quod non habet proportionem ſenſibilem ad diſtantiam, & cuius angulus imperceptibilis eſt, is nempe cuius baſis eſt interuallum, vertex autem in loco, cuius diſtantia quæritur. Vnde ſi diſtantia ſit enormis, qualis eſſet Pici montis, qui ex diſtantiâ 4. grad. apparet, etiam 1000 paſſus, imò medium milliare Belgicum eſſet reſpectu eius interuallum nimis paruum. Fig. 56.

Præter ſtationem primam in A termino diſtantiæ, determina ſecundam lateraliter in C modico interuallo, quod metire decempedâ, & ſit ex.gr. 100 pedum. Deſigna deinde interuallum ſecundum AF multò maius quam AC, quod præſidio lateris AC noti ex duabus ſtationibus A & C metire per *præc. Probl.* Rurſus tertium deſigna interuallum AO maius quàm AF, quod ope lateris iam noti AF ex ſtationibus A & F metire per *præc. Probl.* Quod ſi iam interuallum AO tantum eſt, vt exhibeat angulum ABO ſenſibilem; ope ipſius AO ex ſtationibus A & O metieris per *præced. Probl.* AB diſtantiam quæſitam. Quod ſi angulus ABO nondum eſſet ſenſibilis, plures forent deſignandæ ſtationes, donec tandem euadat ſenſibilis. Porro anguli ad vnum (A) punctum exiſtentes ſimul capiendi ſunt, ne ſæpiùs oporteat ad eundem locum labore ſuperfluo redire.

Hoc artificio ingentes diſtantias, & aliàs omninò immenſurabiles poſſe innoteſcere, licet interuallum primum ſit paruum, ſic oſtendo. AC primum interuallum ſit 100 pedum Rhynlandicorum, & anguli ACF, AFO, AOB rectiianguli verò AFC, AOF, ABO vnius gradus. Igitur, vt in *Scholio præc. num. 3.* oſtenſum eſt, AF continebit AC 100 ped. plus quàm 57 vicibus; ac proinde AF erit maior pedibus 5700. Eodem modo erit AO maior quàm AF pedum 5700, plùs quàm vicibus 57, adeóque AO erit maior pedibus 324900, hoc eſt 18 milliarijs Belgicis. Pari modo AB diſtantia quæſita excedet AO pedum 324900 plùs quàm 57 vicibus; ac proinde AB erit maior pedibus 18519300, hoc eſt 1028 Belgica milliaria. Tanta diſtantia aſſumpto tantum interuallo primo 100 pedum per 4 ſtationes innoteſceret, ſi locus B ex A & O conſpici, & ſtationes C, F, O, iuxta conditiones poſitas obtineri poſſent.

Verùm quia interuallorum angulos ABO, AOF, AFC, conuenit eſſe aliquot graduum; ponamus eos eſſe graduum 5, reliquis datis manentibus iiſdem, quæ ſuprà. Igitur vt oſtendi in Scholio præcedenti,[b] AF erit plùs quàm vndecuplum primi interualli AC pedum Rhynlandicorum 100, adeoque maius pedibus 1100. AO verò plùs quàm vndecuplum ipſius AF pedum 1100; ac proinde maius pedibus 11100: ac tandem AB diſtantia quæſita erit plùs quàm vndecupla ipſius AO pedum 11100; ac proinde maior pedibus 111100; hoc eſt maior 6 Belgicis milliaribus. Igitur per ſtationes quatuor in A, C, F, O, interuallo primo tantùm exiſtente pedum 100, diſtantia menſurabitur maior milliaribus Belgicis. b *num.* 3.

Quod ſi interuallum primum aſſumatur pedum 1000, poterit per ſtationes tres A, C, F, diſtantia 6 Belgicorum milliarium maior innoteſcere: & per ſtationes quatuor maior Belgicis milliarijs 66 quod à nullo, quod ſciam, huc vſque eſt obſeruatum.

Scio ſtationes rarò poſſe iuxta conditiones hic poſitas præcisè ordinari. Verùm hæc eo fine dicta ſunt, vt appareat, quouſque hac induſtriâ pertingi poſſit: ſimul vt Geometra, quæ optima ſit ſtationum ratio, intelligat, vt ſi obtinere eam exactè non poſſit, ad illam certè quàm proximè conetur accedere.

Abſque ſinibus & calculo.

Omnes caſus Problematis abſolues, ſi ex ſcalâ ſumas AF lineam tot partium, quot paſſus ex.gr. erant in ſtationum interuallo mechanicè menſurato, & ſupra illam facias triangulum ſimile ACF primo optico triangulo, & ſupra AF triangulum AOF ſimile ſecundo optico, & ſic deinceps quotquot fuerint, quod ſemper fieri poterit, cùm in ſingulis opticis triangulis duo anguli per inſtrumentum ſint noti. Latus vltimum AB repræſentabit diſtantiam quæſitam, quæ tot erit paſſuum, quot reperies in AB contineri partes ſcalæ. Fig. 56.

Demonſtratio eadem, quæ ſupra Probl. 1 & 2.

PROBLEMA IV.

Diſtantiam inacceſſam (AB) turris vel montis, datâ eius altitudine (BC) metiri.

Fig. 40. INueniatur per Poriſma 1 altitudinis angulus CAB. Tum quia in trigono rectangulo ABC, dantur acutorum vnus CAB, & latus BC; reperietur per Probl. 3. *cap.* 3 latus alterum AB diſtantia quæſita.

Sine calculo.

Angulum altitudinis inſtrumento inuentum aufer à gradibus 90, vt habeatur angulus complementi, cui æqualem fac SCY. Deinde fiat CB tot partium ſcalæ, quot pedes erant in altitudine datâ; ducaturque BA perpendicularis ad CB, cui occurrat CS in A. Inquire quot partium ſcalæ ſit AB: tot enim pedum erit diſtantia quæſita.

Eſt enim triangulum ACB, *prop.* 32, *lib.* 1 æquiangulum optico triangulo, ac proinde per *prop.* 4. *lib.* 6 ſimile. Quare cùm CB tot ſcalæ partes contineat, quot pedes altitudo data; etiam AB tot erit partium ſcalæ, quot pedum diſtantia quæſita.

PROBLEMA V.

Longitudinem mediocrem (CB) in horizontali plano extenſam, horti, areæ, porticus &c. latitudinem fluminis &c. metiri.

Fig. 43. a Poriſ. 1. NOta ſit AC altitudo menſoris, ſiue ea ſit ſtatura eius, ſiue maior, ſiue non. Metire a angulum diſtantiæ BAC. Tum quia in trigono rectangulo ACB, datur acutus BAC, & latus AC; reperietur per Probl. 3, *cap.* 3. latus alterum BC diſtantia quæſita.

Sine calculo.

Angulo diſtantiæ per inſtrumentum reperto fac æqualem SAX. Deinde fiat AC tot partium ſcalæ, quot pedum datur altitudo oculi; ducaturque CB perpendicularis ad AC, cui occurrat AX in B. Inquire quot partes ſcalæ contineat CB: tot enim pedum erit longitudo quæſita.

Demonſtratio ſimilis præcedenti.

Aliter.

Fig. 57. Quadrantis ad horizontem paralleli, aut ferè paralleli latus AC dirige in ſignum aliquod in B termino diſtantiæ modicè eleuatum. Collima deinde per latus alterum AF in ſignum aliud Z iſtic erectum, aut erigendum, & mechanicè innoteſcat AZ. Inueniatur tandem angulus Z: cum quo, & latere noto AZ, reperietur c in trigono rectangulo ZAB, latus AB, diſtantia quæſita. (c Probl. 3. cap. 3.)

Sine calculo.

Angulo acuto per inſtrumentum inuento fiat æqualis FZS. Deinde fiat ZFA tot partium ſcalæ, quot pedum erat interuallum mechanicè notum; ducaturque AB perpendicularis ad ZA, cui occurrat ZS in B. Inquire quot partium ſcalæ ſit AB: totidem quippe pedum erit longitudo quæſita.

PRO-

PROBLEMA VI.

Latitudinem fluminis ſeu lacus aliter metiri.

Collimando in vlteriorem fluminis ripam, notus fiat per inſtrumentum angulus diſtantiæ. Deinde verte inſtrumentum ad continentem, & conſtitue, vt erat priùs: nimirum vt perpendiculum vel regula abſcindat eundem diſtantiæ angulum, ſiue arcum FO, quem in ſitu priori. Collimando deinde per dioptras A, O, punctum, quod in horizonte conſpexeris, puta B, ſignari iube, & metire longitudinem CB mechanicè: ea enim eſt par latitudini fluminis, vt per ſe patet. Fig. 41. 42. 43.

Atque hæc hactenus de diſtantijs potiſſimùm. Nunc ad altitudines, quamuis eas ſuprà iam attigimus, accuratiùs inueſtigandas accedamus.

PROBLEMA VII.

Altitudinem inacceſſam montis, ſeu turris (CB) metiri.

INſtituatur operatio eadem, quæ fuit adhibita in Problematis 1. modo 1. binis ſtationibus in lineâ diſtantiæ in A, & F determinatis. Fig. 58.

Vt	AF differentia tangentium angulorum ACB, FCB complentium angulos altitudinis CAB, CFB	Ad	Sinum totum BC
Ita	AF ſtationum interuallum, ex. gr. pedum 1000	Ad	altitudinis quæſitæ BC pedes.....

Tria prima ſunt nota. Innoteſcet ergo etiam quartum, altitudo nempe BC in eâdem menſurâ, in quâ notum erat AF ſtationum interuallum.

Sine calculo.

Vide Problema 1. vbi diſtantia & altitudo vnâ eâdemque operâ abſque ſinibus & calculo vllo ſunt inuentæ.

Nota, tum hîc, tum in ſequentibus, menſurari ſolùm eam altitudinem, quæ ſupra oculum eſt, quam determinat linea recta AB ducta à menſoris oculo poſito in A ad altitudinem perpendicularis: adeóque parallela ad horizontem. Altitudini ergo inuentæ addenda eſt menſoris ſtatura AL, ſeu BZ, ſi baſis altitudinis Z, & L pes menſoris ſint æquè alta: quod ſi (vt in fig. 59) altitudinis baſis ſit demiſſior pede menſoris, menſuranda eſt per Probl. 13 altitudo BZ, & altitudini priùs inuentæ BC adijcienda, vt priùs

Scholium.

Ex quâ diſtantiâ ſecuriſſima ſit altitudinum dimenſio.

Non tutò ex quâlibet diſtantiâ altitudines menſurantur. Perinde obſunt & magna diſtantia, & vicinitas magna. Diſtantia quidem, quia facit, vt ſub exiguo angulo ſpectetur altitudo; ac proinde in capiendo angulo facilè committatur error angulo iuſto par aut maior; vnde fit, vt altitudo colligatur multò maior verâ. Vt ſi angulus iuſtus ſit CAB, & putetur eſſe ZAB; colligetur altitudo BZ pro verâ BC. Accedit quod cùm binis ſtationibus opus eſt, ingentia requirantur[a] ſtationum interualla, vt parui altitudinum anguli ſenſibilem habeant differentiam. Magna vicinitas obeſt, quia efficit vt BCQ angulus, ſub quo altitudo BQ conſpicitur, vix differat à recto; ac proinde alter CQB ſit acutus inſenſibilis. Vnde facilè accidet, vt altitudo colligatur decies, aut centies verâ maior Fig. 60. Fig. 61.

[a] oſtendi in Sch. prob. 1. num. 2.

ior: quod demonſtrabitur, vt num. 1. Scholij Probl. 1. ſi tantùm figuram inuerteris, quod hic factum vides.

Fig. 58. 59. *Certiſſima igitur erit altitudinum dimenſio ex diſtantiâ mediocri. Ea porro eſt, quæ angulum altitudinis CAB exhibet ſemirectum, nempe graduum 45, aut ſemirecto quàm proximum. Ita enim & incommoda iam dicta licebit effugere, & faciliùs angulorum ſenſibilis differentia ſtationibus variatis obtinebitur.*

Anguli altitudinis Graduum	*requirunt ſtationum interuallum, quòd ſit diſtantiæ maioris pars*
45 & 46	$29\frac{473}{3454}$
45 & 44	$29\frac{414}{3354}$
45 & 47	$14\frac{2214}{6749}$
45 & 43	$14\frac{4232}{7430}$

Eſt autem viſa ſub angulo 45 grad. altitudo par diſtantiæ.

Ceterum hæc ſtationum interualla licet ſatis ſint moderata, longè tamen adhuc ſuperant ea, quibus vtitur Problema ſequens, vt patebit, ſi hæc interualla conferas cum ijs, quæ continentur tabellâ numeri 3 in Scholio Probl. 2.

Quoniam verò conſtructio huius Problematis eadem eſt, quæ primi Problematis, etiam huc pertinent ea omnia quæ ibidem in Scholio, nu. 2. 3. 4. determinauimus.

Nota. *Etiam hic (quod notari iuſſeram ſuprà in Scholio 1. Probl. num. 1) attendiſſe me hic ſolummodò ſitum vitioſum lateris ſuperni in angulo altitudinis, ſupponendo infernum debitum habere ſitum, nempe parallelum horizonti. Ex huius enim defectu quantus error proueniat, oſtendam in Scholio Probl. 16.*

PROBLEMA VIII.

Altitudinem inacceſſam montis, aut turris (CB) aliter, & certiùs metiri.

Fig. 49. PRæter A locum ſtationis primæ, eligatur ad latus ſtatio altera in F, ſeruatis ijs, quæ Probl. 2. præſcribuntur. Deinde cognito mechanicè ſtationum interuallo AF, menſuretur per Probl. 2. AC diſtantia menſoris à montis, ſeu turris cacumine C.

Tandem in trigono rectangulo ABC, notus fiat angulus CAB: cum quo & baſi notâ AC, reperietur per *Probl. 2. cap.* 3. latus CB altitudo quæſita.

Hic modus videtur præſtantior eſſe præcedenti 1, quia (vt oſtendi in Scholio Probl. 2. n. 3 & 4) incomparabiliter minori opus habet ſtationum interuallo, vt angulus ACF fiat ſenſibilis, quod omnino requiritur, vt patet ex num. primo citati iam Scholij. 2. quod ex primo conſequitur; quia ex longè maiori diſtantiâ altitudines menſurari poſſunt hac praxi, quàm præcedenti, vt in Scholio ſequenti num. 1. demonſtrabitur.

Sine calculo.

Vide Problema 2. vbi vnâ eâdemque operâ altitudo ſimul cum diſtantiâ abſque ſinibus, & calculo inuenta eſt.

Scholium.

Quæ de mediocri diſtantiâ eligendâ, tanquam optima in Scholio Problematis præcedentis determinauimus, omninò etiam ad præſens Problema pertinent. Huc item omninò pertinent ea omnia, quæ in Scholio 2. Probl. num. 1. 2. 3. 4. determinata ac demonſtrata ſunt, cùm ea omnia ſpectent inuentionem diſtantiæ AC, per quam hîc elicitur altitudo BC. Verùm hîc vlteriùs ſupereſt definiendum

Ex

I.

Ex quantâ diſtantiâ poſsint altitudines ſatis adhuc ſecurè, iuxta modum huius problematis determinari.

Certiſſimam eſſe altitudinum dimenſionem ex diſtantiâ medioeri, in quâ altitudo ſpectatur ſub angulo ſemirecto, in ſcholio præcedenti oſtenſum eſt; quæ determinatio tam in hoc problemate locum habet, quàm in præcedenti. Nunc alia regula generalior, & huic modo propria hæc ſit: Ex omni eâ diſtantiâ ſatis tutò altitudo menſurabitur, ad quam ipſa proportionem habet ſenſibilem: *niſi fortè diſtantia eſſet tanta, vt rotunditas terræ altitudinis dimenſioni officiat quemadmodum n. ſeq. exponetur.*

Ea porro regula propria huic modo eſt. Vt enim applicetur ad modum problematis præcedentis, enormia ſtationum internalla requiruntur, vt oſtenſum eſt; num. 2 ſcholij probl. 1. & num. 3. ac 4. ſcholij prob. 2.

II.

An rotunditas terræ officiat altitudinum dimenſioni iam traditæ.

Aſſerit Ricciolus in ſuo Almageſto, lib. 10 ſect. 4. prob. 31 & probat: quem in ſuâ Dioptrâ Geodeticâ reprehendit Valentinus Stanſel, quaſi Practicos Geometras immeritò Pſeudographiæ accuſauerit. Sed vera dixiſſe Ricciolum manifeſtum fiet ex his, quæ hîc ſubijcio. Fig. 48.

Dico igitur, ſi dimenſio fiat ex diſtantiâ magnâ, quæ nimirum adæquet vnum gradum ambitûs terreni, altitudinem colligi notabiliter verâ minorem.

Altitudo montis ſit CB trium milliariorum Bononienſium, continuata vſque ad terræ centrum X. Vnus gradus maximi terræ circuli eſto AB. Radius ab oculo in A poſito ad montis apicem emiſſus AC. Recta AO tangens terram in A, altitudini montis occurrat in O. Ex O ad tangentem AO ſit perpendicularis OF, occurrens radio AC in F. Ex vi dimenſionum hactenus traditarum reperitur non BC altitudo vera, ſed OF verâ minor. Reliquum eſt, vt inquiratur quanta ſit differentia ipſarum OF, BC.

Cùm differentia ea cauſetur à rotunditate terræ, quæ eò inſenſibilior fit, quò terra eiuſque ſemidiameter ponitur maior, roborabitur vis diſcurſus ſequentis, ſi terræ diameter aſſumatur verâ maior.

Aſſumatur ergo radius terræ milliariorum Italicorum 4169, *quantum nemo Recentium Aſtronomorum potuit inuenire. In triangulo AXC dantur latera AX, radius terræ, & XC conſtans radio AB, & montis altitudine BC, quæ ſupponitur eſſe 3 milliariorũ Italicorum, & angulus X datur, nempe vnius gradus, quia ex hyp. arcus AB eſt 1. grad. Ergo per prob 10. cap. 3. reperitur angulus C, qui medius erit inter grad. 87. 9', & grad. 87. 8': quem primò aſſumamus grad. 87. 8'. vero minorem. In triangulo iſoſcele AXB, quoniam X eſt 1 grad. erunt re-*
liqui [a] XAB, XBA ſimul grad. 179: ac proinde vnus [b] XBA grad. 89 30'. Qua- a 32. lib. 1.
re externus ABC [c] eſt grad. 90. 30'. huic adde ACB grad. 87. 8', vero minorem; b 5. lib. 1. c 32. lib. 1.
erit eorum ſumma grad. 177. 38', verâ minor: quæ ſubtracta à grad. 180, re-
linquet [d] CAB grad. 2. 22' vero maiorem. Deinde, quia ante oſtenſum eſt XAB eſſe d 32. lib. 1.
grad 89. 30'; ſi hunc demas ab XAO, qui per prop. 16, aut 18. lib. 3. rectus eſt, remanet BAO 30'. Aufer BAO 30'. ab CAB grad, 2. 22', qui vero maior eſt, remanebit CAO grad. 1. 52, vero maior. Iam quia in triangulo rectangulo XAO, dantur latus XA ſemidiameter terræ milliariorum Bononienſium 4169, & angulus X grad. 1. reperietur per prob. 3. cap. 3. AO milliariorum Bononienſium 72. 7'. 4''. 9'''.

9.‴ 0″.5′, pro quâ aſſumamus milliaria 72.7′.5″ iuſtâ maiorem. Cum hac igitur, & cum angulo CAO grad. 1 52′, etiam iuſto maiori in trigono AOF rectangulo [c] *reperietur OF milliariorũ Bononienſium 2.3′ 6″.9‴.4″.6′.7″.5‴, vel (breuitatis cauſâ) 2.3′.7″., verâ maior, deficiens ab altitudine montis BC pedibus Bononienſibus 3150. Igitur vera OF deficit ab altitudine montis plus quàm 3150 pedibus, ſeu paſſibus 630.*

c per 3. c. 3.

Quod ſi deinde angulum C aſſumamus grad. 87.9′, iuſto maiorem, eodem diſcurſu facto, proueniet angulus CAO grad. 1.51′, vero minor: cum quo & latere AO aſſumpto milliariorum Bononienſium 72, ac proinde iuſto minore (vera enim AO inuenta eſt ſuprà milliar. Bon. 72.7′.4″.9″.0″.5′) reperietur per prob. 3. cap. 3. OF milliar. Bonon. 2.3′.2″.4‴.8″.8′., ſiue 2.3′.2″, minor verâ; ac proinde ab altitudine montis BC ex hyp. 3 milliariorum Bon. deficiens minùs quàm 3400 pedibus Bonon. ſeu paſſibus 680.

Quare cùm differentia altitudinum OF, BC ſit maior pedibus 3150, minor verò pedibus 3400 liquet eam eſſe notabilem cùm excedat ſemiſſem vnius milliaris Italici; hoc eſt plus quàm ſextam partem altitudinis quæſitæ BC ex diſtantiâ vnius gradus menſuratæ.

Si dicat quiſpiam angulum CAO, ſub quo altitudo montis ex vnius gradus diſtantiâ ſpectabatur, eſſe nimis paruum, vtpote gradus 1.52′; ac proinde caſum hunc, in quo rotunditas terræ errorem cauſauit ſenſibilem, ſub operationes Geometriæ Practicæ non cadere: Sciat is poſitâ maiori altitudine montis, angulum quoque multò maiorem futurum, & ſenſibilem nihilominus fore altitudinis collectæ OF defectum à verâ BC, retentâ eâdem, quâ prius, diſtantiâ vnius gradus AB. Si enim altitudo BC ſit milliar. Bonon: 6, & paſſuum 667 quæ minor eſt altitudine Alpium, & Pici in Teneriffâ: eodem diſcurſu, quem ſuprà adhibui, reperies angulum CAO grad 4.43′; OF autem minorem milliar. Bonon. 6 paſſ. 1. ac proinde deficientem ab altitudine verâ BC plus quàm paſſibus 666. Si BC ſit milliariorum 10 & paſſuum 334, cui fere æqualis eſt altitudo Pici & Alpium; erit angulus CAO grad. 7.32′; OF verò deficiet à CB plus quàm paſſibus 714. Si BC ſit milliar: 14 quæ multò minor eſt altitudine montium Caſei, Athos, Caucaſi; erit angulus CAO grad. 11.19′; OF verò deficiet ab BC plus quàm paſſibus 761.

Ex quibus manifeſtum eſt, cùm diſtantia vnum terræ gradum æquat, altitudinum ordinariæ dimenſioni, licet angulus obtineatur iuſtæ quantitatis, nihilominus terræ rotunditatem ſenſibiliter officere; ac proinde vera dixiſſe Ricciolum; qui non immeritò proinde culpauit quoſdam practicos Geometras, qui determinationem adeò neceſſariam & curioſam vel ignorauerint, vel prætermiſerint.

PROBLEMA IX.

Fig. 62.

Altitudinem (CB) inacceſſam metiri, cùm ſtatio altera in plano negatur.

IN plano inueſtigetur altitudinis angulus CAB. Deinde ex F ſummitate domus denuò inueſtiga altitudinis angulum CFZ: menſureturque mechanicè AF, & ſit ex. gr. pedum 60. Intelligatur iam AL eſſe parallela radio FC: eritque angulus ALB æqualis angulo FCZ. Sunt autem & ABC, FZC æquales, vtpote recti. Ergo & reliqui LAB, CFZ æquales ſunt. Quia ergo AB eſt ſinus totus, & LB tangens anguli LAB; etiam LB tangens erit anguli CFZ. Eſt verò CB tangens anguli CAB, poſito eod. ſinu toto AB. Ergo CL, ſeu FA eſt differentia tangentium angulorum altitudinis. Eſt igitur

Vt	CL differentia tangentium angulorum alitudinis CAB, CFZ	Ad	tangentem maiorem CB,

Ita

Ita	CL, ſeu AF ſtationum interuallum 60 pedum	Ad	altitudinis quæſitæ pedes....

Tria prima ſunt nota. Ergo etiam innoteſcet quartum, altitudo turris quæſita CB.

Hæc praxis tunc ſolum vſui erit, cùm altitudo BC non eſt tanta, vt requirat maiorem ſtationis ſecundæ altitudinem AF, quàm quæ poſſit mechanicè menſurari.

Abſque calculo.

Quot pedum datur altitudo ſtationis ſecundæ, tot partium ſcalæ fiat recta AF cui ſit perpendicularis AO. Fiat deinde angulus OAS par angulo inuento in ſtatione primâ; ductâque FX parallelâ ad AO, fiat angulus XFQ par angulo in ſtatione ſuperiori inuenro;& latera AS, FQ concurrant in C. Ex C demittatur perpendicularis CZ, concurrens cum AO in B. Inquire quot ſcalæ partes contineat CB: totidem quippe pedes continebit altitudo quæſita.

Triangula enim CFZ, CAB, per *prop.32.lib.1.* æquiangula ſunt triangulis opticis, ac proinde iis ſimilia, ſuntque etiam per conſtructionem ſimiliter poſita. Quare cùm AF refe-rens interuallum ſtationum, ſit ex conſtructione tot partium ſcalæ, quot pedum erat ipſum interuallum ſtationum, neceſſe eſt, vt etiam CB tot partium ſcalæ ſit, quot pedum eſt altitudo quæſita.

Eâdem operâ reperietur diſtantia AB.

PROBLEMA X.

Altitudinem montis, ſeu turris datâ diſtantiâ metiri.

QVando diſtantia montis turriſue ſiue æſtimatione communi, ſiue aliunde eſt nota, expeditiſſima erit altitudinis dimensio. Tunc enim in triangulo rectangulo ABC, nota eſt AB diſtantia, puta 2. milliarium latus vnum; & angulus altitudinis CAB fit notus [a] inſtrumento. Ergo per *prop.3.cap.3.* reperitur latus alterum BC, altitudo quæsita. *Fig.38. 39.40.* a *periſ.1.*

Abſque calculo.

Fiat AB tot partium ſcalæ, quot paſſuum datur diſtantia AB: & fiat angulus BAS par angulo altitudinis per inſtrumentum inuento. Ex B erigatur perpendicularis BY, concurrens cum AS in C. Inquire quot partes ſcalæ contineat CB: totidem enim paſſus continebit altitudo quæſita. *Fig.40.*

PROBLEMA XI.

Altitudinem acceſsibilem metiri.

ELige ſtationem A, cuius diſtantiam AB à turre BC, applicatâ perticâ metiri commodè poſſis. Sit autem ea diſtantia mediocris iuxta ea, quæ in ſcholio prob.8 *num.* 1. determinaui. Inſtrumento deinde inueſtigetur angulus CAB. Cum quo & latere AB mechanicè iam noto innoteſcet latus [b] alterum BC altitudo quæsita. *Fig.38. 39.40.* b *prob.3. cap.3.*

Idem ſolo Baculo præſtare.

Baculus, ſiue haſta *fl* cuius exceſſus *lo*, ſupra menſorem *as* notus exiſtat ex.gr. trium pedum, ſolo defigatur perpendiculariter. Tum recede ex. gr. vſque in *as*, ſic vt per *l* extremitatem baculi collimans, cernas B apicem turris: interuallum autem illud *ao*, ſeu *sf*, metire mechanicè. Deinde ab oculo *a* intelligatur ducta *ao*X horizonti parallela; ac proinde perpendicularis ad *lf*, & BZ. Manifeſtum eſt baculum *lo* altitudini BX parallelum eſſe. Vnde per *Coroll.1.pag.4.lib.6.* *Fig.63.*

Vt	AO diſtantia oculi ab haſtâ	Ad	LO exceſſum haſtæ ſupra menſorem:
Ita	diſtantia AX	Ad	altitudinem incognitam BX

 Atqui

Atqui tria prima ſunt nota. Ergo etiam quartum ex his notum fiet.

P. teſt etiam altitudo inacceſſa per duas ſtationes ſolo baculo menſurari, quod relinquo induſtriæ lectoris

Idem ſolâ baculi vmbrâ efficere.

Fig.64. Baculum FL ſolo perpendiculariter defige eo loco, vbi radius ſolis XBA vmbram turris BZ definiens, etiam tranſeat per L extremitatem baculi. Fac deinde notam mechanicè turris diſtantiam AZ; baculum FL; baculi vmbram FA. Erit per *Corol. 1. p.4. lib.6.*

Vt	AF baculi vmbra	Ad	baculum FL.
Ita	diſtantia AZ	Ad	altitudinem ZB.

Quia ergo tria prima ſunt nota, innoteſcet etiam quartum, altitudo quæſita BZ.

PROBLEMA XII.

Altitudinem acceſsibilem non ſolum abſque calculo; ſed etiam abſque ſcalâ metiri.

SOle aut Lunâ 45 gradibus ſupra horizontem eleuatis, vmbræ omnes in horizontalem terræ ſuperficiem proiectæ ſuis altitudinibus ſunt æquales.

Fig.65. Radius Solis vmbram turris BC definiens eſto XCA. Quoniam ex hyp. angulus ſolaris altitudinis, XAB in rectangulo trigono, eſt 45 grad. hoc eſt ſemirectus; etiam ACB ſemi-
a 32.*lib.*1. rectus a erit; ac proinde æqualis angulo XAB, ſeu CAB. Ergo BA vmbra, & BC altitudo
b 16.*lib.*1. b æquales ſunt.

Eleuatio Solis ſupra horizontem, ſiue angulus XAB inuenitur per poriſma 1. hoc ſolùm immutato, quòd loco oculi per diopteras collimantis, radius Solis per vtramque dioptram A, O; vel R, O intromittatur. Vide *Fig.*38 39.40.

Aliter.

Accede vel recede ab altitudine menſurandâ, donec angulum altitudinis CAB deprehendas in inſtrumento grad.45. hoc eſt, regula vel perpendiculum incidat in gradum 45. Ponamus hoc accidere in ſtatione A. Metire perticâ diſtantiam AB. Ea enim altitudini BC æqualis eſt, vt patet ex demonſtratione præcedenti.

PROBLEMA XIII.

Soli libramentum & inæqualitatem metiri.

Fig.66. ESto ſolum AEK. Oporteat metiri an A ſit altius quàm E, & quantò.

Quadrantem ſuſpende ex annulo *p*; & in E erectâ ad perpendiculum perticâ EG, collima per diopteras *b*, *c*, in perticam, & notari iube punctum (H) quod viſui per diopteras collimanti reſpondet. Vt verò punctum in perticâ viſui reſpondens faciliùs notetur, chartulam, ſeu ſtrophiolum ſurſum deorſumque ſecus perticam moueri iube à quopiam, donec eius extremitatem videas per dioptras. Aufer deinde *o*A, ſeu *b*F altitudinem oculi ab HE, remanet FE eleuatio loci A ſupra E.

Quod ſi loca ita diſtarent, vt vnicâ operatione res abſolui non poſſit; operatio iam tradita ſæpiùs iteretur, & inuenti eleuationum exceſſus inter ſe addantur.

Fig.67. Si inter loca A, N, quorum inquiritur altitudo, intercedat locus X altior vtroque; tunc ſtans in B metire, vt iam traditum eſt, eleuationem loci X ſupra A; & eleuationem loci eiuſdem X ſupra N. minorem eleuationem AH ſubtrahe à maiori LN, remanet (NQ) eleuatio loci A ſupra locum N. Ex his colliges quomodo in reliquis caſibus ſit operatio inſtituenda.

Fig.68. Non ſolùm Quadrante hoc in negotio licebit vti, ſed etiam Circulo, in quo regula mobilis priùs erit collocanda parallela ad horizontem. Neceſſe eſt autẽ tã Quadrantem quàm Circulum ita libratum eſſe, vt linea per dioptras B, C, tranſiens ſit horizonti parallela: aliàs fal-

lax

lax operatio erit. Id verò ſic experire. Vbi ſemel collimaueris per dioptras B, C, & in altitudine ex aduerſo erectâ obſeruaueris punctum H, verte Quadrantẽ vt dioptra C iam ſit in c & B in b. Tum ſi rurſum per dioptras idem cernas punctum H radius viſualis per dioptras tranſiens, erit horizonti parallelus: quod ſi rum aliud quodpiam X punctum viſui reſpondeat, non erit radius per dioptras tranſiens parallelus horizonti. Erit nihilominus punctum Z, inter vtrumque medium eiuſdem cum oculo altitudinis. Vnde inſtrumento etiam vitioſo licebit in erectâ ex aduerſo altitudine punctum eiuſdem cum oculo altitudinis deſignare per collimationem duplicem iam dictam, ac proinde ſoli inæqualitatem reperire.

Verùm linea horizontalis non alio inſtrumento certiùs deſignatur, quàm vitreo ſyphone DBCE: aqua enim intra illam poſita, & pertingens ex. gr. vſque in F, & G, ita ſe ſponte ſuâ librat, vt ipſius in vtroque ſyphonis brachio ſuperficies extrema F, & G, ſemper diſtet æqualiter à centro terræ, quomodocumque inſtrumentum inclinaueris. Ex quo ſequitur lineam per extremitates aquæ F & G tranſeuntem, eſſe horizonti parallelã. Quare ſi per F & G, ſiue iuxta F & G collimaueris, radius viſualis erit horizonti verè parallelus, punctumque in altitudine ex aduerſo poſitâ viſui reſpondens, erit eiuſdem cum oculo altitudinis. Fig. 69.

Neceſſarium eſt hoc problema ad fontes ducendos, & aquaeductus ordinandos.

Scholium.

Ex hoc problemate etiam colligitur quid fieri debeat altitudini illi BZ, quæ infra oculum eſt. Ea enim ſi maior aut minor ſit altitudine oculi LA, eſt menſuranda, vt hoc prob. traditum eſt, & BC altitudini adijcienda: ſi æqualis eſt altitudini oculi LA, tunc ipſa LA oculi altitudo addenda eſt ad altitudinem BC. Fig. 58. 59.

PROBLEMA XIV.

Altitudines montis ex monte ipſo metiri.

Ligantur in monte ſtationes binæ in C & F, iuſto interuallo diſtantes, ex quibus collimari poſſit in ſignum aliquod X in plano horizontali poſitum, per radios AX, BX; & ſint AL, BQ ad horizontem perpendiculares. Per poriſma 2. noti ſiant anguli LAX, QBX, & menſuretur interuallum ſtationum CF, ſeu LQ, quod ſit ex. gr. pedum 100. Fig. 70.

Per defin. 9. cap. 2. reſpectu anguli noti LAX, ſinus totus eſt AL, tangens LX; & reſpectu noti anguli QBX, ſinus totus eſt BQ, hoc eſt AL, tangens verò QX; ac proinde LQ, ſeu CF, ſtationum interuallum eſt tangentium differentia. Ergo eſt

Vt	CF differentia tangentium angulorum A, B	Ad	AL ſinum totum 10000000
Ita	CF ſtationum interuallum pedum 100	Ad	altitudinis AL pedes.....

Tria prima ſunt nota. Ergo & quartum nempe AL innoteſcet: à quo deme AC altitudinem oculi ſupra montem ex. gr. 6 pedes, remanet CL nota, ipſa videlicet montis altitudo quæſita.

Sine calculo.

Deſcribe in chartâ rectam CF tot partium ſcalæ, quot pedum erat ſtationum interuallum: & perpendicularem erige CA tot partium ſcalæ, quot pedum erat altitudo oculi ſupra montem. Fiat deinde angulus CAO æqualis noto angulo ſtationis primæ. Ex F erige perpendicularem FB, æqualem ipſi CA; & fiat angulus FBK æqualis angulo noto ſtationis ſecundæ: concurrant autem AO, BK in X. per X duc CL perpendicularem ad AC productam in L, quæ erit quoque perpendicularis ad BF protractam in Q. Inquire quot partes ſcalæ contineat AL, ſeu BQ: totidem quippe pedes continebit altitudo montis vnà cum altitudine oculi ſupra montem. Demptâ igitur altitudine oculi ſupra montem, relinquitur ipſa montis altitudo quæſita. Fig. 70.

Liquet enim ex *prop.* 32. *lib.* 1. triangula LAX, QBX triangulis opticis æquiangula eſſe, ac proinde per *prop.* 4. *lib.* 6. ſimilia. Quare cùm CF repræſentans interuallum ſtationum, ſumpta ſit tot partium ſcalæ, quot ipſum ſtationum interuallum continebat pedes; etiam AL,

ſeu

ſeu BQ altitudinem referens, tot erit partium ſcalæ, quot altitudo ipſa eſt pedum.

PROBLEMA XV.

Altitudinem nubis metiri.

Fig. 71. NEgotium hic faceſſunt nubis motus, & inſtabilitas, ſeu mutatio figuræ continua: vnde fit, vt non facilè deſignari in nube poſſit ſtabile punctum, in quod ex duplici ſtatione collimetur. Oportebit igitur nubem ſeligere, quales tranquillo cælo cernuntur, quæ nimirum non moueatur ſenſibiliter, & quæ marginem aliquem habeat notabilem, cuius extremitas ex. gr. C dignoſci poſſit, vt in eam eodem tempore duo menſores ex diuerſis ſtationibus colliment. His poſitis,

Punctum in nube collimationibus deſtinatum eſto C; altitudo nubis ſit CB; linea diſtantiæ AB: in quâ deſignentur binæ ſtationes in A & F, diſtantes iuſto interuallo, quod vix eſſe minus poterit aliquot pedum millibus, licet horizontalis diſtantia nubis AB mediocrem non excederet, ſub quâ tutiſſimam eſſe altitudinum dimenſionem docui in Scholio Probl. 7. Ex bis ſtationibus A & F, duo menſores, ſigno dato, in deſignatum C punctum nubis eodem tempore collimantes, notos faciant angulos CAB, CFB: ex quibus & ſpatio mechanicè noto per Probl. 7 reperietur altitudo nubis quæſita CB.

Aliter & certiùs idem obtinebitur, ſi ſtatio altera eligatur lateralis in X, & operatio inſtituatur, vt in Probl. 8.

Ricciolus cum Grimaldo reperit altitudinem nubis candidæ paſſuum 2177, ſeu pedum 10885.

PROBLEMA XVI.

Altitudinem Iridis inuenire.

Fig. 72. 73. 74. PRænoſcenda ſunt quædam ex Dioptricâ. *Primò* Iridem eſſe perfectè circularem. *Secundò* tria centra, O, A, Z, Iridis nempe, Oculi, & Solis eſſe in vnâ rectâ. *Tertiò*, Rectam illam ZAO, ad quam ſunt tria prædicta centra, ad planum Iridis ſemper eſſe perpendicularem. *Quartò* Sole occumbente (*vide Fig.* 72) integrum Iridis ſemicirculum FCQ videri poſſe: tunc enim linea recta ZAO per centra Solis Z, Oculi A, Iridis O tranſiens, eſt horizonti parallela, ac proinde O centrum Iridis ſupra horizontem exiſtit. Tunc quoque planum Iridis FCQ eſt ad horizontem perpendiculare. *Quintò* Sole ſupra horizontem LB eleuato (*vide Fig.* 73) non apparet integer Iridis ſemicirculus; tunc enim O centrum Iridis, quod ſemper eſt in rectâ per Z centrum Solis, & A centrum Oculi tranſeunte, exiſtit infra horizontem LB, vnde tantùm pars SCR conſpicua eſt: & tunc planum Iridis eſt obliquum horizonti, anguluſque inclinationis CBA obtuſus eſt. *Sextò* cùm magna eſt Oculi ſupra horizontem altitudo, poſſe ex Iride videri plus quàm ſemicirculum Sole occumbente (*vide Fig.* 74.) & tunc planum Iridis inclinatur versùs Oculum.

His prænotatis, obſeruatum eſt à Carteſio, & ſatis conſentiunt experimenta Riccioli. *Primò* Iridis angulum CAO contentum radijs AC, AO ab oculo A, ad Iridis verticem C, eiuſque centrum O emiſſis, eſſe circiter grad. 41. 47'. Obſeruatum eſt *ſecundò* diſtantiam AO oculi à plano Iridis, non excedere 1000 paſſus Bononienſes.

Altitudo Iridis ſemicircularis.

Fig. 72. *Ex his demonſtrabimus radium OC, hoc eſt Iridis altitudinem, cùm integer illius ſemicirculus apparet, non excedere 893. 5'. 7" paſſus, hoc eſt pedes 4795.*

Cum enim per prænotatum 3. angulus COA rectus ſit; erit trigonum AOC rectangulum, in quo proinde reſpectu anguli CAO grad. 41. 47', ſinus totus eſt AO, diſtantia nempe oculi: tangens verò eſt CO radius Iridis. Igitur eſt

Vt	AO ſinus totus 100000	Ad	CO tangentem anguli CAO grad. 41. 47', nempe 89357.

Ita

Ita	AO diſtantia oculi, per obſer. 2. non maior paſſibus 1000	Ad	paſſus.... radij Iridis CO.

Qui proinde per regulam Trium reperitur paſſuum 893. 5′.7″.

Quod ſi eius diſtantia, vt fit plerumque, ſit minor paſſibus 1000, etiam altitudo eius CO paſſibus 893 minor erit, & eodem ſcrutinio reperietur.

Altitudo iridis ſemicirculo minoris.

Altitudo iridis ſit CF, perpendicularis ad horizontem LABF. Menſuretur altitudo Solis ſupra horizontem LABF, angulus nempe ZAL, cui æqualis eſt OAB. Per prænotatum 3, recta ZAO centra Solis Z, oculi A, iridis O, connectens perpendicularis eſt ad iridis radium OBC, adeóque trigonum AOB rectangulum eſt. In quo quia notus eſt acutus angulus OAB, etiam [a] acutus alter ABO innoteſcet: quo ſubtracto à duobus rectis, hoc eſt à gradibus 180, remanet notus [b] ABC. Deinde quia per obſeruationem 1. angulus CAO eſt gr. 41.47′, ſi ab eo dematur OAB notus, relinquitur etiam BAC notus, latus autem AB per obſeruationem 2 datur circiter 1000 paſſuum. Ergo cùm in triangulo ACB detur latus AB cum duobus angulis ABC, BAC; reperietur per Probl. 9. *cap.* 3. BC. Subtrahatur deinde ABC notus à gradibus 180, vt fiat [c] notus CBF: cum quo & notâ BC, reperietur in trigono rectangulo CFB, per Probl. 2. *cap.* 3, CF altitudo Iridis quæſita.

Fig. 73. a Coroll. 8. p. 32. lib. 1. b 13. lib. 1. c 13. lib. 1.

Altitudo iridis ſemicirculo maioris.

Linea horizontalis ſit L*b*, & ſupra eam altitudo oculi A magna XA: altitudinem Iridis repreſentet perpendicularis CK. Centro Quadrantis ſtabilis poſito in A, ita Quadrantem ſtatue, vt radius Solis tranſeat per vtramque lateris dioptram. Tum verò, quia centra Solis Z, oculi A, Iridis *o* ſunt in vnâ rectâ, patet latus Quadrantis directum eſſe in Iridis centrum *o*: quo ſic manente, dirige regulam mobilem in punctum *b*, in quo diameter Iridis occurrit horizonti. His ita conſtitutis, innoteſcit angulus *o*A*b*: cum quo & latere A*o* per obſeru. 2. noto, fiet in trigono A*ob*, quod per prænot. 3, rectangulum eſt, nota [o] A*b*. Subtrahe deinde notum iam angulum *o*A*b* à gradibus 90, vt innoteſcat [p] A*bo*, ſeu A*b*C: angulo autem CA*o*, qui per obſeru. 1. eſt grad. 41. 47′. adde notum angulum *o*A*b*, vt innoteſcat totus CA*b*. Quoniam ergo in triangulo AC*b*, nota ſunt latus A*b*, & duo anguli A*b*C, CA*b*; reperietur per Probl. 9, *cap.* 3. *b*C. Menſuretur deinde angulus XAZ: quo dempto à gradibus 90, notus remanebit, per *prop.* 32. *lib.* 1, angulus AZX, ſiue *o*Z*b*. Tum quia in triangulo Z*ob*, angulus ad *o* rectus eſt per prænot. 3, & *o*Z*b* altitudo Solis ſupra horizontem Z*b* iam notus; etiam Z*bo*, ſeu *kb*C notus fiet. Quoniam igitur in trigono rectangulo C*kb*, nota eſt C*b*, & angulus *kb*C, innoteſcet per Probl. 3. *cap.* 3. C*k* altitudo Iridis quæſita.

Fig. 74. o Prob. 3. c 3. p 32. 1.

Scholium.

Concludam hoc caput duplici quæſtione ad Menſoriæ Artis peritiam pleniorem non parum vtili.

PRIMA

Quantus ſit error, qui oritur ex perpendiculi defectu?

Hîc ferè præcipuus defectus eſt, & maximè ordinarius, quo altitudinum dimenſio vitiatur. Quare eius origo & quantitas hîc erit nonnihil accuratiùs exponenda. Fig. 39.

Cùm altitudines metimur, ſemper infernum latus AB anguli CAB, qui per inſtrumentum inuenitur, eſſe debet horizonti parallelum; aliàs enim non haberetur trigonum rectangulum ABC. Id verò obtinetur ope perpendiculi: nam in Quadrante ſtabili ope perpendiculi ſtatuitur latus inſtrumenti AE, perpendiculare horizonti: vnde conſequens eſt, vt latus alterum AL, ipſum nempe anguli CAB

latus

latus infernum, ſit horizonti parallelum. Quod ſi latus AF *non ſit accuratè perpendiculare, neque latus ALB erit accuratè parallelum.*

Fig.40. *In Quadrante autem pendulo angulus inſtrumento inuentus* foZ *æquatur angulo CAB; cuius latus* AqxB *eſt ad perpendiculum* of *perpendiculare, vt patet ex prop.*8. *lib.*6. *Vnde ſi funiculus* of *non ſit perpendicularis horizonti, (quod accidere ſolet vel propter motum eius, vel quid nimis radendo planum inſtrumenti, non pendeat liberè) non erit etiam* AqxB *horizonti parallela.*

Fig.75. *Ponamus igitur latus infernum anguli per inſtrumentum inuenti, non eſſe horizonti parallelum, ac proinde neque rectum cum altitudine* bC *angulum efficere, ſed cadere infra vel ſupra parallelam horizonti* Ab, *vti cadunt rectæ* Az, Az. *Quæritur quantitas erroris ex hoc defectu in altitudinis menſionem deriuata.*

Statuamus menſoris oculum in A; altitudinem veram bC; *radium AC ab oculo per eius apicem C; diſtantiam* Ab, *ac proinde &* Az, 1000 *pedũ; ex* z *erectam* zX *perpendicularem ad* Az, *cui occurrat radius AC in X,* zC *eſt altitudo falſa, cuius quantitas ex hoc ſitu vitioſo innoteſcet, loco veræ* bC. *Ponamus inſuper angulum* zAb, *quo deflectit* Az *à parallelo ſitu* Ab, 30′ *min. ipſum verò altitudinis angulum inſtrumento repertum* CAz *graduum* 10,

His ita conſtitutis, cadat primò Az *infra* Ab. *Quoniam* CAz *eſt grad.*10. *&* zAb 30′ *min. erit* CAb *grad.*9. 30′: *cum quo & latere* Ab 1000 *pedum, in tri-*
a probl.3. cap.3. *gono rectangulo* AbC *reperitur* [a] *altitudo vera* bC *pedum* 167.3′.4″. *Iam in tri-*
b per idem. *gono rectangulo* AzX, *quia dantur rurſum latus* Az 1000 *pedum, & angulus* XAz 10 *grad. reperietur* [b] *altitudo falſa* zX *pedum* 176.3′,2″. *Erroris ergo quantitas eſt ferme pedum* 8 9′.8′. *Quod ſi* Az *cadat ſupra* Ab, *eodem ratiocinio ſimiliter reperietur erroris quantitas pedum* 9. 0′. 1″. *Itaque, poſito licet adeò craſſo perpendiculi defectu, in caſu primo error non æquat* 18 *partem altitudinis, in ſecundo nequidem vigeſimam.*

Quare cùm diſtantia menſoris ab altitudine ea eſt, quæ altitudinis angulum quantitatis iuſtæ exhibeat, puta non minorem 10 *gradibus, error quoque dimenſionis magnus non erit. Nam & defectum perpendiculi tantùm aſſumpſimus, minutorum nempe* 30′: *quantum non facilè accuratus menſor committet; & diſtantiam eam, quæ angulum ſatis efficeret paruum, videlicet* 10 *graduum; cum debeat, & facilè plerumque poſſit obtineri maior, ſub quo error adhuc multò inſenſibilior euadet: nam reliquis datis iiſdem, ſi angulus altitudinis* XAz *fuerit* 45 *grad. eodem diſcurſu reperies errorem non æquare* 56 *partem altitudinis veræ* Ab, *cadente* Az *infra parallelam* Ab: *cadente verò ſupra, nequidem* 58. *Ex quibus omnibus manifeſtum eſt, ſi cautè & accuratè operemur, poſſe altitudines, ſecùs ac nonnullis harum non ſat peritis aliquando viſum eſt; abſque errore notabili, etiam mediocri adhibito inſtrumento, reperiri. Quod ipſum etiam ex ſequentibus confirmabitur.*

*Quod ſi angulus altitudinis inſtrumento repertus, ſit valde paruus, maior euadet ac ſenſibilior error. Nam ſi reliquis datis omnibus iiſdem, quæ ſuprà, altitudinis angulus ſit grad.*5; *eodem ſcrutinio reperietur error maior nonâ, ſed minor octauâ altitudinis parte, cùm* Az *cadit infra parallelam horizonti* Ab: *cum verò* Az *cadit ſupra* Ab, *error proueniet maior vndecimâ parte altitudinis, ſed minor decimâ. Qui error cùm ne ipſe quidem adeò ſit enormis, præſertim ſub angulo altitudinis tam exili, videlicet grad.*5, *& perpendiculi defectu poſito tam craſſo,* 30′ *nempe minutorum; veritas eorum, quæ paulò ante ſunt dicta, ampliùs eluceſcit.*

*Vlterius tamen decreſcente altitudinis angulo, prædictus error fiet intolerabilis. Reliquis enim datis manentibus; ſi altitudinis angulus ſit grad.*3. *&* Az *cadat infra* Ab, *proueniet error quintâ parte altitudinis maior: ſi* 2 *graduum, &* Az *etiam cadat infra* Ab, *error tertiam excedet altitudinis partem.*

Pari ratione grauis euadet error, cùm diſtantia menſoris tam exigua erit; vt

angulus

angulus altitudinis proueniat valde magnus, hoc eſt proximè accedens ad rectum. Nam datis iiſdem, quæ ſuprà, ſi altitudinis angulus fuerit grad. 88. *error tertiam partem altitudinis excedet.*

Ex hactenus dictis etiam confirmantur ea, quæ in Scholio Problematis 7 oſtenſa ſunt, tutiſſimam nempe altitudinis dimenſionem inſtitui ex diſtantiâ mediocri, quæ exhibeat altitudinis angulum quàm proximè graduum 45.

Nota *ſuppoſuiſſe me anguli altitudinis latus ſupernum, quod ab oculo menſoris per altitudinis apicem extenditur, debitum ſemper ſitum obtinuiſſe attendendo ſolum ad ſitum vitioſum lateris inferni, à ſitu nimirum horizontali AB ſurſum deorſumue deflectentis. Is porrò oritur non ſolùm ex malâ diuiſione graduum, aliiſue vitio inſtrumenti; ſed potiſſimùm, vt ſuprà expoſui, ex perpendiculi defectu. Cæterùm vt plena cognitio habeatur erroris qui ex vitio anguli in altitudinis ac diſtantiæ dimenſionem deriuatur, coniungenda ſunt hoc Scholio dicta cum iis, quæ expoſui in Scholio Probl.7. & in Scholio Probl. 1. num. 1.*

SECVNDA.

An diſtantiæ & Altitudines inacceſſæ, ex vnicâ ſtatione poſſint menſurari.

P. Clauius cenſuit poſſe, & praxim affert huiuſmodi. Quadrati Geometrici (hoc Fig.76. *enim vtitur) latus infernum QF dirige in altitudinis apicem C. per dioptras collimando. Oculo deinde tranſlato ad quadrati centrum A per dioptras regulæ in eundem collima apicem C. Ita opticum habes trigonum rectangulum AQC, cui ſimile eſt in inſtrumento triangulum OSA: ac proinde eſt vt OS. ad SA. ita AQ (hoc eſt SA) ad QC. Cùm ergo OS. & SA, ſint nota in particulis, in quas diuiſum eſt latus SA; ac proinde ſciatur quoties OS contineatur in SA, innoteſcet etiam quoties AQ (quod ponatur eſſe vnius pedis) contineatur in QC. Nota verò QC; & inuento per poriſma 1. altitudinis angulo CQB, innoteſcent*[a] *altitudo CB, & di-* a Probl 2. cap.3. *ſtantia QB.*

Hæc praxis non differt ab eâ, quam tradidi probl.8, & 2. Nam ſi eam attentiùs expenderimus, comperiemus non vnâ ſtatione rem abſolui; ſed duabus. Prima enim ſtatio fit in Q & A ad reperiendam QC: altera deinde tantùm in Q, vt ex QC. & angulo CQA reperiantur CB, & QB. Interuallum porrò ſtationum eſt AQ latus inſtrumenti: quod quia eſt exiguum ac momenti propè nullius ad diſtantiam, nihil hac praxi efficitur. Quod ſic oſtendo.

Statuamus QC diſtantiam ab altitudinis vertice eſſe 1000 *pedum, valde nimirum moderatam; latus autem inſtrumenti AQ, pedis vnius, quo maiora vix eſſe ſolent ordinaria inſtrumenta. His datis, in trigono rectangulo AQC reperietur angulus ACQ*[b] *minor 4 minutis, qui angulus ad hoc negotium ob nimiam parui-* b Probl.5. cap 3. *tatem inutilis eſt. Cùm enim is par*[c] *ſit ſibi alterno SAO; erit etiam ille 4′ minutis* c 27. lib.1. *minor; vnde fiet vt regula inſenſibiliter diſtet à latere AS; ac proinde ipſa etiam SO inſenſibilis exiſtat. Quare ſciri non poterit quot SO contineat particulas lateris AS, quod ad inuentionem ipſius QC requirebatur. Quòd ſi latus inſtrumenti ſit pedum 4, eademque retineatur diſtantia pedum* 1000, *Angulus ACQ, hoc eſt SAO proueniet minor 15′ minutis, qui ne ipſe quidem ſufficit, vt ſuccedat dimenſio. Si verò adhuc augere vltrà voluerimus inſtrumentum & diſtantiam minuere, angulus quidem vtcumque ſenſibilis obtinebitur, ſed inutili prorſus diſpendio, cùm idem ille angulus inſtrumento mediocri obtineri poſſit per ſtationes duas, quarum interuallum lateri inſtrumenti illius enormis ſit æquale. Ex quibus manifeſtum eſt hac methodo nihil ad praxim effici: aut ſiquid ob inſtrumenti inuſitatam magnitudinem effici contingat, id fieri non ſtatione vnicâ, quod petebatur, ſed duabus, cùm bis collimari debeat, in vtraque videlicet lateris extremitate A & Q; & quidem adhuc impenſâ, vt dixi, ſuperfluâ.*

CAPVT VI.

Quâ arte inueſtigetur Ambitus & Diameter Orbis Terræ.

HActenus altitudines & diſtantias in terrâ, aut circa terram poſitas dimenſi ſumus. Maiora iam aggredimur. Ambitum & Profunditatem terreni Orbis, altitudinem Lunæ Soliſque inueſtigare deinceps erit propoſitum. Meritò ſemper omnibus ea inueſtigatio admirabilis viſa eſt. *Altitudinem cæli* (inquit Siracides) *& latitudinem terræ, & profundum abyſſi quis dimenſus eſt?* & Plinius de Ptolemæo, ita ſcribit: *vir ingens ſupraque naturam mortalium, qui tantorum corporum magnitudines tam admirabili ratione comprehenderit.* Vt verò rerum adeò reconditarum ſcientia comparetur, non eſt neceſſe aut orbem ipſum circumnauigare, aut viam ſibi ad centrum vſque per interpoſitas terræ moles aperire, aut per immenſa ſpatia in Lunæ Soliſue cælum conſcendere. Vnâ opus eſt duce Geometriâ, quæ eò abſque funibus & ſcalis, quò eniti aliàs nulla humana induſtria poſſit, ſuis illis Elementorum theorematis quaſi quibuſdam alis inſtructa, penetrabit, omniaque arcana iſta proferet in lucem.

Vt ad rem ipſam aliquando aggrediamur; ex Aſtronomiâ ſuppono molem ex terrâ & aquâ compoſitam eſſe ſphæricam: quod, omiſſis aliorum demonſtrationibus, breuiſſimè ſic oſtendo. Vbiuis terrarum circumferentia horizontis viſum terminans, apparet circularis. Hoc fieri non poſſet ſi alterius eſſet figuræ moles terraquea quàm ſphæricæ, vt in ſphæricis demonſtratum eſt. Ergo moles terraquea eſt ſphærica.

PROBLEMA I.

Semidiametrum Orbis Terræ inuenire.

Fig. 78. ELigatur Mons quiſpiam excelſus, ex quo liber pateat horizontis conſpectus, nullis alijs montibus, ſeu collibus impeditus. Aptiſſimus huic negotio Mons erit, ex quo liber ſit proſpectus in mare: illius enim ſuperficies æquabilis eſt, ac proinde viſibilem horizontis circumferentiam abſque impedimento præbet. Talis eſt Mons Ætbna in Siciliâ, qui & altiſſimus eſt, & longiſſimum exhibet in mare proſpectum. Montis igitur eiuſmodi altitudo ſit AB, quæ protracta tranſibit per terræ centrum Z. Altitudinem illam AB fac notam per *Probl.7*, vel. 8, *cap.5.* Conſtitutus deinde in eius vertice A, metire per Poriſma 2. *cap.5.* angulum CAB, quem radius ab oculo ad C terminum horizontis pertingens, ac proinde ſuperficiem globi terraquei contingens, efficit cum ipsâ montis altitudine AB. Quod accuratè vt fiat, non ſufficiet Quadrans magnitudinis ordinariæ, ſed adhibendus eſt planè magnus, in quo præter Gradus, notata ſint Minuta Prima, imo & Decades ſaltem Minutorum Secundorum: quâ ferè magnitudine inſtrumenti opus etiam erit ſuprà, vt altitudo ipſius montis AB reperiatur exactè. Et quia difficile eſt ob ſpecierum ex diſtantiâ tantâ debilitatem determinare punctum in circumferentiâ horizontis diſtinctè viſibile, captandus eſt ortus occaſuſue alicuius Stellæ, vel Lunæ potius aut Solis, cùm ita iam infra horizontem deprimitur, vt ſolus margo extremus appareat: tunc enim in lucidum illius marginem collimando, eâdem operâ collimabis in punctum aliquod circumferentiæ horizontis, radiuſque viſualis AC terraquei globi ſuperficiem præciſè tanget.

His ita conſtitutis: concipiatur ex Terræ centro Z ad contactum C emiſſa recta ZC. Ita triangulum habebitur CAZ, cuius latus vnum ZC eſt Terræ ſemidiameter; alterum AZ ex AB altitudine Montis, & BZ Semidiametro Terræ compoſitum; tertium AC radius viſualis globum terraqueum contingens in C. In hoc triangulo, quia ex Z centro ad contactum ducta eſt ZC, erit angulus [a] ZCA rectus; ac proinde duo reliqui [b] A & Z vnum rectum conficiunt, ſeu 90 grad. Qoare ſi gradus noti iam anguli A, qui ferè ſunt grad. 87.11'. auferamus à 90 gradibus, remanent gradus 2. 49' pro angulo Z. Ita angulus Z in ipſo Terræ centro abditus innoteſcit. Iam quia trigonum ZCA rectangulum eſt, per *defin.9.cap.2.* reſpectu anguli Z erit CZ Sinus totus 100000, & AZ Secans; quæ ex tabulis datur 100120. Quare ſi CZ, ſeu ZB 100000 dematur ex ZA 100120, remanebit AB 120 nota in partibus ſinus totius CZ 100000. Sed eadem AB, altitudo nempe Montis etiam nota eſt in Milliarijs. Ergo

a per 18. lib. 3.
b per 32. lib. 1.

Vt

Vt	AB, 120 partes ſinus totius	Ad	CZ Sinum totum 100000
Ita	AB milliariorum 5	Ad	milliaria incognita..... ſemidiametri terræ CZ.

Cùm igitur tria prima ſint nota, innoteſcet etiam quartum, Milliaria videlicet Semidiametri Terræ, quæ quærebantur, quæ ex hoc ſcrutinio proueniet milliariorum Bononienſium $4166\frac{80}{125}$.

Huic indagini, quæ ſanè ingenioſa eſt, initium dedit Maurolycus; cuius ratiocinatio primò rudior (arcum enim CB, qui notabiliter curuus eſt, pro rectâ lineâ aſſumpſit) correcta & expoſita in hanc, quam propoſui, formam euaſit.

Semidiameter duplicata dabit totam diametrum, ex quâ circumferentia ipſa, ſiue ambitus Terræ elicitur eo modo, quem tradidi in ſelectis ex Archimede in Scholio *prop. 6.* & tradam infra *lib. 2. cap. 12. Probl. 3.* Verùm quia etiam diameter elicitur ex circumferentiâ, vtriuſque ſeorſim & immediatè reperiendi artificium omnino tradendum eſt, præſertim cùm expeditior plerumque ſit inuentio immediata circumferentiæ, quàm diametri.

PROBLEMA II.

Orbis Terræ circumferentiam inuenire.

PRimo loco proponam modum Eratoſthenis Cyrenenſis ſed correctum: ſubtilis eſt, & à Plinio aliiſque meritò laudatus. *Fig. 77.*

Dimenſurus igitur Eratoſthenes ambitũ Terræ, hæc aſſumpſit: Primò vrbem Syenem eſſe ſub Tropico Cancri; iſtic enim ſcribunt Cleomedes, Plinius & Strabo in meridie Solſtitij per 150 ſtadia circumquaque, gnomones nullam vmbram projicere: addit Plinius puteum iſtic eius rei gratiâ factum eſſe, cuius in meridie Solſtitij totus fundus illuſtratur à Sole. Secundò, Syenem & Alexandriam: (has enim Vrbes tanquam ad hoc ſcrutinium commodas elegerat) ſub eodem ſitas eſſe Meridiano: in quo quidem eſt corrigendus, cùm Alexandria ſit Occidentalior grad. 1. 30′. min. Tertiò, diſtantiam Syenis ab Alexandriâ eſſe ſtadiorum 5000. Quartò, radios emiſſos ex Solis centro (F,) & extremitate diametri (L) in terram, eſſe quoad ſenſum parallelos, in quo etiam corrigendus erit infrà. His poſitis, vt ex Cleomede refert Nonius, aliique, hunc ferè in modum ratiocinatus eſt.

Alexandria ſit in *a*; Syene in B; Meridianus per vtramque tranſiens X*a*B. Centrum terræ Z, centrum Solis F, eiuſque ſemidiameter terræ parallela LF. In *a*, nimirum Alexandriæ ſcaphium ita collocauit, vt gnomon *ao* perpendicularis eſſet ad ſuperficiem terræ, adeóque productus tranſiret per terræ centrum Z. *Fig. 77.* Eſt porrò ſcaphium hemiſphærium cauum, gnomonem habens *ao*, centrum apice ſuo attingens, & Quadrantes *a*N, *a*S in 90 gradus diuiſos. Tum in meridie Solſtitij obſeruauit quantitatem arcus *ac*, vmbram nempe gnomonis A*o*, quam determinat radius L*oc* ab extremo Solis margine, ſeu extremitate diametri L per *o* ſcaphii centrum & gnomonis apicem incedens, eumque reperit grad. 7. 12′. Iam quia Syene eſt ſub Tropico Cancri, radium FB in Syenem è Solis centro directum in meridie Solſtitij, concluſit tranſire per terræ centrum Z, ibidemque concurrere cum gnomone *oa* Alexandriæ erecto, & efficere angulum FZ*o*. Vt huius anguli quantitatem inueniret, aſſumpſit radios L*oc*, FBZ ob enormem Solis diſtantiam quoad ſenſum eſſe parallelos; ac proinde per *prop. 27. lib. 1.* angulum FZ*o* æqualem eſſe ſibi alterno *coa* grad. 7. 12′. Sed in eo fallus eſt Eratoſthenes; non enim radij L*oc*, FBZ; ſed F*oq*, FBZ, quoad ſenſum paralleli ſunt, vt à Ricciolo demonſtratum eſt *lib. 3. Almag. cap. 27. num. 7. & Geograph. lib. 5. cap. 3. num. 3.* ac proinde angulus FZ*o*, æqualis eſt angulo *qoa*, qui priorem *coa* excedit angulo *qoc*, ſeu [b] L*o*F, ſub quo ſpectatur Solis ſemidiameter FL, qui eſt 15′, aut 16′ minutorum. b 15. lib. 1. Vnde ipſo *qoa*, adeóq; & FZ*o*, ſeu BZ*a* eſt grad. 7. 27′, aut 28′. Quare etiam *a*B arcus Meridiani inter Alexandriam, & Syenem fuit Grad. 7, 27′, aut 28′ min. Hinc cùm Meridiani arcus *a*B grad. 7. 27′. ex aſſumpto 3 conficiat 5000 ſtadiorum, per regulam proportionum, 1 gradus conficiet ſtadia 671, vel correctione adhibitâ, (ex eo quod Alexandria & Syene non ſint præcisè ſub eodem Meridiano) ſtadia 600, quæ multiplicata per gradus 360, producunt ſtadia 216000 pro totâ Meridiani circumferentiâ, hoc eſt ambitu orbis terræ.

Vt	grad. 7. 27′	Ad	ſtadia 5000
Ita	grad. 1.	Ad	ſtadia.....

Quod ſi, vt valde probabile eſt, ſtadia illa fuerint Alexandrina, 606 ſtadia debita vni gradui maximi terræ circuli efficient 72 milliaria Bononienſia: & ſtadia 216000 debita toti circumferentiæ, dabunt milliaria Bononienſia 25920, vt eruditè probat Ricciolus. Quoniam verò *cap.*1. oſtenſum eſt milliare Belgicum, ſiue horarium eſſe triplum Bononienſis, vnus gradus terreni ambitus, ex ratiocinio Eratoſthenis ritè correcto, continebit milliaria Belgica 24: ambitus verò totus 8640.

PROBLEMA III.

Ambitum Orbis Terræ aliter inueſtigare.

*Fig.*79. ELigantur duæ vrbes *l, s*, poſitæ ſub eodem Meridiano, qui in cælo ſit CBFZ, in terrâ *qlsv*, horizon vrbis *l* ſit CAZ; vrbis verò *s*, ſit horizon XAR: puncta ipſis verticalia B, F. Diſtantia harum vrbium *ls*, per *Probl.* 3. *cap.*5 quàm accuratiſſimè fiat nota in milliaribus, adhibito inſtrumento exquiſito & amplo; aut certè longo vſu & commeatione frequenti ea diſtantia ſit nota; id quod, ſi vrbes ſint celebres, & vna ſit paſſim omnium æſtimatio diſtantiæ, obtineri poteſt citra errorem ſenſibilem.

Notâ hunc in modum vrbium aſſumptarum diſtantiâ *ls* in milliaribus, reliquum eſt, vt eadem quoque nota fiat in gradibus. Quod ita fiet: menſuretur CI altitudo poli vrbis *l* ſupra horizontem eius CZ: ſimiliter altitudo poli XI ſupra horizontem XR vrbis *s*. Minor XI ſubtrahatur à maiori CI, & nota erit earum differentia CX. Quoniam ergo BC, FX æquales ſunt, (ſunt enim ambo meridiani quarta pars) ablato communi XB, erunt reſidui arcus CX, FB æquales. Quia ergo notus eſt CX, etiam BF notus erit; hoc eſt ſcietur quot

c cor.3. prop.33.l.6 gradus contineat BF Meridiani cæleſtis. Atqui tot gradus [c] continet meridiani terreſtris *qlv*, arcus *ls*, quot gradus meridiani cæleſtis continet BF. Ergo etiam noti ſunt gradus *ls*; qui eſt diſtantia vrbium *l*, & *s*.

Hoc ipſum etiam per altitudines meridianas alicuius ſtellæ ita poterit obtineri. Eligatur ſtella quæpiam O, cuius altitudo meridiana ZO ſupra horizontem CZ vrbis *l* fiat nota; & nota fiat ſimiliter altitudo ſtellæ O meridiana RO ſupra XR horizontem vrbis *s*. Tum minore ZO ſubtractâ à maiore RO, noti fient gradus arcus RZ: cui cùm æqualis ſit arcus BF (ſunt enim rurſum ambo arcus BZ, & FR quadrantes meridiani, adeóque æquales inter ſe: à

d per idem. quibus proinde dempto communi FZ, remanent BF, ZR etiam æquales) gradus quoque ipſius BF noti erunt. Ergò, vt ſuprà, noti erunt [d] etiam gradus *l*Z.

Ponamus igitur arcum *ls*, ſiue hac methodo, ſiue præcedenti, repertum eſſe graduum 2; milliaria verò continere 144$\frac{1}{2}$. Si gradus 2 efficiant milliaria 144$\frac{1}{2}$: gradus 360, hoc eſt totus terræ ambitus, quot milliaria efficiet? per regulam proportionum prouenient milliaria 26010.

Hoc artificio vſus eſt Poſſidonius Philoſophus, laudatus à Plinio, Strabone & Cicerone, ille, cuius ianuæ Pompeius Magnus, cùm ad eum audiendum accederet, imperij faſces ſubmiſit. Vſi ſunt eâdem Alamon Rex Arabiæ, multique Arabes, Naucleri item recentiores, ex longo nauigandi vſu rei maritimæ peritiſſimi, ex quorum obſeruationibus debentur vni gradui milliaria Bononienſia ſaltem 70.

PROBLEMA IV.

Tertius modus indagandi Ambitum Orbis Terræ.

*Fig.*79. ELigantur duo loca *l, s* aliquot milliaribus horarijs diſſita, ſiue ſint ſub eodem Meridiano, ſiue non; quorum ea poſitio ſit, vt eorum diſtantia *ls*, per Probl. 3. *cap.*5, poſſit menſurari: quod fieri debet ſummâ curâ & Quadrante amplo. Inueniatur deinde arcus BF, verticalis circuli inter loci vtriuſque vertices B & F interceptus, cuius inuentionis quæ planè Aſtronomica eſt, modum tradere huius loci non eſt. Notis gradibus arcus BF in cælo, innoteſcunt etiam gradus totidem arcus *ls* in terrâ. Tum, vt ſuprà, ratiocinabimur: ſi tot gradus diſtantiæ *ls*, efficiant milliaria tot: gradus 360 quot milliaria efficient? Per regulam Trium prodibit numerus milliarium toti circumferentiæ orbis terræ debitorum.

Hanc viam tenuit Ioannes Baptiſta Ricciolus Noſter. Elegit is diſtantiam inter villam Collegij noſtri Bononienſis ſitam in monte Serrâ propè Paternum, & Turrim Mutinenſem quam iuxta methodum *Probl.* 3. *cap.*5. maximâ curâ & induſtriâ dimenſus reperit paſſuum Bononienſem 21176, hoc eſt milliariorum Bononienſium 21 & paſſuum 176. Interual-

lum

lum autem, quod ad hanc dimenſionem peragendam, applicatâ decempedâ, notum fecit, fuit paſſuum Bononienſium 1088$\frac{2}{5}$. hoc eſt vnius milliarij Bononienſis & paſſuum 88$\frac{2}{5}$. Deinde arcum verticalis inter loca aſſumpta comprehenſum, exquiſitiſſimâ adhibitâ diligentiâ, & peritiâ pari, inuenit 17′. 35″. Cùm igitur 17′. 35″ vnius gradus terreni efficiant milliaria Bononienſia 21 & paſſ. 178; gradus 360 quot milliaria efficient? per regulam Trium proueniunt milliaria Bononienſia 26010, pro totâ terræ circumferentiâ: pro vno gradu autem 72$\frac{1}{4}$.

Quanta demum ſit tam circumferentia, quàm diameter Orbis terræ.

Viæ hactenus traditæ de ſe infallibiles ſunt, ſi opus præſcriptum fiat exactè. Verùm quia non omnes vel parem in obſeruandô peritiam & cautelam, vel organa ſatis exquiſita attulerunt, factum eſt, vt in executione exactâ operis præſcripti variè fuerit peccatum à varijs; atque inde nata ſententiarum de terræ ambitu varietas: quæ tamen ipſa tanta non erit, quantam ſibi perſuadent aliqui, ſi menſuræ diuerſæ, quibus vſi auctores ſunt, ad vnam aliquam reuocentur. Vt igitur certum aliquid de quæſtione propoſitâ definiamus, quando praxes ipſæ infallibiles ſunt, oportebit inquirere quis eas fuerit accuratiùs executus. Non exiſtimo, ſeu hac ætate, ſeu aliàs fortè vnquam Ricciolo noſtro vllum, ſiue peritiâ obſeruandi, ſiue laboris aſſiduitate ſuperiorem fuiſſe. Apparet hoc manifeſtè tum in toto ipſius opere Aſtronomico, tum in hoc ipſo, quod agimus, negotio clariſſimè cernitur. Quare facilè me induci patior, vt credam ab eo quàm proximè veram orbis magnitudinem aſſignari. Deprehendit ille, vt dixi ſuprà, in vno gradu maximi terræ circuli milliaria Bononienſia 72$\frac{1}{4}$: quæ magnitudo maximè credibilis eſt non ſolùm propter inſignem Riccioli in obſeruando induſtriam, ſed etiam, quòd, vt patet ex *Probl.* 2, ferè eadem deducatur ex Erateſthonis calculo emendato omnium celeberrimo; eandemque adſtruant Maſſonus & Kepplerus: ab eâ vno ſolùm milliari Bononienſi diſſentiant Dionyſiodorus celebris inter veteres Aſtronomus, & Gaſſendus inter recentiores Philoſophus & Aſtronomus planè eximius, & tantumdem ferè Oceani Nauigatores moderni. Demus igitur vni gradui milliaria 72$\frac{1}{4}$ quot nimirum à Ricciolo inuenta ſunt: ſi ea multiplicemus per 360, gradus prouenient milliaria Bononienſia 26010, pro totâ terræ circumferentiâ. Ex quâ per ea, quæ tradidi in Archimede poſt prop. 6: inuenitur diameter terræ mill. Bon. 8279$\frac{81}{113}$.

		Continet Milliaria Bononienſia	Continet Milliaria horaria
Orbis terræ	Vnus gradus	72$\frac{1}{4}$	24$\frac{1}{12}$
	Circumferentia	26010	8640
	Diameter	8279$\frac{81}{113}$ / $\frac{37}{71}$	2759$\frac{33}{71}$
	Semidiameter	4139$\frac{223}{263}$ / $\frac{44}{71}$	1379$\frac{52}{71}$

		Continet Pedes Bononienſes
Ambitus terræ minutum	Primum	6020 $\frac{5}{6}$
	Secundum	100 $\frac{25}{72}$
	Tertium	1 $\frac{235}{864}$

Atque has quidem dimenſiones ex omnibus ſentio quàm proximè ad veras accedere.

Sed quoniam ad multa vtile eſt, hoc etiam adiungamus, quænam terræ circumferentia minima ſit earum, quæ ab Aſtronomis vnquam ſint repertæ. Ea eſt Willebrordi Snellij, qui vni gradui tribuit milliaria Rhynlandica 19, hoc eſt Bononienſia 57, quæ ducta in 360, exhibent minimam terræ circumferentiam milliariorum Bonon. 20520, ex quâ elicitur diameter terræ minima milliat. Bonon. 6531$\frac{333}{353}$.

		Continet Milliaria Bonon.	Continet Milliat. horar.
Orbis terræ	Circumferentia minima	20520	6840
	Diameter minima	6531$\frac{355}{353}$ / $\frac{51}{71}$	2177$\frac{95}{333}$ / $\frac{17}{71}$
	Semidiameter minima	3265 $\frac{65}{71}$	1088$\frac{34}{71}$

Cæterùm Snellij iſta dimenſio non admodum probabilis eſt, quòd ex nimis multis operationibus ſit compoſita, quarum errores ſingularum ſimul iuncti, errorem magnum poſſunt efficere. Ipſum conſule in ſuo Eratoſthene Batauo.

PROBLEMA V.

Amplitudinem horizontis ex altitudine oculi datâ viſibilis inuenire.

Fig. 80.

ALtitudo oculi ſupra terram, vel potius mare ſit AO, per quam cogitemus ſecari globum terraqueum circulo maximo LBOC. Dein ab oculo A ducta intelligatur recta tangens ſphæricam terraquei globi ſuperficiem in B. Manifeſtum eſt vltra punctum contactûs B ab oculo A nihil videri ampliùs ex globo terraqueo. Quod ſi tangens AB, fixo manente puncto A, concipiatur in orbem circumduci, ſic vt perpetuò tangat; deſcribet illa in terraquei globi ſuperficie circuli circumferentiam BQCX in quâ viſus circumquaque terminabitur; ac proinde definiet ſuperficiem OBQCX, ab oculo A ſpectabilem: quæ quamuis reuerà ſit ſphærica; tamen ob globi totius magnitudinē, cuius ſuperficiei pars ipſa eſt perexigua apparet inſtar plani circularis, cuius centrum ſit punctum O, oculo A directè ſuppoſitum: ſemidiameter verò arcus OB, ſeu OC, qui etiam ipſe quoad ſenſum recta linea eſt. Hæc igitur iam explicata ſuperficies Horizon dicitur, cuius amplitudo, arcus nimirum OB, vel totus COB, hoc problemate inquiritur.

Stans ergo quiſpiam in AO ad littus maris oculum habeat A, ſupra maris ſuperficiem eleuatum 6 pedibus, quanta eſſe ſolet ſtatura hominis iuſta. Quæritur ad quantam diſtantiam eius viſio porrigatur: hoc eſt quanta ſit longitudo à puncto O, cui pedibus inſiſtit, vſque ad puoctum B, in quo radius viſualis globum terraqueum tangit.

Altitudo oculi AO concipiatur producta vſque ad terræ centrum Z, & ex centro Z ad punctum contactûs ducta ſemidiameter ZB. Per *prop.* 18. *lib.* 3. ZB cum tangente AB conſtituit angulum rectum, ac proinde trigonum ZBA rectangulum eſt: in quo latus ZB eſt ſemidiameter terræ, quæ per præcedens problema iam inuenta eſt milliariorum Bononienſium 4139, ſeu pedum Bononienſium 20(695000: baſis verò AZ compoſita eſt ex altitudine oculi AO, 6 pedum, & OZ ſemidiametro terræ, adeoque eſt pedum Bononienſium 20(695, 006. Ex his cognitis, per prob. 4. *cap.* 3 reperitur angulus AZB, ſeu OZB minutorum 2'. 37''. 2''' [illegible] hoc eſt min. 2'. 37''. 3''' ferè. Cùm ergo per prob. 4. vni gradui terreſtris ambitus, ſiue minutis 60 debeantur milliaria Bononienſia 72. 2'. 5''. hoc eſt pedes Bonon. 3612505 minutis 2'. 37''. 3'''. quot pedes debentur? per regulam Trium reperies minutis 2' competere pedes 12041 [illegible] ſecundis 37', pedes 3712 [illegible], tertijs 3, pedes 5 [illegible]. Horum ſumma facit pedes Bononienſes 15759 [illegible], & tantus eſt arcus OB, trium videlicet milliariorum Bononienſium & pedum Bononienſium 759, hoc eſt paulo maior vno milliari horario.

Quod ſi altitudo oculi detur vnius milliarij Bononienſis, eodem ratiocinio reperietur arcus OB maior grad. 1. 16'; minor verò grad. 1. 17'. ac proinde OB quàm proximè erit milliariorum Bononienſium 91.

Alter.

Quoniam pulchra eſt huius res diſquiſitio, eam placet aliâ adhuc viâ ſcrutari.

Ponatur rurſum altitudo oculi eſſe 6 pedum. Quia radius AC tangit globum terræ; e-
a per 36. rit a rectangulum LAO æquale quadrato AB. Rectangulum porro LAO notum eſt. Nam
lib. 3. per prob. 4. LO terræ diameter continet milliaria Bononienſia 8279 [illegible], hoc eſt pedes Bononienſes 41391197 [illegible], quibus ſi addas AO pedes 6, oculi nempe altitudinem, fiet tota, LA pedum 41391203 [illegible]. Hâc ductâ in AO ped. 6. producitur rectangulum LAO, hoc eſt (vt iam oſtendi) quadratum AB, pedum quadratorum Bon. 248347219 [illegible]. Quare radix quadrata huius numeri exhibebit pedes tangentis AB. Radix porro illa maior eſt quàm 15759, & minor quàm 15760. Igitur tangens AB (hoc eſt OB; differunt enim inſenſibiliter) eſt pedum 15759 & particularum aliquot vnius pedis, planè quanta fuit priori methodo inuenta.

Porro tangentem AB non excedere ſenſibiliter arcum OB, ſic oſtendes: angulus BAZ ex praxi primâ reperitur grad. 89. 57'. 22''. 57'''. Sed demus eum eſſe iuſto minorem, nempe grad. 89. 57'. 20'': ducaturque BX perpendicularis ad AL: erit BX ſinus anguli BAX

grad.

grad.89.57'.20" ad AB ſinum totū vt 9999996991 ad 10000000000; quorum differentia 3009 nequidem eſt pars millioneſima ipſius AB 10000000000. Quare cùm arcus OB maior ſit perpendiculari BX, patebit de hoc intentum à fortiori.

Cæterùm hæc via adhiberi ſolùm poteſt quando altitudo non eſt tanta, vt OB arcus horizontis ob magnitudinem ſuam, non ſit ſenſibiliter curuus, ac proinde ſenſibiliter minor tangente AC: Tunc enim ſolus adhiberi debet modus præcedens.

Scholium.

Quò altitudo oculi fuerit maior, eò etiam maior terraquei globi portio ſpectabitur; quæ tamen neceſſariò ſemper minor erit parte dimidiâ, ſeu hemiſphærio, quantacumque fuerit oculi diſtantia. Quod quamuis ad Opticam pertineat, placet tamen hic obiter demonſtrare, Fig. 81.

Data ſit ſphæra oculo maior, OFqb, & oculus in Cab eâ quantumcumque diſtans. Ab oculo C emiſſi radij tangentes in F, & L, determinent portionem viſam FQL. Dico eam eſſe hemiſphærio minorem. Ex centro enim ad contactus F, L, ducantur rectæ AF, AL, & ad oculum recta AC. Quia [a] *AFC rectus eſt, FAC* a 18. lib. 3. *neceſſario* [b] *acutus eſt. Similiter quia ALC rectus eſt, erit LAC acutus. Ergo* b Coroll. 5. p. 32. l. 1. *duo acuti ſimul FAC, LAC; non efficiunt duos rectos, ſed obtuſum angulum FAL duobus rectis minorem, ac proinde FA, LA non ſunt vna recta, ſed inclinantur verſus oculum C. Ducatur ergo per A centrum recta OAb: hæc determinat hemiſphærium OQb; vnde portio viſa FQL à radijs tangentibus incluſa, minor eſt hemiſphærio.*

Si duobus oculis ſphæram intueamur, ſupponitur diametrum eſſe maiorem interuallo oculorum,

PROBLEMA VI.

Ex quantâ diſtantiâ vertex alicuius montis, aut ſummitas mali nauis conſpici poſſit.

AD ſolutionem problematis determinanda inſuper eſt altitudo oculi. Fig. 84.

Altitudo montis, aut malus nauis ſit CF, à cuius vertice C, ducta concipiatur recta globum terraqueum tangens in B. Si oculus ſtatuatur in ipsâ terræ, ſeu maris ſuperficie, manifeſtum ob terræ ac maris rotunditatem non poſſe cerni apicem B vltra punctum B, ex. gr. in O. Quod ſi oculo detur altitudo aliqua OA ſupra terræ aut maris ſuperficiem, poterit videri apex C etiam vltra contactum B ab oculo exiſtente in puncto aliquo A tangentis CB productæ.

Quæritur ergo quantus ſit arcus FO. Id verò ex problemate præcedenti in promptu eſt inuenire. Per hoc enim reperietur arcus FB tangentis CB: item arcus OB tangentis AB: qui iuncti dabunt arcum quæſitum FO. Quare ſi FC ſit altitudo vnius milliaris Bononienſis, reperietur arcus FB milliariorum 91; & ſi AO ſit pedum 6, reperietur arcus OB milliariorum 3, pedum 759. Quare totus arcus FO erit milliariorum 94. ped. 759: ac proinde ex tanto interuallo oculus 6 pedes altus, ſpectabit præciſè apicem montis alti vno milliario Bononienſi.

Quod ſi maior oculo detur altitudo, ex maiori etiam diſtantiâ poterit conſpicere ſummitatem altitudinis datæ.

Corollarium.

Ex his poterimus colligere, quanta ſit diſtaotia nubium apparentium in margine horizootis.

CAPVT VII.

Ex inuentâ ſemidiametro terræ, prodigioſæ quorumdam montium altitudines demonſtrantur.

EXiſtimauit Keplerus, alijque, altiſſimos montes non attolli vltra 2, aut 4. milliaria Italica. Quantopere fallantur, ex ijs, quæ ſubiungam, fiet manifeſtum. Artificium metiendi altitudines montium tradidi *cap.* 5. *prob.* 7 & 8. Verùm deficere illud, cùm menſoris à monte diſtantia vnum gradum adæquat, demonſtraui in ſcholio 8. Problematis. Atqui tanta & maior erit aſſumenda, vt montium quorundam prodigioſam altitudinem inueſtigemus. Quare alia metiendi ratio, cui non officiat terræ rotunditas, à Ricciolo excogitata eſt, ſed quæ inuentam prius terræ ſemidiametrum ſupponat: neque enim alia ſupereſt via, quâ ſcrutari dictorum montium altitudines poſſimus.

PROBLEMA I.

Altitudinem montis inacceſsi (AB) datis ſemidiametro terræ, & alterius montis altitudine (OC) inuenire.

Fig. 82.

OPortet autem altitudinem montis OC, quæ datur, eſſe notabilem. Menſuretur in pede mõtis dati angulus AOC, & in mõtis vertice angulus ACO: quod quomodo fieri debeat, apparet in figura 83; inſtrumento enim (vt iſthic expreſſum eſt) collocato, abſciſſus à per-
a 17. lib. 1. pendiculo arcus *xo* manifeſtat angulum *coa* (ſunt enim ob parallas *kx*, *co*, alterni *ako*, & *coa* [a] æ-
Fig. 82. quales) arcus verò *ns* indicat angulum *ocs*, qui additus recto *sca*, manifeſtat totum *aco*. Quo-
b Prob. 9. cap. 3. niam igitur in triangulo *oac* dantur anguli *coa*, *aco*, & latus *co*; ex his innoteſcet [b] latus *ac*. Deinde quia in triangulo *acz*, notus iam eſt angulus *c*, & latus *ac*; itemque latus *zc* notum eſt (nam *zo* eſt ſemidiameter terræ quæ inuenta eſt *cap. præc.* eſt verò *oc* altitudo montis data),
c Prob. 10. c. 3. ex his [c] elicietur *za*: à quâ ſi demas *zb* ſemidiametrum terræ, nota relinquetur *ab* altitudo montis quæſita

PROBLEMA II.

Altitudinem montis (CF) cuius vertex (C) in margine horizontis appareat, datâ ſemidiametro terræ, & menſoris ab eo diſtantiâ (OF) inuenire.

Fig. 84. MEnſor exiſtat in AO. Radius ab Oculo globi terreni ſuperficiem tangens atque inde ad C verticem montis FC pertingens, eſto ABC. terminus igitur horizontis ab Oculo A viſibilis eſt contactus B; cuius amplitudo OB reperitur per prob. 5. *cap. præc.* quâ ſubtractâ à dato arcu ſeu diſtantiâ OF, notus relinquitur arcus FB, ac proinde & angulus CZB. Continuentur deinde altitudines montis CF, & Oculi AO vſque centrum Z: à quo ad contactum B ducatur ZB per *prop.* 18. *lib.* 3. angulus CBZ rectus eſt. Quoniam ergo in trigono rectangulo CBZ dantur angulus CZB, & latus ZB, terræ ſemidiameter, quæ *cap. præc.* re-
f Probl. 3. c. 3. perta eſt; ex his [f] inuenietur ZC: à quâ ſi demas terræ ſemidiametrum ZF, nota relinquetur altitudo montis quæſita CF.

PROBLEMA III.

Inquiritur altitudo Æthnæ.

Fig. 84. REferunt Maurolycus & Melitenſes Æthnam conſpici ex inſulâ Melitâ, & vltra, ex diſtantiâ milliariorum 216. Hoc dato,

Altitudo Æthnæ colligitur milliariorum Italicorum Bononienſium $5\frac{43228}{100000}$.

Ponantur

Ponantur & conſtruantur eadem, quæ in Problemate præcedenti, ſitque altitudo Æthnæ FC, & oculus ſpectatoris in Melita eſto A: altitudo autem oculi AO, ſit pedum 6. Igitur OB amplitudo horizontis reperitur g milliariorum Bononienſium 3, pedum 759, qui hic poterunt contemni. Quare ſi arcum OB 3 milliariorum demas ab arcu, ſeu diſtantià OF, quæ ex hyp. eſt milliariorum 216, reſtat arcus BF milliariorum 213. Iam ſi milliaria 26010, quantus *cap. præc. prob.*4. totus terræ ambitus eſſe oſtenſus eſt, efficiunt gradus 360; milliaria 213 arcus BF quot efficient? per regulam Trium proueniunt pro arcu BF gradus 2, min. 56'. & 88 centeſimæ vnius minuti. Sed demus iuſto minus arcui BF, adeoque & angulo CZB, nempe grad. 2. 56'. Secans grad. 2. 56' eſt 100131. poſito ſinu toto 100000. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt *g Prob. 5. c. 6.*

Vt	Sinus totus 100000	Ad	ſecantem anguli CZB grad. 2. 56'. 100131
Ita	ZB ſemidiameter terræ milliariorum 4139,	Ad	ZC ZC milliariorum ......

Per regulam Trium reperitur ZC milliariorum 4144 $\frac{42308}{100000}$. Ab hac ſi auferas ZF ſemidiametrum terræ milliariorum 4139, relinquitur CF altitudo Æthnæ milliariorum Bononienſium 5, $\frac{42308}{100000}$: à quâ detrahere aliquid oportet, vt compenſetur refractio, quæ fortè interuenit, & altitudinem verâ maiorem facit.

PROBLEMA IV.

Inquiritur altitudo Pici.

PIcus mons, eſt rupes altiſſima inſulæ Teneriſtæ, quæ vna eſt ex Fortunatis, ſeu Canarijs, Huius altitudo tanta eſt, vt ſub eius Meridiano iam versùs Auſtrum, quàm Boream nauigantibus appareat ex diſtantiâ 4 graduum; hoc eſt 289 milliariorum Italicorum, & ex inſulâ Materiâ, quæ ab eo diſtat grad. 4. 10', cacumen eius inſtar alicuius templi conſpiciatur. Ita Cadamuſtus, Ioannes Hugonis, Snellius, Furnerius Noſter. Hoc dato,

Altitudo Pici demonſtrabitur æquare 10 milliaria Bononienſia vt minimum.

Picus eſto CF, Oculus A altus pedes 6; cætera ponãtur ac ordinentur vt in præcedentibus. *Fig. 84.* Arcus, ſeu diſtantiâ ex obſeruatione eſt grad. 4. 10, hoc eſt 300 milliariorum Bononienſium, imò longè maior; cùm enim Picus ex eâ diſtantiâ inſtar templi appareat, haud dubiè adhuc longè vltra Materiam inſulam ſpectaretur. Sed demus arcui OF ſolùm gradus 4, 10'. Arcus OB per prob. 5. *cap. præc.* eſt grad. 0. 2' 37". 3''', quæ ablata ab arcu OF grad. 4. 10', relinquunt arcum FB, adeoque & angulum CZB, graduum 4. 7'. 22". 57''' iuſto minorem: in quo etiam ſecunda & tertia negligemus. Porro ſecans anguli CZB grad. 4. 7', eſt 100258. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt

Vt	Sinus totus 100000	Ad	ſecantem anguli CZB gr. 4. 7', nempe 100258
Ita	ZB ſemidiameter terræ milliariorum 4139	Ad	ZC

Per regulam Auream reperitur ZC milliariorum Bononienſium 4149 $\frac{62462}{100000}$. Ab hac ſi demas ſemidiametrum terræ ZF, milliariorum 4139, relinquitur CF altitudo Pici mill. Bonon. 10 $\frac{62462}{100000}$, quæ longe eſt minor verâ, quòd arcum FB ſumpſerimus multò minorem vero. Quare ſi hoc defectu compenſemus augmentum altitudinis a refractione cauſatum, remanent pro altitudine Pici milliaria ſaltem 10.

PROBLEMA V.

Altitudo Caucaſi inquiritur.

HVius montis altitudo iure meritò incredibilis videretur, niſi fidem demonſtratio extorqueret. Caucaſus mons ſitus in Aſiâ vltra mare Caſpium longiſſimo tractu in Ortum & Septemtrionem porrigitur. Huius montis ſummitates Ariſtoteles ſcribit *lib. 3. Met. textu* 63 videri à locis, quæ vocantur profunda, & à nauigantibus in ſtagnum; hoc eſt ex eo tra-

ctu

ctu Ponti Euxini, vbi Palus Mæotis in Euxinum influit. Ea porro ſecundùm Ptolomæum eſt diſtantia grad. 9. 32′. Hoc dato,

Altitudo Caucaſi complectitur ſaltem milliaria Italica 51; hoc eſt, plus quam 16 milliaria Belgica, ſeu horaria.

Fig. 84. Repetito enim diſcurſu præcedentium problematum, altitudo Caucaſi eſto CF, Oculus A. Ab arcu, ſeu diſtantiâ OF, quæ datur grad. 9. 32′, ſi demas OB arcum horizontis viſibilis, qui eſt per *prob. 5. cap. præc.* grad. 0. 2′. 37″. 3‴; remanet arcus BF grad. 9. 26′. 22″. 57‴: cuius Secans (ſecundis prætermiſſis) eſt 101370. Quia igitur per *prob. 3. cap. 3*, eſt

Vt	Sinus totus 100000	Ad	anguli CZB grad. 9. 29′ Secantem 101370;
Ita	ZB ſemid. terræ milliar. 4139	Ad	ZC,

Per regulam Trium reperietur ZC milliarium Italicorum 4195 $\frac{82216}{100000}$: à quâ ſi demas ſemidiametrum terræ ZF milliar. 4139, relinquuntur pro altitudine Caucaſi CF milliaria 57 $\frac{82812}{100000}$: ac proinde excedit milliaria 57.

Hinc verò oportebit aliquid ſubtrahere vt compenſetur augmentum à refractione inductum: quod cùm 6 milliaria non excedat, manet Caucaſi altitudo 51. milliariorum Bononienſium.

Non abſimili diſcurſu reperietur altitudo montis Athos, quem Xerxes perforaſſe fertur, vt per ipſum mare tranſmitteret, milliariorum 28; & Caſius Syriæ milliariorum ſaltem 20.

Scholium.

Fig. 85. *Poſſunt etiam ex longitudine aſcenſûs & deſcenſûs altitudines montium æſtimari. Aſcenſum ac deſcenſum Alpium ſcribit Polybius complecti ſtadia 1200, quæ milliaria efficiunt Italica 150. Demus igitur aſcenſui ſoli dimidium huius itineris, milliaria nempe 75. Altitudinem Alpium repræſentet AB ad horizontem CA perpendicularis. Quia verò non vbique eadem viæ, quâ aſcenditur, inclinatio eſt, ſed vno loco præceps magis, quàm altero; ſtatuamus æquatione factâ eam vbique vniformem eſſe ſecundùm rectam lineam CB, quæ cum horizontali CA efficiat inclinationis angulum BCA grad. 7. 40′. Quæ ſane modica cenſeri inclinatio debet: ac proinde & altitudo BA inde collecta minor iuſtâ. Quoniam igitur in triangulo rectangulo BAC datur CB 75 milliariorum, & angulus C grad. 7. 40′; ex his per prob. 2. cap. 3. reperietur AB altitudo Alpium quæſita, maior 10 milliariis.*

Vnde meritò concluditur Alpium altitudinem milliaria 10 excedere.

CAPVT VIII.

Quo artificio Lunæ à Terrâ diſtantiam Aſtronomi inueſtigauerint.

AD huius problematis maximè ardui ſolutionem præter ſubſidium Trigonometricum opus eſt notitiâ Parallaxeos; de quâ proinde pauca hîc ex Aſtronomiâ erunt præmittenda.

Quid parallaxis.

Variæ ſunt Parallaxium ſpecies. Nos hîc de eâ ſolâ agimus, quæ fit in circulo altitudinis, ſeu Verticali. Parallaxis igitur eſt angulus quem in centro Aſtri efficiunt duo radij, quorum vnus ducitur ex centro Terræ, ſeu mundi, alter ab Oculo in ſuperficie Terræ poſito.

Fig. 87. Centrum Aſtri eſto C, Verticalis circulus per illud tranſiens ZCO: Oculus in ſuperficie Terræ in B; Terræ centrum A. Angulus BCA eſt Parallaxis Aſtri C. Vocatur etiam Diuerſitas aſpectus, quia exiſtens in B, videt Aſtrum C quaſi ſuppoſitum firmamenti puncto F; exiſtens verò in centro A idem Aſtrum C videt ſuppoſitum firmamenti puncto diuerſo L.

Quod ſi Aſtrum exiſtat in O, in margine videlicet Horizontis viſibilis, quem determinat tangens

Tangens BO, vocatur Parallaxis horizontalis, eſtque angulus AOB. Commodior ea eſt ad inueſtigandam Aſtri diſtantiam, quod triangulum ABO rectangulum ſit, vt patet ex *prop.* 18.*lib.* 3.

Non eſt autem huius loci modum tradere, quo Parallaxeos magnitudo inueniri debeat: id enim ad profundiorem pertinet Aſtronomiam, eſtque inter conatus Aſtronomicos vnus è difficillimis. Vide *lib.* 3. *Aſtronomiæ noſtræ cap.* 2. vbi inuentionem ab ipſis trado fundamentis.

PORISMA.

Quò Parallaxis maior eſt, eò Aſtrum Terræ vicinius eſt; quò minor, eò remotius.

Sit Aſtrum demiſſius vnum in O, alterum altius in Q; quorum Parallaxes ſint anguli BOA, BQA. Angulus BOA externus eſt reſpectu trianguli AOQ. Ergo BOA æqualis eſt vtrique [a] interno oppoſito OQA, OAQ; ac proinde maior ſolo OQA, ſiue BQA. Fig. 87. a 32. lib. 1.

PROBLEMA I.

Diſtantiam Lunæ à Terrâ inquirere.

SEmidiameter Horizontis Viſibilis eſto B*o*, Lunæ centrum *o*, eiuſque Parallaxis B*o*A. Ex Aſtronomis recentioribus, qui longè maiori induſtriâ in hoc negotium incubuêre, quàm veteres, nullus vnquam deprehendit [a] Parallaxim Horizontalem Lunæ tantam, quæ æquaret grad. 1. 8′. Verùm aſſumamus tantam Parallaxin: ſic enim [b] certò conſtabit veram Lunæ diſtantiam ſemper longè maiorem eſſe eâ, quæ ex Parallaxi aſſumptâ colligetur. Quoniam B*o* ſemidiameter Horizontis tangit ſuperficiem Terræ in B, & ad contactum B, ducta eſt ex centro A recta AB; erit angulus AB*o* [c] rectus; ac proinde trigonum Parallacticum eſt rectangulum. Ergo [d] A*o* eſt ſinus totus, nempe 100000, AB ſinus anguli *o*, grad. 1. 8′, qui ex Canone Sinuum datur 1977. Diuide AC 100000 per AB 1977: reperies hanc ab illâ contineri plùs quàm quinquagies: ac proinde AC diſtantiam Lunæ à Terræ centro maiorem eſſe 50 ſemidiametris terrenis AB. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex Parallaxi nimis magnâ, grad. 1. 8′, quantam videlicet nullus è poſterioribus Aſtronomis repererit. Ergo Fig. 88. 1 a vide Aſtron. lib. 3. num. 12. b per poriſma c 18. lib. 3. d ſoſin 6. c. 2.

Certum [e] *eſt diſtantiam Lunæ à Terræ centro ſemper maiorem eſſe 50 ſemidiametris Terræ; hoc eſt milliariis Bononienſibus* 163250, *ſiue horariis* 54400. e per poriſma.

Milliaria deduxi ex ſemidiametro terræ omnium hactenus inuentarum minimâ, milliariorum Bononienſium 3265, ſiue horariorum 1088.

PROBLEMA II.

Lunarium montium altitudinem inquirere.

SVperficiem Lunæ non æquabilem eſſe, ſed aſperam montibus ac rupibus, certiſſimâ obſeruatione conſtat. Vidi ipſe tubo optico longiori duobus vitris conuexis inſtructo in obſcuro Lunæ hemiſphærio *aſt* apicem quemdam *b* luce clarâ micantem longè vltra *a*, vbi lucis ac tenebrarum confinia ſunt. Id ipſum ab alijs quoque Aſtronomis obſeruatum. Ex quo manifeſtiſſimè conuincitur apicem illum in tenebroſo Lunæ hemiſphærio micantem, neceſſariò eſſe verticem alicuius montis *ob*, qui ob altitudinem ſuam priùs illuſtretur à Sole, quàm partes Lunæ humiliores *ao*. Complures autem eiuſmodi eſſe montes in Lunâ eodem indice tubo euidenter cognoſcimus: ſi enim limbus extremus Lunæ non-Plenæ obſeruetur, is apparebit quaſi dentatus, & tamquam rupibus continuis intercisus. Vide de his plura Aſtronomiæ noſtræ *lib.* 8. in tractatu de luce & maculis Solis ac Lunæ *num.* 5. Fig. 86.

Vnum ex his montibus, quem *S. Catharinæ* appellant, obſeruauit Ricciolus, comperitque illius verticem illuſtratum *b* diſtare à confinijs lucis & vmbræ $\frac{1}{16}$ parte diametri. Eam diſtantiam repræſentet recta *ba*, quam ſupponamus tangere Lunæ ſuperficiem in *a* extremitate diametri *ac*, & contineatur *bo* altitudo montis vſque ad centrum Lunæ *z*. Per *prop.* 18. *lib.* 3 angulus *baz* rectus eſt. Ergo quadratum *bz* quadratis [a] *ba*, *za* æquale eſt. Quoniam verò *ba* [b] eſt 1, & *az* 8, erit quadratum *ba*, 1. & quadratum *za*, 64. quorum ſumma 65 a 47. lib. 1. b ex obſer.

æqualis

æqualis iam oſtenſa eſt quadrato *bz*. Quare ſi ex eâ ſummâ 65 extrahatur radix quadrata, nota fiet *bz*, eritque 8.0'.6''.9''' : à quâ ſi demas 8 ſemidiametrum *zo*, remanebit *ob* altitudo montis Lunaris 69 milleſimæ, quarum *zo* eſt 8.

b in Corol. prob. 8. cap. 10. Quare cùm ſemidiameter Lunæ (vt [b] alibi oſtendam) maior ſit milliarijs Bononienſibus 711; ſi fiat per regulam proportionum vt 8 ad 69 milleſimas, ita milliaria 711 ad alium numerum milliariorum: erit is maior quàm 6 milliaria, debitus monti *ob*, ac proinde

Certum eſt ob *altitudinem montis Lunaris altiorem eſſe 6 milliarijs Bononienſibus.*

CAPVT IX.

Quâ viâ indagari poſſit diſtantia Solis à Terrâ.

DVabus maximè vijs huius tam ardui problematis ſolutionem Aſtronomi ſunt aggreſſi, videlicet per Vmbram Terræ in Eclipſibus, & Lunæ Dichotomiam. Priore vſus eſt Ptolomæus, & Aſtronomi poſt illum plerique omnes. Alteram primus aperuit Ariſtarchus Samius; quam ex recentioribus inſtaurarunt Keplerus ac Vendelinus, & excoluit præ omnibus Ioannes Baptiſta Ricciolus noſter. Hanc poſtremam, quia eſt priore illâ multò certior, etiam nos tenebimus, nonnullis ad clariorem rei intelligentiam præmiſſis.

Dichotomia Lunæ idem eſt ac Lunæ biſectio. Tunc autem Luna dichotoma, ſeu biſecta dicitur, cùm nobis apparet dimidiata, ſiue inſtar ſemicirculi. Pro quo notandum ex Opticâ. Primò, quia Sol Lunâ maior eſt, Lunæ portionem à Sole illuminatam ſemper maiorem eſſe dimidiâ; ſed ob ingentem diſtantiam exceſſum eſſe tam modicum, vt dimidia appareat. Secundò, Partem viſam Lunæ, aut corporis alterius cuiuſcumque Oculo maioris ſemper eſſe minorem dimidiâ, (quod etiam in *ſcholio probl. 5. cap 6.* demonſtratum eſt). Verùm, cùm diſtantia eſt valde magna, defectum eſſe adeò paruum, vt quoad ſenſum pars viſa cenſeri poſſit dimidia. Tertiò, quamuis Solis ac Lunæ ſuperficies ſint ſphæricæ, ob immanem diſtantiam apparere tamquam planas inſtar circuli. Vnde fit, vt cùm pars Lunæ illuminata à nobis tota conſpicitur, plana appareat inſtar circuli: & cùm nobis conſpicitur biſecta, appareat inſtar ſemicirculi.

PORISMA 1.

Fig. 89. Cùm Luna nobis apparet biſecta, planum *boc* ſemicirculum lucidum *bzc* ab obſcuro *bxc* diſcriminans productum tranſit per *o*, centrum Lunæ & oculi centrum A; & recta linea *o*S centra Lunæ Soliſque iungens ad rectam A*o* perpendicularis eſt.

Primum per ſe ſatis clarum eſt. Alterum ſic oſtendo. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſeat per *o* centrum Lunæ, & A centrum Oculi; patet rectam A*o* eſſe in plano ſeparante. Atqui recta S*o* ad planum ſeparans perpendicularis eſt; quia pars illuſtrata *bzc*, adeoque & baſis eius, ipſum nempe planum ſeparans, directè ſemper Soli obuertitur.

o per defin. 3.11. Ergo etiam S*o* ad rectam [o] A*o* in plano ſeparante poſitam, perpendicularis eſt.

PORISMA 2.

Quò Sol fuerit à Terrâ remotior, eò maior erit Lunæ, cùm nobis biſecta apparet, diſtantia à Sole; & contra. Quantacumque tamen eſſet diſtantia Solis à Terrâ, ſemper tamen eius à Lunâ, dum biſecta apparet, diſtantia minor erit gradibus 90, ſeu quadrante circuli.

I. Pars demonſtratur.

Fig. 89. Oculus in Terrâ eſto A; Lunæ centrum in *o*, Solis in S. Ducantur radij AS, *o*S; & Lunæ diameter *bc* ſemicirculum lucidum ab obſcuro ſeparans iuxta poriſma 1. tranſeat per Oculum A. Producatur deinde *o*S in infinitum, inque eius puncto altiori F intelligatur conſtitui centrũ Solis ducaturque AF. Sole poſito in S, diſtantiam eius à Lunâ biſectâ metitur arcus *oq*, ſeu angulus *o*AS: Solis, verò conſtituti in loco altiori F diſtantiam à Lunâ dichotomâ metitur arcus *oi*, ſiue angulus *o*AF: qui cum priori maior ſit, patet 1 pars poriſmatis.

II. Pars

II. Pars demonſtratur.

In rectâ oS infinitè productâ ſumatur punctum F quantumcumque diſtans à Terrâ A: ducaturque radius AF. Per poriſma 1. in triangulo AoF, angulus ad o rectus eſt. Ergo per *prop. 32. lib. 1.* FAo eſt minor recto, ſeu gradibus 90. *His præmiſſis eſto*

PROBLEMA I.

Diſtantiam Solis à Terrâ inquirere.

Oculus in terrâ eſto in A; huic Luna apparens biſecta inſtar ſemicirculi *bzc*, cuius diameter *bc* producta per poriſma 1 tranſibit per Oculum A: Centrum Solis ſit in S, ad quod ab Oculo, & centro Lunæ ducantur radij AS, oS. Atque ita habemus triangulum Dichotomicum ASo à tribus radijs centra Oculi, Solis, Lunæ connectentibus comprehenſum. In hoc triangulo Dichotomico angulus AoS per poriſma 1. rectus eſt. Quare ſi notus fiat acutus SAo, qui metitur diſtantiam Lunæ biſectæ à Sole, etiam proportio laterum per *prob. 1. cap. 3* innoteſcet. Atqui in huius anguli inuentionem ſummo ſtudio Aſtronomi incubuêre, quorum nullus iam inde ab Ariſtarcho eum deprehendit minorem gradibus 87. quin verò eſt manifeſtò maior. Aſſumatur tamen graduum 87: ſic enim ex poriſmate 2 certò conſtabit altitudinem Solis inde collectam, eſſe verâ minorem. Quoniam igitur in trigono rectangulo AoS acutus SAo eſt grad. 87, erit [b] alter oSA grad. 3, cuius ſinus eſt 523360. Quare cum oA ſit ſinus [c] anguli oSA: AS verò ſinus totus; erit latus Ao 523360 partium, quarum AS eſt 10000000. Diuide 10000000 per 523360: comperies AS diſtantiam Solis à Terrâ continere Lunæ à Terrâ diſtantias Ao 19.0′.0″.0‴.5″.6′.7″.9‴. Et quoniam oſtendi ſupra [d] diſtantiam Lunæ minimam à Terrâ excedere 50 ſemidiametros Terræ, ductis 50 in 19, diſtantia Solis à Terrâ excedet 950 ſemidiametros Terræ. *Fig. 89.* *b p 32 l. 1.* *c defin. 6. cap. 2.* *d Prob. 1. cap. 8.*

Certum eſt igitur altitudinem Solis excedere altitudinem Lunæ plus quàm decies & novies; ac proinde maiorem eſſe Terræ ſemidiametris 950, hoc eſt milliarijs Italicis Bononienſibus 3101750, horarijs 1033583.

Milliaria deducta ſunt ex ſemidiametro Terræ milliar. Bonon. 3265, hactenus inuentarum minimâ, quam ſatis conſtat eſſe verâ minorem. Aſſumptâ ſemidiametro veræ proximâ, milliariorum Bononienſium 4139, erit diſtantiâ Solis à Terrâ maior milliarijs Bonon. 3932050, horarijs 1310683.

PROBLEMA II.

Altitudinem Solis veræ propinquiorem determinare.

Lvnæ Dichotomæ diſtantiam à Sole præ cæteris omnibus inueſtigarunt Keplerus, Vendelinus, Ricciolus. Et primus quidem, quamuis ſibi in eâ determinandâ non plenè ſatisfecerit, cenſet tamen non minorem grad. 89. imò maiorem. Secundus aſſerit ſe primò comperiſſe Lunam apparere Dichotomam, cùm à Sole diſtat gradibus 89. Deinde verò maiori curâ adhibitâ, compertum ait à ſe, Dichotomiam accidere, cùm Luna abeſt à Sole grad. 89. 30′, vel potiùs 45′. Tertius omnium accuratiſſimus obſeruator ſummo conatu in hoc negotium incubuit: ex pluribus obſeruationibus ſuis tres recenſet; primâ comperit Lunæ biſectæ diſtantiam à Sole, *oq*, grad. 89. 28′. 26″: alterâ gr. 89. 29′. 45″; tertiâ omnium accuratiſſimâ, (eam refert in *Almag. pag.* 734. priores *pag.* 108) inuenit grad. 89. 34′. 50″. Itaque certum videtur diſtantiam Lunæ Dichotomæ à Sole non eſſe minorem gradibus 89. Hoc dato *Fig. 89.*

Demonſtrabimus Solis altitudinem excedere altitudinem Lunæ non minùs quàm quinquagies ſepties; ac proinde Solem à Terrâ non minùs diſtare quàm 2850 Terræ ſemidiametris; hoc eſt non minùs quàm milliariorum Italicorum Bononienſium 9305250.

Cùm enim arcus *oq*, adeoque & angulus oAS ſit non minor gradibus 89; erit oSA non maior gradu 1, cuius ſinus eſt 174524. Quare cùm in trigono AoS, per poriſm. 1. rectangulo, Ao ſit [a] ſinus anguli oSA, & AS ſinus totus, erit Ao partium 174524, quarum AS *a def. 6. c. 2.*

a Tacquet Geometria practica.

Æ

ntinere altitu-
itudinem Lu-
ſemidiametros
iametrum mil-
m 9305250.
ſtigamus Aſtro-

6″ *elicit di-*
9. 29′. 45″.
inus autem
cit Solis di-
m videtur
ltem 7000
um Bono-
boratiorum.

EOME-

Google

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER SECVNDVS

DE SVPERFICIE PLANA.

A Lineis rectis tranſeo ad ſuperficies ſed planas, curuas enim reieci in librum tertium, quod minùs commodè à corporibus ſeiungantur. Non interrumpo ſeriem capitum primo libro inchoatum, vt euitetur prolixitas citationum.

CAPVT X.

Problemata, quorum vſus ad ſequentia.

Lemma.

Lineam rectam in ſuperficie terræ deſignare.

EXtende funem inter duos limites datos. Abſque funis adminiculo idem efficies, ſi per Quadrantis binas dioptras collimans in terminū datum, iubeas plures bacillos certis interuallis infigi perpendiculariter terræ, ſic vt omnes ſimul bacillos per dioptras conſpicias. Ita enim, quot placuerit, puncta ad rectam lineam quæſitam exiſtentia notabuntur.

PROBLEMA I.

Ex datæ in ſuperficie terræ lineæ rectæ (GB) puncto dato (A) perpendicularem ducere.

APplica normæ baſim rectæ datæ, ſic vt latus normæ reſpondeat dato puncto: funis ſecundùm latus normæ extenſus dabit perpendicularem quæſitam. *Fig. 1.*

Verum quia longitudo normæ, quâ in mechanicis vtimur, ad ſummum eſt pedum trium quatuorue, non ſatis tuta eſt praxis iam tradita; quia funis à latere tam breuis normæ deuiatio, quamuis oculo percipi vix poſſit, ſi valde longa perpendicularis expetitur, in fine erit ſenſibilis & magna.

Aliter & certiùs per Quadrantem.

Inſtrumentum conſtitue horizonti parallelum, ſic vt eius centrum ſit directè ſupra rectæ datæ GB punctum datum A, quo ita permanente, vnum latus inſtrumenti AE ſic verte; vt per eius dioptras conſpicias baculum perpendiculariter humi defixum in datæ rectæ puncto quopiam C: quo facto inſtrumenti latus AE reſpondebit rectæ datæ GB. Deinde baculum alterum iube perpendiculariter defigi ex aduerſo, quanto placuerit interuallo in L, ſic vt in eum collimans per dioptras lateris AF, intueri poſſis. Recta per A & L extenſa, eſt perpendicularis quæſita. *Fig. 1.*

Fig. 1. Si recta data GB eſt baſis muri, non poterit inſtitui hæc operatio, niſi prius ducatur MN ad GB parallela, quod ita fiet: præſidio normæ ducantur GM, BN ad GB perpendiculares & æquales, recta MN connectens extremitates erit parallela ad GB; cuius diſtantia à muro ea ſufficiet, quæ requiritur vt poſſis inter eam & murum conſiſtere. Iam ad MN ducatur LK perpendicularis modo ſuprà explicato: hæc protracta in A, etiam ad GB perpendicularis erit. Facilè autem erit opus ſic ordinare, vt LK protracta incidat in datum punctum A, ſi prius normâ ex A ducatur AK perpendicularis ad GB, occurrens MN in K, & tum ex K repetiatur KL perpendicularis ad MN.

Aliter ſolo fune.

Fig. 2. Ad puncti dati A partem vtramque ſume duo æqualia interualla AE, AF. In E & F fige duos funes æquales iuſtæ longitudinis, eoſque ſupra terram extende, dum ſe mutuò tangant in D. Recta per D ad A ducta eſt perpendicularis quæſita, vt patet ex *prop.* 8 *lib.* 1.

PROBLEMA II.

Ad rectam (BD) in terrâ datam, ex dato extra eam puncto (A) perpendicularem ducere.

Fig. 3. APplica latus normæ puncto A dato: baſim verò datæ rectæ: linea ſecundùm normæ latus ducta eſt perpendicularis quæſita.

Verùm ſi normâ vtimur, oportet diſtantiam puncti dati non excedere longitudinem normæ. Meliùs igitur quæſitum obtinebitur

Quadrante.

Fig. 3. Fige palos in dato puncto A, & puncto aliquo E datæ rectæ. Deinde in datâ rectâ quære punctum C, ſupra quod conſtituto Quadrantis centro poſſis per dioptras laterum CF, CG intueri palos fixos in E & A. Recta per C & A extenſa, eſt perpendicularis quæſita.

Solo fune.

Fig. 4. Funem in dato A puncto fixum obliquè ad datam rectam BD extende, donec eam tangat extremitate ſuâ in E. Extende ſimiliter ad partem alteram in F. Interuallum EF ſeca bifariam in C; quod fiet funem ipſi EF æqualem complicando coniunctis extremitatibus. Recta per A & C ducta, eſt perpendicularis quæſita.

PROBLEMA III.

Angulum in terrâ datæ quantitatis deſignare ad datæ rectæ (AK) punctum datum (A).

Fig. 5. QVæratur primò angulus recto minor, ex. gr. graduum 34. Regulam AE Quadrantis ſtatue ſupra gradum quæſitum, ſic vt arcus BE ſit grad. 34. Statue centrum A ſupra datum punctum, & in aliquo datæ rectæ puncto D fige palum. Collima deinde per dioptras lateris AB, donec videas palum in D. Rurſum alium humi palum fige eo loco, puta in F, vt eum videre poſſis collimando per dioptras regulæ AE. Recta per A & F ducta cum datâ AK efficiet angulum 34. grad.

Fig. 6. Petatur deinde angulus recto maior, ex. gr. 117. exceſſum anguli dati ſupra 90, nempe 27 grad. numera in Quadrantis limbo ex C in E, & ſupra E pone regulam. Tum centrum Quadrantis ſtatue ſupra datum punctum A, & latus Quadrantis AB ita colloca, vt oculo poſito in B per dioptras lateris conſpicias palum defixum in datæ rectæ AK puncto aliquo D. Oculo deinde ad centrum A applicato baculum figi iube eo loco in F, vt eum videre poſſis [illegible] AE dioptras collimans. Recta per A & F ducta conſtituet cum datâ AK angu[illegible] 117, vt patet.

PRO-

PROBLEMA IV.

Quemuis viſualem angulum metiri.

VIſualem angulum efficiunt duo radij FA, KA ex duobus punctis K & F ad oculum pertingentes, eſtque idem cum eo, quem *cap.5.defin.5.* angulum diſtantiæ appellaui. Quare hoc Problema non differt à Poriſmate 2 ibidem. *Fig.5.6.*

Per dioptras lateris AB, ac regulæ AE collima in puncta data K & F. Arcus BE manifeſtabit quantitatem anguli dati in Fig. 5. In caſu figuræ 6. arcus EC additus quadranti, idem præſtabit.

PROBLEMA V.

Ad datam in terrâ rectam (BC) per datum punctum (A) parallelam ducere. *Fig.7.*

EX dato puncto A duc [a] AD perpendicularem ad BC. Ad hanc deinde ex dato in eâ puncto A, deſcribe [b] perpendicularem AF. Hæc eſt parallela ad DC. Patet ex *prop.* 29. *libri* 1. *a per prob.* 1 *b per prob.* 1

Aliter.

Stans in quouis rectæ datæ puncto D, metire [c] angulum viſualem BDA. Tum ad rectæ AD punctum A fac [d] angulum DAF æqualem angulo BDA. Recta AF eſt parallela quæſita. *Fig. 8.* *c per prob.* 4 *d per prob.* 3

Patet ex *prop.* 28. *lib.* 1. cùm anguli alterni BDA, DAF æquales ſint.

Aliter.

Cum ad datam rectam BC acceſſus negatur.

In datâ rectâ oculo deſigna duo ſigna D, E, in quæ ex dato puncto A collimans, metire angulum DAE. Tum aliam quære ſtationem F, ex quâ collimans in eadem puncta D, E, æqualem ipſi DAE reperias angulum DFE. Dein metire [b] angulum *o*, eique parem deſigna [f] angulum *n*, ſeu EAT. Erit recta AT ad BC parallela. *Fig.9.* *b per prob.* 4 *f per prob.* 3

Demonſtratio. Quoniam anguli DAE, DFE ſunt æquales, patet [a] per D, A, F, E tranſire circulum. Ergo quia anguli *o*, *m*, ſunt in vno ſegmento AFED, æquales [k] erunt. Atqui *n* per conſtr. æquatur *o*. Ergo etiam *n* ipſi *m* æqualis eſt. Ergo AF, BC ſunt [n] parallelæ. Quod erat demonſtrandum. *a ex* 21. *l.* 3. *k per* 21. *l.* 3 *n per* 28. *l.* 1

Hæc praxis, vt accepi, eſt Clariſſ. Viri Gerardi Gutſchouij Regij Matheſeos in Academiâ Louanienſi Profeſſoris, cuius lucubrationes Mathematicas auidè iam pridem expectamus,

PROBLEMA VI.

Regularium figurarum angulos tam centri, quàm circumferentiæ inuenire.

REgularis ſeu ordinata figura eſt, cuius omnia latera, & omnes anguli inter ſe æquantur. *Fig.10.*

Angulus centri eſt (BAC) quem continent duo radij ab vnius lateris extremitatibus ad centrum ducti. Vnde figura ordinata tot habet centri angulos, quot latera, quos omnes inter ſe conſtat eſſe æquales.

Anguli circumferentiæ ſunt, qui figuræ lateribus continentur; vt BCD, CDE &c.

Ab M duc MK parallelam ad AB, ſecantem AH in K. Per K ducatur KI parallela ad HB: hæc etiam [c] æqualis erit datæ AM. *c per 34. l. 1.*

Aliter.

Deſcribe [d] angulum LEN circumferentiæ [a] eius figuræ, quam vis delineatam. A lateribus anguli abſcinde EF, ED æquales lateri dato. Tum per tria [b] puncta FED deſcribe circulum. Hic capiet figuram quæſitam, ſi FE, vel ED per circumferentiam ſæpiùs traducatur. *Fig. 10.* *d per prax. 3. Schol. poſt 32. l. 1.* *o probl. 6.* *b per 5. l. 4.*

Scholium.

Ceterùm, nondum via reperta eſt, quâ certò & infallibiliter, nihil videlicet tentando, figuræ omnes ordinatæ deſcribantur. Pendet enim ea deſcriptio à diuiſione circumferentiæ in partes æquales 3.4.5.6.7, & ſic deinceps ſecundùm omnes ſequentes numeros; quæ quidem diuiſio adhuc deſideratur. Libro 4 elem. ſolo circino & regulâ diuiditur circumferentia in partes æquales 3, 4, 5, 6: ac proinde inſcribuntur circulo, Triangulum, Quadratum, Pentagonum, Hexagonum. Et quoniam arcus quiuis Geometricè ſecari poteſt bifariam circino & regulâ; conicè verò trifariam parabolâ aut hyperbolâ: manifeſtum eſt figuras eas omnes viâ, & ratione deſcribi poſſe, quarum denominatores ſunt termini progreſſionum duplarum & triplarum incipientium ab his quatuor numeris 3.4.5.6. Quibus ſi eas adiungamus, quarum denominatores producantur ex duarum quarumlibet figurarum iam inuentarum denominatoribus inter ſe multiplicatis, repertæ erunt figuræ ordinatæ omnes, quas aliquâ certâ viâ, ſeu methodo infallibili poſſimus deſcribere. Ceteræ præter has omnes hactenus non niſi mechanicè, hoc eſt tentando, conſtruuntur. Non aliter circuli circumferentia in gradus 360 diuiditur. Vnde quæ eius adminiculo conſtruuntur Problemata, non Geometricè ſed mechanicè ſoluta dicuntur. Sectiones porro conicæ non videntur à conſtructione Geometricâ excludendæ: has enim ſi adhibueris, perinde viâ ac ratione procedis, atque ſi rectam lineam aut circulum; neque alia differentia eſt, quàm quòd minùs expedita ſit conicarum linearum deſcriptio.

PROBLEMA VIII.

Figuram quamuis [x] ordinatam in terrâ deſcribere, etiam dato radio vel latere. *x vide def. 3. l. 4. elem.*

PEr Probl. 3. deſcribe in terrâ angulum O, centri [n] figuræ quæſitæ: ex lateribus anguli abſcinde radios collubitæ magnitudinis AH, AB, ducaturque recta HB: hæc erit latus vnum figuræ quæſitæ. Fiat deinde angulus alter BAC par priori O; & recta AC par ipſi AB, iungaturque BC: erit hæc latus ſecundum. Eâ methodo cætera latera reperientur. Vbi latus penultimum FG fuerit deſignatum, quod tum ſupererit interuallum GH, neceſſario æquale erit lateribus cæteris, aut malè fuit & oſcitanter inſtituta delineatio. *Fig. 10.* *n prob. 6.*

Quòd ſi figuram deſideras habentem latus longitudinis datæ ex.gr. heptagonum, cuius latus ſit pedum 1000, ex latere dato quære radium: quo reperto, deſcribe ad eum radium, modo iam explicato, figuram quæſitam, puta heptagonum; habebitque illa latera etiam data, puta 1000 pedum. Reperietur porro radius ex latere in triangulo HAB: in quo quia notus [o] eſt angulus O, etiam ſumma [n] reliquorum nota eſt; ac proinde & ſinguli, cùm inter ſe ſint [m] æquales. Cùm igitur in Trigono HAB anguli dentur, & latus vnum, etiam latus [q] AB, nempe radius innoteſcet. *o per prob 6* *n per coroll. 8. p. 32. l. 1.* *m per 5. l. 1.* *q per 9. c. 3.*

Aliter.

Fig. 10. *Cum ſtatio non conceditur in centro figuræ A.*

a *prob.*3. b *prob.*6. Deſcribe [a] in terrâ angulum LEN [b] circumferentiæ eius figuræ, quam cupis delineare & à lateribus abſcinde partes vtrimque æquales EF, ED magnitudinis collibitæ. Ad punctum D conſtitue ſecundum circumferentiæ angulum EDC, & fac DC parem ED, EF; atque ita in orbem operare. Vbi deſignatum fuerit latus penultimum HG, quod tum ſupererit interuallum GF, ſi exactè fueris operatus, æquale erit lateribus prioribus, angulique circumferentiæ G, & F prioribus circumferentiæ angulis æquales erunt, quod infrà demonſtrabitur *Probl.* 10.

PROBLEMA IX.

Rectilineo irregulari cuicumque (Z) in chartâ dato, ſimile in terrâ deſcribere.

Fig. 12. a *per prob.*3 FAc in terrâ [a] angulum æqualem angulo C, & ab eius lateribus abſcinde tot pedes vel paſſus, vel perticas (prout magnam figuram deſideras) quot partes ſcalæ continent CB, CD. Ita in orbem operando, quæſitum obtinebitur.

PROBLEMA X.

Dati loci (Z) ichnographiam deſcribere.

Fig. 12. 13. HOc eſt figuræ in terræ ſuperficie datæ, ſimilem in chartâ delineare.

a *per prob.*4 Metire [a] loci dati angulos A, B, &c. item latera præſidio perticæ; & eorum magnitudines inuentas nota inter ſuos quoſque angulos: nimirum primo loco ſcribe gradus anguli A, ſecundo pedes lateris AB, tertio gradus anguli B; atque ita deinceps.

b *per prax.* 3. *Schol. poſt* 32. *lib.* 1. Deinde fac [b] in chartâ angulum F parem angulo A, eiuſque latera FG, FK tot partium ſcalæ, quot pedum erant latera AB, AE. Rurſum angulus G fiat æqualis angulo B, eiuſque latus GH tot partium ſcalæ, quot pedum erat BC. Pari modo angulus H par fiat angulo C, & latus HI tot partium ſcalæ, quot pedum erat CD. Iungantur poſtremò puncta I & K, eritque (vt mox oſtendam) IK tot partium ſcalæ, quot pedum erat DE, angulique I, & K pares erunt angulis D, & E; adeóque figura X ſimilis erit loco dato Z.

Demonſtratio Ductis mente ex I & D ad oppoſitos angulos rectis lineis, figuram vtramque in triangula partire. In triangulis DCB, IHG, quia latera DC, CB; & IH, HG circa
c *conſtr.* d *conſtr* e *per* 6. *l.* 6. o *per* 32. *l.* 1 f *conſtr.* p *per* 22. *l.* 5 a *per* 6 *l.* 6. k *conſtr* m *per* 32. *l.* 1 ca [c] æquales angulos C, H, proportionalia [d] ſunt, erunt [e] anguli *o*, *n*: item *q*, *r*, æquales: & BC erit ad BD, vt GH ad GI. Quia verò iam oſtendi pares eſſe angulos *q*, *r*, & per conſtr. toti B ac G æquales ſunt: etiam reliqui *s*, *t* æquales [o] erunt. Deinde quia [f] AB eſt ad BC, vt FG ad GH, & (quod iam oſtendi) BC ad BD, vt GH ad GI; etiam ex [p] æquo AB erit ad BD, vt FG ad GI. In triangulis igitur ABD, FGI, latera AB, BD; & FG, GI circa æquales angulos *s*, *t* proportionalia ſunt. Ergo etiam [a] AB eſt ad AD, vt FG ad FI: & anguli *m*, *p*, itemque *l*, *u* æquales; ac proinde, quia æquantur [k] toti A, F; etiam *y*, *δ* [m] æquales erunt. Iam quia oſtendi AD eſſe ad AB, vt FI ad FG; AB verò eſt ad AE, vt FG ad FK; ex æquo erit AD ad AE, vt FI ad FK. In triangulis igitur AED, FKI, latera AD, AE; &
q *per* 6. *l.* 6 p *eand.* FI, FK circa æquales angulos *y* & *δ* proportionalia ſunt. Ergo [q] AE eſt ad ED, vt FK ad KI (quod erat vnum ex demonſtrandis) & [p] anguli E, K æquales ſunt (quod erat alterum) itemque anguli *ω*, *θ* æquantur: quibus ſi addamus oſtenſos ſupra æquales *mo*, & *pn*, toti D & I æquales erunt, quod erat tertium.

Scholium.

Ex demonſtratione patet tantùm eſſe neceſſarium, vt menſurentur omnes anguli loci dati præter duos ex. gr. præter D, & E; & omnia latera præter vnum (ED) quod angulis non menſis interiacet.

CAPVT

CAPVT XI.

Figurarum rectis lineis comprehenſarum dimenſio.

REuocanda huc ſunt, quæ *cap.* 1, de menſuris ſcripſi. Metimur ſuperficies quadrato alicuius notæ menſuæ, vt quadrato Pede, vel Paſſu quadrato, vel quadratâ Perticâ: hoc eſt quadrato, cuius latus eſt Pes, vel Paſſus, vel Pertica.

Definitio.

Area, ſeu quantitas alicuius ſuperficiei menſurari, produci, reperiri dicitur, cùm innoteſcit quot quadratis alicuius notæ menſuræ, (quadratis ex. gr. pedibus vel perticis) æqualis eſt,

Et cùm dicitur area alicuius figuræ produci ex multiplicatione duarum linearum, ex. gr. altitudinis in baſim: ſenſus eſt, aream tot continere Pedes quadratos ex. gr. quantus eſt numerus qui fit ex numero pedum altitudinis ducto in numerum pedum baſeos.

PROBLEMA I.

Aream quadrangularem rectam metiri.

SI eſt oblonga, producitur ex multiplicatione duorum contiguorum laterum AB, AC; ſi quadrata (*vt in Fig.* 15), ex multiplicatione vnius lateris per ſeipſum. *Fig.* 14.

Exemplum areæ oblongæ. Metire contigua latera AB, AC; & ſit AB pedum 3, AC, 6. Multiplica AB, 3, per AC, 6, proueniunt 18 pedes quadrati, quibus area AL æqualis eſt. Si AB fuiſſet 3 paſſuum, & AC paſſuum 6: tunc 3 per 6 multiplicatis, prouenisſent 18 quadrati paſſus pro areâ oblongâ AL: atque ita per alias quaſuis menſuras procedendo: id quod erit deinceps in ſequentibus obſeruandum.

Exemplum areæ quadratæ. Metire latus vnum AB, quod ſit pedum 3. Multiplica 3 per ſe. Proueniunt 9 pedes quadrati, quibus area quadrata AD æqualis eſt.

Demonſtratio. Latera contigua AB, AC diuiſa intelligantur in ſuas æquales menſuras ex. gr. in pedes: & per diuiſionum puncta ducantur lateribus AB, AC parallelæ, ſic vt tota area AL ſit cancellata, hoc eſt in minores areas diuiſa. Demonſtrandum eſt ſingulas minores areas eſſe quadrata pedalia, ſiue pedes quadratos, & quidem tot, quantus eſt numerus qui fit ex pedibus lateris AB ductis in pedes lateris AC. *Fig.* 14.

Accipiatur areola quæuis EPNG. Quia PD eſt [a] parallela AB, erit externus angulus PDM [b] æqualis angulo BAD interno: ſed BAD rectus [c] eſt. Ergo etiam PDM rectus eſt. Ruſum quia [d] EG æquidiſtat AC; angulus externus PEG inreroo PDM [e] æqualis eſt. Cùm ergo PDM oſtenſus ſit rectus; etiam PEG rectus eſt. Deinde, quia PN, AC ſunt [f] parallelę, & angulus PDM oſtenſus eſt rectus; etiam DPN [g] rectus erit. Pari modo oſtendam angulos G & N eſſe rectos. Areola igitur EBNG rectangula eſt. Vlteriùs quia PN & EG parallelæ [h] ſunt ad AC, erunt inter ſe [i] parallelæ; & quia NG, PE ſunt parallelæ ad AB, erunt & parallelæ inter ſe. Ergo EPNG eſt [r] parallelogrammum; eodem modo oſtendemus areolas DG, FP, & reliquas omnes eſſe parallelogramma. Ergo [l] EG æqualis eſt DM; & PE æqualis QF. Sed DM, QF ſunt æquales, ſunt [m] enim ambo vnus pes. Ergo etiam EG, EP æquales ſunt. Quâre cùm EPNG ſit parallelogrammú, patet omnia [n] eius latera eſſe æqualia. Oſtendi verò etiam omnes eius angulos eſſe rectos. Areola igitur EPNG quadratum eſt, & quidem vnius pedis, cùm oſtenderim EG æquari ipſi DM, quæ ex hyp vnus pes eſt. Eâdem ratione oſtendetur omnes reliquas areolas eſſe quadrata pedalia, ſiue pedes quadratos.

a *per conſtr.*
b *per* 27. *l.* 1.
c *per hyp.*
d *per conſtr.*
e *per* 27. *l.* 1.
f *per conſtr.*
g *per* 27. 1.
h *per conſtr.*
i *per* 30. *l.* 1.
r *per defin.* 35. *lib.* 1.
l *per* 34. *l.* 1.
m *hyp.*
n *per* 34. *lib.* 1.

Reliquum eſt vt demonſtremus in tot areolas ſubdiuiſam eſſe ſuperficiem AL, quantus eſt numerus, qui fit ex numeris laterum AC, AB inter ſe multiplicatis. Manifeſtum eſt aream AL tot continere oblonga quadrangula AI, FS, QL, quot ſunt pedes in latere AB. Atqui ſingula iſta oblonga tot continent pedes quadratos, quot ſunt pedes in latere AC. Ergo tota figura AL tot continet pedes quadraros, ſiue in tot pedes quadratos diuiſa eſt, quot fiunt ex numero lateris AB multiplicato per numerum lateris AC.

Conſtat igitur veritas dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, quæ fuerat demonſtranda.

Ex demonſtratione dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, demonſtrationes dimenſionum pendent reliquarum omnium figurarum. Vnde ea fuit in gratiam diſcentium accuratè deducenda. Hæc etiam cauſa fuit, cur à quadrangulo potius, quàm à triangulo initium duxerimus metiendi.

Corollaria.

Digitized by Google

a
e
s
o
ır
e-
o-
ı-
n.
vt
la-
AB
da-.
ui-
tur
tor-
iet,
ma-
lte-
eam
rum
P. 7.
m 2
libus
idum
drati
s ad
oteſt
imos
mate
R O-

PROBLEMA II.

Aream cuiuſuis parallelogrammi inuenire.

OMnis parallelogrammi area producitur ex altitudine in baſim ductâ. *Fig.* 16.

Detur parallelogrammum ABCD, cuius magnitudinem oporteat inuenire. Inter duo eius latera, vbi id commodiùs fuerit, deſignetur [a] perpendicularis GN; & tam illa, quàm latus AD, in quod perpendicularis cadit, menſurentur. Numeri menſurarum in GN, & AD reperti per inuicem multiplicati, dabunt numerum menſurarum quadratarum quibus æquale eſt parallelogrammum ABCD. *a per probl. 1. cap. 10.*

Exemplum. Altitudo GN reperta ſit pedum 10, AD baſis pedum 40. Due 10 in 40: proueniunt 400 pedes quadrati, quibus area parallelogrammi AC æqualis eſt.

Demonſtratio. Ducantur ex A & D perpendiculares AE, DF. Quadrangulum rectum AEFD producitur ex multiplicatione ipſius EA; hoc eſt GN, in AD. Atqui AEFD [b] æquale eſt ipſi ABCD. Ergo etiam ABCD producitur ex multiplicatione ipſius GN in AD. Quod erat demonſtrandum. *b per 35. lib. 1.*

Qui hæret in terminis, conſulat definitionem poſitam ante *Probl. 1.* Quod etiam erit in alijs huius generis demonſtrationibus factitandum.

Quando area parallogrammi ob lacus, arbores vel alia obſtacula inperuia eſt; ac proinde in eâ perpendicularis deſignari & menſurari nequit, confugiendum erit ad *Problema* 8. *huius capitis.*

Scholium.

Occurrendum hìc eſt dubitationi Tyronum ſatis ordinariæ. Parallelogrammum obliquum ABCD, (& idem eſt de alijs figuris), nequit reſolui in quadrata, ſic vt ea ſibi mutuo appoſita obliquum parallelogrammum præcisè expleant, eique commenſurentur & congruant, vt vidimus in quadrangulo recto Problemate præcedenti. Quî ergo iſtud parallelogrammum poteſt menſurari per quadrata ex. gr. pedalia, & certo talium quadratorum numero eſſe æquale? Eſt quidem illa hallucinatio valde craſſa; ſed tamen, vt dixi, Tyronibus familiaris. Sciant igitur illi tam ſuperficies quàm corpora æquari inter ſe poſſe, licet ſint diſſimilia, ac proinde vnum alteri nequeat congruere, vt ex totâ paſſim Geometriâ patet. Sic propoſ 42. lib. 1. *exhibetur triangulo æquale parallelogrammum, &* prop. 45. *parallelogrammum æquale cuiuis alteri figuræ rectilineæ. Congruentia igitur ad æqualitatem non requiritur præterquam in rectis lineis & angulis rectilineis, in quibus hæc ab illâ inſeparabilis eſt.*

PROBLEMA III.

Aream quadranguli habentis duo inæqualia latera parallela, inuenire.

TAlis quadranguli area producitur ex dimidiâ ſummâ parallelorum laterum in altitudinem. *Fig.* 17.

Eſto quadrangulum ABCD, habens parallela latera inæqualia AD, BC. Inter hæc deſigna [a] perpendicularem KL, & tam hanc, quàm ipſa latera parallela metire. multiplica deinde perpendicularem KL, per dimidiam ſummam parallelorum laterum BC, AD. Prouenient menſuræ quadratæ, quibus quadrangulum ABCD eſt æquale. *a per probl. 1. cap. 10.*

Exemplum. Perpendicularis ſeu altitudo KL reperta ſit pedum 20, ſumma laterum parallelorum BC, AD, 60: cuius dimidium eſt 30. Due 20 in 30; proueniunt 600 pedes quadrati quibus area ABCD æqualis eſt.

Demon-

Demonſtratio, ſeca bifariam latera AB, DC in punctis O & P, per quæ duc ad AD, perpen-
b *per 27 l.1* dieulares, quæ ipſi BC productæ occurrant in E & G. In triangulis OEB, OFA anguli [b] al-
c *per 15.l.1.* terni E & F; itemque anguli ad [c] verticem O æquales ſunt: & latera BO, AO [d] æquantur.
d *per conſtr.* Ergo [n] etiam tota triangula & latera EB, AF æqualia ſunt. Eodem modo oſtendam æqualia
n *per 26.l.1* eſſe triangula PGC, PND, & latera CG, ND. Ergo

EG	Æ	BC AF ND

Quare ſi vtrimque addatur FN, erunt

EG FN	Æ	BC AF ND FN

e *per 34.l.1*

hoc eſt EG, FN æquatur ipſis BC, AD. Ergo cùm EG, FN æquales [e] ſint; erit vna ex duabus, nempe FN dimidia ſummæ ipſarum BC, CD. Deinde quia triangula OEB, PGC
f *per probl.1* oſtenſa ſunt æqualia triangulis OFA, PND; ſi vtrimque addatur planum FOBCPN, erit FEGN æquale ipſi ABCD. Atqui FEGN; quia rectangulum eſt, producitur [f] ex EF; hoc eſt KL, ductâ in FN. Ergo etiam ABCD producitur ex KL ductâ in FN, quam o-
o *probl.8.* ſtendi eſſe dimidiam ſummam laterum parallelorum. Liquet ergo quæſitum.

Si area ABCD inperuia eſt, menſurabitur infrà Problemate [a] vniuerſali, ad quod etiam referenda erit reliquorum irregularium quadrangulorum dimenſio.

P R O B L E M A IV.

Metiri aream triangularem quæ peruia ſit.

*Fig.*18.19. CViuſuis trianguli area producitur ex ſemiſſe altitudinis ductâ in baſim, ſiue ex altitudine totâ ductâ in ſemiſſem baſis.

a *per probl.*
a *cap.10.* Detur triangulum ABC, cuius oporteat capacitatem inuenire. Ex quouis angulo, puta ex B, deſignetur [a] perpendicularis BD in latus oppoſitum, quod Baſim voco, ſiue ea cadat intra triangulum (vt in *Fig.*18) ſiue extra in latus productum (vt in *Fig.*19.) commodiùs erit, ſi cadat intra. Menſuretur deinde tam perpendicularis BD, quàm baſis AC; & per inuicem multiplicentur. Semiſſis producti exhibet quadratas menſuras, quibus area trianguli æqualis eſt.

Vel dimidia altitudo BD ducatur in baſim AC; aut tota altitudo BD in baſis AC ſemiſſem. Prouenient vtrobique menſuræ quadratæ trianguli dati.

Exemplum. BD reperta ſit pedum 14, AC, 20. Duc 14 in 20. Fiunt pedes 280, cuius producti ſemiſſis 140 exhibet pedes quadratos, quibus triangulum datum æquale eſt. Vel ex altitudine pedum 14 ſume dimidium 7, & duc in baſim 20. Proueniunt item 140 pedes quadrati pro areâ trianguli. Vel ex baſi pedum 20 accipe ſemiſſem, 10, & duc in altitudinem totam 14. Prouenient rurſum 140 quadrati pedes pro areâ quæſitâ,

Demonſtratio. Fiat parallelogrammum ANOC eiuſdem cum triangulo ABC altitudinis BD, & ſuper eâdem baſi AC. Per *prop.* 41. *lib.*1. triangulum ABC dimidium eſt parallelogrammi ANOC. Atqui area parallelogrammi producitur ex altitudine BD ductâ in baſim AC. Ergo area trianguli eſt iſtius producti dimidia, ſiue producitur ex dimidiâ altitudine BD ductâ in baſim AC: quod erat demonſtrandum.

Corollarium 1.

*Fig.*21. Area trianguli rectanguli habetur; ſi duo latera, AB, AC angulum rectum continentia ducantur in inuicem, & producti ſumatur dimidium. Ratio eſt, quia latus vtrumlibet recto adiacens eſt altitudo trianguli, reliquum baſis.

Corollarium 2.

Fig. 20. Ex angulis ſingulis trianguli in latera oppoſita ducantur perpendiculares AE, BD, CF, quæ in ſua quæque latera ducantur. Semiſſis cuiuſlibet horum trium productorum exhibet aream trianguli. Patet ex demonſtratione iam allatâ.

PRO-

PROBLEMA V.

Aream trianguli inperuiam inuenire.

EX præcedenti patet ad dimenſionem trianguli opus eſſe, vt notum ſit latus vnum vnà cum perpendiculari in illud cadente ex oppoſito angulo. At quando trianguli area eſt inperuia, non poteſt in eo perpendicularis deſignari, & perticâ menſurari. Tunc igitur ea erit Geometricè indaganda, menſuratis primùm omnibus trianguli lateribus, quod fieri poteſt licet area ipſa inperuia ſit. Geometrica porro perpendicularis inuentio traditur *prob.6. cap.3* & adhuc aliter in Scholio *prop.13.lib.2.*

PROBLEMA VI.

Aream triangularem inperuiam ſine perpendicularis adminiculo, ex ſolis notis lateribus indagare.

A Dimidiâ laterum ſummâ aufer ſingula latera. Tria reſidua quouis ordine inter ſe multiplica. Productum multiplica per dimidiam laterum ſummam. Producti vltimi radix quadrata dabit aream trianguli.

Exemplum. Detur triangulum BAC, cuius latus BA ſit pedum 45, AC 25, CB 40. Ergo ſumma laterum eſt 110, & ſummæ dimidium 55. *Fig. 23.*

Ab hac dimidiâ laterum ſummâ 55, aufer ſingula latera: eruntque reſidua tria 10,30,15.

Hæc reſidua quouis ordine inter ſe multiplica (ſemper enim eumdem produci numerum demonſtraui [a] in *Scholio prop. 19. lib.8,* qui mihi ſecundus eſt): proueniunt 4500.

4500 multiplica per 55, dimidiam laterum ſummam. Proueniunt 247500. *a vide Arithm. noſtram.*

Huius producti vltimi 247500 radix quadrata 497 pedes quadratos triangularis areæ exhibebit.

Demonſtratio huius Praxeos, pulchra & ſubtilis eſt, ſed prolixior, quàm vt à ſtudioſis nondum ſatis exercitatis facilè intelligatur. Minuetur difficultas, ſi in plura eam quaſi Theoremata, ſiue partes diuiſam proponamus.

Demonſtratio.

I.

Trianguli ABC angulos B, & C biſecent rectæ BD, CD, concurrentes in D: & ex C ducantur ad ſingula latera normales DE, DF, DG. *Fig. 22.*

Dico AE, EB, GC tres eſſe differentias inter latera trianguli ſingula, & ſemiſſem ſummæ laterum.

Demonſtratio. Iunge AD. Ex hyp. anguli ad B ſunt pares; & BED, BGD recti: latus autem BD commune. Ergo [a] ED, DG ſunt æquales. Pari modo æquantur FD, DG. Ergò & ED, ED, adeoq; & quadrata ED, FD æquantur. Similiter per *prop.26. lib.1.* EB ipſi GB; & FC ipſi GC æqualis eſt. Quoniam verò quadratum AD per *prop.47. lib 1.* æquatur tam quadratis AE, ED, quàm AF, DF; erunt quadrata AE, ED, æqualia quadratis AF, FD: Demptiſque æqualibus ED, FD, reliqua AF, AF, adeoque & rectæ AF, AE æquantur. Quoniam igitur AE ipſi AF; & EB ipſi BG, & FC ipſi GC oſtenſæ ſunt æquales; erunt AE, EB, GC; hoc eſt AB & GC æquales ipſis AF, BG, FC; hoc eſt ipſis AC, BG. Ergo tam AB cum GC, quàm AC cum BG, ſemiſſis eſt ſummæ laterum. Eodem modo oſtendam BC cum AF ſemiſſem eſſe laterum trianguli. Lateris ergo AB, & ſemiſſeos AB, GC differentia eſt GC: item lateris AC, ac ſemiſſeos AC, BG, differentia eſt BG, ſiue BE: lateris demùm BC, ac ſemiſſeos BC, AF, differentia eſt AF; ſiue AE. Differentiæ igitur inter ſemiſſem laterum trianguli, & ſingula latera ſunt AE, EB, GC: quod erat demonſtrandum. *a per 26. lib.1.*

II.

Iiſdem poſitis: ex AB productâ ſume BH æqualem CG, quæ eſt vna differentiarum, & ex H ducta normalis HK occurrat AD productæ in K. *Fig.22.*

Dico DE eſſe ad EB, vt BH, ſeu GC, ad HK.

CAPVT VII.

Ex inuentâ ſemidiametro terræ, prodigioſæ quorumdam montium altitudines demonſtrantur.

EXiſtimauit Keplerus, alijque, altiſſimos montes non attolli vltra 2, aut 4. milliaria Italica. Quantopere fallantur, ex ijs, quæ ſubiungam, fiet manifeſtum. Artificium metiendi altitudines montium tradidi *cap.* 5. *prob.* 7 & 8. Verùm deficere illud, cùm menſoris à monte diſtantia vnum gradum adæquat, demonſtraui in ſcholio 8. Problematis. Atqui tanta & maior erit aſſumenda, vt montium quorundam prodigioſam altitudinem inueſtigemus. Quare alia metiendi ratio, cui non officiat terræ rotunditas, à Ricciolo excogitata eſt, ſed quæ inuentam prius terræ ſemidiametrum ſupponat: neque enim alia ſupereſt via, quâ ſcrutari dictorum montium altitudines poſſimus.

PROBLEMA I.

Altitudinem montis inacceſsi (AB) datis ſemidiametro terræ, & alterius montis altitudine (OC) inuenire.

Fig. 82.

OPortet autem altitudinem montis OC, quæ datur, eſſe notabilem. Menſuretur in pede mõtis dati angulus AOC, & in mõtis vertice angulus ACO: quod quomodo fieri debeat, apparet in figura 83; inſtrumento enim (vt iſthic expreſſum eſt) collocato, abſciſſus à per-
a 17. *lib.* 1. pendiculo arcus *xo* manifeſtat angulum *coa* (ſunt enim ob parallas *kx*, *co*, alterni *xko*, & *coa* [a] æ-
Fig. 82. quales) arcus verò *ns* indicat angulum *ocs*, qui additus recto *sca*, manifeſtat totum *aco*. Quo-
b *Prob.* 9. *cap.* 3. niam igitur in triangulo *oac* dantur anguli *coa*, *aco*, & latus *co*; ex his innoteſcet [b] latus *ac*. Deinde quia in triangulo *acz*, notus iam eſt angulus *c*, & latus *ac*; itemque latus *zc* notum eſt (nam *zo* eſt ſemidiameter terræ quæ inuenta eſt *cap. præc.* eſt verò *oc* altitudo montis data),
c *Prob.* 10. *c.* 3. ex his [c] elicietur *za*: à quâ ſi demas *zb* ſemidiametrum terræ, nota relinquetur *ab* altitudo montis quæſita

PROBLEMA II.

Altitudinem montis (CF) cuius vertex (C) in margine horizontis appareat, datâ ſemidiametro terræ, & menſoris ab eo diſtantiâ (OF) inuenire.

Fig. 84.

MEnſor exiſtat in AO. Radius ab Oculo globi terreni ſuperficiem tangens atque inde ad C verticem montis FC pertingens, eſto ABC. terminus igitur horizontis ab Oculo A viſibilis eſt contactus B; cuius amplitudo OB reperitur per prob. 5. *cap. præc.* quâ ſubtractâ à dato arcu ſeu diſtantiâ OF, notus relinquitur arcus FB, ac proinde & angulus CZB. Continuentur deinde altitudines montis CF, & Oculi AO vſque centrum Z: à quo ad contactum B ducatur ZB per *prop.* 18. *lib.* 3. angulus CBZ rectus eſt. Quoniam ergo in trigono rectangulo CBZ dantur angulus CZB, & latus ZB, terræ ſemidiameter, quæ *cap. præc.* re-
f *Probl.* 3. *c.* 3. perta eſt; ex his [f] inuenietur ZC: à quâ ſi demas terræ ſemidiametrum ZF, nota relinquetur altitudo montis quæſita CF.

PROBLEMA III.

Inquiritur altitudo Æthnæ.

Fig. 84.

REferunt Maurolycus & Melitenſes Æthnam conſpici ex inſulâ Melitâ, & vltra, ex diſtantiâ milliariorum 216. Hoc dato,

Altitudo Æthnæ colligitur milliariorum Italicorum Bononienſium $5\frac{42302}{100000}$.

Ponantur

Digitized by Google

Ponantur & conſtruantur eadem , quæ in Problemate præcedenti , ſitque altitudo Æthnæ FC, & oculus ſpectatoris in Melita eſto A : altitudo autem oculi AO, ſit pedum 6. Igitur OB amplitudo horizontis reperitur g milliariorum Bononienſium 3, pedum 759, qui hic poterunt contemni. Quare ſi arcum OB 3 milliariorum demas ab arcu , ſeu diſtantiâ OF, quæ ex hyp. eſt milliariorum 216, reſtat arcus BF milliariorum 213. Iam ſi milliaria 26010, quantus *cap. præc. prob.* 4. totus terræ ambitus eſſe oſtenſus eſt, efficiunt gradus 360: milliaria 213 arcus BF quot efficient? per regulam Trium proueniunt pro arcu BF gradus 2, min. 56′. & 88 centeſimæ vnius minuti. Sed demus iuſto minus arcui BF, adeoque & angulo CZB, nempe grad. 2. 56′. Secans grad. 2. 56′ eſt 100131. poſito ſinu toto 100000. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt g *Prob.* 5. *c.* 6.

Vt	Sinus totus 100000	Ad	ſecantem anguli CZB grad. 2. 56′. 100131
Ita	ZB ſemidiameter terræ milliariorum 4139,	Ad	ZC ZC milliariorum ......

Per regulam Trium reperitur ZC milliariorum 4144 $\frac{44308}{100000}$. Ab hac ſi auferas ZF ſemidiametrum terræ milliariorum 4139, relinquitur CF altitudo Æthnæ milliariorum Bononienſium 5, $\frac{44308}{100000}$: à quâ detrahere aliquid oportet, vt compenſetur refractio, quæ fortè interuenit, & altitudinem verâ maiorem facit.

PROBLEMA IV.

Inquiritur altitudo Pici.

PIcus mons, eſt rupes altiſſima inſulæ Teneriffæ, quæ vna eſt ex Fortunatis, ſeu Canarijs, Huius altitudo tanta eſt, vt ſub eius Meridiano tam versùs Auſtrum , quàm Boream nauiganribus appareat ex diſtantiâ 4 graduum; hoc eſt 289 milliariorum Italicorum, & ex inſulâ Materiâ, quæ ab eo diſtat grad. 4. 10′, caeu nen eius inſtar alicuius templi conſpiciatur. Ita Cadamuſtus, Ioannes; Hugonis, Snellius, Furnerius Noſter. Hoc dato,

Altitudo Pici demonſtrabitur æquare 10 milliaria Bononienſia vt minimum.

Picus eſto CF, Oculus A altus pedes 6; cætera ponãtur ac ordinentur vt in præcedentibus. Arcus, ſeu diſtantiâ ex obſeruatione eſt grad. 4. 10; hoc eſt 300 milliariorum Bononienſium, imò longè maior; cùm enim Picus ex eâ diſtantiâ inſtar templi appareat, haud dubiè adhuc longè vltra Materiam inſulam ſpectaretur. Sed demus arcui OF ſolùm gradus 4, 10′. Arcus OB per prob. 5. *cap. præc.* eſt grad. 0. 2′ 37″. 3‴, quæ ablata ab arcu OF grad. 4. 10′, relinquunt arcum FB, adeoque & angulum CZB, graduum 4. 7′. 22″. 57‴ iuſto minorem: in quo etiam ſecunda & tertia negligemus. Porro ſecans anguli CZB grad. 4. 7′, eſt 100258. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt *Fig.* 84.

Vt	Sinus totus 100000	Ad	ſecantem anguli CZB gr. 4. 7′, nempe 100258
Ita	ZB ſemidiameter terræ milliariorum 4139	Ad	ZC

Per regulam Auream reperitur ZC milliariorum Bononienſium 4149 $\frac{67842}{100000}$. Ab hac ſi demas ſemidiametrum terræ ZF, milliariorum 4139, relinquitur CF altitudo Pici mill. Bonon. 10 $\frac{67842}{100000}$, quæ longe eſt minor verâ , quòd arcum FB ſumpſerimus multò minorem vero. Quare ſi hoc defectu compenſemus augmentum altitudinis à refractione cauſatum, remanent pro altitudine Pici milliaria ſaltem 10.

PROBLEMA V.

Altitudo Caucaſi inquiritur.

HVius montis altitudo iure meritò incredibilis videretur, niſi fidem demonſtratio extorqueret. Caucaſus mons ſitus in Aſiâ vltra mare Caſpium longiſſimo tractu in Ortum & Septemtrionem porrigitur. Huius montis ſummitates Ariſtoteles ſcribit *lib.* 3. *Met. textu* 63 videri à locis, quæ vocantur profunda, & à nauigantibus in ſtagnum; hoc eſt ex eo tractu

ſtu Ponti Euxini, vbi Palus Mæotis in Euxinum influit. Ea porro ſecundùm Ptolomæum eſt diſtantia grad. 9.32′. Hoc dato,

Altitudo Caucaſi complectitur ſaltem milliaria Italica 51; hoc eſt, plus quam 16 milliaria Belgica, ſeu horaria.

Fig. 84. Repetito enim diſcurſu præcedentium problematum, altitudo Caucaſi eſto CF, Oculus A. Ab arcu, ſeu diſtantiâ OF, quæ datur grad. 9. 32′, ſi demas OB arcum horizontis viſibilis, qui eſt per *prob. 5. cap. præc.* grad. 0. 2′. 37″. 3‴; remanet arcus BF grad. 9. 26′. 22″. 57‴: cuius Secans (ſecundis prætermiſſis) eſt 101370. Quia igitur per *prob. 3. cap. 3*, eſt

Vt	Sinus totus 100000	Ad	anguli CZB grad. 9. 29′ Secantem 101370;
Ita	ZB ſemid. terræ milliar. 4139	Ad	ZC,

Per regulam Trium reperietur ZC milliarium Italicorum 4195 $\frac{52212}{100000}$: à quâ ſi demas ſemidiametrum terræ ZF milliar. 4139, relinquuntur pro altitudine Caucaſi CF milliaria 57 $\frac{52212}{100000}$: ac proinde excedit milliaria 57.

Hinc verò oportebit aliquid ſubtrahere vt compenſetur augmentum à refractione inductum: quod cùm 6 milliaria non excedat, manet Caucaſi altitudo 51. milliariorum Bononienſium.

Non abſimili diſcurſu reperietur altitudo montis Athos, quem Xerxes perforaſſe fertur, vt per ipſum mare tranſmitteret, milliariorum 28; & Caſius Syriæ milliariorum ſaltem 20.

Scholium.

Fig. 85. *Poſſunt etiam ex longitudine aſcenſûs & deſcenſûs altitudines montium æſtimari. Aſcenſum ac deſcenſum Alpium ſcribit Polybius complecti ſtadia 1200, quæ milliaria efficiunt Italica 150. Demus igitur aſcenſui ſoli dimidium huius itineris, milliaria nempe 75; Altitudinem Alpium repræſentet AB ad horizontem CA perpendicularis. Quia verò non vbique eadem viæ, quâ aſcenditur, inclinatio eſt, ſed vno loco præceps magis, quàm altero; ſtatuamus æquatione factâ eam vbique vniformem eſſe ſecundùm rectam lineam CB, quæ cùm horizontali CA efficiat inclinationis angulum BCA grad, 7.40′. Quæ ſane modica cenſeri inclinatio debet: ac proinde & altitudo BA inde collecta minor iuſtâ. Quoniam igitur in triangulo rectangulo BAC datur CB 75 milliariorum, & angulus C grad. 7.40′; ex his per prob. 2. cap. 3. reperietur AB altitudo Alpium quæſita, maior 10 milliariis.*

Vnde meritò concluditur Alpium altitudinem milliaria 10 excedere.

CAPVT VIII.

Quo artificio Lunæ à Terrâ diſtantiam Aſtronomi inueſtigauerint.

AD huius problematis maximè ardui ſolutionem præter ſubſidium Trigonometricum opus eſt notitiâ Parallaxeos; de quâ proinde pauca hîc ex Aſtronomiâ erunt præmittenda.

Quid parallaxis.

Variæ ſunt Parallaxium ſpecies. Nos hîc de eâ ſolâ agimus, quæ fit in circulo altitudinis, ſeu Verticali. Parallaxis igitur eſt angulus quem in centro Aſtri efficiunt duo radij, quorum vnus ducitur ex centro Terræ, ſeu mundi, alter ab Oculo in ſuperficie Terræ poſito.

Fig. 87. Centrum Aſtri eſto C, Verticalis circulus per illud tranſiens ZCO: Oculus in ſuperficie Terræ in B; Terræ centrum A. Angulus BCA eſt Parallaxis Aſtri C. Vocatur etiam Diuerſitas aſpectus, quia exiſtens in B, videt Aſtrum C quaſi ſuppoſitum firmamenti puncto F; exiſtens verò in centro A idem Aſtrum C videt ſuppoſitum firmamenti puncto diuerſo L.

Quod ſi Aſtrum exiſtat in O, in margine videlicet Horizontis viſibilis, quem determinat tangens

Tangens BO, vocatur Parallaxis horizontalis, eſtque angulus AOB. Commodior ea eſt ad inueſtigandam Aſtri diſtantiam, quod triangulum ABO rectangulum ſit, vt patet ex *prop.* 18.*lib.* 3.

Non eſt autem huius loci modum tradere, quo Parallaxeos magnitudo inueniri debeat: id enim ad profundiorem pertinet Aſtronomiam, eſtque inter conatus Aſtronomicos vnus è difficillimis. Vide *lib.*3.*Aſtronomiæ noſtræ cap.*2. vbi inuentionem ab ipſis trado fundamentis.

PORISMA.

Quò Parallaxis maior eſt, eò Aſtrum Terræ vicinius eſt; quò minor, eò remotius.

Sit Aſtrum demiſſius vnum in O, alterum altius in Q; quorum Parallaxes ſint anguli — *Fig.*87.
BOA, BQA. Angulus BOA externus eſt reſpectu trianguli AOQ. Ergo BOA æqualis eſt
vtrique [a] interno oppoſito OQA, OAQ; ac proinde maior ſolo OQA, ſiue BQA. — a 32. *lib.*1.

PROBLEMA I.

Diſtantiam Lunæ à Terrâ inquirere.

SEmidiameter Horizontis Viſibilis eſto B*o*, Lunæ centrum *o*, eiuſque Parallaxis B*o*A. Ex — *Fig.*88.
Aſtronomis recentioribus, qui longè maiori induſtriâ in hoc negotium incubuêre, quàm
veteres, nullus vnquam deprehendit [a] Parallaxim Horizontalem Lunæ tantam, quæ æqua- — a *vide A-*
ret grad.1.8′. Verùm aſſumamus tantam Parallaxin: ſic enim [b] certò conſtabit veram Lunæ — *ſtron lib.*3.
diſtantiam ſemper longè maiorem eſſe eâ, quæ ex Parallaxi aſſumptâ colligetur. Quoniam — *num* 12.
B*o* ſemidiameter Horizontis tangit ſuperficiem Terræ in B, & ad contactum B, ducta eſt — b *per poriſ-ma*
ex centro A recta AB; erit angulus AB*o* [c] rectus; ac proinde trigonum Parallacticum eſt — c 18.*lib.*3.
rectangulum. Ergo [d] A*o* eſt ſinus totus, nempe 100000, AB ſinus anguli *o*, grad.1.8′, — d *loſin.*6.
qui ex Canone Sinuum datur 1977. Diuide AC 100000 per AB 1977: reperies hanc ab — c.2.
illâ contineri plùs quàm quinquagies: ac proinde AC diſtantiam Lunæ à Terræ centro maiorem eſſe 50 ſemidiametris terrenis AB. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex Parallaxi nimis magnâ, grad.1.8′, quantam videlicet nullus è poſterioribus Aſtronomis repererit. Ergo

Certum [e] *eſt diſtantiam Lunæ à Terræ centro ſemper maiorem eſſe* 50 *ſemidiametris Terræ; hoc eſt* — e *per poriſma.*
milliaris Bononienſibus 163250, *ſiue horariis* 54400.

Milliaria deduxi ex ſemidiametro terræ omnium hactenus inuentarum minimâ, milliariorum Bononienſium 3265, ſiue horariorum 1088.

PROBLEMA II.

Lunarium montium altitudinem inquirere.

SVperficiem Lunæ non æquabilem eſſe, ſed aſperam montibus ac rupibus, certiſſimâ ob- — *Fig.* 86.
ſeruatione conſtat. Vidi ipſe tubo optico longiori duobus vitris conuexis inſtructo in obſcuro Lunæ hemiſphærio *aſt* apicem quemdam *b* luce clarâ micantem longè vltra *a*, vbi lucis ac tenebrarum confinia ſunt. Id ipſum ab alijs quoque Aſtronomis obſeruatum. Ex quo manifeſtiſſimè conuincitur apicem illum in tenebroſo Lunæ hemiſphærio micantem, neceſſariò eſſe verticem alicuius montis *ob*, qui ob altitudinem ſuam priùs illuſtretur à Sole, quàm partes Lunæ humiliores *ao*. Complures autem eiuſmodi eſſe montes in Lunâ eodem indice tubo euidenter cognoſcimus: ſi enim limbus extremus Lunæ non-Plenæ obſeruetur, is apparebit quaſi dentatus, & tamquam rupibus continuis interciſus. Vide de his plura Aſtronomiæ noſtræ *lib.*8. in tractatu de luce & maculis Solis ac Lunæ *num.* 5.

Vnum ex his montibus, quem *S. Catharinæ* appellant, obſeruauit Ricciolus, comperitque illius verticem illuſtratum *b* diſtare à confinijs lucis & vmbræ $\frac{1}{16}$ parte diametri. Eam diſtantiam repræſentet recta *ba*, quam ſupponamus tangere Lunæ ſuperficiem in *a* extremitate diametri *ac*, & continuetur *bo* altitudo montis vſque ad centrum Lunæ *z*. Per *prop.*
18.*lib.*3 angulus *baz* rectus eſt. Ergo quadratum *bz* quadratis [a] *ba*, *za* æquale eſt. Quoniam — a 47.*lib.*1.
verò *ba* [b] eſt 1, & *az* 8, erit quadratum *ba*, 1. & quadratum *za*, 64. quorum ſumma 65 — b *ex obſer.*
æqualis

æqualis iam oſtenſa eſt quadrato *bz*. Quare ſi ex eâ ſummâ 65 extrahatur radix quadrata, nota fiet *bz*, eritque 8.0′.6″.9‴: à quâ ſi demas 8 ſemidiametrum *zo*, remanebit *ob* altitudo montis Lunaris 69 milleſimæ, quarum *zo* eſt 8.

b in Corol. prob. 8. cap. 20. Quare cùm ſemidiameter Lunæ (vt [b] alibi oſtendam) maior ſit milliarijs Bononienſibus 711; ſi fiat per regulam proportionum vt 8 ad 69 milleſimas, ita milliaria 711 ad altum numerum milliariorum: erit is maior quàm 6 milliaria, debitus monti *ob*, ac proinde

Certum eſt ob *altitudinem montis Lunaris altiorem eſſe 6 milliaris Bononienſibus.*

C A P V T IX.

Quâ viâ indagari poſſit diſtantia Solis à Terrâ.

DVabus maximè vijs huius tam ardui problematis ſolutionem Aſtronomi ſunt aggreſſi, videlicet per Vmbram Terræ in Eclipſibus, & Lunæ Dichotomiam. Priore vſus eſt Ptolomæus, & Aſtronomi poſt illum plerique omnes. Alteram primus aperuit Ariſtarchus Samius; quam ex recentioribus inſtaurarunt Keplerus ac Vendelinus, & excoluit præ omnibus Ioannes Baptiſta Ricciolus noſter. Hanc poſtremam, quia eſt priore illâ multò certior, etiam nos tenebimus, nonnullis ad clariorem rei intelligentiam præmiſſis.

Dichotomia Lunæ idem eſt ac Lunæ biſectio. Tunc autem Luna dichotoma, ſeu biſecta dicitur, cùm nobis apparet dimidiata, ſiue inſtar ſemicirculi. Pro quo notandum ex Opticâ. Primò, quia Sol Lunâ maior eſt, Lunæ portionem à Sole illuminatam ſemper maiorem eſſe dimidiâ; ſed ob ingentem diſtantiam exceſſum eſſe tam modicum, vt dimidia appareat. Secundò, Partem viſam Lunæ, aut corporis alterius cuiuſcumque Oculo maioris ſemper eſſe minorem dimidiâ, (quod etiam in *ſcholio probl. 5. cap 6.* demonſtratum eſt). Verùm, cùm diſtantia eſt valde magna, defectum eſſe adeò paruum, vt quoad ſenſum pars viſa cenſeri poſſit dimidia. Tertiò, quamuis Solis ac Lunæ ſuperficies ſint ſphæricæ, ob immanem diſtantiam apparere tamquam planas inſtar circuli. Vnde fit, vt cùm pars Lunæ illuminata à nobis tota conſpicitur, plana appareat inſtar circuli: & cùm nobis conſpicitur biſecta, appareat inſtar ſemicirculi.

P O R I S M A 1.

Fig. 89. Cùm Luna nobis apparet biſecta, planum *boc* ſemicirculum lucidum *bzc* ab obſcuro *bxc* diſcriminans productum tranſit per *o*, centrum Lunæ & oculi centrum A; & recta linea *o*S centra Lunæ Soliſque iungens ad rectam A*o* perpendicularis eſt.

Primum per ſe ſatis clarum eſt. Alterum ſic oſtendo. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſeat per *o* centrum Lunæ, & A centrum Oculi; patet rectam A*o* eſſe in plano ſeparante. Atqui recta S*o* ad planum ſeparans perpendicularis eſt; quia pars illuſtrata *bzc*, adeoque & baſis eius, ipſum nempe planum ſeparans, directè ſemper Soli obuertitur.

o per defin. 3.11. Ergo etiam S*o* ad rectam [o] A*o* in plano ſeparante poſitam, perpendicularis eſt.

P O R I S M A 2.

Quò Sol fuerit à Terrâ remotior, eò maior erit Lunæ, cùm nobis biſecta apparet, diſtantia à Sole; & contra. Quantacumque tamen eſſet diſtantia Solis à Terrâ, ſemper tamen eius à Lunâ, dum biſecta apparet, diſtantia minor erit gradibus 90, ſeu quadrante circuli.

I. Pars demonſtratur.

Fig. 89. Oculus in Terrâ eſto A; Lunæ centrum in *o*; Solis in S. Ducantur radij AS, *o*S; & Lunæ diameter *bc* ſemicirculum lucidum ab obſcuro ſeparans iuxta poriſma 1. tranſeat per Oculum A. Producatur deinde *o*S in infinitum, inque eius puncto altiori F intelligatur conſtitui centrũ Solis ducaturque AF. Sole poſito in S, diſtantiam eius à Lunâ biſectâ metitur arcus *oq*, ſeu angulus *o*AS: Solis, verò conſtituti in loco altiori F diſtantiam à Lunâ dichotomâ metitur arcus *oi*, ſiue angulus *o*AF: qui cum priori maior ſit, patet 1 pars poriſmatis.

II. Pars

II. *Pars demonſtratur.*

In rectâ *o*S infinitè productâ ſumatur punctum F quantumcumque diſtans à Terrâ A: ducaturque radius AF. Per poriſma 1. in triangulo A*o*F, angulus ad *o* rectus eſt. Ergo per *prop.32.lib.1.* FA*o* eſt minor recto, ſeu gradibus 90. *His præmiſſis eſto*

PROBLEMA I.

Diſtantiam Solis à Terrâ inquirere.

OCulus in terrâ eſto in A; huic Luna apparens biſecta inſtar ſemicirculi *bzc*, cuius diameter *bc* producta per poriſma 1 tranſibit per Oculum A: Centrum Solis ſit in S, ad quod ab Oculo, & centro Lunæ ducantur radij AS, *o*S. Atque ita habemus triangulum Dichotomicum AS*o* à tribus radijs centra Oculi, Solis, Lunæ connectentibus comprehenſum. In hoc triangulo Dichotomico angulus A*o*S per poriſma 1. rectus eſt. Quare ſi notus fiat acutus SA*o*, qui metitur diſtantiam Lunæ biſectæ à Sole, etiam proportio laterum per *prob.1. cap.3* innoteſcet. Atqui in huius anguli inuentionem ſummo ſtudio Aſtronomi incubuêre, quorum nullus iam inde ab Ariſtarcho eum deprehendit minorem gradibus 87. quin verò eſt manifeſtò maior. Aſſumatur tamen graduum 87: ſic enim ex poriſmate 2 certò conſtabit altitudinem Solis inde collectam, eſſe verâ minorem. Quoniam igitur in trigono rectangulo A*o*S acutus SA*o* eſt grad. 87, erit [b] alter *o*SA grad. 3, cuius ſinus eſt 523360. Quare cùm *o*A ſit ſinus [c] anguli *o*SA: AS verò ſinus totus; erit latus A*o* 523360 partium, quarum AS eſt 10000000. Diuide 10000000 per 523360: comperies AS diſtantiam Solis à Terrâ continere Lunæ à Terrâ diſtantias A*o* 19.0′.0″.0‴.5″.6′.7′.9‴. Et quoniam oſtendi ſupra [d] diſtantiam Lunæ minimam à Terrâ excedere 50 ſemidiametros Terræ, ductis 50 in 19, diſtantia Solis à Terrâ excedet 950 ſemidiametros Terræ. *Fig. 89.* b p 32 l.1. c defin. 6. cap.2. d Prob.1. cap.8.

Certum eſt igitur altitudinem Solis excedere altitudinem Lunæ plus quàm decies & nouies; ac proinde maiorem eſſe Terræ ſemidiametris 950, hoc eſt milliarijs Italicis Bononienſibus 3101750, horarijs 1033583.

Milliaria deducta ſunt ex ſemidiametro Terræ milliar. Bonon. 3265, hactenus inuentarum minimâ, quam ſatis conſtat eſſe verâ minorem. Aſſumptâ ſemidiametro veræ proximâ, milliariorum Bononienſium 4139, erit diſtantiâ Solis à Terrâ maior milliarijs Bonon. 3932050, horarijs 1310683.

PROBLEMA II.

Altitudinem Solis veræ propinquiorem determinare.

LVnæ Dicbotomæ diſtantiam à Sole præ cæteris omnibus inueſtigarunt Keplerus, Vendelinus, Ricciolus. Et primus quidem, quamuis ſibi in eâ determinandâ non plenè ſatisfecerit, cenſet tamen non minorem grad. 89. imò maiorem. Secundus aſſerit ſe primò comperiſſe Lunam apparere Dicbotomam, cùm à Sole diſtat gradibus 89. Deinde verò maiori curâ adhibitâ, compertum ait à ſe, Dicbotomiam accidere, cùm Luna abeſt à Sole grad. 89. 30′, vel potiùs 45′. Tertius omnium accuratiſſimus obſeruator ſummo conatu in hoc negotium incubuit: ex pluribus obſeruationibus ſuis tres recenſet; primâ comperit Lunæ biſectæ diſtantiam à Sole, *oq*, grad. 89.28′.26″: alterâ gr. 89.29′.45″; tertiâ omnium accuratiſſimâ, (eam refert in *Almag. pag.* 734. priores *pag.* 108) inuenit grad. 89. 34′. 50″. Itaque certum videtur diſtantiam Lunæ Dichotomæ à Sole non eſſe minorem gradibus 89. Hoc dato *Fig. 89.*

Demonſtrabimus Solis altitudinem excedere altitudinem Lunæ non minùs quàm quinquagies ſepties; ac proinde Solem à Terrâ non minùs diſtare quàm 2850 Terræ ſemidiametris; hoc eſt non minùs quàm milliariorum Italicorum Bononienſium 9305250.

Cùm enim arcus *oq*, adeoque & angulus *o*AS ſit non minor gradibus 89; erit *o*SA non maior gradu 1, cuius ſinus eſt 174524. Quare cùm in trigono A*o*S, per poriſm. 1. rectangulo, A*o* ſit [a] ſinus anguli *o*SA, & AS ſinus totus, erit A*o* partium 174524, quarum AS a def. 6. c. 2.

a *Tacquet Geometria practica.*

Æ

ntinere altitu-
itudinem Lu-
emidiametros
ametrum mil-
m 9305250.
ſtigamus Aſtro-

6″ *elicit di-*
9. 29′. 45″.
inus autem
cit Solis di-
m videtur
altem 7000
um Bono-
borariorum.

EOME-

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER SECVNDVS

DE SVPERFICIE PLANA.

A Lineis rectis tranſeo ad ſuperficies ſed planas, curuas enim reieci in librum tertium, quod minùs commodè à corporibus ſeiungantur. Non interrumpo ſeriem capitum primo libro inchoatum, vt euitetur prolixitas citationum.

CAPVT X.

Problemata, quorum vſus ad ſequentia.

Lemma.

Lineam rectam in ſuperficie terra deſignare.

EXtende funem inter duos limites datos. Abſque funis adminiculo idem efficies, ſi per Quadrantis binas dioptras collimans in terminũ datum, iubeas plures bacillos certis interuallis infigi perpendiculariter terræ, ſic vt omnes ſimul bacillos per dioptras conſpicias. Ita enim, quot placuerit, puncta ad rectam lineam quæſitam exiſtentia notabuntur.

PROBLEMA I.

Ex datæ in ſuperficie terræ lineæ rectæ (GB) puncto dato (A) perpendicularem ducere.

APplica normæ baſim rectæ datæ, ſic vt latus normæ reſpondeat dato puncto: funis ſecundùm latus normæ extenſus dabit perpendicularem quæſitam. *Fig. 1.*

Verum quia longitudo normæ, quâ in mechanicis vtimur, ad ſummum eſt pedum trium quatuorue, non ſatis tuta eſt praxis iam tradita; quia funis à latere tam breuis normæ deuiatio, quamuis oculo percipi vix poſſit, ſi valde longa perpendicularis expetitur, in fine erit ſenſibilis & magna.

Aliter & certiùs per Quadrantem.

Inſtrumentum conſtitue horizonti parallelum, ſic vt eius centrum ſit directè ſupra rectæ datæ GB punctum datum A, quo ita permanente, vnum latus inſtrumenti AE ſic verte; vt per eius dioptras conſpicias baculum perpendiculariter humi defixum in datæ rectæ puncto quopiam C: quo facto inſtrumenti latus AE reſpondebit rectæ datæ GB. Deinde baculum alterum iube perpendiculariter defigi ex aduerſo, quanto placuerit interuallo in L, ſic vt in eum collimans per dioptras lateris AF, intueri poſſis. Recta per A & L extenſa, eſt perpendicularis quæſita. *Fig. 1.*

Fig. 1. Si recta data GB eſt baſis muri, non poterit inſtitui hæc operatio, niſi prius ducatur MN ad GB parallela, quod ita fiet: præſidio normæ ducantur GM, BN ad GB perpendiculares & æquales, recta MN connectens extremitates erit parallela ad GB; cuius diſtantia à muro ea ſufficiet, quæ requiritur vt poſſis inter eam & murum conſiſtere. Iam ad MN ducatur LK perpendicularis modo ſuprà explicato: hæc protracta in A, etiam ad GB perpendicularis erit. Facilè autem erit opus ſic ordinare, vt LK protracta incidat in datum punctum A, ſi prius normâ ex A ducatur AK perpendicularis ad GB, occurrens MN in K, & tum ex K reperiatur KL perpendicularis ad MN.

Aliter ſolo fune.

Fig. 2. Ad puncti dati A partem vtramque ſume duo æqualia interualla AE, AF. In E & F fige duos funes æquales iuſtæ longitudinis, eoſque ſupra terram extende, dum ſe mutuò tangant in D. Recta per D ad A ducta eſt perpendicularis quæſita, vt patet ex *prop. 8. lib. 1.*

PROBLEMA II.

Ad rectam (BD) in terrâ datam, ex dato extra eam puncto (A) perpendicularem ducere.

Fig. 3. Applica latus normæ puncto A dato: baſim verò datæ rectæ: linea ſecundùm normæ latus ducta eſt perpendicularis quæſita.

Verùm ſi normâ vtimur, oportet diſtantiam puncti dati non excedere longitudinem normæ. Meliùs igitur quæſitum obtinebitur

Quadrante.

Fig. 3. Fige palos in dato puncto A, & puncto aliquo E datæ rectæ. Deinde in datâ rectâ quære punctum C, ſupra quod conſtituto Quadrantis centro poſſis per dioptras laterum CF, CG intueri palos fixos in E & A. Recta per C & A extenſa, eſt perpendicularis quæſita.

Solo fune.

Fig. 4. Funem in dato A puncto fixum obliquè ad datam rectam BD extende, donec eam tangat extremitate ſuâ in E. Extende ſimiliter ad partem alteram in F. Interuallum EF ſeca bifariam in C; quod fiet funem ipſi EF æqualem complicando coniunctis extremitatibus. Recta per A & C ducta, eſt perpendicularis quæſita.

PROBLEMA III.

Angulum in terrâ datæ quantitatis deſignare ad datæ rectæ (AK) punctum datum (A).

Fig. 5. Quæratur primò angulus recto minor, ex. gr. graduum 34. Regulam AE Quadrantis ſtatue ſupra gradum quæſitum, ſic vt arcus BE ſit grad. 34. Statue centrum A ſupra datum punctum, & in aliquo datæ rectæ puncto D fige palum. Collima deinde per dioptras lateris AB, donec videas palum in D. Rurſum alium humi palum fige eo loco, puta in F, vt eum videre poſſis collimando per dioptras regulæ AE. Recta per A & F ducta cum datâ AK efficiet angulum 34. grad.

Fig. 6. Petatur deinde angulus recto maior, ex. gr. 117. exceſſum anguli dati ſupra 90, nempe 27 grad. numera in Quadrantis limbo ex C in E, & ſupra E pone regulam. Tum centrum Quadrantis ſtatue ſupra datum punctum A, & latus Quadrantis AB ita colloca, vt oculo poſito in B per dioptras lateris conſpicias palum defixum in datæ rectæ AK puncto aliquo D. Oculo deinde ad centrum A applicato baculum figi iube eo loco in F, vt eum videre poſſis per regulæ AE dioptras collimans. Recta per A & F ducta conſtituet cum datâ AK angulum grad. 117, vt patet.

PRO-

PROBLEMA IV.

Quemuis viſualem angulum metiri.

VIſualem angulum efficiunt duo radij FA, KA ex duobus punctis K & F ad oculum pertingentes, eſtque idem cum eo, quem *cap.5. defin.5.* angulum diſtantiæ appellaui. Quare hoc Problema non differt à Poriſmate 2 ibidem.

Fig. 5. 6.

Per dioptras lateris AB, ac regulæ AE collima in puncta data K & F. Arcus BE manifeſtabit quantitatem anguli dati in Fig. 5. In caſu figuræ 6. arcus EC additus quadranti, idem præſtabit.

PROBLEMA V.

Ad datam in terrâ rectam (BC) per datum punctum (A) parallelam ducere.

Fig. 7.

EX dato puncto A duc [a] AD perpendicularem ad BC. Ad hanc deinde ex dato in eâ puncto A, deſcribe [b] perpendicularem AF. Hæqeſt parallela ad DC. Patet ex *prop.* 29. *libri* 1.

a *per prob.* 2
b *per prob.* 1

Aliter.

Stans in quouis rectæ datæ puncto D, metire [c] angulum viſualem BDA. Tum ad rectæ AD punctum A fac [d] angulum DAF æqualem angulo BDA. Recta AF eſt parcllela quæſita.

Fig. 8.
c *per prob.* 4
d *per prob.* 3

Patet ex *prop.* 28. *lib.* 1. cùm anguli alterni BDA, DAF æquales ſint.

Aliter.

Cum ad datam rectam BC acceſſus negatur.

In datâ rectâ oculo deſigna duo ſigna D, E, in quæ ex dato puncto A collimans, metire angulum DAE. Tum aliam quære ſtationem F, ex quâ collimans in eadem puncta D, E, æqualem ipſi DAE reperias angulum DFE. Dein metire [b] angulum *o*, eique parem deſigna [f] angulum *n*, ſeu EAT. Erit recta AT ad BC parallela.

Fig. 9.
b *per prob.* 4
f *per prob.* 3

Demonſtratio. Quoniam anguli DAE, DFE ſunt æquales, patet [a] per D, A, F, E tranſire circulum. Ergo quia anguli *o*, *m*, ſunt in vno ſegmento AFED, æquales [k] erunt. Atqui *n* per conſtr. æquatur *o*. Ergo etiam *n* ipſi *m* æqualis eſt. Ergo AF, BC ſunt [n] parallelæ. Quod erat demonſtrandum.

a *ex* 21. *l.* 3.
k *per* 21. *l.* 3
n *per* 28. *l.* 1

Hæc praxis, vt accepi, eſt Clariſſ. Viri Gerardi Gutſchouij Regij Matheſeos in Academiâ Louanienſi Profeſſoris, cuius lucubrationes Mathematicas auidè iampridem expectamus.

PROBLEMA VI.

Regularium figurarum angulos tam centri, quàm circumferentiæ inuenire.

REgularis ſeu ordinata figura eſt, cuius omnia latera, & omnes anguli inter ſe æquantur.

Fig. 10.

Angulus centri eſt (BAC) quem continent duo radij ab vnius lateris extremitatibus ad centrum ducti. Vnde figura ordinata tot habet centri angulos, quot latera, quos omnes inter ſe conſtat eſſe æquales.

Anguli circumferentiæ ſunt, qui figuræ lateribus continentur; vt BCD, CDE &c.

A[b] M duc MK parallelam ad AB, ſecantem AH in K. Per K ducatur KI parallela ad HB: hæc etiam [c] æqualis erit datæ AM.

c per 34. l. 1.

Aliter.

Deſcribe [d] angulum LEN circumferentiæ [a] eius figuræ, quam vis delineatam. A lateribus anguli abſcinde EF, ED æquales lateri dato. Tum per tria [b] puncta FED deſcribe circulum. Hic capiet figuram quæſitam, ſi FE, vel ED per circumferentiam ſæpiùs traducatur.

Fig. 10.
d per præm. 3. Schol. poſt 32. l. 1.
o probl. 6.
b per 5. l. 4.

Scholium.

Ceterùm, nondum via reperta eſt, quâ certò & infallibiliter, nihil videlicet tentando, figuræ omnes ordinatæ deſcribantur. Pendet enim ea deſcriptio à diuiſione circumferentiæ in partes æquales 3. 4. 5. 6. 7. & ſic deinceps ſecundùm omnes ſequentes numeros; quæ quidem diuiſio adhuc deſideratur. Libro 4 elem. ſolo circino & regulâ diuiditur circumferentia in partes æquales 3. 4. 5. 6: ac proinde inſcribuntur circulo, Triangulum, Quadratum, Pentagonum, Hexagonum. Et quoniam arcus quiuis Geometricè ſecari poteſt bifariam circino & regulâ; conicè verò trifariam parabolâ aut hyperbolâ: manifeſtum eſt figuras eas omnes viâ, & ratione deſcribi poſſe, quarum denominatores ſunt termini progreſſionum duplarum & triplarum incipientium ab his quatuor numeris 3. 4. 5. 6. Quibus ſi eas adiungamus, quarum denominatores producantur ex duarum quarumlibet figurarum iam inuentarum denominatoribus inter ſe multiplicatis, repertæ erunt figuræ ordinatæ omnes, quas aliquâ certâ viâ, ſeu methodo infallibili poſſimus deſcribere. Ceteræ præter has omnes hactenus non niſi mechanicè, hoc eſt tentando, conſtruuntur. Non aliter circuli circumferentia in gradus 360 diuiditur. Vnde quæ eius adminiculo conſtruuntur Problemata, non Geometricè ſed mechanicè ſoluta dicuntur. Sectiones porro conicæ non videntur à conſtructione Geometricâ excludendæ: has enim ſi adhibueris, perinde viâ ac ratione procedis, atque ſi rectam lineam aut circulum; neque alia differentia eſt, quàm quòd minus expedita ſit conicarum linearum deſcriptio.

PROBLEMA VIII.

Figuram quamuis [x] ordinatam in terrâ deſcribere, etiam dato radio vel latere.

x vide def. 3. l. 4. elem.

PEr Probl. 3. deſcribe in terrâ angulum O, centri [n] figuræ quæſitæ [i] ex lateribus anguli abſcinde radios cuiuſlibet magnitudinis AH, AB, ducaturque recta HB: hæc erit latus vnum figuræ quæſitæ. Fiat deinde angulus alter BAC par priori O; & recta AC par ipſi AB, iungaturque BC: erit hæc latus ſecundum. Eâ methodo cætera latera reperientur. Vbi latus penultimum FG fuerit deſignatum, quod tum ſupererit interuallum GH, neceſſario æquale erit lateribus cæteris, aut malè fuit & oſcitanter inſtituta delineatio.

Fig. 10.
n prob. 6.

Quòd ſi figuram deſideras habentem latus longitudinis datæ ex. gr. heptagonum, cuius latus ſit pedum 1000, ex latere dato quære radium: quo reperto, deſcribe ad eum radium, modo iam explicato, figuram quæſitam, puta heptagonum; habebitque illa latera etiam data, puta 1000 pedum. Reperietur porro radius ex latere in triangulo HAB: in quo quia notus [o] eſt angulus O, etiam ſumma [n] reliquorum nota eſt; ac proinde & ſinguli, cùm inter ſe ſint [m] æquales. Cùm igitur in Trigono HAB anguli dentur, & latus vnum, etiam latus [q] AB, nempe radius innoteſcet.

o per prob 6
n per coroll. 8. p. 32. l. 1.
m per 5. l. 1.
q per 9 c. 3.

Aliter.

Fig. 10. a prob. 3. b prob. 6.

Cum ſtatio non conceditur in centro figuræ A.

Deſcribe [a] in terrâ angulum LEN [b] circumferentiæ eius figuræ, quam cupis delineare & à lateribus abſcinde partes vtrimque æquales EF, ED magnitudinis collibitæ. Ad punctum D conſtitue ſecundum circumferentiæ angulum EDC, & fac DC parem ED, EF; atque ita in orbem operare. Vbi deſignatum fuerit latus penultimum HG, quod tum ſupererit interuallum GF, ſi exactè fueris operatus, æquale erit lateribus prioribus, angulique circumferentiæ G, & F prioribus circumferentiæ angulis æquales erunt, quod infrà demonſtrabitur *Probl.* 10.

PROBLEMA IX.

Rectilineo irregulari cuicumque (Z) in chartâ dato, ſimile in terrâ deſcribere.

Fig. 12. a per prob. 3

FAc in terrâ [a] angulum æqualem angulo C, & ab eius lateribus abſcinde tot pedes vel paſſus, vel perticas (prout magnam figuram deſideras) quot partes ſcalæ continent CB, CD. Ita in orbem operando, quæſitum obtinebitur.

PROBLEMA X.

Dati loci (Z) ichnographiam deſcribere.

Fig. 12. 13. a per prob. 4

HOc eſt figuræ in terræ ſuperficie datæ, ſimilem in chartâ delineare.

Metire [a] loci dati angulos A, B, &c. item latera præſidio perticæ; & eorum magnitudines inuentas nota inter ſuos quoſque angulos: nimirum primo loco ſcribe gradus anguli A, ſecundo pedes lateris AB, tertio gradus anguli B; atque ita deinceps.

b per pron. 3. Schol. poſt 32. lib. 1.

Deinde fac [b] in chartâ angulum F parem angulo A, eiuſque latera FG, FK tot partium ſcalæ, quot pedum erant latera AB, AE. Rurſum angulus G fiat æqualis angulo B, eiuſque latus GH tot partium ſcalæ, quot pedum erat BC. Pari modo angulus H par fiat angulo C, & latus HI tot partium ſcalæ, quot pedum erat CD. Iungantur poſtremò puncta I & K, eritque (vt mox oſtendam) IK tot partium ſcalæ, quot pedum erat DE, angulique I, & K pares erunt angulis D, & E; adeóque figura X ſimilis erit loco dato Z.

c conſtr. d conſtr. e per 6. l. 6. o per 32. l. 1. f conſtr. p per 22. l. 5. s per 6. l. 6. k conſtr. m per 32. l. 1. q per 6. l. 6. p eand.

Demonſtratio Ductis mente ex I & D ad oppoſitos angulos rectis lineis, figuram vtramque in triangula partire. In triangulis DCB, IHG, quia latera DC, CB; & IH, HG circa [c] æquales angulos C, H, proportionalia [d] ſunt, erunt [e] anguli *o*, *n*; item *q*, *r*, æquales: & BC erit ad BD, vt GH ad GI. Quia verò iam oſtendi pares eſſe angulos *q*, *r*, & per conſtr. toti B ac G æquales ſunt: etiam reliqui *s*, *t* æquales [o] erunt. Deinde quia [f] AB eſt ad BC, vt FG ad GH, & (quod iam oſtendi) BC ad BD, vt GH ad GI; etiam ex [p] æquo AB erit ad BD, vt FG ad GI. In triangulis igitur ABD, FGI, latera AB, BD; & FG, GI circa æquales angulos *s*, *t* proportionalia ſunt. Ergo etiam [s] AB eſt ad AD, vt FG ad FI: & anguli *m*, *p*, itemque *l*, *u* æquales; ac proinde, quia æquantur [k] toti A, F; etiam *y*, *δ* [m] æquales erunt. Iam quia oſtendi AD eſſe ad AB, vt FI ad FG; AB verò eſt ad AE, vt FG ad FK; ex æquo erit AD ad AE, vt FI ad FK. In triangulis igitur AED, FKI, latera AD, AE; & FI, FK circa æquales angulos *y* & *δ* proportionalia ſunt. Ergo [q] AE eſt ad ED, vt FK ad KI (quod erat vnum ex demonſtrandis) & [p] anguli E, K æquales ſunt (quod erat alterum) itemque anguli *ω*, *θ* æquantur: quibus ſi addamus oſtenſos ſupra æquales *mo*, & *pn*, toti D & I æquales erunt, quod erat tertium.

Scholium.

Ex demonſtratione patet tantùm eſſe neceſſarium, vt menſurentur omnes anguli loci dati præter duos ex. gr. præter D, & E; & omnia latera præter vnum (ED) quod angulis non menſis interiacet.

CAPVT

CAPVT XI.

Figurarum rectis lineis comprehenſarum dimenſio.

REuocanda huc ſunt, quæ *cap.* 1, de menſuris ſcripſi. Metimur ſuperficies quadrato alicuius notæ menſuæ, vt quadrato Pede, vel Paſſu quadrato, vel quadratâ Perticâ: hoc eſt quadrato, cuius latus eſt Pes, vel Paſſus, vel Pertica.

Definitio.

Area, ſeu quantitas alicuius ſuperficiei menſurari, produci, reperiri dicitur, cùm innoteſcit quot quadratis alicuius notæ menſuræ, (quadratis ex. gr. pedibus vel perticis) æqualis eſt,

Et cùm dicitur area alicuius figuræ produci ex multiplicatione duarum linearum, ex. gr. altitudinis in baſim: ſenſus eſt, aream tot continere Pedes quadratos ex. gr. quantus eſt numerus qui fit ex numero pedum altitudinis ducto in numerum pedum baſeos.

PROBLEMA I.

Aream quadrangularem rectam metiri.

SI eſt oblonga, producitur ex multiplicatione duorum contiguorum laterum AB, AC; ſi quadrata (*vt in Fig.* 15), ex multiplicatione vnius lateris per ſeipſum. *Fig.* 14.

Exemplum areæ oblongæ. Metire contigua latera AB, AC; & ſit AB pedum 3, AC, 6. Multiplica AB, 3, per AC, 6, proueniunt 18 pedes quadrati, quibus area AL æqualis eſt. Si AB fuiſſet 3 paſſuum, & AC paſſuum 6: tunc 3 per 6 multiplicatis, proueniſſent 18 quadrati paſſus pro areâ oblongâ AL: atque ita per alias quaſuis menſuras procedendo: id quod erit deinceps in ſequentibus obſeruandum.

Exemplum areæ quadratæ. Metire latus vnum AB, quod ſit pedum 3. Multiplica 3 per ſe. Proueniunt 9 pedes quadrati, quibus area quadrata AD æqualis eſt.

Demonſtratio. Latera contigua AB, AC diuiſa intelligantur in ſuas æquales menſuras ex. gr. in pedes: & per diuiſionum puncta ducantur lateribus AB, AC parallelæ, ſic vt tota area AL ſit cancellata, hoc eſt in minores areas diuiſa. Demonſtrandum eſt ſingulas minores areas eſſe quadrata pedalia, ſiue pedes quadratos, & quidem tot, quantus eſt numerus qui fit ex pedibus lateris AB ductis in pedes lateris AC. *Fig.* 14.

Accipiatur areola quæuis EPNG. Quia PD eſt [a] parallela AB, erit externus angulus PDM [b] æqualis angulo BAD interno: ſed BAD rectus [c] eſt. Ergo etiam PDM rectus eſt. Rurſum quia [d] EG æquidiſtat AC; angulus externus PEG interno PDM [e] æqualis eſt. Cùm ergo PDM oſtenſus ſit rectus; etiam PEG rectus eſt. Deinde, quia PN, AC ſunt [f] parallelę, & angulus PDM oſtenſus eſt rectus; etiam DPN [g] rectus erit. Pari modo oſtendam angulos G & N eſſe rectos. Areola igitur EBNG rectangula eſt. Vlteriùs quia PN & EG parallelæ [h] ſunt ad AC, erunt inter ſe [i] parallelæ; & quia NG, PE ſunt parallelæ ad AB, erunt & parallelæ inter ſe. Ergo EPNG eſt [r] parallelogrammum; eodem modo oſtendemus areolas DG, FP, & reliquas omnes eſſe parallelogramma. Ergo [l] EG æqualis eſt DM; & PE æqualis QF. Sed DM, QF ſunt æquales, ſunt [m] enim ambo vnus pes. Ergo etiam EG, EP æquales ſunt. Quâre cùm EPNG ſit parallelogrammũ, patet omnia [n] eius latera eſſe æqualia. Oſtendi verò etiam omnes eius angulos eſſe rectos. Areola igitur EPNG quadratum eſt, & quidem vnius pedis, cùm oſtenderim EG æquari ipſi DM, quæ ex hyp vnus pes eſt. Eâdem ratione oſtendetur omnes reliquas areolas eſſe quadrata pedalia, ſiue pedes quadratos.

a *per conſtr* b *per* 27. *l.* 1 c *per hyp.* d *per conſtr* e *per* 27. *l.* 1 f *per conſtr.* g *per* 27. 1. h *per conſtr* i *per* 30. *l.* 1. r *per defin.* 35. *lib.* 1. l *per* 34. *l.* 1. m *hyp.* n *per* 34. *lib.* 1.

Reliquum eſt vt demonſtremus in tot areolas ſubdiuiſam eſſe ſuperficiem AL, quantus eſt numerus, qui fit ex numeris laterum AC, AB inter ſe multiplicatis. Manifeſtum eſt aream AL tot continere oblonga quadrangula AI, FS, QL, quot ſunt pedes in latere AB. Atqui ſingula iſta oblonga tot continent pedes quadratos, quot ſunt pedes in latere AC. Ergo tota figura AL tot continet pedes quadratos, ſiue in tot pedes quadratos diuiſa eſt, quot fiunt ex numero lateris AB multiplicato per numerum lateris AC.

Conſtat igitur veritas dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, quæ fuerat demonſtranda.

Ex demonſtratione dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, demonſtrationes dimenſionum pendent reliquarum omnium figurarum. Vnda ea fuit in gratiam diſcentium accuratè deducenda. Hæc etiam cauſa fuit, cur à quadrangulo potius, quàm à triangulo initium duxerimus metiendi.

Corollaria.

m.
vt
la-
AB
ala-
ui-
tur
tor-
siet,
ma-
alte-
eam
rum
P. 7.
m 2
dibus
idum
drati
s ad
otest
imos
mate
R O-

Google

PROBLEMA II.

Aream cuiuſuis parallelogrammi inuenire.

OMnis parallelogrammi area producitur ex altitudine in baſim ductâ. *Fig. 16.*

Detur parallelogrammum ABCD, cuius magnitudinem oporteat inuenire. Inter duo eius latera, vbi id commodiùs fuerit, deſignetur [a] perpendicularis GN; & tam illa, quàm latus AD, in quod perpendicularis cadit, menſurentur. Numeri menſurarum in GN, & AD reperti per inuicem multiplicati, dabunt numerum menſurarum quadratarum quibus æquale eſt parallelogrammum ABCD. *a per probl. 1. cap. 10.*

Exemplum. Altitudo GN reperta ſit pedum 10, AD baſis pedum 40. Duc 10 in 40: prouenient 400 pedes quadrati, quibus area parallelogrammi AC æqualis eſt.

Demonſtratio. Ducantur ex A & D perpendiculares AE, DF. Quadrangulum rectum AEFD producitur ex multiplicatione ipſius EA; hoc eſt GN, in AD. Atqui AEFD [b] æquale eſt ipſi ABCD. Ergo etiam ABCD producitur ex multiplicatione ipſius GN in AD. Quod erat demonſtrandum. *b per 35. lib. 1.*

Qui hæret in terminis, conſulat definitionem poſitam ante *Probl.* 1. Quod etiam erit in alijs huius generis demonſtrationibus factitandum.

Quando area parallogrammi ob lacus, arbores vel alia obſtacula inperuia eſt; ac proinde in eâ perpendicularis deſignari & menſurari nequit, confugiendum erit ad *Problema* 8. *huius capitis.*

Scholium.

Occurrendum hìc eſt dubitationi Tyronum ſatis ordinariæ. Parallelogrammum obliquum ABCD, (& idem eſt de alijs figuris), nequit reſolui in quadrata, ſic vt ea ſibi mutuo appoſita obliquum parallelogrammum præciſè expleant, eique commenſurentur & congruant, vt vidimus in quadrangulo recto Problemate præcedenti. Quî ergo iſtud parallelogrammum poteſt menſurari per quadrata ex. gr. pedalia, & certo talium quadratorum numero eſſe æquale? Eſt quidem illa hallucinatio valde craſſa; ſed tamen, vt dixi, Tyronibus familiaris. Sciant igitur illi tam ſuperficies quàm corpora æquari inter ſe poſſe, licet ſint diſſimilia, ac proinde vnum alteri nequeat congruere, vt ex totâ paſſim Geometriâ patet. Sic propoſ 42. lib. 1. *exhibetur triangulo æquale parallelogrammum, &* prop. 45. *parallelogrammum æquale cuiuis alteri figuræ rectilineæ. Congruentia igitur ad æqualitatem non requiritur præterquam in rectis lineis & angulis rectilineis, in quibus hæc ab illâ inſeparabilis eſt.*

PROBLEMA III.

Aream quadranguli habentis duo inæqualia latera parallela, inuenire.

TAlis quadranguli area producitur ex dimidiâ ſummâ parallelorum laterum in altitudinem. *Fig. 17.*

Eſto quadrangulum ABCD, habens parallela latera inæqualia AD, BC. Inter hæc deſigna [a] perpendicularem KL, & tam hanc, quàm ipſa latera parallela metire. multiplica deinde perpendicularem KL, per dimidiam ſummam parallelorum laterum BC, AD. Prouenient menſuræ quadratæ, quibus quadrangulum ABCD eſt æquale. *a per probl. 1. cap. 10.*

Exemplum. Perpendicularis ſeu altitudo KL reperta ſit pedum 20, ſumma laterum parallelorum BC, AD, 60: cuius dimidium eſt 30. Duc 20 in 30; prouenient 600 pedes quadrati quibus area ABCD æqualis eſt.

Demon-

Demonſtratio, ſeca bifariam latera AB, DC in punctis O & P, per quæ duc ad AD, perpendiculares, quæ ipſi BC productæ occurrant in E & G. In triangulis OEB, OFA anguli [b] alterni E & F; itemque anguli ad [c] verticem O æquales ſunt: & latera BO, AO [d] æquantur. Ergo [n] etiam tota triangula & latera EB, AF æqualia ſunt. Eodem modo oſtendam æqualia eſſe triangula PGC, PND, & latera CG, ND. Ergo

b *per* 27 *l.* 1
c *per* 15. *l.* 1.
d *per conſtr.*
n *per* 26. *l.* 1

EG Æ BC, AF, ND

Quare ſi vtrimque addatur FN, erunt

EG, FN Æ BC, AF, ND, FN

e *per* 34. *l.* 1

hoc eſt EG, FN æquatur ipſis BC, AD. Ergo cùm EG, FN æquales [e] ſint; erit vna ex duabus, nempe FN dimidia ſummæ ipſarum BC, CD. Deinde quia triangula OEB, PGC oſtenſa ſunt æqualia triangulis OFA, PND; ſi vtrimque addatur planum FOBCPN, erit FEGN æquale ipſi ABCD. Atqui FEGN; quia rectangulum eſt, producitur [f] ex EF; hoc eſt KL, ductâ in FN. Ergo etiam ABCD producitur ex KL ductâ in FN, quam oſtendi eſſe dimidiam ſummam laterum parallelorum. Liquet ergo quæſitum.

f *per probl.* 1
o *probl.* 8.

Si area ABCD inperuia eſt, menſurabitur infrà Problemate [o] *vniuerſali, ad quod etiam referenda erit reliquorum irregularium quadrangulorum dimenſio.*

PROBLEMA IV.

Metiri aream triangularem quæ peruia ſit.

Fig. 18. 19.

CViuſuis trianguli area producitur ex ſemiſſe altitudinis ductâ in baſim, ſiue ex altitudine totâ ductâ in ſemiſſem baſis.

a *per probl.* 2. *cap.* 10.

Detur triangulum ABC, cuius oporteat capacitatem inuenire. Ex quouis angulo, puta ex B, deſignetur [a] perpendicularis BD in latus oppoſitum, quod Baſim voco, ſiue ea cadat intra triangulum (vt in *Fig.* 18) ſiue extra in latus productum (vt in *Fig.* 19.) commodiùs erit, ſi cadat intra. Menſuretur deinde tam perpendicularis BD, quàm baſis AC; & per inuicem multiplicentur. Semiſſis producti exhibet quadratas menſuras, quibus area trianguli æqualis eſt.

Vel dimidia altitudo BD ducatur in baſim AC; aut tota altitudo BD in baſis AC ſemiſſem. Prouenient vtrobique menſuræ quadratæ trianguli dati.

Exemplum. BD teperta ſit pedum 14, AC, 20. Duc 14 in 20. Fiunt pedes 280, cuius producti ſemiſſis 140 exhibet pedes quadratos, quibus triangulum datum æquale eſt. Vel ex altitudine pedum 14 ſume dimidium 7, & duc in baſim 20. Proueniunt item 140 pedes quadrati pro areâ trianguli. Vel ex baſi pedum 20 accipe ſemiſſem, 10, & duc in altitudinem totam 14. Pronenient rurſum 140 quadrati pedes pro areâ quæſitâ,

Demonſtratio. Fiat parallelogrammum ANOC eiuſdem cum triangulo ABC altitudinis BD, & ſuper eâdem baſi AC. Per *prop.* 41. *lib.* 1. triangulum ABC dimidium eſt parallelogrammi ANOC. Atqui area parallelogrammi producitur ex altitudine BD ductâ in baſim AC. Ergo area trianguli eſt iſtius producti dimidia, ſiue producitur ex dimidiâ altitudine BD ductâ in baſim AC: quod erat demonſtrandum.

Corollarium 1.

Fig. 21.

Area trianguli rectanguli habetur, ſi duo latera, AB, AC angulum rectum continentia ducantur in inuicem, & producti ſumatur dimidium. Ratio eſt, quia latus vtrumlibet recto adiacens eſt altitudo trianguli, reliquum baſis.

Corollarium 2.

Fig. 20.

Ex angulis ſingulis trianguli in latera oppoſita ducantur perpendiculares AE, BD, CF, quæ in ſua quæque latera ducantur. Semiſſis cuiuſlibet horum trium productorum exhibet aream trianguli. Patet ex demonſtratione iam allatâ.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Aream trianguli inperuiam inuenire.

EX præcedenti patet ad dimenſionem trianguli opus eſſe, vt notum ſit latus vnum vnà cum perpendiculari in illud cadente ex oppoſito angulo. At quando trianguli area eſt inperuia, non poteſt in eo perpendicularis deſignari, & perticâ menſurari. Tunc igitur ea erit Geometricè indaganda, menſuratis primùm omnibus trianguli lateribus, quod fieri poteſt licet area ipſa inperuia ſit. Geometrica porro perpendicularis inuentio traditur *prob.6. cap.3* & adhuc aliter in Scholio *prop.13.lib.2.*

PROBLEMA VI.

Aream triangularem inperuiam ſine perpendicularis adminiculo, ex ſolis notis lateribus indagare.

A Dimidiâ laterum ſummâ aufer ſingula latera. Tria reſidua quouis ordine inter ſe multiplica. Productum multiplica per dimidiam laterum ſummam. Producti vltimi radix quadrata dabit aream trianguli.

Exemplum. Detur triangulum BAC, cuius latus BA ſit pedum 45, AC 25, CB 40. Ergo ſumma laterum eſt 110, & ſummæ dimidium 55. *Fig. 23.*

Ab hac dimidiâ laterum ſummâ 55, aufer ſingula latera: eruntque reſidua tria 10, 30, 15.

Hæc reſidua quouis ordine inter ſe multiplica (ſemper enim eumdem produci numerum demonſtraui, in *Scholio prop. 19. lib.8,* qui mihi ſecundus eſt): proueniunt 4500. a *vide Arithm. noſtram.*

4500 multiplica per 55, dimidiam laterum ſummam. Proueniunt 247500.

Huius producti vltimi 247500 radix quadrata 497 pedes quadratos triangularis areæ exhibebit.

Demonſtratio huius Praxeos, pulchra & ſubtilis eſt, ſed prolixior, quàm vt à ſtudioſis nondum ſatis exercitatis facilè intelligatur. Minuetur difficultas, ſi in plura eam quaſi Theoremata, ſiue partes diuiſam proponamus.

Demonſtratio.

I.

Trianguli ABC angulos B, & C biſecent rectæ BD, CD, concurrentes in D: & ex C ducantur ad ſingula latera normales DE, DF, DG. *Fig. 22.*

Dico AE, EB, GC tres eſſe differentias inter latera trianguli ſingula, & ſemiſſem ſummæ laterum.

Demonſtratio. Iunge AD. Ex hyp. anguli ad B ſunt pares; & BED, BGD recti: latus autem BD commune. Ergo a ED, DG ſunt æquales. Pari modo æquantur FD, DG. Ergo & ED, ED, adeoq; & quadrata ED, FD æquantur. Similiter per *prop.26. lib.1.* EB ipſi GB; & FC ipſi GC æqualis eſt. Quoniam verò quadratum AD per *prop.47. lib 1.* æquatur tam quadratis AE, ED, quàm AF, DF; erunt quadrata AE, ED, æqualia quadratis AF, FD: Dempriſque æqualibus ED, FD, reliqua AF, AF, adeoque & rectæ AF, AE æquantur. Quoniam igitur AE ipſi AF; & EB ipſi BG, & FC ipſi GC oſtenſæ ſunt æquales; erunt AE, EB, GC; hoc eſt AB & GC æquales ipſis AF, BG, FC; hoc eſt ipſis AC, BG. Ergo tam AB cum GC, quàm AC cum BG, ſemiſſis eſt ſummæ laterum. Eodem modo oſtendam BC cum AF ſemiſſem eſſe laterum trianguli. Lateris ergo AB, & ſemiſſeos AB, GC differentia eſt GC: item lateris AC, ac ſemiſſeos AC, BG, differentia eſt BG, ſiue BE: lateris demùm BC, ac ſemiſſeos BC, AF, differentia eſt AF, ſiue AE. Differentiæ igitur inter ſemiſſem laterum trianguli, & ſingula latera ſunt AE, EB, GC: quod erat demonſtrandum. a *per 26. lib.1.*

II.

Iiſdem poſitis: ex AB productâ ſume BH æqualem CG, quæ eſt vna differentiarum, & ex H ducta normalis HK occurrat AD productæ in K. *Fig.22.*

Dico DE eſſe ad EB, vt BH, ſeu GC, ac HK.

Demonſtratio. Fiat BL par ipſi GC, ſeu BH; iungaturque KL : & ex AH, AC productis ſiıme HM, CI pares BG : iunge demum BK. Oſtendi in demonſtratione præcedenti iam AB cum GC, hoc eſt cum BH, quàm AC cum BG, hoc eſt cum CI, ſemiſſem eſſe laterum
b per 8. l. 1. trianguli. Ergo AH, AI æquantur, & latus AK commune eſt : anguli quoque ad [b] A ſunt
c per 4. 1. pares, cùm oſtenſum ſit in præced. AE, ED, DA, æquari AF, FD, DA. Ergo HK par [c] eſt
d per eandem. KI, & angulus AHK par angulo AIK. In triangulis igitur MHK, CIK; cùm etiam MH, CI ex conſtr. ſint pares; [d] æquantur MK, KC. Quare cùm in triangulis MBK, CBK, ex
e per cõſtr. conſtr. BM [e] ipſi BC; & MK ipſi KC; & BK ſibi ipſi, æqualia ſint; anguli MBK [f], CBK æ-
f per 8. l. 1. quantur. Quia igitur in triangulis HBK, LBK etiam latera HB, BK æquantur lateribus
g per 4. l. 1 LB, BK; anguli [g] HKB, LKB : item KHB, KLB æquantur. Ergo cùm KHB ſit rectus
h per theo. 1. ſcho. poſt 32. l. 1. ex conſt. erit & KLB rectus. Sed quadrilateri HBLK, 4 anguli faciũt 4 [h] rectos. Ergo quia H & L ſunt duo rectis facient HBL, HKL duos rectos, adeoque æquales angulis HBL, ABL. Dempto igitur communi HBL, reliqui HKL, ABL; ac proinde & EBD, HKB eorum ex hypotheſi & Demonſtratione dimidij, æquantur. Atqui etiam BED, BHK ex hypotheſi ſunt recti, adeoque pares. Triangula ergo DEB, BHK æquiangula ſunt. Ergo
n per 4. l. 6. [n] vt DE eſt ad EB, ſic BH ad HK. Quod erat demonſtrandum.

III.

Fig. 22. Iiſdem poſitis; concipiantur differentiæ AE, FB, GC, ſiue BH, nec non & DE ſectæ eſſe in partes æquales eiuſdem menſuræ ex. gr. in Pedes, ac proinde concipiantur iam non vt lineæ, ſed vt numeri. Dico productum differentiarum AE, EB, BH, inter ſe multiplicatarum æquari quadrato ipſius DE ducto in AH;

m oſtendi num. præc. *Demonſtratio.* Quoniam [m] DE eſt ad EB, vt BH ad HK; erit productum numerorum ED,
HK, æquale producto differentiarum EB, BH. Ergo quadratus ipſius ED ad productum
x per 1. l. 6. vtrumque eodem modo ſe habet. Sed quadratus DE ad productum ex ED in HK [x] eſt vt
o per 4. l. 6. ED ad HK. Ergo quadratus DE ad productum ex EB in BH, etiam eſt vt DE ad HK, hoc eſt (quoniam æquidiſtant ED, HK) vt AE ad [o] AH. Quoniam igitur eſt

Vt	quadratus ipſius DE	Ad	productum differentiarum EB, BH,
Ita	numerus AE	Ad	numerum AH

erit quadratus ipſius DE ductus in AH par producto differentiarum EB, BH ducto in differentiam AE; hoc eſt, tribus differentijs AE, EB, BH inter ſe multiplicatis. Tres enim nu-
p demonſtrauí ad p. 19. l. 8. meri [p] quomodocumque inter ſe multiplicati, idem producunt. Patet ergo propoſitum.

IV.

Fig. 22. Iiſdem poſitis : productum differentiarum AE, EB, BH inter ſe multiplicatarum ductũ in (AH) ſemiſſem laterum trianguli æquatur producto quadrati DE, multiplicati in quadratum eiuſdem ſemiſſeos laterum (AH).

Demonſtratio. Per *num.* 3. productum differentiarum ſe mutuò multiplicantium æquatur producto ex quadrato DE & ſemiſſe AH. Ergo productum differentiarum ſe mutuo multiplicantium, ductum in AH æquatur producto ex quadrato DE & AH ducto in AH. Sed productum ex quadrato DE & AH ductum in AH, æquatur quadrato DE ducto in quadratum AH, vt patet ex Scholio. *pag.* 19. 8. Ergo productum differentiarum in ſe mutuo ductarum, æquatur quadrato ipſius DE ducto in quadratum AH. Quod erat demonſtrandum.

V.

Fig. 24. Duo numeri A, B ſe mutuo multiplicantes faciant numerum D; & eorum quadrati ſint C & F. Dico, ſi C & F ſe mutuo multiplicantes producant N, hunc eſſe quadratum numeri D.

Demonſtratio. Cùm A multiplicans ſeipſum, & B gignat C & D; erit (per *prop.* 17. *lib.* 7) vt A ad B, ſic C ad D. Item cùm B multiplicans ſe & A producat D & F; erit vt A ad B, (hoc eſt C ad D) ſic D ad F. Sunt ergo C, D, F in continuâ proportione. Ergo N productum quadratorum C, F, æquatur quadrato ipſius D.

VI.

Fig. 22. Iiſdem poſitis quæ *num.* 2. 3. 4 : Dico : Radix quadrata numeri, qui fit ex producto diffe-

rentiarum

rentiarum ſe inuicem multiplicantium ducto in ſemiſſem laterum trianguli, exhibet aream trianguli in quadratis partium, ſecundùm quas latera ſunt nota.

Demonſtratio. Triangulum [a] ADB producitur ex normali DE ductâ in ſemiſſem ipſius AB. Pari modo quoniam normales DE, DG, DF oſtenſæ [b] ſunt pares, triangula BDC, CDA, producuntur ex normali DE ductâ in ſemiſſes ipſarum BC, CA. Tota ergo area trianguli ABC producitur ex DE in ſemiſſem laterum omnium, id eſt in AH, ductâ. Ergo per *num.* 5. quadrati ipſorum DE & AH, inter ſe multiplicari producunt numerum quadratum areæ triangularis ABC. Atqui per *nu.* 4. productum differentiarum AE, EB, BH, ſeu GC inter ſe multiplicatarum, ductum in AH ſemiſſem laterum æquatur producto quadratorum DE, AH. Ergo productum differentiarum ductum in ſemiſſem laterum trianguli gignit quadratum numerum areæ triangularis ABC. Ergo radix eius quadrata dabit aream trianguli in quadratis, nempe partium lateralium: quod erat demonſtrandum.

a per prob. 4.
b num. 1.

PROBLEMA VII.

Aream ſuperficiei irregularis multangulæ cuiuſcumque, quæ peruia ſit, inuenire.

RESoluenda eſt area in triangula vel quadrangula hactenus menſurata.

Modus I.

Intra aream menſurandam deſignetur linea, quæ poteſt longiſſima BQ, ad quam ex omnibus angulis deſignentur [a] perpendiculares, quæ locum datum ſecabunt in quadrangula, quorum duo ſint parallela latera, & in triangula rectangula. Metire ſingula per problemata 3 & 4. Summa ex omnibus collecta dabit aream quæſitam. *Fig. 25.* *a per prob. 2. cap 10.*

Modus II.

Areæ menſurandæ rectangulum inſcribe, quàm potes maximum ABCD, aut certè quadrangulum maximum bina habens latera parallela. Spatia reſidua reſolue in triangula, &, ſi opus eſt, in quadrangula. Metire ſingula per *prob.* 1. 3. 4. Summa ex omnibus collecta aream quæſitam exhibebit. *Fig. 26.*

Modus III.

Locum datum reſolue in ſola triangula, quæ metire ſingula per *prob.* 4. Omnium ſumma dat aream incognitam. *Fig. 27.*

Modus I. eſt cæteris commodior, quia non cogimur campum ſæpius obire. Ab hoc placet ſecundus. Tertius crebrâ diſcurſatione moleſtior.

Scholium.

Si areæ pars aliqua ſit curuilinea, inſcribe illi triangula & quadrangula, donec reſiduum curuilineum æſtimari non debeat.

PROBLEMA VIII.

Aream inperuiam ſuperficiei multangulæ irregularis inuenire.

VArij modi ſunt: breuiter recenſebo duos præcipuos.

Modus I.

Metire omnes loci dati [a] angulos (ſiue interni ſint, ſiue externi, vt A) & omnia latera, quæ inter ſuos quæque angulos, quibus interiacent, ſcribe. Tum locum totum rectis ab vno angulo A, ad reliquos angulos mente deſignatis, in triangula partire. Expediet autem rudem [b] loci ichnographiam (nam exacta hic non requiritur) in charta deſcribere ABCDEFG, annotatâ iuxta angulos & latera ſingulorum quantitate, eamque, vt iam dixi, in triangula M, S, X, Z, *Fig. 27. 28.* *a per prob. 4 cap. 10.* *b per prob. 10. cap. 10.*

X,Z, N diſtribuere. Singula deinde triangula metienda hunc in modum.

c per prob. 10. cap. 3. In triangulo M quia dantur angulus G & latera eum continentia AG, GF; ex his [c] reperietur latus AF, vnà cum angulo O, qui ad ſolutionem ſequentis trianguli reſeruatur. Quoniam igitur nota ſunt omnia latera trianguli M, id menſurabitur per prob. 5 vel 6. Eadem erit trianguli N dimenſio. Intermedia triangula ſic metiemur. Quia notus eſt totus angulus F, & pars eius O ſuprà facta eſt nota, etiam reliquus Q notus erit. Quoniam igitur in triangulo S nota ſunt latera EF ex hyp. & AF ex inuentione ſuprà, notum angulum Q continentia, ex his [d] reperietur latus tertium EA; ac proinde area trianguli S innoteſcet per prob. 5 vel 6. ac ſimili planè modo menſurabuntur triangula reliqua intermedia, X, Z. Colligantur tandem in vnam ſummam ſingulorum triangulorum areæ iam inuentæ, & prodibit area figuræ totius.

d per idem.

Rectas figuram datam partientes duxi ab vno omnes angulo, quia id erat ordinatiùs, non quia neceſſarium: & poteſt ea eſſe loci figura, vt debeant duci à diuerſis. Tum verò fere ſimilis eſt ſolutio triangulorum ex problemate rurſum 10 vel 11.

Modus II.

Fig. 29. 30. Loco menſurando ABCDEFG, circumſcribe rectangulum IKLM: cuius exceſſum ſupra aream, quæ metienda eſt, partire vel in triangula, vel in quadrangula, quæ bina habeant parallela latera, vel mixtim in ſimul vtraque. Deinde metire totum rectangulum per probl. 1, & exceſſum eius in triangula ac quadrangula reſolutum, per prob. 3 & 4. Menſuras quadratas in exceſſu repertas aufer à menſuris quadratis repertis in rectangulo. Menſuræ quadratæ reſiduæ debentur areæ quæſitæ inperuiæ.

Modus primus ſecundo præſtat.

Scholium.

Ex hactenus conſtructis & demonſtratis habetur agrorum quorumcumque dimenſio: quam multi dum exemplis adductis ſibi videntur illuſtrare, ob ingentem farraginem numerorum obſcurant potius & intricant: numeri enim quamuis in ipſo opere menſionis euitari non poſſint; ad docendum tamen maiori hîc impendio, quàm vſu adferuntur.

Vtrum inuentio angulorum per inſtrumentum, ſit exacta, ita ſi omnes ſint interni, certò cognoſces: omnes angulos inuentos collige in vnam ſummam. Si ea non præcisè conficiat bis tot rectos demptis quatuor, quot latera habet figura menſuranda, anguli non erunt exactè inuenti. Patet ex Theoremate 2. Scholij *poſt* prop. 32. lib. 1.

PROBLEMA IX.

Aream cuiuſlibet figuræ regularis inuenire.

Fig. 31. FIguram regularem datam referat BCDEFG: centrum ſit A: radij ex centro ad angulos ducti AC, AB &c. Perpendicularis ex centro ad latus vnum AO. Opus ita inſtitue.

a per 3. l. 3. b per prob. 3 cap. 3. c per prob. 4. cap. 12. Metire vnum latus figuræ, CB. Erit CO ſemiſſis [a] ipſius CB etiam nota. Quia in triangulo rectangulo AOC notum eſt latus CO, & acutus ACO (eſt enim ſemiſſis anguli DCB, qui repertus eſt *prob. 6. cap. 10.*) ex his [b] inuenietur AO perpendicularis: quæ ducta in CO, dabit [c] aream trianguli CAB. Hæc toties ſumpta quot ſunt figuræ latera, dabit aream figuræ totius.

d per prob. 6. cap. 10. e per prob. 3. cap 3. f per prob. 4. cap 11. *Exemplum.* Datum ſit ſexangulum ordinatum, cuius latus CB repertum ſit pedum 20, ſemiſſis CO, 10. Angulus DCB eſt [d] grad. 120, adeoque ACO grad. 60. Ex latere CO pedum 10, & acuto ACO grad. 60, reperitur [e] AO pedum 20: quibus ductis in CO 10, proueniunt pedes quadrati 200 pro areâ trianguli [f] CAB. Hæc ſexies ſumpta exhibet pedes quadratos 1200, quibus ſexanguli dati area æqualis eſt.

Demonſtrandum eſt, angulum ACO eſſe ſemiſſem anguli DCB, & figuram totam reſolui in tot æqualia triangula, quot ſunt figuræ latera: cętera enim ex conſtructione patent.

i per 8. 1. m per 4. 1. Quia triangula CAB, CAD ſibi mutuo æquilatera ſunt, erit [i] angulus ACB par angulo ACD (quod erat primum); & triangulum [m] CAB ęquale triangulo H. Eodem modo erit H ipſi

I; & I ipſi K, & K ipſi L, & L ipſi M, & M ipſi demum CAB ęquale. Quare omnia triangula dicta inter ſe ęqualia ſunt: quod erat alterum.

PROBLEMA X.

Quæ ſit proportio inter latera regularium figurarum eidem circulo inſcriptarum, indagare.

ID obtinebimus, ſi cuiuſlibet figurę latus in partibus radij inueniatur.

Eſto figurę cuiuſuis ordinatę latus CB. Ex centro ducatur ad C radius AC (qui ponatur eſſe 100000) & perpendicularis AO. Angulus centri CAB datur per *prob. 6. cap.* 10. Huius ſemiſſis [a] eſt OAC. Ergo etiam OAC datur. Ergo & ſinus eius, qui eſt [b] OC; ac proinde ſcitur quot partium ſit CO (adeoque & eius dupla CB) quarum radius AC eſt 100000. *Fig.* 31. [a] *patet ex* 8. 1. [b] *per def.* 6. *cap.* 3.

Hoc artificio confecta eſt tabella hic adiecta, quæ exhibet 9 primarum figurarum latera in partibus radij 10000000.

Radius	100000000
III	17320508
IV	14142135
V	11755705
VI	10000000
VII	8677674
VIII	7653668
IX	6840402
X	6180339
XI	5634651
XII	5176380

Ludolphus ſupputauit latera polygonorum vſque ad 81-angulũ, in partibus radij 100000, 00000, 00000; ex quo hæc tabella deſumpta eſt numeris decurtatis.

PROBLEMA XI.

Quæ ſit proportio inter areas figurarum regularium eidem circulo inſcriptarum inuenire.

ASſequemur propoſitum, ſi areæ ſingularum reperiantur in quadratis partium radij. *Fig.* 31.

Figuræ ordinatæ cuiuſlibet latus eſto CB, & ſit radius AC, perpendicularis è centro AO. In triangulo rectangulo X, angulus ACO eſt notus: eſt enim [c] ſemiſſis anguli DCB, qui datur per *prob.* 6 *cap.* 10. huius AO [d] eſt ſinus; ac proinde ſcitur quot AO partium ſit, quarum radius AC eſt ex. gr. 10000000 ſed & CO in ijſdem radij partibus nota ex *problemate præcedenti.* Ergo AO nota in radij partibus ducta in CO ſemiſſem lateris CB, etiam notam in partibus ijſdem radij, dabit aream trianguli CAB in quadratis earumdem radij partium: quæ toties ſumpta quot ſunt figuræ latera, exhibebit in ijſdem quadratis partium radij, aream figuræ totius. [c] *patet ex* 8. 1. [d] *per def.* 6. *cap.* 3.

Inuentâ hoc modo ſingularum figurarum magnitudine, manifeſta eſt earumdem inter ſe proportio.

CAPVT XII.

Circuli dimenſio & quadratura veræ propinqua.

PROBLEMA I.

Proportionem circumferentiæ ad diametrum tam propinquam veræ, quàm libuerit, inuenire.

RAtionem circumferentiæ ad diametrum numeris exprimere primus ex omnibus Archimedes aggreſſus eſt. Inſcripſit ille circulo polygonum ordinatum 96 laterum, atque aliud huic ſimile circumſcripſit: demonſtrauit deinde perimetrum circumſcripti continere minus quàm diametros $3\frac{1}{7}$, ſiue $3\frac{10}{70}$; ambitum verò inſcripti continere plus quàm diametros $3\frac{10}{71}$. Atque inde concluſit etiam circuli circumferentiam, quæ ambitu circumſcripti ſibi polygoni minor eſt, inſcripti verò maior, continere minùs quàm diametros $3\frac{1}{7}$, ſeu $3\frac{10}{70}$, plus verò quàm $3\frac{10}{71}$; ac proinde rationem circumferentiæ ad diametrum minorem eſſe quàm 22 ad 7; maiorem verò quàm 223 ad 71; hoc eſt minorem quàm 1562 ad 497, maiorem autem quàm 1561 ad 497.

Poſitâ igitur diametro	497.
erit circumferentia maior verâ	1562.
& circumferentia minor verâ	1561.

Quare cùm circumferentiæ hunc in modum inuentæ differant inter ſe tantùm $\frac{1}{497}$ parte diametri; different à circumferentiâ verâ inter ipſas media minùs quàm $\frac{1}{497}$ diametri parte.

Modus appropinquandi.

Quod verò ad modum attinet, quo ex polygonorum inſcriptorum & conſcriptorum collatione ad veram circumferentiæ cum diametro proportionem appropinquari in infinitum poteſt, is prout ab Archimede inſtituitur, exactus quidem eſt & certus, ſed operoſior aliquantò & implicatior. Quare alium afferam magis expeditum, qui omnis ab hoc vno problemate deducatur: *dato ſinu alicuius arcus, ſinum ſemiſſeos eiuſdem arcus inuenire:* cuius conſtructionem tradidi poriſmate 2. *cap.*2. Ita ergo ratiocinabimur.

*Fig.*32. a 3.3. b 30.3. Inſcriptum circulo ſit latus hexagoni ordinati *cf* ſubtendens arcum *cbf* grad. 60, quod in *o* perpendiculariter ſecet diameter *ſab*. Erit ergo tam [a] recta *cf*, quàm [b] arcus *cbf* biſectus, hæc in *o*, ille in *b*; ac proinde *co* ſemiſſis lateris hexagonici *cf*, eſt ſinus arcus *cb*, qui eſt grad. 30. cùm ſit ſemiſſis arcus *cbf* grad. 60. Quoniam igitur latus hexagoni ordinati circu-

d 15.4. lo inſcripti æquale [d] ſemidiametro eſt; poſitâ ſemidiametro partium 100000, erit lateris hexagonici ſemiſſis *co*, nempe ſinus grad. 30, earumdem partium 50000.

e *per poriſ. 2 cap.2.* f *per idem.* Ex ſinu grad. 30 iàm inuento, reperietur *li* ſinus [e] ſemiſſeos, nempe grad. 15: & ex ſinu grad. 15 reperietur [f] ſinus grad. 7. 30′: ex hoc verò ſinus grad. 3. 45′; ex illo autem ſinus gr. 1. 52′. 30″, qui eſt 327190 $\frac{1}{2}$. Atque ita initio facto ab ſinu grad. 30, ſinus omnes per biſectiones continuas procedendo in infinitum, reperientur in partibus ſemidiametri.

Quia porro *co* ſinus grad. 30, eſt dimidium latus hexagoni, *li* ſinus ex biſectione primâ nempe grad. 15, erit dimidium latus dodecagoni; ſinus autem biſectionis ſecundæ, grad. 7. 30′ erit dimidium latus polygoni 24-anguli; ſinus verò biſectionis tertiæ, grad. 3. 45′, erit dimidium latus 48-anguli; & ſinus biſectionis quartæ, grad. 1. 52′. 30″, erit latus dimidium 96-anguli circulo inſcripti: atque eo deinceps in infinitum proceſſu, ſinus biſectionum omnium reliquarum, erunt latera dimidia polygonorum, quorum vniuſcuiuſque numerus angulorum ſiue laterum ſemper duplo maior eſt, quàm eius quod ipſum anteceſſit. Quare cùm ſinus prædicti

dicti noti iam ſint in partibus ſemidiametri, etiam dimidia latera horum omnium polygonorum in ijſdem ſemidiametri partibus nota erunt.

Quia verò eſt vt dimidium latus alicuius polygoni ad ſemidiametrum, ita totum latus ad totam diametrum, manifeſtum eſt eos ſinus, qui exhibebant latera polygonorum dimidia in partibus ex. gr. 100000 ſemidiametri, exhibere latera integra in partibus æque multis (100000) totius diametri. Atque eo modo latera integra polygonorum circulo inſcriptorum, 12-anguli, 24-anguli, 48-anguli, 96-anguli, atque ea deinceps in infinitum ſerie reperiuntur in partibus diametri. Quare ſi vniuſcuiuſque polygoni latus per denominatorem polygoni multiplicetur, in ijſdem diametri partibus, nota erit perimeter polygoni tota. Cæterùm quò plurium erunt laterum polygona, eò pluribus etiam cyfris taxanda diameter erit: vnde ſi vſque ad 96-angulum diameter aſſumpta fuerit 100000, aut 10000000, pro 192-angulo, & ſequentibus deinceps, ea ſtatuetur, 100,000000, aut 1000,000000, & ſic deinceps.

Inuentâ perimetro inſcripti polygoni, facilè erit perimetrum ſimilis circumſcripti inuenire. Cuius enim arcus ſinus eſt dimidium latus (*to*) polygoni inſcripti, eiuſdem tangens eſt (*xb*) dimidium latus polygoni conſcripti: quod proinde per *prob.6. cap.*2 reperietur in partibus ſemidiametri, ac proinde totum latus *xz* in partibus æque multis diametri totius: vt, ſi *xb* fuerit partium 2610523, quarum ſemidiameter *ab* eſt 10000000, etiam *xz* erit 2610523, quarum diameter *ſb* eſt 10000000.

Proportio veræ proxima.

Hunc itaque in modum biſectione continuâ, creſcente ſemper in duplum numero inſcriptorum conſcriptorumque laterum, ad proportionem veram ſine termino appropinquabitur. Omnium hoc in genere conatus vicit laborioſiſſimus logiſta Ludolphus à Ceulen, qui initio facto à latere quadrati biſectione ſexageſies repetitâ, hos tandem limites aſſecutus eſt:

Diameter

100000,000000,000000,000000,000000,000000

Circumferentia minor verâ.

314159,265358,979323,846264,338327,950288.

Circumferentia maior verâ

314159,265358,979323,846264,338327,950289.

differentia vtriuſque eſt particula diametri denominata à numero, qui conſtat vnitate, & circulis, ſiue cyfris 35, cuius ad diametrum proportio minor eſt, quàm vnius arenulæ ad orbem terræ. Aſſumpſit porro Ludolphus pro diametro reſpectu integrorum laterum, vnitatem cum 72 circulis; vnde circumferentiæ per eam acquiſitæ conſtabant notis 73, ſed omiſſis 37 primis, ſolas 36 poſteriores retinuit. Ex quo apparet quàm accurata proportionis ſuprà traditæ calculatio ſit.

Ad vſum proportionis à Ludolpho inuentæ obſerua, diametro ad pauciores circulos taxatæ ex. gr. ad 1, cum cyfris ſex (1000000) reſpondere circumferentiam totidem poſtremis notis expreſſam 3141592, cuius defectus à verâ ſit minor vnâ 1000000 diametri, & diametro exiſtente 10,000000, circumferentiam eſſe 31,415926, cuius defectus ſit minor vnâ 50,000000 diametri, & ſic deinceps. Quæ quidem ſcienti logiſticam decimalem ſunt manifeſta.

Ratio proxima veræ in numeris paruis; 355 ad 113.

Ea traditur ab Adriano Metio; neque alia vlla eſt ad vſum præſtantior, in minimis quippe terminis ad veram accedens quàm maximè. Quarum partium diameter eſt 113, earum eſt circumferentia 355, tam veræ propinqua, vt eam ne vnâ quidem eius quindecimmillioneſimâ parte excedat. Poſitâ enim diametro 10,000000, ſi fiat vt 113 ad 355 ita 10,000000 ad aliud, proueniet circumferentia 31415929, cuius ſeptem notæ cum Ludolphæa conueniunt, ſola primâ 9 differente binario. Nam circumferentia 31415926, conſtans nimirum 8 poſtremis notis Ludolphi, eſt minor verâ; quæ enim conſtat notis 36, poſtremâ exiſtente, 8, eſt minor verâ. Atqui 2 eſt numeri 31415926 pars minor parte denominatâ à numero 15707963, vt diuidendo patet. Ergo à fortiori, 2 eſt veræ circumferentiæ pars minor,

quàm denominata à numero 15707963; hoc eſt multò minor quàm vna quindecim-millioneſima veræ circumferentiæ, ſeu vna quinquemillioneſima diametri pars.

PROBLEMA II.

Ad proportionem veræ proximam circumferentiæ cum diametro iam inuentam, aliâ viâ breuiori peruenire.

Diligenter & eruditè in Cyclometrico ſuo hoc argumentum tractauit Willebrordus Snellius: qui tamen maiorem laudem tuliſſet, ſi duo præcipua Theoremata nempe 28, & 29, quibus res ea omnis innititur, demonſtraſſet. Non ita pridem de eodem argumento tractatum inſignem edidit Chriſtianus Hugenius, in quo præter alia præclara non pauca, duo illa Theoremata, quæ Snellius indemonſtrata reliquerat, demonſtrauit.

Fig.33. Primum erat eiuſmodi: *circulum tangat recta BX; & diameter BS à tactu B educta producatur in R, ſic vt RS ſit par radio; & ex R ducatur recta circulum ſecans, & tangenti occurrens in X. Erit BX minor arcu BC.*

Fig.35. Alterum verò tale: *Circulum tangat BH, & à tactu diameter educatur BS. Sit autem arcus BC triplus arcus SQ. Recta QC abſcindet à tangente partem BH maiorem arcu BC.*

Ex his magno calculi compendio ratio peripheriæ ad diametrum quantumuis propinqua veræ, reperietur hunc in modum.

Modus appropinquandi.

Ex ſinu grad. 30 (qui eſt ſemiſſis lateris hexagoni, hoc eſt per *prop* 15. *lib.*4 ſemiſſis radij) inueniatur, per *poriſ.* 2. *cap.* 2, ſinus grad. 15, & ex hoc ſinus grad. 7. 30′ atque ita deinceps ſinus omnium arcuum ſibi mutuo ſubduplorum, qui erunt dimidia latera 6-anguli, 12-anguli, 24-anguli, & poligonorum ſubſequentium circulo inſcriptorum, quæ duplo ſemper plura habeant latera & angulos, quàm quod præceſſit.

Ducamus initium calculi ab inſcripto 96-angulo, huius latus dimidium eſt ſinus grad. 1. 52′. 30″, qui modo iam dicto reperitur 32719082 8, quarum radius eſt 10000000000. Ex illo autem per *poriſma* 1. *cap.* 2 reperitur ſinus complementi 9994645875. Inſcriptum igitur circulo ſit latus 96-anguli CF (*vide Fig.* 33) quo biſecto in O, per O ducatur diameter perpendicularis BAS, quâ productâ in R, ſic vt SR ſit par radio AB, ex R per C & F educantur rectæ, circulum in B tangenti occurrentes in X & Z. Igitur CO ſinus grad. 1. 52′, 30″, eſt 327190828: VC verò, ſiue AO, ſinus complementi eſt 9994645875, quo addito ad AR, quæ eſt 20000000000, vtpote diametro par, ſit tota RO 29994645875. BR demum cùm ſit par tribus radijs, erit 30000000000. Iam verò eſt per 4. 6, vt RO 29994645875 ad OC 327190828, ita RB 30000000000 ad BX; quæ proinde per reg. prop. reperitur 327249232, quarum ſemidiameter eſt 10000000000. Quare etiam tota tangens XZ eſt 327249232, quarum tota diameter eſt 10000000000. Atqui ZX, per Snellii *Theor.*1. ſupra, eſt minor arcu CF, qui eſt pars 96ta peripheriæ. Ergo etiam XZ 327249232, ducta in 96, nimirum 3141592627 2 minus eſt 96 arcubus CF, hoc eſt totâ circuli circumferentiâ.

Fig.35. Terminus autem circumferentiâ maior ſic reperietur. Inſcribatur rurſum circulo QL, latus 96-anguli; eoque biſecto in K, per K ducatur diameter perpendicularis SAB. Sumatur autem arcus BC triplus arcus SQ, & BF triplus arcus SL: eritque arcus CBF 32da pars peripheriæ, cùm QSL ſit pars 96ta. Tangat deinde circulum in B recta HBY, cui in H & Y occurrant rectæ per puncta Q, C, & L, F eductę. Deniq; per L, & centrũ A emiſſa recta, occurrat
a 15.1. peripheriæ in I, tangenti in X. Quoniam anguli LAS IAB a æquales ſunt, etiam arcus æ-
b 33.6. quales b erunt. Ergo cùm totus arcus BC ſit triplus c arcus QS, ſeu LS; erit reliquus IC du-
c per conſtr. plus ipſius QS, hoc eſt par toti QSL. Ergo QH, LAX ſunt parallelæ. Sunt autem etiam parallelæ QL, HY. Ergo LQHX eſt parallelogrammum. Ergo QKL, duo nempe ſinus arcus QS, æqualis eſt HX. BX verò eſt tangens arcus BI, hoc eſt LS, hoc eſt QS. Quare tota BH æquatur arcus QS tangenti, & ſinibus duobus. Atqui ſinus arcus QS in primâ iam parte inuentus eſt 327190828, cuius duplo 654381656, ſi addatur eiuſdem arcus QS tangens, quæ per *Prob.*6. *cap.*2 reperitur 327366104, producetur tangens BH 981747760,
d per Snellij quarum ſemidiameter eſt 10000000000. Quare etiam tota tangens HY erit 981747760,
th.2. ſupra. quarum diameter tota eſt 10000000000. Atqui HBY maior d eſt arcu CBF, qui eſt pars 32da cir-

32li circumferentię. Ergo etiam HY, 981747760 trigeſies bis ſumpta, nempe 3141592832 0 maior erit arcu CBF 32 bis ſumpto, hoc eſt totâ circumferentiâ.

Poſitâ igitur diametro 1000000000, circumferentia media eſt inter hoſce terminos

3141592627 2
3141592832 0

qui cùm Ludolphæis in ſeptem notis poſtremis conueniunt, cum viâ Problematis præcedentis ex eodem 96-angulo inuenti limites conueniant iu notis ſolùm tribus.

Eodem artificio licebit ad veram circumferentiam appropinquare in infinitum: ſi nimirum pro acquiſitione limitis minoris inſcribatur latus 192-anguli, tum 384-anguli, & ſic deinceps duplicando ſemper numerum angulorum ac laterum: pro limitis autem maioris inuentione, ſi BC ſemiſſis arcus CBF à nouo inſcripto latere ſubtenſi in *Fig.* 33, transferatur in SQ, in *Fig.* 34, eiuſque triplus accipiatur BC, ac cætera tum omnia peragantur vt prius.

Scholium.

Circa modum approximandi Problemate 1, & 2 *iam explicatum, hæc obſerua.*

1. *Quando limites, inter quos vera circumferentia concluditur, vel non poſſunt haberi exacti, quia acquiri debent per extractionem ex numero non quadrato, vel licet exacti habeantur, tamen adhæret illis fractio, tunc pro limite minori, aſſumi debet vero minor, & pro limite maiori aſſumendus eſt vero maior aliàs inferre certò non poteris circumferentiam quæ inter limites media eſt, eſſe hoc minorem, illo maiorem, aut certè æqualem vtrilibet: quod tamen omnino neceſſarium eſſe liquet ex diſcurſu ipſo approximationis vtriuſque.*

2. *Quamuis approximationibus iam dictis, quantumuis ſine termino continuatis, ad veram circumferentiæ cum diametro rationem perueniri nũquam poſſit; minimè tamen inde concluditur, circumferentiã & diametrum incommenſurabiles eſſe, cùm ad proportiones etiam rationales quaſcumque poſſit ſine termino appropinquari, ſic vt nunquam, quantumuis approximando, perueniri ad ipſam poſſit.*

Etiamſi autem incommenſurabiles magnitudines eſſent circumferentia & diameter, ſciant tyrones, quod aliàs ſuſpicari forſan poſſent, nequaquam inde ſequi impoſſibilem eſſe lineam rectam circumferentiæ æqualem; cùm in Geometriã notiſſimum ſit lineas rectas dari quæ inter ſe incommenſurabiles exiſtant.

PROBLEMA III.

Ex diametro circumferentiam & ex circumferentiâ diametrum inuenire quàm proximè.

DAta ſit ex.gr. diameter orbis terræ, ſiue maximi terræ circuli, milliariorum Belgicorum 2759. Oporteat ex eâ, terræ circumferentiam inuenire.

Ex proportionibus diametri ad circumferentiam *Probl.* 1. allatis, aſſumatur vna, terminus minor ſtatuatur primo loco; maior ſecundo; diameter data milliariorum Belg. 2759 tertio; quartus locus debetur circumferentiæ incognitæ. Sic ergo ſtabunt termini

Vt	7	Ad	22
Ita	diametri datæ milliar. 2759	Ad	circumferentiæ milliaria.....
Vt	113	Ad	355
Ita	datæ diametri milliar. 2759	Ad	circumferentiæ milliaria.....

Per regulam Trium ex proportione 7 ad 22, proueniet circumferentia $8671\frac{1}{7}$ milliariorum Belg.

Belg. quæ excedit veram ferè vnâ parte 497ma diametri vt initio *primi Probl.* oſtenſum eſt.

Ex proportione autem 113 ad 355 proueniet circumferentia $8667\frac{24}{113}$, excedens veram minus quàm vnâ diametri parte quinque millioneſimâ, vt oſtendi ſub finem *Probl.* 2. Quare ſi milliaria diametri 2759, hoc eſt pedes Rhynlandici 49662000 diuidantur per 5000000, reperietur circumferentia terrena ſic inuenta non integris 10 pedibus veram excedere. Ab hac autem circumferentiâ, quæ tantillo exceſſu peccat, prior illa milliariorum $8671\frac{1}{7}$, quæ ex ratione 7 ad 22 reperta fuit, differt circiter 4 milliarijs Belg.

Quare proportio 113 ad 355 cùm ſit priori incomparabiliter veræ propinquior, ſemper erit adhibenda, cùm exactum quid expetitur, & in circulis magnis.

Quod ſi adhuc amplior accuratio deſideretur, ex terminis Ludolphæis accipe pro circũferentiâ poſtremas notas 9 aut 10, aut plures, ſi placuerit. Sumuntur plures notæ quàm 8; quia ſi tantùm ſumerentur 8, nimirum 10000000, & 31415926, fere nihil amplius obtinebitur quàm per 113 & 355; quæ, poſitâ diametro 10000000, exhibet ſeptem notas Ludolphæas.

Vt ex circumferentiâ reperiatur diameter, ſtatuere oportet primo loco terminum maiorem 355; ſecundo minorem 113; tertio circumferentiam datam.

Vt	355	Ad	113.
Ita	circumferentiæ milliaria 8667	Ad	diametri quæſitæ milliaria......

Ex inuentâ ratione circumferentiæ ad diametrum Corollaria.

I.

Circulus ad qoadratum ſuæ diametri, (hoc eſt quod ipſi eſt circumſcriptum) eam ferè rationem habet, quam 355 ad 452.

Demonſt. In ſelectis ex Archimede, (quæ habes poſt *lib.* 12. elem. noſtrorum) *cor.* 2. *prop.* 5. oſtenſum eſt circulum eſſe ad quadratum circumſcriptum, vt circumferentia eſt ad 4 diame-
a vide prob. 1. tros. Quare cùm circumferentia [a] ſit 355, quarum diameter eſt 113, cuius quadruplum eſt 452; liquet circulum eſſe ad quadratum circumſcriptum, vt 355 ad 452.

Ex ratione Archimedæâ circumferentiæ ad diametrum, nempe 22 ad 7, elicitur ratio circuli ad quadratum diametri ea, quæ eſt 11 ad 14. Sed altera plus quàm millies exactior eſt.

II.

Circulus ad quadratum ſibi inſcriptum eſt ferè, vt 355 ad 226.

o per corol. 7.4. *Demonſtr.* Nam quadratum [o] inſcriptum dimidium eſt circumſcripti. Quare cùm circulus ſit ad quadr. circumſcriptum vt 355 ad 452, idem erit ad circumſcripti ſemiſſem, nempe ad quadr. inſcriptum, vt 355 ad 226 ſemiſſem numeri 452.

III.

Circulus ferè eſt ad quadratum circumferentiæ, vt 113. ad 1420.

b vide ſelectis noſtra ex Archim. cor. 1. *prop.* 5 *c per* 1.6. *Demonſtr.* Circulus æquatur [b] rectangulo ſub quartâ parte diametri & circumferentiâ. Ergo circulus eſt ad quadratum diametri, [c] vt quarta pars diametri ad circumferentiam, ſiue vt tota diameter ad quatuor circumferentias. Quare cùm diameter ſit ad circumferentiam vt 113 ad 355; ſi numeri 355 ſumatur quadruplus 1420, erit circulus ad quadratum circumferentiæ vt 113 ad 1420.

Ex Archimedæis terminis 22 & 7, proportio dicta elicitur 7 ad 88: Verùm prior plus millies accuratior eſt.

PROBLEMA IV.

Areæ circularis dimenſio veræ proxima.

a per prob. 3 *b per idem.* NOtam fac in aliquâ menſurâ diametrum, atque ex eâ [a] circumferentiam elice. Aut ſi detur circumferentia, ex eâ [b] elice diametrum. Semiſſem diametri multiplica per ſemiſſem

circum-

circumferentiæ. Productus numerus exhibet aream circuli in quadratis partium diametri & circumferentiæ.

Exempl. Oporteat aream maximi Terræ circuli exhibere. Circumferentia maximi Terræ circuli eſt milliariorum Belgicorum (ſeu vnius horæ) 8670, quam ſtabiliui *cap.6.* huius ſemiſſis eſt 4335. Ex hac [c] aſſumptâ ratione 355 ad 113, elicitur ſemidiameter $1379\frac{83}{71}$. ſed fractio negligi poteſt. Ducatur ſemicircumferentia 4335 in ſemidiametrum 1379. Proueniunt milliaria Belgica quadrata 5977965, quibus maximus Terræ circulus æqualis eſt. *c per prob.3*

Demonſt. In ſelectis ex Archimede *prop.5.Corol.1.* oſtendi circulum æquari rectangulo contento ſub ſemidiametro & ſemicircumferentiâ. Atqui rectanguli huius capacitas producitur [d] ex multiplicatione laterum quibus continetur, nimirum ſemidiametri & ſemicircumferentiæ. Ergo & circuli capacitas ex eâdem multiplicatione proueniet. *d per probl. 1.cap.11.*

PROBLEMA V.

Dati circuli circumferentiæ rectam lineam proximè æqualem exhibere.

INſcribe circulo latus ſexanguli CF, ad quod per A centrum ducatur perpendicularis diameter BAS, quæ continuetur in R, donec SR ſit par radio. Ex R, per C, & F due rectas RE, RG, quibus occurrat tangens ZBX. Recta XZ ſexies ſumpta tam proximè æqualis eſt circumferentiæ, vt ab eâ ſuperetur non integris 138 centimilleſimis partibus diametri, hoc eſt minus quàm 1‴ 3″ 8′ vide *theor.1.cap.*10 noſtræ Arithm. *Fig.36.*

Quod ſi inſcripſeris NM latus duodecanguli, & cætera fiant vt priùs; erit tangens KL duodecies accepta, tam proximè æqualis circumferentiæ, vt ab eâ vix ſuperetur vnâ decimilleſimâ parte diametri.

Demonſtr. Per modum approximandi traditum *Probl.2*, poſitâ diametro 100000, reperitur circumferentia verâ minor 314022, ea nimirum quæ conſtat ex rectâ ZX ſexies ſumptâ; maior autem verâ elicitur 314160. Harum differentia cùm ſit 138 quarum diameter eſt 100000, manifeſtum eſt minorem 314022, quæ componitur ex ZX ſexies ſumptâ, à circumferentiâ verâ excedi minùs quàm partibus 138, quarum diameter eſt 100000, hoc eſt paulò amplius quàm vnâ milleſimâ parte diametri.

Similis erit demonſtratio pro latere duodecanguli NM. Nam ex ratiocinio Problematis.2 poſitâ diametro 10000000, circũferentia verâ minor, conſtans 12 rectis KL, reperitur 31415088; maior autem verâ, 31416200: quarum differentia cùm ſit 1112 decimillioneſimæ diametri, patet circumferentiam verâ minorem, 12 nempe rectas NM, minùs excedi ab ipsâ circumferentiâ verâ, quàm 1112 decimillioneſimis diametri, hoc eſt [e] minùs, quàm 1‴ 1″ 1′ 2‴ diametri. *e per theor. 1.cap 10. noſtra Arithm.*

Aliter.

Ductâ vtcumque diametro DE, ſecetur ſemiperipheria DAE [a] bifariam in A, reliqua trifariam [b] in B & C. Duæ rectæ AF, FG Quadrantem circuli excedunt non vnâ quinque milleſimâ diametri. Conſtruxit & demonſtrauit Chriſtianus Hugenius *lib. de circuli magnit. prop.* 11. *Fig. 34. a per 30. 3. b per 15.4.*

Aliter.

Diametro triplicatę addatur vna ſeptima eiuſdem. Tota recta ſic compoſita excedet circumferentiam non vnâ 497ma parte diametri, vt oſtenſum eſt ſupra ſub initium *Probl.* 1.

Aliter & omnium optimè.

Triplicatæ diametro adde vnam 16^{am} eiuſdem. Tota compoſita excedet circumferentiam non vnâ quinquemillioneſimâ parte diametri.

Nam ſi diameter ponatur 113, ea triplicata eſt 339, cui ſi addatur 16, fit circumferentia 355: quam eſſe tam exactam oſtendi ſub finem 1. Problematis.

PRO-

PROBLEMA VI.

Dato arcui rectam proximè æqualem exhibere.

Fig. 36. ARcus detur BQ: quem aliquoties biſecando reſolue in partes æquales; donec vna earum BN fiat minor ſextâ parte circumferentiæ, & accedat ad duodecimam. Tum per B ducatur diameter BS, continueturque in R, donec SR ſit par radio. Ex R per N ducatur recta cui occurrat tangens BL, in L. Erit BL proximè æqualis arcui BN, ac proinde aliquoties accepta par toti arcui BQ.

Patet ex demonſtratis 5 *Problemete*, quamuis enim arcus BN non eſſet pars aliquota circumferentiæ totius, ſiue non ſubtendens latus alicuius polygoni ordinati, nihilominus clarum eſt tangentem BL ab eo inſenſibiliter differre.

Quando arcus datus eſt pars aliquota, ex. gr. octaua, totius circumferentiæ; tunc per *præced.* reperiatur recta toti circumferentiæ par: eius pars ex. gr. octaua, erit par arcui dato.

PROBLEMA VII.

Dato circulo quadratum quàm proximè exhibere æquale.

Fig. 37. PEr *Problema* 5 dati circuli circumferentiæ æqualis inueniatur recta linea AC, quæ ponatur ad centrum A. Cum CA angulum rectum efficiat radius AB, ducaturque recta BC. Triangulum rectangulum BAC eſt æquale circulo tam exactè, quàm recta AC eſt æqualis peripheriæ.

Eſt Archimedis, & oſtenſum eſt à nobis in *ſelectis* ex eodem *theor. prop.* 5.

Vel Rectangulum conſtrue AGFB, cuius vnum latus AG ſit par dimidiæ peripheriæ, alterum AB æquale radio. Etiam hoc erit circulo æquale, eſt enim æquale triangulo ABC vt patet ex 41. 1.

Ad quadraturam circuli ſatis eſt quamlibet figuram rectilineam circulo æqualem exhibere, omnes enim ad quadratum reducuntur per 16. 2.

Aliter.

Vt 452 eſt ad 355, ita fiat [a] quadratum diametri ipſius circuli ad aliud quadratum, quod vocemus Z. Erit hoc circulo æquale quàm proximè.

Nam quadratum diametri [b] eſt ad circulum vt 452 ad 355, ſic [d] vt non peccetur vnâ quinquemillioneſimâ parte diametri. Sed quadratum diametri per conſtr. etiam eſt ad quadratum Z, vt 452 ad 355. Ergo quadratum diametri eodem modo ſe habet ad circulum & ad quadratum. Ea igitur [e] æqualia ſunt.

[a] ex Corol. 1 prop. 20. l. 6
[b] per cor. 1. poſt probl. 3.
[d] oſtendi ſub fin probl. 1.
[e] per. 9. 5.

Reductiones circumferentiæ ad rectam lineam, ac proinde circuli ad quadratum per lineas curuas quadratricem & ſpiralem, Theoriam quidem habent pulcherrimam; verùm ad praxim inutiles ſunt, quod earum deſcriptio ſit impedita ac lubrica: & habet ſpiralis præterea difficultatem ſibi propriam, quod ratio ducendæ tangentis, quæ ad quadraturam requiritur, neque Geometricè, neque mechanicè ſit inuenta: ſciunt verò Geometræ quantus error committatur, ſi in tangente vel tantillo peccetur.

Scholium.

An quadratura & dimenſio circuli abſoluta poſſibilis ſit.

Dubitatum de hoc fuit, & olim à multis, & (opinor) etiam modo à nonnullis dubitatur, ijs præſertim, qui non admodum Geometriæ periti ſunt. Occaſionem dubitationi præbuit ingens Problematis difficultas, quæ bis mille annis propemodum, præcipua totius orbis ingenia nequidquam exercuit. Dubitantium argumenta præter allatum iam præiudicium; hæc ferè ſunt.

1. *Angulo ſemicirculi datur rectilineus angulus, & minor, acutus nempe quilibet, & maior nimirum rectus; neque tamen vllus dari poteſt æqualis. Quamuis*

nis igitur lineâ circulari, detur recta linea minor, & recta linea maior, conſequens non eſt vt dari poſſit etiam æqualis. Pari modo quamuis circulo dentur quadrata & minora, & maiora, non ſequitur dari poſſe etiam æquale.

2. *Circulus & quadratum ſeu figura alia rectilinea, ſunt ſpeciei diuerſæ. Ergo non poſſunt ad æqualitatem reuocari.*

Ad 1. *Reſpondeo, ſi (quod fecêre hactenus plerique) angulos fatearis eſſe quantos, vrgere argumentum, cui proinde non facilè fiat ſatis. Sin (quod mihi ad* prop. 16. 3. *videor demonſtraſſe) anguli quanti non ſint, argumentum ruere ſponte ſuâ vtpote falsâ nixum hypotheſi. Falſum igitur eſt angulo ſemicirculi dari rectilineum angulum minorem & maiorem. Nullus enim angulus altero eſt maior vel minor, vel æqualis, vt oſtendi loco citato, ſed alter alteri ſimilis & diſſimilis eſt. Non demonſtrauit igitur Euclides angulum acutum quemuis eſſe minorem angulo ſemicirculi, ſed vnum latus acuti cadere ſemper intra circumferentiam, ex quo tantùm ſequitur acutum angulum eſſe diſsimilem angulo ſemicirculi. Nequaquam igitur ab iſtis oſtenſum eſt, aut oſtendi ab vllo poteſt, eſſe quidpiam eiuſmodi, quo poſsit dari maius, & dari minus, neque tamen dari poſſit æquale.*

Ad 2. *Reſpondeo mirari me vllum reperiri, qui vim aliquam ineſſe huic argumento putet, cùm prorſus manifeſtum ſit ſpeciei diuerſitatem non officere vt æqualitas habeatur, niſi talis ſit, quæ magnitudines inter ſe incomparabiles reddat, tum videlicet, cùm vna è duabus quotieſcumque multiplicata nunquam poteſt alteram æquare vel excedere. Liquet autem rectam lineam toties ſumi poſſe vt circularem excedat, & quadratum ita poſſe augeri ut circulum ſuperet, ac proinde magnitudines eſſe comparabiles, & quarum aliqua ſit ad inuicem proportio.*

Diuerſitas porro ſpecifica inter quadratum & circulum hæc ſola eſt, quod hic ſuperficies ſit curuilinea, ſiue intra curuam lineam comprehenſa, illud verò ſuperficies rectilinea, quam nimirum rectæ lineæ ambiant. Atqui variæ ſuperficies curuilineæ iam ſunt quadratæ, Hippocrates enim Chius quadrauit quaſdam lunulas; & Parabolam Archimedes & alij poſt illum. Deinde apud Pappum [a] *quadratur pars ſuperficiei ſphæricæ. Denique partem ſuperficiei Cylindricæ quadrauit P. Gregorius à S. Vincentio clariſsimus Geometra Societatis noſtræ operis ſui* Geom. lib. 9. *& poſt illum ego, ſed aliâ planè viâ,* Cylindric. & Annular. lib. 2. prop. 17 & 24. *a prop 30. lib. 4.*

Aliâ etiam paritate obiectionis inanitas euincitur. Tanta eſt diuerſitas inter ſuperficiem planam & curuam, quanta inter planam rectilineam & planam curuilineam. Atqui ſuperficies curua reducta eſt ad planam ab Archimede; is enim circulum exhibuit æqualem ſuperficiei [b] *Cylindricæ,* [c] *conicæ,* [d] *ſphæricæ. Ergo etiam plana ſuperficies curuilinea, nempe circulus, reduci poteſt ad rectilineam planam.* *Vide ſelecta noſtra ex Arch. b 11. c 13. d 24.*

Atque hæc dicta ſint ad obiectiones partis negatiuæ, quæ ferè eiuſmodi ſunt vt eas nequeas conuellere, quin eâdem operâ quadraturæ poſsibilitatem euincas. Iuuat nihilominus rem adeò celebratam exactiùs demonſtrare.

Quadratura circuli certò poſſibilis eſt.

I. *Inſcribe circulo quadratum ABCD, & aliud eidem circumſcribe EFGH. Biſectis deinde ſingulis arcubus, inſcribe octogonum AIBMCLDK, & aliud circumſcribe ONVTSRQP. Si hoc modo duplicando ſemper laterum numeros, figuras circulo in infinitum inſcripſeris & circumſcripſeris, perimetri inſcriptarum & conſcriptarum figurarum, & inter ſe, & multò magis ab ipsâ peripheriâ circuli mediâ, differre poterunt* [a] *quantitate minori, quâuis datâ.* *Fig. 38. a dem. in ſelectis ex Archim. prop 3.*

Explicetur perimeter quadrati circumſcripti in rectam AB; & perimeter quadrati inſcripti in rectam AE: Perimeter item conſcripti octogoni in rectam AC; *Fig. 39.*

perimeter verò octogoni inſcripti in rectam AD. Atque ita ſine termino cogitemus perimetros inſcriptas & circumſcriptas in rectam lineam AB ex puncto A explicari. Differentia perimetrorum quadraticarum erit ED, Octogonicarum DC,
b ibid. & ſic deinceps: quæ differentiæ quouiam [b] fiunt quacumque datâ minores, liquet terminos perimetrorum hinc inſcriptarum, inde conſcriptarum ad inuicem accedere ad interuallum quouis dato minus, quamuis nunquam ſe attingant. Ex quo manifeſtum eſt eſſe terminum quemdam intermedium ex.gr. punctum O, ad quem perimetri inſcriptæ ſemper creſcendo, circumſcriptæ verò ſemper decreſcendo, nunquam pertingant, appropinquent tamen eidem ad interuallum dato quocumque minus: ac proinde eſt recta quæpiam AO maior omni perimetro inſcriptâ, omni verò circumſcriptâ minor, in quam quaſi in terminum perimetri inſcriptæ ſemper creſcendo & perimetri circumſcriptæ ſemper decreſcendo deſinant. Hæc igitur recta linea AO circumferentiæ circuli neceſſariò æqualis eſt cùm etiam eodem modo inſcriptæ ac circumſcriptæ peripheriæ deſiuant in ipſam circumferentiam.

2. Difficultas quadraturæ reducta eſt ad magnitudines homogeneas. Nullum autem dubium eſſe poteſt, quin duarum magnitudinum homogenearum aliqua ſit proportio, quæ proinde poſſit exprimi rectis lineis, & æqualitas inter eas reperiri.

Demonſtraui lib.4.Cyl.& Annul. prop.42. circumferentiam circuli eſſe ad diametrum, vt ſuperficies annuli clauſi eſt ad ſuperficiem ſphæræ ſibi inſcriptæ. Atqui ſuperficies annuli ac ſphæræ prorſus homogeneæ ſunt, cum ambæ genitæ ſint ab eadem circuli circumferentiâ circulariter motâ, ac proinde earum aliqua proportio eſt, quæ poſſit rectis lineis explicari. Ergo & circumferentiæ ad diametrum proportio eſt aliqua, & per rectas lineas explicabilis.

3. Rurſum lib.3. Cyl. & Annul. prop.32. & 34. demonſtrauimus annulum clauſum circularem eſſe ad inſcriptam ſibi ſphæram, & ellipticum ad inſcriptam ſibi ſpheroidem, vt circumferentia circuli eſt ad duas tertias partes diametri. Atqui annulus & ſphæra ſunt corpora homogenea, fiunt enim ab eodem circulo circulariter moto, adeóque proportio eorum cognoſci & rectis lineis explicari poteſt. Ergo etiam proportio circumferentiæ ad rectam.

Quod autem ratio annuli ad ſphæram inuenibilis ſit, ſic vlteriùs oſtendo. Tam ſunt homogenea corpora, annulus circularis & ſphæra ei inſcripta, quàm annulus clauſus parabolicus & inſcripta ipſi conoïs parabolica. Atqui horum proportio exhibita à me fuit lib.4 Cyl. & Annul. prop.46. eſt enim ea, quæ eſt 16 ad 3. Ergo etiam ratio circularis annuli ad inſcriptam ipſi ſphæram reperiri poteſt, & explicari ſi non per numeros, certe (quod ſatis eſt) per rectas lineas.

4. Exterior annuli pars, quæ gignitur à ſemicirculo exteriore, & pars interior annuli, quæ fit à ſemicirculo interiore, ſunt corpora prorſus homogenea, cùm ſint producta ab æqualibus ſemicirculis circulariter motis. Ergo aliqua eſt eorum proportio, quæ proinde cognoſcibilis eſt. Sed lib.3.Cyl.& Ann.prop.49. demonſtrauimus, eâ proportione inuentâ haberi quadraturam. Quadratura igitur poſſibilis eſt.

Quod autem exhiberi poſſit ratio quam habet pars exterior circularis annuli ad
c lib.3.Cyl. & annul. prop.42. interiorem, inde vlteriùs fit manifeſtum, quòd inuenta à me ſit [c] ratio quam habet annuli clauſi parabolici pars exterior ad interiorem, eſt enim eadem, quæ 11 ad 5. Sunt verò vtriuſque annuli partes, æqualiter homogeneæ.

5. Maior eſt diuerſitas inter annulum parabolicum vel hyperbolicum, & ſphæram, quam inter annulum circularem & ſphæram. Atqui annulo parabolico exhiberi poteſt ſphæra æqualis per prop. noſtram 46. lib.4. Cyl.& Annul. Hyperbolici autem annuli parti interiori ſphæram æqualẽ exhibui lib.5. Cyl.& Annul. prop. 45. Ergo etiam circulari annulo exhiberi poteſt ſphæra æqualis, adeoque & Cylindrus, vt colligitur ex p.22. Selectorum ex Archimede theorematum. Atqui habito Cylindro, qui æqualis ſit circulari annulo, habetur linea recta æqualis circumferentiæ circuli, vt patet ex prop.5. lib.3. Cyl.& Annul. Ergo dari poteſt linea recta circumferentiæ æqualis.

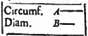
Finis

Finis non ſit ſi colligere omnia voluero, quæ ex noſtris quinque libris Cylindricorum, & Annularium huc ſpectant. Eò remittimus lectorem, qui plura deſiderat.

6. *Semicirculus æquè habet centrum grauitatis ac triangulum & figuræ cæteræ. Ergo illud in ſemicirculo cognoſcibile eſt perinde ac in alijs, in quibus id iam eſt repertum. Atqui dato centro grauitatis ſemicirculi, datur eius quadratura, vt demonſtratum eſt à Joanne La Faille, Guldino, Hugenio, & nobis* lib. 5. Cyl. & Annularium. *Vbi demonſtrauimus* prop. 31. *circumferentiam cuius radius eſt diſtantia centri grauitatis ſemiellipſeos à centro figuræ, eſſe ad quatuor tertias axis qui ſemiellipſeos baſis eſt, vt alter axis ad axem priorem; &* prop 32. *circumferentiam, cuius radius eſt diſtantia centri grauitatis ſemicirculi à centro communi, oſtendi eſſe ad diametrum ſemicirculi, vt 4 ad 3: &* prop. 33. *demonſtraui circumferentiam circuli, cuius radius eſt diſtantia centri grauitatis ſemicircumferentiæ à centro communi, duplam eſſe diametri. Ergo circuli quadratura poſſibilis eſt.*

Alijs innumeris prope vijs eadem veritas demonſtrari poteſt. Sed abundè ſufficiunt quæ iam attulimus. Id ſolùm addo breuiter, tam certum eſſe circumferentiæ aliquam dari poſſe rectam lineam æqualem, & circulo aliquod æquale quadratum, quàm certum eſt inter ea aliquam eſſe proportionem: eſſe verò proportionem æquè certum eſt quàm, datâ circumferentiâ, exhiberi poſſe rectas maiores & minores, & circulo dato quadrata maiora & minora. Ea enim inter ſe proportionem habent quæ aliquoties ſumpta ſe mutuo poſſunt excedere.

Denique admonendi hìc ſunt, qui Geometriæ non ſatis periti, ſibi perſuadent ad quadraturam neceſſarium eſſe, vt ratio lineæ circularis ad rectam aut circuli ad quadratum in numeris exhibeatur. Is ſanè error valde craſſus eſt, & indignus Geometrâ, quamuis enim irrationalis eſſet ea proportio, modo in rectis lineis exhibeatur, reperta erit quadratura. Sit enim circumferentia ad diametrum, vt linea A ad B, ſiue A & B commenſurabiles ſint ſiue non. Per 12.6, fiat vt B ad A, ſic diameter ad rectam quampiam Z. Erit hæc æqualis circumferentiæ.



Nam cùm ex hyp. Diameter ſit ad circumferentiam vt B ad A, ex conſtr. autem eadem diameter ſit ad rectam Z, etiam vt B ad A, habebit diameter ad circumferentiam & ad rectam Z eandem rationem. Ergo per 9.5, circumferentia & recta Z æquales ſunt.

PROBLEMA VIII.

Quadratura partium circuli veræ proxima.

DAtus ſit ſector ABDC. Per *Probl.6.* arcui BDC reperiatur recta Z æqualis. Triangulum rectangulum cuius altitudo eſt radius AB, baſis verò recta Z, æquatur ſectori dato. *Fig. 40.*

Demonſt. Nam triangulum cuius altitudo eſt radius, baſis verò peripheria tota, æquatur toti circulo. Ergo triangulum cuius altitudo eſt radius, baſis verò arcus BDC, æquatur ſectori BDC. Duo enim illa triangula ſunt inter ſe [a] vt baſes, hoc eſt vt [b] circulus ad ſectorem. *a per 1.6.*
Cùm ergo circulus ſit æqualis vni triangulo, ſector erit æqualis alteri. *b per 33.6.*

Detur deinde ſegmentum circuli BDC. Sectori ABDC fiat æquale triangulum, vt iam docui: ab hoc dematur triangulum ABC, reliquum erit æquale ſectori.

PROBLEMA IX.

Partium circuli dimenſio.

Fig. 40. MEtiendus ſit ſector, ſiue is ſit minor ſemicirculo, vt ABDC, ſiue maior, vt ABFCA. Metire arcum ſectoris & radium AB: ſemiſſis producti ex radio in arcum ducto, dabit menſuras quadratas quibus ſector æqualis eſt.

Exempl. arcus ſectoris eſto pedum 200, radius 80. 200 in 80 efficiunt 16000, quorum ſemiſſis eſt 8000. Igitur ſectoris area continet pedes quadratos 8000.

Demonſtratio patet ex præcedenti, ſector enim æquatur triangulo cuius altitudo eſt radius, baſis verò arcus ſectoris; hoc verò triangulum dimidium [c] eſt rectanguli ſub eâdem altitudine ac baſe contenti. Atqui productum ex multiplicatione altitudinis in baſim, (hoc eſt radij in arcum) exhibet [o] aream dicti rectanguli. Ergo producti illius ſemiſſis exhibet aream trianguli, hoc eſt ſectoris quæſiti.

c per 41. l. 1
o per probl. 1. cap. 11.

P R O B L E M A X.

Ellipſeos & parabolæ dimenſio.

Fig. 41. INter duos ellipſeos axes AB, CD reperiatur media [a] proportionalis EF; & circa eam deſcribatur circulus, quem [b] metire: eſſe enim ellipſi æqualem demonſtrauit Archimedes.

a per 13. l. 6
b per prob. 4

Et quoniam ab eodem demonſtratum eſt, parabolam maximi inſcripti trianguli eſſe ſeſquiquartam, ſiue ad illud eſſe vt 4 ad 3, neque huius ignota poterit eſſe dimenſio. Fiat enim BG ad BC, vt 4 ad 3, ducaturque AG. Erit triangulum quoque BAG ad [e] triangulum BAC vt 4 ad 3. ac proinde æquale parabolæ BDAEC. Quare ſi nota fiat [n] area trianguli BAG, etiam area parabolæ nota erit.

Fig. 42.
e per 1. 6.
n per probl. 4. cap. 11.

C A P V T XIII.

Figurarum planarum transformatio, additio, ſubtractio, auctio vel diminutio, comparatio.

PROBLEMA I.

Figuras alias in alias transformare.

TRanſmutatio figurarum rectilinearum plenè tradita eſt in Elementis.

Triangulo dato exhibetur æquale parallelogrammum habens angulum datum, *prop.* 42. *lib.* 1.

Et *prop.* 44 dato triangulo fit æquale parallelogrammum, quod præter datum angulum, etiam latus habeat datum.

Deinde *prop.* 45. Dato cuicumque rectilineo fit æquale parallelogrammum, habens angulum & latus data.

In libro autem ſecundo *prop.* 14. parallelogrammum, ac proinde rectilineum quodcumque reducitur ad æquale quadratum.

Denique *libro 6. prop.* 25; quæ omnium hoc in genere vniuerſaliſſima & pulcherrima eſt, deſcribitur figura, quæ ſit magnitudinis datæ, & ſimilis alteri figuræ datæ; ac proinde quælibet in quamlibet transformatur.

De conuerſione circuli in quadratum tractaui cap. praeced.

PRO-

PROBLEMA II.

Datas quotuis figuras rectilineas in vnam ſpecie datam colligere.

DEntur ex.gr. tria triangula, duo quadrata, & vnum pentagonum, ſeu quinque-angulum; & oporteat his omnibus æquale ſexangulum ordinatum conſtruere.

Figuris datis in triangula vel quadrangula reſolutis, [a] fac ijs omnibus vnum æquale rectangulum. Huic autem [b] conſtruatur æquale ſexangulum ordinatum. Id quæſito ſatisfaciet. a per 45. vel ſchol. p.16.l.1. b per 25.6. elem. & prob.7.6. 10.

PROBLEMA III.

Datis quotcumque figuris ſimilibus, vnam omnibus æqualem ac ſimilem exhibere.

DEntur ex.gr. tres circuli, A, B, C. Petitur vnus æqualis omnibus. Circuli porro inter figuras ſimiles computantur, ſunt enim inter ſe in duplicata ratione diametrorum, per 2.12. Fig.43. 44.

Fac angulum rectum EFG, lateribus infinitis. Fiat FI par radio circuli A, & FL par radio circuli B, ducaturque IL. Erit circulus radio IL deſcriptus [c] æqualis duobus A, & B. c per 31. 6. Transfer IL ex F in M, & fac FK parem radio circuli C, ducaturque KM. Erit circulus D deſcriptus radio KM æqualis tribus circulis A, B, C.

Demonſt. Nam circulus radij KM [d] æquatur circulis radiorum KF, MF; quorum vnus, qui deſcribitur radio MF, æquatur [e] circulo radij IL, hoc eſt duobus circulis radiorum [k] LF, IF. Ergo circulus radij KM æquatur tribus circulis radiorum, nempe KF, LF, IF; hoc eſt tribus datis C, B, A. d per 31. 6. e per conſt. k per 31. 6.

Si plures dentur circuli, quàm tres, eadem conſtructio continuata, dabit vnum omnibus æqualem.

Quemadmodum verò artificio iam explicato reperitur radius circuli, qui pluribus datis æqualis ſit; ita eodem, ſi aliæ dentur figuræ ſimiles quàm circuli, reperietur latus figuræ ſimilis per 18. 6. conſtruendæ, quæ illis omnibus æqualis ſit.

PROBLEMA IV.

Progreſſioni infinitarum ſimilium figurarum in eadem proportione decreſcentium, vnam omnibus æqualem exhibere.

DAta ſit ex. gr. progreſſio infinitorum circulorum in quacumque proportione, ſed eâdem ſemper, decreſcentium; & oporteat vnum omnibus exhibere æqualem. Fig.46.

Fiat [m] CF æqualis tertij circuli diametro DE. Tum vt AF ad AC, ita fiat AC ad X. Inter AC & X reperi [n] mediam proportionalem Z. Circulus diametro Z deſcriptus infinitis circulis progreſſionis datæ æqualis eſt. m per 11.6 n per 13.6.

Demonſtr. Intra primum circulum OB deſcribe circulum OR parem ſecundo PQ; eritque annulus N exceſſus primi ſupra ſecundum. Iam quia circuli per hypotheſim ſunt continuè proportionales, etiam diametri eorum AC, CD, DE &c. [a] continuè proportionales ſunt; ac proinde ratio AC ad DE duplicata [b] eſt rationis AC ad CD. Ergo primus circulus OB [c] eſt ad ſecundum PQ, ſiue OR, vt AC ad DE, ſiue [d] FC. Ergo diuidendo, inuertendo, componendo, & rurſum inuertendo, annulus N eſt ad circulum OB, vt AF eſt ad AC. Atqui per conſtr. etiam eſt vt AF ad AC, ita AC ad X. Ergo annulus N eſt ad circulum OB, vt AC ad X. Sed quia AC, Z, X ſunt [e] proportionales, circulus OB etiam eſt ad circulum diametri Z, vt [f] AC eſt ad X. Ergo annulus N (exceſſus primi circuli OB, ſupra ſecundum OR, ſiue PQ) eſt ad primum circulum OB, vt idem primus circulus OB eſt ad circulum diametri Z. Ergo per theorema ſcholij poſt *prop. 11. lib.6.* circulus diametri Z toti infinitorum circulorum progreſſioni æqualis eſt. a patet ex 22.6. b per defin. 10.5. c per 2.12. d conſtr. e per conſt. f per 2. 12. & def 10.5

Corollarium.

Fig. 46. a per 11. 6.

Quod ſi circulum deſideras, cuius circumferentia infinitorum illorum circulorum circumferentijs æqualis ſit; fiat vt primæ diametri AC ſupra ſecundam CD exceſſus ad primam AD, [a] ita eadem prima ad aliam rectam AV. Circumferentia ex diametro AV deſcripta infinitis progreſſionis datæ circumferentijs æqualis eſt.

b per p. 7. ſelect. ex Archim. theor. c per eamd. d per 24. 5

Demonſtratio. Per theorema Scholij poſt 11. *lib.* 12 recta AV infinitis diametris progreſſionis AC, CD, æqualis eſt. Iam peripheria diametri AV eſt ad peripheriam B, [b] vt diameter AV ad diametrum AC. Rurſum peripheria ex AV eſt ad peripheriam [c] Q, vt diameter AV eſt ad diametrum CD: atque ita ſemper. Ergo peripheria ex AV [d] eſt ad omnes totius progreſſionis peripherias, vt diameter AV eſt ad omnes progreſſionis diametros. Atqui AV omnibus progreſſionis diametris oſtenſa eſt æqualis. Ergo etiam peripheria ex diametro AV, deſcripta, omnibus progreſſionis peripherijs æqualis eſt.

Scholium.

De progreſſionibus Geometricis librum pulcherrimum ſubtiliſſimumque ſcripſit noſter Gregorius à S. Vincentio, ad quem lectores remitto. In gratiam porro tyronum ad prop. 11. lib 6. elem. *progreſſionum theoriam breuiter demonſtraui: & ad* prop. 35 lib. 9. *in Arithm. noſtrâ oſtendi facillimum eſſe tranſitum à progreſſione finitâ ad infinitam. Quod ipſum adhuc clarius oſtendi Arithm. practicæ* lib. 5. cap. 4. prop. 18, 19, 20, & cap. 5. prop. 7, 8, 9, 10, 11.

PROBLEMA V.

Figuræ datæ aliam ſimilem in datâ proportione maiorem vel minorem exhibere: ſiue figuram datam iuxta proportionem datam augere vel minuere.

Fig. 45.

DAtus ſit circulus BE, vel quodcumque rectilineum, & oportcat ex. gr. circulum, vel rectilineum ſimile, dati quintuplum reperire.

a per 13. 6.

Circuli dati radio, ſiue figuræ datæ lateri AB, apponatur indirectum BC quintupla ipſius AB. Inter AB, BC reperiatur [a] media proportionalis BD. circulus hoc radio deſcriptus erit quantuplus dati BE, & figura datæ ſimilis ſupra hoc latus per 18. 6. deſcripta, erit quintupla datæ.

b def. 10. 5. c per 2. 12. d per eamd.

Demonſtr. Quia ex conſt. AB, BD, BC ſunt proportionales, erit ratio AB, ad BC duplicata [b] rationis AB ad BD. Atqui ratio circuli BE ad circulum BF eſt duplicata [c] rationis radij AB ad radium BD; & ratio figuræ, cuius latus AB, ad figuram ſimilem, cuius latus BD, eſt duplicata [d] rationis lateris AB ad latus BD. Ergo circulus BE eſt ad circulum BF, & figura ex AB eſt ad ſimilem ex BD, vt AB, ad BC: hoc eſt per conſtr. vt 1 ad 5.

PROBLEMA VI.

Similium figurarum proportionem cognoſcere, ſiue earum magnitudines comparare.

DVobus homologis lateribus figurarum reperiatur tertium proportionale per 11. 6, ſi incommenſurabilia ſint; vel per 18. 9. ſi commenſurabilia. Vt primum latus ad tertium ita figura prima eſt ad figuram ſecundam. Patet ex 20. 6.

Exemplum 1. Dentur duæ quadratæ areæ; primæ latus ſit 1 perticæ, latus ſecundæ perticarum 3. hæc illâ eſt maior nouies. Cùm enim lateribus quæ ſunt, 1, 3, tertium proportionale ſit 9, erit vt latus primum nempe 1, ad tertium 9, ita area prima ad ſecundam.

| 1 . 3 . 9 |

Exem-

Exempl. 2. Dantur binæ circulares areæ: primæ diameter eſt 1 perticæ, ſecundæ 10. Quantò hæc illâ maior eſt? Fiat vt 1 ad 10 ita 10 ad 100. Prima ergo eſt ad ſecundam vt 1 ad 100, ac proinde hæc illâ eſt maior centies. | 1 10 100 |

Exempl. 3. Sint areæ duæ ſimiles, figuræ cuiuſcumque; latus primæ ſit decempedarum 5, latus homologum ſecundæ decempedarum 6. Quanto ſecunda maior eſt primâ? Lateribus 5 & 6 per 18.9 reperitur tertium proportionale $7\frac{1}{5}$. Ergo area prima eſt ad ſecundam vt 5 ad $7\frac{1}{5}$. | 5. 6. $7\frac{1}{5}$ |

Ex his cernitur quantopere falli in æſtimandis & comparandis ſuperficierum quantitatibus Geometriæ imperitos neceſſe ſit.

Proportio corporum ſimilium cognoſcetur ex *prob.14.ca p.21.*

PROBLEMA VII.

Arearum diſſimilium proportionem cognoſcere.

SI areæ diſſimiles datæ ſint duo triangula, aut duo parallelogramma, ratio earum inuenitur per *Corol. 3.prop.23.lib.6.*

Modus generalis pro quibuſuis areis diſſimilibus, hic eſt: per 45. 1, aut per Scholium *prop.16.lib.2.* areæ datæ reducantur ad rectangula æquè alta. Quæ eſt ratio inter baſes horum rectangulorum, eadem ᵃ eſt inter ipſa rectangula, adeoque & inter datas areas his ᵇ æquales. *a per 1. 6. b per conſt.*

PROBLEMA VIII.

Superficiem minorem à maiori altera ſubtrâhere.

SI ſimiles ſunt, habetur intentum per *Problema 2. Scholij* poſt 47. 1. quod licet ad ſola quadrata iſthic pertineat, vniuerſale reddes per 31.6.

Si diſſimiles, reducantur ambæ ad rectangula ᶜ æquè alta, tunc enim ex 1. 6, liquet ſubductionis modus. *c per 45. 1. vel per ſcho. p. 16. lib 2.*

DE FIGVRARVM RECTILINEARVM SECTIONE.

CAPVT XIV.

Sectio trianguli per punctum datum.

CVm huius ſectionis modum à nullo hactenus perfectè traditum animaduerterem, integrum de eo tractatum ſcripſi: quem & ſeorſim edere in lucem ſtatueram. Verùm, mutato deinde conſilio, in hunc Geometriæ practicæ locum ipſi quodammodo proprium reieci.

PRÆFATIO.

MIrabuntur fortaſſe, qui iſta lecturi ſunt, quod eius problematis tractationem ſuſceperim, cuius ab alijs iam pridem data ſit ſolutio. Id ſanè verum ſi eſt, & iuſta illorum admiratio erit, & labor meus aut ſuperfluus aut certè non admodum neceſſarius. Sed longè aliter ſe res habet.

Trianguli ſecundùm rationem datam ſectio ex puncto dato, tres caſus complectitur. Primus eſt, cùm punctum datur in ambitu trianguli: tum verò facilis atque obuia problematis ſolutio eſt. *Fig. 47.*

Nam ſi in perimetro trigoni ABC datum ſit punctum G, ex angulo adiacente A, qui à puncto G eſt non remotior altero C, diuidatur triangulum ſecundùm rationem datam, rectâ AD per 1. 6; ſic vt pars minor (ſi ratio data ſit maioris ad minus) cadat versùs punctum datum G. Deinde ex ip- *a per 1 6.*

ſius AD termino D ad G ducatur recta DG; cui ex A fiat parallela AF occurrens lateri BC in F. Ex G ad F ducta recta ſecabit triangulum in partes datam habentes proportionem.

d per 37. 1. Cùm enim AF, GD ſint per conſtr. parallelæ, triangula [d] GAD, DFG æqualia ſunt. Quare ablato communi GOD, reliqua AOG, FOD æqualia erunt: quibus addito communi trapezio GODC, æqualia erunt triangula ADC, GFC. Quare etiam reſiduæ totius ABC trianguli partes DAB, & AGFB æquales ſunt. Atqui per conſtruct. ADC ad DAB datam habet rationem. Ergo etiam GFC ad AGFB datam habet rationem. Igitur ex dato in ambitu puncto G ſectum eſt triangulum, vt petebatur. Quod autem AF parallela ad DG non cadat extra triangulum, ſic oſtendo: cum ex conſtr. AG ſit non maior, quàm GC, etiam FD erit non maior quàm DC. Sed DC eſt ex conſtr. non maior quàm BD. Ergo etiam FD eſt non maior quàm BD; adeoque GF extra triangulum non cadit.

At præter hunc primum caſum alij præterea duo ſuperſunt, quorum ſolutio haud paulò maius artificium requirit; videlicet quando punctum datum extra triangulum eſt, vel intra illud. Et quidem cùm punctum extra triangulum datur, ſubtiliter & ingenioſè à Geometris non paucis quæſita ſectio peracta eſt. At verò, puncto intra triangulum dato, qui plenam, hoc eſt vniuerſalem huius problematis ſolutionem exhiberet, reperire hactenus nullum potui. Cauſa difficultatis eſt quod caſus ille poſtremus determinationes ſatis multas, eaſque non vulgares aut obuias comprehendat: quas qui ignorauerit, non erit mirum ſi ad veram is ſolutionem minimè pertingat. Quæ cùm ita ſint nec ingratum, nec inutile Geometriæ ſtudioſis futurum putaui, ſi adæquatam huius problematis ſolutionem, prout à me inuenta fuit, prælo committerem. Id verò eò etiam feci libentiùs, quod determinatio dati problematis alia non pauca ſeu theoremata, ſeu problemata ſecum intimè connexa, inuoluat, ferè haud minus vel iucunda vel digna ſcitu quàm ipſum illud cuius gratiâ inuenta ſunt. Omnium ſeriem ſequens ſynopſis exhibet.

SYNOPSIS.

PARS I.

De ſectione trianguli ex puncto dato extra triangulum.

PRimùm à dato angulo ex puncto extra ipſum dato triangulum datæ magnitudinis abſcinditur. *Prop.* 4.

Atque hinc deinde datum triangulum ſecundùm datam rationem diuiditur ex puncto extra triangulum dato. *Prop.* 5.

PARS II.

De ſectione trianguli ex puncto intra triangulum dato.

A Dato angulo per punctum intra ipſum datum, triangulum minimũ abſcinditur. *Prop.* 8.

A dato angulo per datum intra ipſum punctum, abſcinditur triangulum magnitudinis datæ. *Prop.* 10.

Pars minima, quæ per datum punctum à triangulo abſcindi poteſt, non trapezium, ſed triangulum eſt. *Prop.* 11.

A dato triangulo per punctum intra ipſum datum, pars minima, ſeu minimum triangulum abſcinditur. *Prop.* 13.

Intra

Digitized by Google

Intra quoduis triangulum datur punctum, ipſum videlicet centrum grauitatis, per quod tria minima triangula inter ſe æqualia abſcindi poſſunt. *Prop.* 14.

Si in triangulo quouis ab angulorum vno ducatur recta BL biſariam ſecans latus oppoſitum, ex eâque ſumatur pars tertia LE, & dimidia LO; per quoduis punctum inter E & O abſcindi poſſunt duo minima triangula inter ſe æqualia. *Prop.* 15. *vide Fig.* 72.

Poſtremò datum triangulum per datum intra illud punctum ſecatur in partes, quæ datam inter ſe habeant proportionem. *Prop.* 20.

PARS I.

De ſectione trianguli ex puncto extra ipſum dato.

LEMMA I. PROPOSITIO I.

A dato angulo (EAF) per datum in latere punctum (D) triangulum abſcindere æquale dato (GKH).

Fiat vt DA ad GH, ita IK altitudo ad AC, quæ perpendiculariter ponatur ad FA, & per C ducatur CB parallela ad AF, ſecans AE in B, ducaturque recta DB. *Fig.* 48. 49.

Erit triangulum DAB æquale dato GKH. Demonſtratio patet ex *Coroll.* 15.6.

LEMMA II. PROPOSITIO III.

Data ſit recta infinita NZ, bis ſecta in A & K. Oporteat eam tertiò ſecare in E, vt NK, AE, NE ſint proportionales. *Fig.* 50. 51.

Conſtr. Inter NK, NA inueni mediam proportionalem NH; quod fiet [a], ſi ex A in *Fig.* 50, ex K in *Fig.* 51 erigatur perpendicularis; & NK in *Fig.* 50, NA verò in *Fig.* 51 biſectâ in O, centro O per N deſcribatur circulus, occurrens perpendiculari in H, iungaturque NH. Ex H erige ad HN perpendicularem HL, parem KI ſemiſſi ipſius KN. Centro L per H deſcribe circulum, qui tanget per 16.3. rectam NH in H, & per N ac L duc rectam NP. Abſcinde ipſi NP ex A in E æqualem AE. Dico NK, AE, NE eſſe proportionales.

Demonſtr. Rectangulum ANK æquale eſt [b] quadrato mediæ HN; hoc eſt rectangulo [c] PNM. Rectangulum quoque ſub EA, KN æquatur ipſi NPM, ſunt enim æquales EA, NP, & KN, PM ex conſtructione. Ergo duo rectangula ANK, & EA, KN (hoc eſt [o] ipſum ENK) æquantur duobus PNM & NPM, hoc eſt [n] quadrato NP. Sed NP eſt AE per conſtr. Ergo ENK rectang. quadrato AE æquale eſt. Ergo ſunt [m] proportionales NK, AE, NE. Quod erat propoſitum.

[a] *patet ex* 31.3. & *Coroll.* 2. *p.* 8. *l.* 6.
[b] *per* 17.6.
[c] *per* 36.3.
[o] *per* 1.2.
[n] *per* 2.2.
[m] *per* 17.6.

LEMMA III. PROPOS. III.

Data ſit recta infinita ZN, ſecta in K, oporteat eam ſecare in E, vt NK, KE, NE ſint proportionales. *Fig.* 52.

Conſtr. Ex K erige perpendiculariter KL parem dimidiæ KN centro L per K deſcribe circulum, & per N, L, duc NP. Hæc ponatur ex K in E. Erunt NK, KE, NE proportionales.

Demonſtr. Quadr. KE æquatur quadrato NP ex conſtr. hoc eſt [a] rectangulis PNM, & NPM. Sed PNM [b] æquatur quadrato tangentis NK, & NPM æquatur ipſi EKN (nam [c] NP eſt EK, & MP eſt KN). Ergo quadr. KE æquatur quadrato KN & rectangulo EKN, hoc eſt [d] ipſi ENK. Ergo proportionales ſunt EN, EK, KN.

[a] *per* 2.2.
[b] *per* 36.3.
[c] *per conſt.*
[d] *per* 3.2.

PRO-

PROBLEMA I. PROPOS. IV.

A dato angulo (ZAF) triangulum abſcindere æquale dato (X) per lineam ductam ex dato extra angulum puncto (B).

Fig. 53. 54. 55. *Conſtr.* Duc BN parallelam FA, lateri ZA producto occurrentem in N. Ab angulo BNZ per punctum B abſcinde triangulum BKN æquale dato X, per *prop.* 1. Infinitam NZ ita ſeca in E, vt NK, AE, NE ſint proportionales per *prop.* 2 vel 3. Ducatur BE ſecans AF in G. Erit triangulum EAG æquale dato X.

Demonſtr. Quoniam NK, AE, NE ſunt proportionales, erit ratio NK ad NE, hoc eſt ratio trianguli NBK ad triangulum NBE, duplicata rationis AE ad NE. Sed etiam ratio trianguli AGE ad triangulum idem NBE eſt duplicata eiuſdem rationis AE ad NE, cùm ſint propter GA, BN parallelas, ſimilia. Ergo triangula NBK, AGE ad triangulum NBE eandem habent proportionem, ac proinde æqualia ſunt. *per 19. 6.*

Corollarium

Sint proportionales NK, AE, NE, & ſit NB parallela quæuis lateri AF, versùs B infinito: ex punctis autem K & E ad quælibet parallelæ puncta R citra vltraque B ducantur ſecantes latus anguli in I, I; erit ſemper triangulum EAI par triangulo KNR.

PROBLEMA II. PROPOS. V.

Triangulum (CAD) per datum extra ipſum punctum (B) diuidere ſecundùm rationem datam (M ad N).

Fig. 56. 57. 58.

Fig. 56. Datum ſit primò punctum B in aliquo, puta in CA, latere producto. Seca adiacens latus AD in puncto L, ſic vt ſegmenta AL, LD ſint inter ſe vt M ad N; & ab angulo C oppoſito ducatur CL. Hæc per 1. 6. ſecabit triangulum in ratione datâ M ad N. Deinde ex dato puncto B per rectam BE ab angulo D per 4. huius abſcinde triangulum GED, æquale triangulo LCD. Manifeſtum eſt rectam BE ſecare latus AD ante A (adeoque abſciſſum triangulum GED totum cadere intra datum triangulũ CAD) ſi enim BE ſecaret latus AD in A aut vltra, triangulum abſciſſum GED maius eſſet ipſo LCD. Recta igitur BGE ex dato puncto B educta ſecat triangulum CAD in ratione datâ M ad N.

Cùm enim GED æquale ſit ipſi LCD; hoc verò ad reſiduum LCA datam habeat rationem, etiam GED ad reſiduum GECA datam rationem obtinebit.

Fig. 57. 58. Quod ſi datum punctum B extra triangulum, in nullo exiſtat latere producto, ita conſtrue. Ex puncto dato B ad angulum oppoſitum C duc rectam, quæ latus oppoſitum AD ſecet in O. Si hæc ſecat latus AD ſecundùm rationem datam M ad N, ſecabit quoque per 1. 6. triangulum CAD in ratione datâ. Si non; ſeca AD in L, iuxta rationem datam M ad N, atque ad L ex oppoſito angulo C duc rectam CL, quæ per 1. 6 ſecabit etiam triangulum CAD in ratione datâ. Tum per 4 huius ab angulo D per rectam BE, abſcinde triangulum GED, æquale ipſi LCD, vel ab angulo A abſcinde rectâ B*e* triangulum *ge*A par ipſi *k*A. Manifeſtum eſt rurſus abſciſſum triangulum, totum cadere intra datum triangulum CAD. Recta igitur BGE educta ex dato puncto B ſecat triangulum CAD in ratione datâ M ad N.

Ex dictis liquet problema duplicem ſolutionem admittere.

PARS II.

De ſectione trianguli per punctum datum intra triangulũ.

LEMMA IV. PROPOS. VI.

Fig. 59. Data ſit recta infinita AZ, ſecta in B, X, F. Accepta quoque ſit BO par AX; & ſit rectangulum FOB minus rectangulo FBA. Vt habeatur horum rectangulorum æqualitas. Dico ſectionem faciendam vltra F versùs Z.

Demonſtr.

Demonſtr. Fiat enim quælibet ſectio ante F, in Q. Quoniam XA maior quàm BA, etiam OB, quia par ipſi XA, maior erit. Vnde factum ex FQ, OB, maius eſt facto ex FQ, BA. Sed FOB eſt *a* minus quàm FBA: quare ſi à minori FOB, auferas maius FQ, OB, & à maiori FBA auferas minus FQ, BA, remanet QOB iam à fortiori minus quàm QBA. Ergo non habebitur rectangulorum æqualitas, ſi fiat ſectio ante F. Ergo poſt F, vt in Z, ſic enim poterit ZOB æquari ZBA. *a per hyp.*

LEMMA V. PROPOS. VII.

Data ſit recta infinita AK ſecta in N & M, ſic vt MN ſit quadrupla AN. Accepta ſit NC par AN. Patet CN, CA, MN fore proportionales. Accipiatur in MN quoduis punctum X diuerſum AC. Dico ipſarum XN, XA tertiam proportionalem maiorem eſſe quàm MN. *Fig. 60.*

Demonſtr. Fac NO parem AX, & biſeca MN in S. Ex datis patet SN eſſe duplam NA, vnde quad. SN (ſiue rectangulum MSN) duplum eſt rectanguli SNA; ac proinde æquale rectangulo MNA. Deinde, quia ex conſt. XA eſt inæqualis CA, hoc eſt SN; etiam ON par ipſi XA, inæqualis eſt SN. Ergo MN in O ſecta eſt inæqualiter. Ergo ex 5. 2. rectangulum MON minus eſt rectangulo MSN, ſeu quadrato SN; hoc eſt (vt iam oſtendi) rectangulo MNA.

Fiat iam vt XN ad XA, ſic XA ad tertiam NK, vbicumque demum cadat punctum K. Quia ON par eſt *a* XA, erit XN, ad XA, vt ON ad KN. Igitur conuertendo AN ad AX vt KO ad KN: & ſi pro AX ſubſtituas ei parem ON, erunt proportionales AN, ON, KO, KN. Ergo factum ex AN, KN, ſiue KNA *b* æquatur facto ex ON, KO, ſeu KON. Cùm igitur ante oſtenſum ſit MON eſſe minus quàm MNA; patet ex *lem. præced.* ſectionem K cadere vltra M, ac proinde NK, ipſis XN, XA tertiam proportionalem maiorem eſſe quàm MN. Quod erat demonſtrandum. *a ex conſtr.* *b per 16. 6.*

PROBLEMA III. PROPOS. VIII.

A dato angulo (SAG) per datum intra ipſum punctum (B) triangulum minimum abſcindere. *Fig. 61. 62.*

Conſtr. Per datum punctum B duc alterutri lateri parallelam BN. NA pone ex N in C. Per C & B recta tranſiens abſcindet triangulum minimum CAD.

Demonſtratio. Abſcindatur ſupra vel infra C quoduis aliud XAP. Oſtendam hoc eſſe maius. Accipe NM quadruplam NA. Patet CN, CA, MN fore proportionales. Fiat deinde rectis XN, XA, tertia prop.; hæc erit maior quàm NM per prop. 7. Quare poſita ex N verſus M finietur vltra M in G. Ergo ſi ducantur BM, BG, erit triang. GNB maius quàm MNB. Quoniam verò CN, CA, MN ſunt proportionales, erit ratio CN ad MN (hoc eſt 1. 6. ratio trianguli CBN, ad triang. MBN) duplicata rationis CN ad CA. Sed etiam ratio trianguli eiuſdem CBN ad triang. CDA eſt duplicata *a* rationis CN ad CA. Ergo triangulum CBN ad triangula MBN & CDA eamdem habet rationem, quæ proinde æqualia ſunt. Eodem diſcurſu æqualia oſtendemus triangula XAP, GNB. Quare cùm GNB ſit maius quàm MNB, etiam XAP maius erit quàm CAD. Minimum igitur eſt CAD. Quod erat propoſitũ. *a per 19. 6.*

Corollarium 1.

Triangulum minimum à dato angulo A per punctum datum B reſecabile, æquatur triangulo, cuius altitudo eſt diſtantia puncti B à latere AG, baſis verò quadrupla rectæ NA, quã abſcindit ex latere AG, linea BN alteri lateri AS parallela.

Corollarium 2.

Si à puncto C ducantur quotcumque rectæ ſecantes parallelam infinitam NL in punctis O, abſcindetur infinita triangula minima eorum, quæ per ſingula puncta O abſcindi poſſunt.

Corolla-

Corollarium 3.

Ex demonſtratis patet vt triangulum MNB ſit par minimo, MN debere eſſe quadruplam NA; vt verò maius ſit minimo quemadmodum GNB, oportere vt GN ſit maior quadruplâ NA.

LEMMA VI. PROPOSITIO IX.

Datam rectam AK finitam, ſemel ſectam in N, ita denuò ſecare inter N & K in E, vt NK, AE, NE ſint proportionales.

Fig. 63. *Conſtr.* Inter KN, NA inueni mediam proportionalem NF vt traditur p. 13. 6. deſcripto nimirum circa AK ſemicirculo, & ex N erectâ perpendiculari vſque ad peripheriam in F. Deinde circa KN alium forma ſemicirculum; & ex F duc parallelam ad AK, occurrentem ſemicirculo in puncto H, ex quo dimitte perpendicularem HQ; Rectam NQ pone ex A in *e*, rectam verò KQ ex A in E. erunt tam NA, A*e*, N*e*, quam NA, AE, NE proportionales; ac proinde duplex habetur ſolutio, cùm parallela per F ſecat ſemicirculũ KHN: Quod ſi tangeret, haberetur ſolùm vnica: ſi ne tangeret quidem, nulla.

Oportet igitur vt NF media prop. inter KN, AN, ſit non maior ſemiſſe ipſius NK.

Demonſtratio. Quoniam HF, id eſt QN, eſt maior quàm AN, patet QN ſi ponatur ex A, cadere vltra N, puta in *e*, eritque Q*e* par AN. Et quia rectangula KQN, KNA æquantur quadratis QH, NF æqualibus, erunt æqualia. Vnde addito communi quadrato QN, erit rectangulum KNQ æquale rectangulo KNA cum quadrato QN, ſiue A*e*. Ablatis igitur vtrimque æqualibus, nimirum rectangulo KN, Q*e* & KNA (cùm enim Q*e* & NA ſint æquales, etiam rectangula KN, Q*e*, & KNA æqualia ſunt) remanet rectangulum KN*e* æquale
17.6. quadrato A*e*. Sunt igitur proportionales NK, A*e*, N*e*.

Quod etiam NK, AE, NE proportionales ſint, ſic oſtendo. Quoniam rectangula NQK, ANK æqualia ſunt, ſi addatur commune quadratum KQ, erit rectang. NKQ æquale rectangulo ANK cum quadrato KQ, ſiue AE. Sed rectang. NKQ eſt rectang. ſub KN, AE. Ergo rectang. ſub KN, AE æquatur ipſi ANK cum quadr. AE. Ergo ſi demátur vtrimque rectang. ANK, ſeu KNA, remanet rectang. ſub KN, NE æquale quadrato AE. Sunt ergo proportionales NK, AE, NE.

Corollarium.

Ex determinatione iam allatâ vlterior alia colligitur, nimirum quod AN debeat eſſe non maior quartâ parte ipſius NK. Nam NF media inter NK, NA debet eſſe non maior quàm dimidia NK, quæ erat determinatio prima.

PROBLEMA IV. PROPOS. X.

Fig. 64. 65.

A Dato angulo (ZAG) per datum punctum (B) intra eum, triangulum abſcindere æquale dato.

Conſtr. Ex dato puncto B duc BN alterutri lateri parallelam, & ab angulo BNZ per punctum B in eius latere datum, abſcinde triangulum BNK par dato per *prop.* 1.

Fig. 64. Si iam KN eſt quadrupla NA, fac NE parem NA, & per E ac B duc rectam EG, hæc abſcindet triang. EAG par triangulo KNB, hoc eſt dato, & minimum omnium, quæ per B abſcindi poſſunt, quæ omnia patent ex *prop.* 8.

Si KN eſt minor quadruplâ NA, problema eſt impoſſ. tunc enim triang. KNB (hoc eſt datum) eſt minus minimo eorum quæ per B reſecari poſſunt, vt patet ex *prop.* 8. eiuſque 3. *Corollario.* Hæ determinationes etiam patent ex præcedenti, eiuſque corollario.

Fig. 65. Quod ſi KN eſt maior quadruplâ NA, finitam rectam AK, iam ſectam in N, ita denuò
a per præc. ſeca [a] in E, vt NK, AE, NE ſint proportionales. Quæ ſectio quando in duobus punctis [b] fieri
b ibid. poteſt nempe in E, & *e*, ab vtroque puncto per B ducta recta abſcindet triangula æqualia dato. Vnde geminam problema ſolutionem admittit. Quod ſi vnica ſolùm haberi poteſt ſectio E, vna ſolùm dabitur ſolutio problematis. Cæterum, quando duæ haberi poſſint ſectiones E; quando vna tantum, determinatum eſt in præcedenti.

Demonſtratio. Quoniam EN, EA, NK ſunt proportionales, erit ratio EN ad NK (id eſt
c per 1. 6. [c] ratio trianguli EBN ad triang. KBN) duplicata rationis EN ad EA. Sed etiam ratio trianguli

Google

guli eiuſd. EBN ad triangulum EGA duplicata [d] eſt rationis eiuſdem EN ad EA. Ergo triang. EBN ad KBN & EGA eandem habet rationem. Ergo EGA æquale eſt ipſi KBN, id eſt, dato. Quod erat propoſitum. d per 19.6.

Corollarium.

Sint proportionales EN, AE, KN, & quæuis parallela lateri anguli ſit NB versùs B infinita, in quâ ſumatur quotcumque punctum I vltra citraque B: ſi ex punctis E per punctum I, ducatur recta occurrens lateri in X, erit ſemper triangulum EXA æquale triangulo KIN.

THEOREMA I. PROPOS. II.

Eſto triangulum ABC, & punctum intra ipſum quodlibet K. *Fig. 66.* Pars minima quæ à triangulo dato per punctum K datum abſcindi poteſt, non trapezium ſed triangulum eſt.

DEmonſtratio. Si negas, pars minima nõ eſto triangulum, ſed trapezium CEDB. Ducantur DC, EB. Quoniam igitur CEDB pars minima eſt per K reſecabilis, erit etiam minor quàm EAD, adeoque adhuc minor quàm DCA. Ergo BCD eſt multò minus, quàm DCA. Ergo [a] BD eſt minor quam DA. Pari modo quia CEDB pars minima ponitur, erit a per 1.6. rurſum minor quàm EDA, adeoque adhuc minor quàm EBA. Ergo CBE multò minus eſt, quàm EBA. Ergo CE quoque minor quàm EA. Iam quoniam ipſarum DK, KE, altera eſt non minor alterâ, ponamus DK eſſe non minorem KE. Ex D duc DF parallelam AC, & ex F per K rectam FKG, occurrentem lateri in G. Quoniam DK eſt non minor quàm KE, etiam DF erit non minor quàm GE ob ſimilitudinem triangulorum DFK, EKG. Et quia iam oſtendi BD eſſe minorem quàm DA, ac proinde minorem dimidiâ BA; etiam DF erit minor quàm dimidia AC (eſt enim [b] vt BD ad BA, ita DF ad AC). Atqui b per 4.6. oſtenſum eſt DF eſſe non minorem quàm GE. Ergo GE minor etiam eſt quàm dimidia AC. Oſtendi autem etiam CE eſſe minorem quàm EA, adeoq; minorem dimidiâ AC. Ergo tota GC eſt minor quàm AC. Ergo recta per F & K ducta occurrit lateri CA inter C & A, ac proinde à triangulo toto abſcindit triangulum, nempe FCG. Deinde quoniam triangula ſimilia ſunt DKF, EKG eſtque DK non minor quàm KE, patet [c] DKF eſſe non minus quàm EKG, ac proinde addito communi FKEC, trapezium DECF eſſe non minus c ex 19.6. triangulo GFC. Liquet ergo trapez. totum BDEC eſſe maius triangulo FGC. Ergo trapezium BDEC non eſt pars minima, quæ per punctum K abſcindi poteſt. Pars igitur minima triangulum erit.

Corollarium.

Pars maxima à dato triangulo reſecabilis per datam punctum K, ſæpe trapezium eſt; quotieſcumque nimirum linea DE minimum triangulum abſcindens, nullum angulum ſecat.

Scholium.

Hic diſcurſus exemplum rurſus clariſſimum præbet eius ratiocinationis, quæ ex contradictorio aſſertionis directâ ac oſtenſiuâ demonſtratione aſſertionem ipſam concludit. Similem dedi etiam prop. 4. lib. 5. Cylind & Annul. *& alibi. Quæ ratiocinandi forma, quando nonnullis ita mirabilis viſa eſt vt eam crederent cum ratione pugnare, quàm ſit rationi conſentanea non erit alienum obiter hic declarare. Proprium eſt propoſitioni falſæ, vt ex eâ deduci poſſint contradictoria; quæ proinde in ipsâ mediatè ſeu virtualiter continentur. Iam licet plerumque contradictoria illa ſint ab ipsâ falsâ propoſitione diſtincta vtraque; contingit tamen ſubinde vt eorum alterum ſit ipſa propoſitio falſa, alterum propoſitionis falſæ negatio, Quod quando euenit, tum enimuero poteſt ex ipſo falſo eius negatio elici, hoc eſt, verum: nam falſi negatio, verum eſt. Atque id quidem falſi naturæ eſt*

planè conſentaneum. Neque enim iam magis mirum erit ex falſo elici poſſe verum, quàm in falſo contineri contradictoria, quorum alterum ſit falſum ipſum, alterum negatio eiuſdem falſi.

LEMMA VII. PROPOS. XII.

Fig. 67. 68. Datum ſit triangulum, ABC & punctum E intra illud, per quod ductæ ſint ſingulis lateribus parallelæ DF, KI, GH.

Si vnum lateris alicuius ſegmentum DB (vt in *Fig.67*) inter parallelam vnam DF, & latus aliud BC interiectum, ſit maius reliquo DA; Dico duo ſemper minima triangula, quæ ab angulis B, & C, lateri BC adiacentibus, reſecari poſſunt, extra triangulum cadere; tertium intra.

Si verò omnia laterum ſegmenta (vt in *Fig.68*) inter parallelas & latera interiecta, ſint non maiora ſegmentis reſiduis (nimitum ſi DB, FC, reliquis DA, FA; & BI, AK, reliquis IC, KC; & AG, CH, reliquis GB, HB ſint non maiores). Dico tria minima triangula, quę à tribus trianguli angulis reſecari poſſunt, intra triangulum cadere.

Fig.67. *Demonſt.* 1. *Pars.* Quoniam DB maior eſt ex hyp. quàm DA, ergo ſi ipſi fiat æqualis, vt DN, ea cadet extra triangulum, ac proinde ductâ per N & E rectâ NM, etiam triangulum NBM extra triangulum ABC terminabitur. Eſt verò, per 8.*prop.* NBM minimum per E ab angulo B reſecabile. *Pari ratione*, quia CF eſt maior quàm FA, (eſt enim vt BD, ad *a per 8. huius.* DA, ſic CF ad FA) ipſi æqualis, nempe FL, cadet vltra A. Quare ductâ LEO, triangulum LOC extra datum ABC cadet. Eſt autem rurſus LCO minimum ab [a] angulo C, reſecabile. *Demum* quia AD ponitur minor quàm DB, erit AG adhuc minor, quàm GB. Quare ipſi par GP terminatur ante B. Pari modo quia AF eſt minor quàm FC, etiam AK eſt minor quàm KC, adeóque ipſi par KS terminatur ante C. Ductâ igitur lineâ PES, quam ex 8 *huius* patet eſſe rectam, abſcindetur triangulum intra datum cadens PAS, quod per *prop.*8. eſt minimum ab angulo A per E reſecabile.

Fig.68. *Demonſtr.* 2. *Pars.* Quoniam ex hyp. IB non maior eſt quàm IC, & BD, quàm DA, ipſis *b per 8. huius.* æquales IR, & DO, cadent non vltra C & A. Ergo ductâ recta OER, triangulum OBR ab angulo B reſectum, erit [b] minimum, & terminatum intra datum ABC. Similiter quia AK, AG ex hyp. ſunt non maiores, quàm KC, GB, ipſis æquales KM, GN terminantur non vltra C, & B. Ergo vt priùs &c. Demùm quia ex byp. CF, CH, ſunt non maiores quàm FA, HB, ipſis pares FX, HT, terminantur non vltra A & B. Ergo vt přius &c.

Corollaria.

1. Vel duorum angulorum minima triangula cadunt extra datum triangulum, vel nullius: nunquam vnius tantùm, patet ex 1 parte.

2. Vel vnius anguli minimum triangulum cadit intra datum triangulum vel trium; nunquam duotum tantùm: ſi enim duorum tantùm caderent intra, ergo vnius tantum anguli caderet extra: quod repugnat primo,

3. Nunquam omnium angulorum minima triangula cadunt extra triangulum datum, patet ex 1. parte prop.

PROBLEMA V. PROPOS. XIII.

Fig.69. A dato triangulo (ABC) per datum intra illud punctum (E) minimam partem abſcindere.

a per 11. huius. QVoniam minima pars à triangulo ABC reſecabilis non [a] eſt trapezium, ſed triangulum ab aliquo trium angulorum, A, B, C abſciſſum, & totum intra datum triangulum cadens, neceſſe eſt illud ſit vnum ex tribus minimis, quæ à tribus angulis abſcindi poſſunt, ſic vt cadant intra datum ABC. Eorum autem vel vnum tantùm vel omnia tria intra triangulum ABC cadere, patet ex *Coroll.* 2. *præced.* ſi vnum tantùm intra cadit, illud erit minimum quod à triangulo ABC per E abſcindi poteſt. Si tria: quod ex tribus erit minimum quæſito ſatisfaciet.

Conſtr. 1. Ducantur igitur per E punctum datum ſingulis lateribus parallelę DF, KI, GH. Si alicuius lateris ſegmentum, vt BD, inter vnam parallelam DF, & latus aliud BC interiectum, ſit maius reſiduo DA, accipe GN parem GA: per N & E duc NX: hæc à triangulo ABC

ABC abſciudet triangulum minimum NAF, per datum punctum E.

Demonſtr. Quoniam BD inter latus BC, & ipſi parallelam DF intercepta maior eſt reliquâ DA, triangula minima ab angulis B & C reſecabilia per E, cadent extra triangulũ ABC, ſolius autem A anguli minimum per E reſecabile cadet intra, per 1 *part. præced.* Sed pars minima à triangulo ABC reſecabilis per E, neceſſariò eſt triangulum per *prop.* 11, & quidem vnum ex tribus minimis, quæ ab angulis A, B, C abſcindi poſſunt, vt patet. Ergo minima pars à triangulo ABC per E reſecabilis, eſt minimum triangulum per E reſecabile ab angulo E. Atqui NAX, per *prop.* 8. minimum reſecabile ab angulo A per E, cùm GE ſit parallela lateri AC, & GN par GA. Ergo &c.

Conſtr. 2. Si ductis per E punctum datum ad latera parallelis tribus DF, KI, GH, omnia Fig. 70.
ſegmenta inter latera & lateribus parallelas intercepta ſuis reſiduis ſint non maiora, nimirum DB, FC non maiora ſint reſiduis DA, FA; & AK, BI reſiduis KC, IC; & AG, CH, reſiduis GB, HB: fiat vt CH ad BI, ita CF ad Z. Vide quæ ex tribus rectis AK, CF, Z, ſit minima: (AK pertinet ad angulum A; CF ad angulum C; Z ad angulum B) cuius anguli linea eſt minima, ab eo angulo abſcinde per E minimum triangulum per *prop.* 8. erit hoc minima pars à triangulo ABC per E reſecabilis. *In caſu* quia Z eſt minima, fac DO parem DB: per O & E duc rectam OEX; hæc ſoluit Problema. Poterunt hæ tres rectę omnes eſſe pares, ac proinde tria eſſe minima æqualia; ſubinde duæ pares erunt & minores tertiâ, ac proinde minima duo. Vide *prop. ſequentes.*

Demonſtr. Ex dato puncto E duc perpendiculares EQ, EP: per *coroll.* 1. *prop.* 8. triangulum minimum per E ab angulo A reſecabile, eſt æquale triangulo, cuius altitudo EQ, baſis quadrupla AK. Similiter minimum anguli C æquatur triangulo, cuius altitudo EQ baſis quadrupla CF. Sed hæc triangula ſunt vt baſes, nimirum vt quadruplæ rectarum AK, CF; hoc eſt vt ipſæ AK, CF. Ergo minimum anguli A eſt ad minimum anguli C, vt AK ad CF.

Pari modo triangula minima angulorum C & B per E reſecabilia, æquantur per idem *coroll.* triangulis, quorum altitudo EP, baſes verò quadruplæ rectarum CH, BI; ac proinde ſunt inter ſe vt quadruplæ CH, BI, hoc eſt vt ipſæ CH, BI. Ergo & minimum anguli C eſt ad minimum anguli B, vt CH ad BI; hoc eſt per conſt. vt CF ad Z. Igitur ex æquo, minimum anguli A eſt ad minimum anguli B, vt AK ad Z. Ergo minima angulorum A, C, B, per E reſecabilia, ſunt rectis AK, CF, Z ordine proportionalia. Ergo inter hæc tria minima illud erit minus, cuius recta erit minor. Quare cùm hic Z ſit minor, quàm AK aut CF; minimum anguli B erit minus minimo anguli A, & minimo anguli C. Ergo triangulum minimum anguli B per E nimirum reſecabile, eſt abſolutè minimum triangulum quod à dato ABC triangulo per E abſcindi poteſt, ac proinde per *prop.* 11, etiam pars minima. Minimum autem ab angulo B reſecabile per E, eſt triangulum OBX per 8, eſt enim ED parallela lateri CB, & DO par DB. Ergo &c.

THEOREMA II. PROPOS. XIV.

Reperitur punctum intra quoduis triangulum, per quod à trian- Fig. 71.
gulo abſcindi poſſint tres partes minimæ, ſeu triangula tria minima, inter ſe æqualia. Punctum verò illud eſt ipſum trianguli grauitatis centrum.

DEmonſtr. In triangulo ABC ab angulo quouis B ducta ſit BL biſecãs latus AC in L, eiuſque pars tertia ſit LE. Erit E [a] centrum grau. trianguli. Per E ducantur lateribus paral- a Archim.
lelæ GH, KI, DF, hæ omnia trianguli latera triſecabunt, eruntque triangula tria GBH, KCI, DAF inter ſe æqualia, & minima quæ à dato triangulo per E abſcindi poſſunt. Quæ omnia ſic oſtendo. Quia AL par eſt LC, erit [c] & GE par EH; ac proinde AK par erit FC. c cor 2.
Iam quia LB ſeſquialtera eſt EB, etiam AC ſeſquialtera [d] erit GH, ac proinde tripla EH; b 4.6.
hoc eſt AC tripla eſt AK, ſeu FC. Vnde patet etiam KF eſſe tertiam partem AC; ideoque d per 4.6.
AC triſecta eſt in K & F. Deinde quia LE eſt tertia pars LB, erit etiam IH tertia pars CB. Rurſum quia KI eſt parallela AB, eſtque AK tertia pars AC, etiam BI eſt vna tertia BC. Cùm ergo etiam CH ſit vna tertia BC, patet quoque IH eſſe vnam tertiam BC. Igitur BC triſecta eſt I & H. Eodem modo oſtendam AB triſectam eſſe in G & D.

Quod triangula illa tria ſint æqualia ſic patet: ratio totius ABC ad GBH, duplicata eſt per 19. 6. rationis BA, ad GB, hoc eſt rationis ſeſquialteræ. Rurſum ratio totius ad KCI eſt duplicata rationis AC ad KC, hoc eſt rationis ſeſquialteræ. Et rurſum ratio totius ad DAF

eſt duplicata rationis BA ad DA, hoc eſt iterum ſeſquialteræ. Ergo totum ad ſingula illa tria eandem habet rationem, ac proinde tria illa inter ſe æqualia ſunt.

Singula demùm eſſe minima ſic oſtendo. Iam oſtenſum eſt HI, eſſe parem BI, & EI eſt parallela lateri BA. Ergo per 8, GBH eſt minimum triangulum quod ab angulo B abſcindi poteſt per E. Similiter quia FK par eſt FC, & EF parallela lateri BC, per 8. erit KCI minimum ab angulo C reſecabile per E. Demum quia KF eſt par KA, eſtque EK parallela lateri BA, rurſus per 8, erit DAF minimum ab angulo A reſecabile per E. Quare cùm GBH, KCI, DAF ſint minima per E reſecabilia ab angulis B, C, A, & inter ſe paria ſint; erunt quoque tria minima quæ à triangulo ipſo ABC abſcindi poſſunt per E.

Corollarium.

DF biſecatur in E. Nam EF æquatur HC, hoc eſt BI, hoc eſt DE.

THEOREMA III. PROPOS. XV.

Fig. 72. In triangulo quouis ABC, recta BL biſecet AC, eiuſque pars tertia ſit LE. Sumatur inter L & E quoduis punctum Z. Dico per hoc abſcindi poſſe à triangulo toto ABC duo triangula minima inter ſe æqualia.

D*emonſt.* Ducantur lateribus parallelæ, per Z quidē, TV, MQ, DN; per E autem GH, KI. Quoniam ex præc. patet BC triſecari in I & H, ac proinde BI, CH æquari, patet BQ maiorem eſſe quàm CV. Quare ſi fiat vt CV ad BQ, ita CN ad α, erit α maior quàm CN. Iam quia TZ eſt ad ZV vt AL ad LC, erit TZ æqualis ZV, ideoque & AM ipſi CN æqualis. Patet autem ex *prop.* 12, minima triangula ab angulis A, C, B reſecabilia per Z cadere intra triang. ABC: & ex 13, habemus ea eſſe inter ſe vt rectas AM, CN, α; ſic vt AM respondeat minimo anguli A, CN minimo anguli, C, α minimo anguli B. Ergo cùm oſtenderim æquales eſſe AM, CN, & α maiorem quàm CN, adeoque & quàm AM, erunt minima angulorum A & C, inter ſe æqualia, & minora ſingula minimo anguli B: ac proinde erunt duo æqualia minima omnium quæ per Z ab triangulo toto ABC abſcindi poſſunt.

Fig. 73. Quod ſi punctum Z detur ſupra E centrum grauitatis, non poterunt abſcindi duo minima æqualia, licet omnium angulorum minima triangula caderent intra ABC.

Nam tunc CV erit maior quàm BQ, adeoque ſi fiat vt CV ad BQ, ita CN ad α, erit α minus quàm CN, & quàm AM, ac proinde minimum anguli B, erit minus quàm minima angulorum A & C. Ex quo patet determinatio.

Corollarium ad Duas præced.

Fig. 71. In omni triangulo rectæ per grauitatis centrum E lateribus parallelæ GH, KI, DF, abſcindunt tres partes æquales maximas AGHC, AKIB, BDFC. Patet ex *prop.* 14.

Fig. 72. In datis vero *prop.* 15. per quoduis Z punctum inter E & L, abſcindi poſſunt duæ partes æquales maximæ.

PROBLEMA VI. PROPOS. XVI.

Triangulum per datum in ipſo punctum diuidere ſecundùm rationem datam.

Datum ſit triangulum BAC, & punctum E, intra illud; data quoque ſit ratio quæcumque α ad β.

Conſtructio I.

Fig. 74. Ex quouis angulo B ducatur BD ſecans latus AC, adeóque etiam per 1. 6. triangulum BAC, ſecundùm rationem datam α ad β. Deinde per datum punctum E abſcinde à triangulo BAC minimam partem FAQ per 13 *huius*. Si triangulum BAD, quod altero BCD minus

minus eſt, eſt minus minimo FAQ, impoſſibile erit Problema. Scietur autem vtrum minus ſit, ſi amborum ratio ad rectas lineas [a] reuocetur. a per cor. 3. p. 23. 6.

Conſtructio 2.

Si ratio data α ad β exiſtat intra limites determinationis iam datæ, diuidatur vt prius, triangulum BAC rectâ BD ſecundùm rationem datam. Tum à ſingulis angulis A, B, C per datum punctum E abſcinde [a] duo triangula æqualia ipſi BAD, vel vnum, ſi duo nequeant. Quando autem poſſint abſcindi duo, quando vnum, vide *prop.* 10, & 9. Item à ſingulis angulis per E abſcinde [b] triangula duo, vel vnum, æqualia alteri BDC. Quot ex bis triangulis cadent intra triangulum datum BAC, tot habebimus Problematis ſolutiones. Fig. 74. a per 10 *huius.* b *per eand.*

Conſtructio 3.

Si ratio data fuerit ipſa ratio partis maximæ ad minimam, quæ à dato BAC triangulo abſcindi poteſt per E, & punctum E fuerit ipſum centrum grauitatis; per ipſum ducantur ſingulis lateribus parallelæ. Dico quamlibet barum ſoluere Problema, vt patet ex *prop.* 14. ac proinde triplicem boc caſu baberi ſolutionem. Fig. 75.

Conſtructio 4.

Si ratio data fuerit ipſa ratio partis maximæ ad minimam, & punctum datum E ſit infra grauitatis centrum O, in rectâ AZ biſecante aliquod latus BC, duplex babebitur ſolutio, ſi nimirum per 8 *huius* ab B & C abſcindantur duo minima triangula BXT, CVQ, per punctum E. Ea enim per 15 erunt æqualia, & minima quæ à triangulo BAC abſcindi poſſunt. Fig. 76.

Conſtructio 5.

Si ratio data α ad β fuerit maioris inæqualitatis & minor ratione partis maximæ ad minimam, & punctum datum E ſit ipſum grauitatis centrum, ſextuplicem Problema ſolutionem poterit admittere bunc in modum. Fig. 77.

Fiat vt α ad β, ita CF ad FA, & ducatur BF. AB angulo A per E abſcinde per 10 *huius* duo triangula DAI, NAK, ipſi BAF, quod altero BFC minus eſt, æqualia. Ea abſcindi poſſe, & terminari intra triangulum BAC, oſtendam infra. Dico tam BDIC ad DAI, quàm CBKN ad NAK eſſe vt α ad β. Eadem operatio ſi fiat circa angulos B & C (fieri autem poſſe oſtendam infrà) vniuerſim ſextuplex obtinebitur ſolutio Problematis.

Quando autem iuxta determinationem in *prop.* 10 vel potiùs 9 demonſtratum ab angulo aliquo tantùm vnum abſcindi poterit triangulum æquale ipſi BAF, pauciores erunt ſolutiones Problematis: ſemper tamen tres ſaltem ſolutiones poterunt obtineri.

Demonſt. Abſcindi poſſe triangula duo ipſi BAF æqualia ſic oſtendo. Cum ratio α ad β, hoc eſt ex conſt. ratio CF ad FA, hoc eſt ratio [a] trianguli BFC ad BAF, ſit [b] minor ratione partis maximæ ad minimam, patet BFC eſſe minus maximâ parte, & BAF maius minimâ. Ergo per 10 *huius* abſcindi poſſunt duo triangula, puta DAI & NAK æqualia ipſi BAF. a per 1. 6. b *hyp.*

Vtrumque verò terminari intra BAC ſic demonſtro. Per E quod eſt grauitatis centrum trianguli BAC, duc QL parallelam ad BC. Oſtenſum eſt in 14 *huius* QAL eſſe minimum triangulum, quod ab angulo A abſcindi per E poteſt. Deinde cùm ratio α ad β, hoc eſt ratio CF ad FA ſit ratio [d] maioris inæqualitatis, cuius maior terminus ſit CF, patet CBF [o] eſſe maius quàm FBA; ac proinde FBA eſſe minus ſemiſſe trianguli BAC. Quod ſi ex B per E ducatur recta BX, ea [c] biſecabit AC, cùm punctum E ſit idem eum centro grauitatis. Ergo triangulum XBA ex B per E abſciſſum erit ſemiſſis ipſius BAC, adeoque maius quàm FBA. Ergo triangulum DAI quod ab angulo A per E abſcindetur æquale ipſi FBA, etiam minus erit quàm XBA, ac proinde erit vicinius minimo QAL, adeóque neceſſe eſt vt terminetur intra triangulum BAC. Eodem modo probabitur alterum NAK, ipſi FBA æquale, totum cadere intra BAC. d *hyp.* o per 1. 6. c *oſtendi* 18 *huius.*

Iam verò cùm DAI, & NAK ſint paria ſingula ipſi FBA, etiam reſidua BDIC, CBKN reſiduo FBC ſingula erunt æqualia: ac proinde triangulum BAC rectis DI, NK bis ſectum eſt per E in ratione datâ.

Denique quia eodem plane diſcurſu demonſtrabitur à reliquis angulis ſingulis B & C poſſe per E abſcindi duo triangula æqualia ipſi FBA & terminara intra BAC; manifeſtum in boc caſu eſt ſex obtineri poſſe ſolutiones Problematis. Quod erat demonſtrandum.

CAPVT XV.

Cuiuſcumque rectilinei ſectio per punctum datum.

SEctione trianguli ex dato puncto ad rationam datam adæquatè (niſi fallor) iam conſtitutâ, deſiderabunt, opinor, Geometriæ ſtudioſi ſimilem cuiuſlibet dati rectilinei ſectionem. Quæ quando ex trianguli ſectione fere pendet, eam priori tractatui hîc adiungam, demonſtrationibus, quæ conſtructione inuentâ ſatis ſunt faciles, aut tantùm indicatis, aut breuiter perſtrictis.

Lemma.

Rectilineorum datorum rationes rectis lineis exprimere: ſiue datam rectam ita ſecare vt ſegmenta eius ſint datis rectilineis proportionalia.

a per 46.1. Reducantur [a] rectilinea data ad rectangula æquè alta; tum ita ſeca rectam [b] datam vt eius
b per 10.6. ſegmenta proportionalia ſint baſibus rectangulorum. Dico Factum. Demonſtratio patet ex 1. 6.

PROBLEMA I.

Fig.78. Datam figuram rectilineam (BFEDC) ex puncto (A) in circumferentiâ dato, ſecare ſecundùm rationem datam (MO ad ON.)

COnſt. Ex puncto dato A ductis ad omnes figuræ angulos rectis lineis reſoluatur figura
a per lem. data in triangula, H, I, K, L. Tum ita ſeca [a] rectam MN, in punctis P, Q, R, vt eius ſegmenta ſint triangulis H, I, K, L ordine proportionalia.

Si aliqua ſectio incidat in punctum O, ſolutum eſt Problema.

Quod ſi nulla ſectionum coincidat cum puncto O, vide ſegmentum QR, in quo erit punctum O, cui triangulo reſpondeat. Hic reſpondet triangulo K: huius baſim ED ſeca in G
b per 1.6. rectâ AG, vt ſit EG ad GD (adeoque [b] & triang. EAG ad triang. GAD) vt QO ad OR. Dico ABFEG eſſe ad AGDC, vt MO ad ON.

Demonſtratio vtriuſque conſtructionis eſt manifeſta componendo, diuidendo & ex æquo &c.

PROBLEMA II.

Fig. 79. Rectilineum datum (BCDEF) ex dato puncto (A) in perimetro ſecare in quotuis partes quæ datas inter ſe habeant rationes.

COnſtr. Rationes datas exprimant rectæ FG, GM, MO, OP. Per *præced.* figuram totam CE ex dato puncto A ſeca per rectam AK, vt ſit R ad reliquum KF ſicut eſt FG ad GP. Tum per eandem ſeca reliquum KF per rectam AN, vt ſit S ad reliquum NF ſicut GM ad MP; hoc reliquum rurſus ſeca per rectam AQ, vt T ſit ad V ſicut MO ad OP. Dico ſegmenta R, S, T, V eſſe rectis FG, GM, MO, OP proportionalia.

Demonſtratio eſt manifeſta componendo & ex æquo &c. Vide demonſtrationem *Probl. 4. cap. 16.*

PROBLEMA III.

Fig. 80. 81 Parallelogrammum (BCDE) ex dato extra illud puncto (A) ſecare in ratione datâ (FO, ad OP).

COnſtr. 1. Ex A ad duos angulos C, D, remotiores, ducantur rectæ AC, AD, quæ ſecent latus angulis oppoſitum in K, & G, (qui erit caſus primus) dirimentes parallelogrammum datum

datum in duo triangula & vnum trapezium. Tum [a] ſeca rectam FP in ſegmenta FM, MN, NP ipſis CBK, CKGD, DGE ordine proportionalia, ſi aliqua ſectionum coincidat cum puncto O, habetur intentum, vt patet. Si nulla coincidat, vide ſegmentum (NP) in quo eſt punctum O, cui ſegmento parallelogrammi reſpondeat. *a per lem.*

Si reſpondeat vni ex triangulis, vt DGE, per *p.5. cap.14*, ſeca triangulum DGE ex A, rectâ AZX, vt DGZX ſit ad XZE vt NO ad OP. Dico totum parallelogrammum rectâ AZX ſectum eſſe in ratione datâ FO, ad OP. Demonſtratur componendo, ex æquo, & diuidendo. *Fig. 80.*

Si ſegmentum, in quo eſt O, reſpondeat trapezio CKZD; ſeca KG rectâ AZX, ſic vt KZ ſit ad ZG, vt MO ad ON. Dico factum. Demonſtratio facilis eſt. Nam 1.6. etiam KAZ erit ad ZAG, ac proinde & CAX ad XAD, vt MO ad ON. Ergo etiam CKZX eſt ad XZGD vt MO ad OP. Cætera patent componendo, ex æquo & diuidendo &c. *Fig. 81.*

Conſtr. 2. Quod ſi punctum datum A ſit in aliquo latere, vt CB, producto; ad oppoſitum angulum D duc rectam AKD. Tum rectam FP ſeca in ſegmenta FM, MP proportionalia ſegmentis CBKD, DKE. Cætera deinde vt ſupra. *Fig. 82.*

Si punctum A ſit in diametro DB productâ, biſeca FP in M. Tum ex A rectâ AZX ita ſeca [b] triangulum DBE, vt DBZX ſit ad XZE vt MO ad OP. Dico factum. Demonſtratio patet. *Fig. 83.* *b per 5. cap 14.*

PROBLEMA IV.

Datum ſit trapezium DCKG habens duo latera coëuntia in A. Oporteat illud ex puncto A diuidere in ratione datâ, MO ad ON. *Fig. 81. & 84.*

SI duo reliqua latera DC, GK ſint parallela, vt in *Fig. 81*, fiat vt [a] MO ad ON, ita DX ad XC. Recta AX ſatisfaciet Problemati, vt iam in demonſtratione præcedenti oſtenſum eſt. *Fig. 81.* *a per 10.6.*

Si etiam reliqua duo latera concurrant, puta in F, fiat [b] vt DCKG eſt ad CFK, ita MN ad NQ. Deinde ex puncto A rectâ AX [c] ita ſeca triangulum DFG, vt ſit DXZG ad XFZ, ſicut MO eſt ad OQ. Dico etiam DXZG fore ad XCKZ, vt eſt MO ad ON. *b per lem.* *c per 5.c.14*

Dem. Quia DXZG per conſtr. eſt ad XFZ, vt MO ad OQ; erit quoque DXZG ad DFG, vt MO ad MQ. Et quia per conſtr. eſt DCKG ad CFK, vt MN ad NQ, etiam erit DFG ad CFK, vt MQ ad NQ. Igitur ex æquo ita ratiocinabimur. *Fig. 48.*

DXZG eſt ad DFG, vt MO ad MQ; & DFG eſt ad CFK, vt MQ ad NQ; & CFK eſt ad DCKG per conſtr, vt NQ ad MN. Ergo ex æquo DXZG eſt ad DCKG, vt MO ad MN. Ergo etiam DXZG eſt ad XCKZ vt MO ad ON. Quod erat demonſtrandum.

PROBLEMA V.

Rectilineum quodcumque, ex dato extra ipſum Puncto (A) diuidere ſecundùm rationem datam (KO ad OP). *Fig. 85.*

COnſtruct. Rectis ex dato puncto A emiſſis partire figuram datam vtcumque in triangula & quadrangula B, C, D, E. Tum rectam KP ſeca [a] in ſegmenta KN, NM, MQ, QP, planis B, C, D, E ordine proportionalia. Si aliqua ſectio coincidat cum O, habetur quæſitum, ſi nulla, tunc illud ſegmentum figuræ, quod reſpondet ſegmento rectæ KP, in quo eſt O, ita [d] ſeca, vt ipſum ſegmentum à puncto O ſectum eſt. Dico factum. Ex gr. quia ſegmentum C reſpondet ſegmento NM, in quo eſt, O, ſeca per 4. ipſum C rectâ AZ ſecundùm rationem NO ad OM, recta AZ ſecabit totam figuram in ratione KO ad OP. *a per lem.* *d per probl. 5. cap. 14. vel prob. 4. huius.*

Demonſtratio inſtituetur, componendo, ex æquo, diuidendo *&c. vide demonſt. Prob. 4. cap. 16.*

Corollarium.

Quod ſi oporteat figuram datam ſecare in partes quotuis, quæ datas habeant inter ſe rationes, operare, vt in 2. Probl. *vt enim iſthic per* prop. 17; *ita hic per 21 quæſitum obtinebitur.*

PROBLEMA VI.

Fig. 86. 87. Datum parallelogrammum (BCDE) per punctum intra illud datum (A) diuidere in ratione datâ (FO ad OP).

Fig. 86. C*Onſtruct.* Si Problema poſſibile eſt; recta illud ſoluens aut truncabit aliquem angulum parallelogrammi dati, aut ſecabit duo latera eius oppoſita. Tentetur primùm ſectio ad
a per lem. b per 16. cap. 14. angulum B, & ducatur CE. Seca [a] FP in ſegmenta FM, MP triangulis BCE, DCE proportionalia. Tum ductâ per A rectâ LAI, diuide [b] triangulum BCE in ratione FO ad OM. Si LAI occurrat lateribus BC, BE inter B, & C, & inter B ac E, vel in C aut E, ſolutum eſt Problema, & patet demonſtratio: ſi occurrat vltra C & E, ſecando nimirum rectam CE, tentetur eadem ſectio circa reliquos angulos.

Fig. 87. Quod ſi in angulis ſectio quæſita non ſuccedat, tentanda ea erit ad duo latera oppoſita ex.gr. CD, BE, hunc in modum. Seca parallelogrammum BD in ratione datâ FO ad OP per rectam RS parallelam ad CB. Biſeca deinde RS in Q. Per A & Q ducta recta ſecans latera oppoſita in L, & I, ſoluet Problema. Nam LQS, IQR æqualia erunt: additoque communi CRQLB, erit CILB æquale ipſi BCRS. Ex quo patet quæſitum. Quod ſi recta per A & Q non occurrat lateribus CD, BE, niſi productis, tentetur eadem ſectio ad latera oppoſita CB, DE.

Si verò neque ad angulos vllos, neque ad vlla oppoſita latera quæſita ſectlo ſuccedat, Problema impoſſibile erit.

Porro ex inſpectione rationis datæ, & ſitu puncti dari, facilè diſcernet Geometra, vtrum ad angulos, an ad latera oppoſita, item ad quem angulum & ad quæ oppoſita latera prædicta ſectio tentanda ſit.

PROBLEMA VII.

Fig. 88. Trapezium (BCDE) per datum intra illud punctum (A) ſecare in ratione datâ (FO ad OP).

TEntetur primum ſectio circa angulos, vt in præcedenti. Quod ſi ea non ſuccedat, tentetur circa latera oppoſita hunc in modum.

Vel trapezium nulla habet latera parallela, vel duo. Habeat primò nulla, & ſectio tentetur
a per lem. b per 16. cap. 14. ad latera CD, BE, quæ concurrant in L. Fiat vt [a] BCDE ad DLE, ſic FP ad PZ. Tum per [b] punctum A ita ſeca triangulum CLB, vt BCKX ſit ad XLK, ſicut FO ad OZ. Dico etiam DCKX fore ad XKDE, vt FO ad OP. Demonſtrabitur vt *Probl.* 4. Quod ſi talis ſectio trianguli CLB iuxta determinationes *Probl.* 16. *cap.* 14, impoſſibilis ſit, aut recta ſecans XK ſecet latus ED, tunc latera CB, DE producantur, donec concurrant, & circa nouum inde natum triangulum ſimili modo dicta ſectio iteretur. Quæ ſi etiam iſthic ſucceſſu careat, Problema erit impoſſibile.

Habeat deinde trapezium duo latera parallela. Tum verò quid facto opus ſit, facilè ex iam dictis, tum hîc, tum in præcedenti, colligetur.

PROBLEMA VIII.

Fig. 89. 90. Rectilineum quodcumque datum (BCDEG) per punctum intra illud datum (A) ſecare in ratione datâ (FO ad OP).

C*Onſtruct.* Si poſſibile eſt Problema, manifeſtum eſt rectam, quæ ſatisfaciet quæſito, aut truncaturam aliquem angulum, aut ſecturam duo latera oppoſita vel non contigua.

Fig. 88. Tentetur primùm ſectio ad angulum B, hunc in modum. Reſolue figuram in triangula & quadrangula, ſic vt datum punctum A ſit in triangulo. Tum ſeca rectam FP in ſegmenta FM,
k per 16. cap. 14. MP, planis BCG, GCDE proportionalia. Deinde triangulum [k] BCG, per A, rectâ RAL ſeca in ratione FO ad OM. Si RAL occurrat ipſis BC, BG non ſecando rectam GC, habetur intentum, & demonſtratio eſt manifeſta. Si verò recta per A ducta ſecat GC inter C & G, eadem operatio erit ad alium angulum tentanda.

Quod

Quod ſi ad angulos ſectio quæſita non ſuccedat, tentanda eadem erit ad latera non contigua, ex.gr. CD, GE, hunc in modum reſolue figuram in triangula & quadrangula, ſic vt datum punctum A ſit in quadrangulo. Tum ſeca FP in ſegmenta FM, MP, planis BCG, GCDE proportionalia. Deinde quadrangulum GCDE, per A, rectâ RAL ſeca [a] in ratione MO ad OP. Si RAL ſecet latera CD, GE, habetur quæſitum, & demonſtratio eſt manifeſta: ſi verò ſecet GC, tentanda erit eadem ſectio ad duo alia latera non contigua. *Fig.90.* *a per probl. 6. vel 7.*

Quod ſi neque ad angulos vllos, neque ad vlla latera non contigua ſectio quæſita ſuccedat, Problema impoſſibile erit.

Cæterùm etiam hic perito Geometræ ex inſpectione rationis datæ, & dati puncti poſitione haud erit diiudicatu difficile vtrum ad angulos, an ad latera non contigua, item ad quem angulum, & ad quæ non contigua latera, vtiliter ſectio quæſita tentari poſſit.

Corollarium.

Quod ſi figuram datam per datum in ipsâ punctum placuerit ſecare in partes quotcumque quæ datas inter ſe rationes habeant, id obtinebitur adminiculo huius Problematis, operatione ad eum modum inſtitutâ, qui traditur Problemate 2. huius capitis.

CAPVT XVI.

Rectilinearum figurarum ſectio per lineas parallelas.

PROBLEMA I.

Triangulum (BAD) per rectam vni lateri (BD) parallelam, ſecundùm rationem datam (MN ad NP) diuidere. *Fig.91.*

INter MP, & NP, reperiatur [a] media proportionalis OP. Tum vt MO ad OP, ita [b] fiat BF, ad FA. Per F duc FE parallelam ad BD. Dico BFED eſſe ad FAE vt MN ad NP. *a per 11. 6.* *b per 10. 6.*

Demonſt. Quia vt MO ad OP, [o] ita BF eſt ad FA, erit componendo vt MP ad OP, ita BA ad FA. Nunc [c] quia triangula BAD, FAE ſimilia ſunt, eorum ratio duplicata [n] eſt rationis laterum BA, FA, hoc eſt (vt iam oſtendi) rationis MP ad OP. Et quia MP, OP, NP ſunt [p] proportionales, etiam ratio MP ad NP duplicata [d] eſt rationis MP ad OP. Quare cum rationes BAD ad FAE, & MP ad NP ambæ ſint duplicatæ rationis, MP ad OP, æquales [e] erunt. Igitur, diuidendo, BFED eſt ad FAE, vt MN ad NP. *o per conſtr.* *c per corol. 1.p.4 6.* *n per 19. 6.* *p per conſtr.* *d per defin. 10. 5* *e per 34. 5.*

PROBLEMA II.

Triangulum (BAC) per rectam datæ rectæ (AG) parallelam ſecundùm datam rationem (MO ad OQ) diuidere. *Fig. 92.*

AB angulo C ducatur ad oppoſitum latus recta CD parallela datæ AG. Si eſt BD ad DA vt MO ad OQ, erit quoque per 1.6 BCD ad DCA, vt MO ad OQ, adeoque recta CD Problemati ſatisfaciet. Si verò non eſt, fiat [a] vt BD ad DA, ſic MN ad NQ. Deinde triangulum DAC per rectâ FE parallelam datæ ita [b] ſeca, vt ſit DFEC ad FAE, ſicut NO ad NQ. Dico etiam BFEC fore ad FAE, vt MO ad OQ; adeoq; rectam EF quæſito ſatisfacere. *a per 10 6.* *b per præc.*

Demonſtratio inſtituetur, componendo; ex æquo; diuidendo.

PROBLEMA III.

Trapezium BAGD bina habeat parallela latera BA, DG: reliqua BD, AG coëant in E. Oporteat ipſum rectâ (CF) lateribus parallelis parallelâ ſecare in ratione datâ PO ad OR. *Fig.93.*

FIat PR ad RS [a], vt BAGD ad GED. Deinde triangulum BAE rectâ CF lateri AB parallelâ ita ſeca, [c] vt BAFC ſit ad CFE, ſicut PO ad OS. Dico etiam BAFC fore ad CFGD, vt PO eſt ad OR. *a per lem. ante prob. 2. cap. 15.* *c per prob. 1*

Demonſtrabitur vt *Probl. 4. cap. 15.*

PRO-

Digitized by Google

GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

LIBER III.

DE CORPORE

Corporum menſura eſt cubus alicuius notæ menſuræ linearis, vt pollicis, palmi, pedis &c. Recta AB Fig. 3. repræſentet longitudinem vnius pedis, ſupra quam deſcriptum ſit quadratum, ſiue pes quadratus ABC. Cubus AOCB ſupra hoc quadratum deſcriptus, eſt cubus vnius pedis, ſiue pes cubicus, cuius nimirum & longitudo AB, & latitudo BC, & altitudo BO, vnius omnes ſunt pedis. Atque idem de aliis menſuris intellige. Porro cubi ac cæterorum corporum definitiones vide ante librum 11 ac 12 elem. Geometriæ.

CAPVT XVII.

Dimenſio corporum planis ſuperficiebus comprehenſorum.

PROBLEMA I.

Soliditatem parallelepipedi recti inuenire.

Parallelepipedum rectum producitur ex baſi in altitudinem ductâ, ſiue (quod idem eſt) ex multiplicatione trium laterum angulum ſolidum continentium. Fig. 1. 2. 4.

Porro baſis ad arbitrium eſt quodlibet vnum è planis ſex, quæ parallelepipedum continent, ex. gr. planum ABCD; altitudo autem eſt perpendicularis inter baſim ABCD, & planum oppoſitum NEF extenſa, quæ in parallepipedo recto eſt ipſum latus eius BF.

Metire igitur tria latera AB, CB, FB, angulum ſolidum continentia. Ex his duo quælibet, ex.gr. AB, CB inter ſe multiplica. Producetur (a) numerus quadratorum (ex.gr. pedum) quibus baſis AC æqualis eſt. Quo deinde per numerum altitudinis, ſeu lateris tertij BF multiplicato, proueniet numerus cuborum, quibus parallelepipedum AE æquale eſt. Fig. 1. 2. 4. a *per probl. 1. c. 11.*

Quod ſi parallelepipedum ſit cubus, vno latere noto, eius ſoliditas innoteſcit. Nam latere AB in ſe ducto habetur (b) eius quadrata baſis AC: quâ rurſum ductâ in BF altitudinem, quæ ipſi AB æqualis eſt (cubi enim omnia latera æqualia ſunt) habetur ſoliditas cubi dati AE. Fig. 4. b *per eand.*

Exempl. 1. Eſto BC pedum 3, BA, 5; BF, 3. Latera BC, 3, & BA, 5, per inuicem multiplicata producunt 15 pedes quadratos pro areâ baſeos AC: quâ rurſum ductâ in BF 3, proueniunt 45 pedes cubici, quibus parallelepipedum AE æquale eſt. Fig. 1. 2.

Exemplum 2, pro cubo, latus AB repertum ſit 3 pedum: hoc in ſe ductum exhibet 9 pedes quadratos pro quadratâ baſi AC: quæ rurſum ducta in 3, producit 27 pedes cubicos pro ſoliditate cubi AE. Fig. 4.

Demonſtr. Intelligatur baſis ADCB, moueri verſus NEF, eâ lege, vt ſemper maneat ſibi ipſi paral- Fig. 1. 2. 4.

parallela, & lateris BC extremitates rectas CE, BF non excedant. Quando baſis ADCB abſoluerit vnum pedem BG, liquet ſingula eius quadrata, ſeu pedes quadratos, produxiſſe vnum cubum, ſiue vnum pedum cubicum. Rurſum vbi abſoluerit pedem ſecundum GK ſinguli baſeos pedes quadrati produxerunt cubicum pedem vnum: & ſic deinceps per reliquos pedes lateris BF procedendo. Ergo quando baſis peruenerit in NEF, hoc eſt quando totum parallelepipedum deſcripſerit, manifeſtum eſt ipſam tot pariter produxiſſe pedes cubicos quantus eſt numerus qui fit ex quadratis pedibus baſeos multiplicatis per pedes altitudinis BF: ac proinde ex multiplicatione dictâ, vera parallelepipedi quantitas innoteſcit. Quod erat demonſtr.

Corollaria.

I. Quando conclauia, cubicula, aulæ, plerumque parallelepipeda ſunt, eorum capacitas ex hoc problemate nullo negotio reperitur.

II. Quia numerus cuborum ſoliditatem conficientium producitur ex multiplicatione duplicatâ, hinc fit, vt is enormiter excedat numeros laterum, ex quorum multiplicatione gignitur, adeoque ingentem plerumque admirationem moueat harum rerum inexpertis. Si enim numerus quadratorum ſuperficiem conſtituens, qui multiplicatione vnicâ laterum gignitur, tantopere excedat ipſorum numeros laterum, vt oſtenſum eſt in corollarijs *prob.* 1. *cap.* 11. quantùm excedat neceſſe eſt numerus ſoliditatem efficiens, quando is ex ſuperficie rurſum in latus ducta procreatur. Specimen eius rei dabit milliare cubicum vnius horæ.

Milliare quod vnâ horâ commodè abſoluitur complectitur pedes Rhynlandicos 18000. Hi in ſe ducti producunt quadratos pedes 324000000, qui conſtituunt quadratum vnius horæ milliare. Hoc rurſum per 18000 multiplicatum, producit pedes cubicos 5832, 000 000, 000, hoc eſt pedum cubicorum quinque milliones millionum, & octingenta triginta duo millia millionum. Ex quo iam facilè lector perſpiciet, formidabilem illum carcerem quem in terræ viſceribus puniendis ſceleribus impiorum Diuina Iuſtitia conſtituit, exiguam omnino terreni orbis portiunculam eſſe poſſe: nam ſpatium cubicum, cuius latus, aut ſphæricum, cuius diameter duo vel tria milliaria non excedat, abunde illi ſufficere, aſſumpto hominum numero multò maiore, quàm futurus eſt, facilè ex iam dictis oſtendi poteſt.

Quod ſi tantus eſt numerus pedum cubicorum, qui vno milliario continentur, quantus erit arenarum cubicum vnum milliare componentium! Si verò is numerus propè inæſtimabilis videatur, quis demum animo comprebendat numerum arenarum, quem terræ globus vniuerſus complectitur! Demonſtrauit nihilominus Archimedes hunc numerum & ſcribi breuiter & facilè enunciari poſſe. Nos quoque *Arithm. practicæ lib.* 5. *cap.* 4. *theor.* 20. deductione breuiſſimâ demonſtrauimus eum longè minorem eſſe eo numero, qui conſtat vnitate & cifris 37.

III. Offertur murus quiſpiam, & quæſtio eſt, quot lateres eum conſtituant.

Explora quot lateres ſecundum longitudinem ſuam diſpoſiti expleant longitudinem muri. Deinde quot lateres ſecundum ſuam latitudinem diſpoſiti, expleant muri latitudinem. Numeri reperti inter ſe multiplicari, dabunt lateres qui baſim muri conſtituunt, vt patet ex *prob.* 1. *cap.* 11, perinde enim eſt, ſiue æqualia rectangula, ſiue quadrata æqualia ad menſuram adhibeas. Inquire tandem quot lateres ſupra inuicem poſiti expleant muri altitudinem. Numerus baſis ſupra repertus, ductus in numerum altitudinis, dabit numerum laterum qui murum totum conſtituunt.

Quod ſi murus extruendus ſit longitudine, latitudine, & altitudine datis, & quæſtio ſit, quot lateres requirantur: proceſſus erit idem qui ſupra, ſed habenda erit ratio ſpatij à calce lateribus intermixtâ occupandi.

Lemma.

Altitudinem ſolidi habentis duo parallela plana, item pyramidis & coni, metiri mechanicè.

Si ſolidum ſit erectum, planum parallelum ſuperius producatur, imo & inferius, niſi ſolo æquabili inſiſtat. Tum è plano ſuperiori ad inferius, ſiue baſeos, perpendiculum demitte, cuius longitudinem metire aliquâ menſurâ. Ea enim eſt altitudo ſolidi quæſita.

Si ſolidum iaceat in terrâ, inter vtrumque parallelum planum productum funem aut perticam perpendiculariter normæ adminiculo extende, eiuſque longitudinem metire vt prius.

Eadem operatio conueniet pyramidi, ſi vertici planum baſi parallelum impoſueris.

PRO-

PROBLEMA II.

Soliditatem priſmatis a cuiuſcumque inuenire. a vide def. 12.11.

PRiſmatis ſoliditas producitur ex baſi ductâ in altitudinem.
Eſt autem baſis alterutrum è parallelis planis; quæ quoniam eſſe poſſint figuræ qualibet rectilineæ, etiam priſmatum ſpecies innumeræ ſunt. Altitudo, eſt perpendicularis vtraque parallela plana tangens. Si priſma rectum eſt, latus ipſum (BF) altitudo eſt. Fig. 5. 6. 7.

Fac igitur a notam priſmatis altitudinem in aliquâ menſurâ. Deinde, vt *cap.* 11 traditum eſt, vbi omnis generis figuræ rectilineæ menſurantur, vnam ex baſibus EFGHK notam redde in quadratis eiuſdem menſuræ, quâ altitudinem feciſti notam. Numerus quadratorum baſis, ductus in numerum altitudinis, dabit numerum cuborum eiuſdem menſuræ, quibus datum priſma æquale eſt. Fig. 7. Fig. 7. a per lem.

Exemplum. Altitudo BF reperta ſit pedum 10: baſis verò per *cap.* 11 menſurata, contineat pedes quadratos 200. baſis 200 ducta in altitudinem 10 facit 2000. Igitur priſma continet pedes cubicos 2000.

Demonſtr. Super rectangulo, quod baſi EFGHKI æquale ſit, intelligatur erigi parallelepipedum rectum eiuſdem altitudinis cum priſmate KC. Erit hoc priſmati b æquale, Atqui parallepipedum iſtud producitur ex baſi ſuâ ductâ in ſuam altitudinem; hoc eſt c ex priſmatis baſe EFGHKI in altitudinem priſmatis. Ergo etiam priſma KC producitur ex baſi EFGHKI in altitudinem priſmatis. Quod erat demonſtr. b per cor. 1. p. 9. 12. c per conſtr.

PROBLEMA III.

Cuiuſcumque pyramidis quantitatem inuenire.

SOliditas pyramidis a cuiuſcumque habetur ex baſi ductâ in tertiam partem altitudinis. a vide defin 112.
Altitudo pyramidis eſt perperdicularis AO à vertice in baſim demiſſa. Quia porro baſis eſſe poteſt qualibet figura rectilinea, innumeræ ſunt etiam pyramidum ſpecies. Fig. 10. 9. 8.

Metire igitur a menſurâ aliquâ pyramidis altitudinem. Explora deinde b quot eiuſdem menſuræ quadrata baſis BCDE contineat. Numerus baſeos ductus in trientem numeri altitudinis, aut altitudo tota in baſis trientem, dabit cubos eiuſdem menſuræ, quibus data pyramis æqualis eſt. Fig. 9. Fig. 10. 9. 8. a per lem.

Exemplum. Altitudo pyramidis reperta ſit pedum 90; baſis verò pedum quadratorum 10000, contineat. Triens altitudinis 90 eſt 30; quæ ducta in baſim 10000 efficiunt 300000 pedum cubicorum, quibus pyramis data æqualis eſt. b per aliquod prob. cap. 11.

Demonſtr. Concipiatur ſuper baſi BCDE pyramidis priſma æquè altum, atque pyramis. Erit pyramis tertia o pars huius priſmatis. Atqui ſoliditas p priſmatis prouenit ex altitudine totâ ductâ in baſim. Ergo pyramidis ſoliditas proueniet ex tertiâ altitudinis parte in baſim ductâ, aut ex totâ altitudine in baſeos trientem. Quod erat demonſtrandum. o per 7. 12. p per præc.

PROBLEMA IV.

Quinque corporum regularium ſoliditatem inueſtigare.

COrpus regulare, ſeu ordinatum eſt, quod planis æqualibus & ſimilibus continetur. Talia ſunt quinque tetraëdrum, hexaëdrum, ſiue cubus, octaëdrum, dodecaëdrum, icoſaëdrum. Præter hæc aliud poſſibile non eſt, vt oſtenſum ad *prop.* 21. *lib.* 11.

Tetraëdum, ſiue pyramis ordinata, continetur 4 æqualibus æquilateris triangulis. Latera habet 6, & angulos ſolidos quatuor, quorum ſinguli conſtant tribus angulis trianguli æquilateri

Hexaëdrum, ſiue cubus, continetur ſex æqualibus quadratis. Latera habet 12, & ſolidos angulos 8; quorum ſinguli conſtant tribus rectis.

Octaëdrum continetur æqualibus triangulis æquilateris 8. Latera habet 12, ſolidos angulos 6, quorum ſinguli conſtant tribus æquil. trianguli angulis. Exhibetur figurâ 11.

Dodecaëdrum 12 continetur æqualibus pentagonis ordinatis. Latera habet 30, & ſoli-

tis ſoliditas prouenit [c] ex ſuâ baſi ductâ in ſuam altitudinem, hoc eſt per conſtr. ex baſi A- *c per prob. 2*
BCO in altitudinem DF. Ergo etiam cylindri ſoliditas prouenit ex baſi ABCO ductâ in altitudinem DF. Quod erat demonſtr.

Alia cylindri recti dimenſio facilior.

Metire latus [a] AE, & radium baſis AN: ea in ſe inuicem ducta dabunt aream [b] rectanguli AM. Tum ex SN, radij AN ſemiſſe, tamquam radio elice peripheriam [c] illi debitam. Area rectanguli ducta in hanc peripheriam dabit cubos, quibus cylindrus æqualis eſt. *Fig. 12. a per lem. b per prob. 1. cap. 11.*

Demonſtratio patet ex *prop. 2. lib. 3. cyl. & Annular. eiuſque corollario*, vbi demonſtraui cylindrum æquari parallelepipedo, cuius baſis eſt rectangulum NE, quod cylindrum genuit, altitudo autem par peripheriæ, cuius radius eſt SN radij AN ſemiſſis. Quare manifeſta ſunt reliqua ex *probl. 1. cap. 17.* *c per prob. 3. cap. 12.*

PROBLEMA II.

Curuam cylindri circularis recti ſuperficiem metiri.

CYlindrica ſuperficies producitur ex circumferentiâ baſis ductâ in altitudinem. *Fig. 12.*

Regula tantum pertinet ad cylindrum ſtrictè dictum, & quidem rectum.

Metire igitur diametrum AC, baſis cylindri; ex quâ reperi [a] circumferentiam baſis. Tum menſurâ eâdem metire [b] altitudinem CD. Hæc in circumferentiam ducta exhibebit eiuſdem menſuræ quadrata, quibus cylindri curua ſuperficies (demptis nempe baſibus, quæ duo circuli ſunt) æqualis eſt. *a per prob. 4. cap. 12. b per lem. prob. 2. c. 17*

Exemplum. Baſis diameter AC reperta ſit pedum 10. Ex hac reperitur circumferentia pedum $31\frac{47}{113}$. Altitudo reperta ſit pedum 20. Hæc ducta in circumferentiam $31\frac{47}{113}$ dabit pedes quadratos $628\frac{36}{113}$ pro ſuperficie cylindri, demptis baſibus.

Demonſtr. Curua cylindri recti ſuperficies æqualis eſt rectangulo, [d] cuius baſis eſt circumferentia, altitudo autem eadem quæ cylindri. Atqui huius area producitur ex eâ baſi in eam altitudinem. Ergo & cylindri ſuperficies. Quod erat demonſtrandum. *d demonſtraui lib. 2 Cyl. & Annul prop. 4. Item in ſelectis ex Arch. p. 11. cor. 1.*

Nondum inuenta eſt ratio metiendi ſuperficiem cylindri ſcaleni, multò minùs elliptici & aliorum.

PROBLEMA III.

Trunci (ABCED) à cylindro circulari recto obliquè abſciſſi, tam ſoliditatem, quàm ſuperficiem metiri.

IN Minimum trunci latus BC productum ex maximi lateris AD extremitate, deſigna perpendicularem DF. Tum FC ſeca biſariam in G; & ſit cylindrus rectus ABGEK. Huius metire ſoliditatem per *probl.* 1; ſuperficiem pro *probl.* 2; & quæſito ſatisfeceris. *Fig. 14.*

Demonſtr. Fruſtum KOED æquale eſt fruſto COEG. Addito igitur communi fruſto KOECBA, ſit truncus DECBA, æqualis cylindro ABGK. Vna igitur vtriuſque demenſio eſt. Pari modo ſuperficies cylindricæ KDE & CGE æquales ſunt. Quare adiectâ vtrimque KECBA ſuperficie, æquales proueniunt ſuperficies DECBA & KEGBA. Vna igitur vtriuſque dimenſio eſt.

PROBLEMA IV.

Coni [a] ſoliditatem inuenire. *a vide defin 2. 12.*

COnus producitur ex baſi ductâ in trientem altitudinis. *Fig. 15. 16.*

Metire igitur aliquo genere menſuræ coni altitudinem [a] AE, & baſis diametrum BC. Tum ex notâ diametro reperi quot [b] eiuſdem menſuræ quadrata baſis BDCO contineat. Hæc ducta in altitudinis trientem dabit cubos menſuræ eiuſdem, quibus conus BDAC æqualis eſt. *a per lem. ante 1. c. 17 b per prob. 4 cap. 12.*

Exempl. Ex notâ BC diametro baſis reperta ſit ipſa baſis continere pedes quadratos 100. ſit verò altitudo AE inuenta pedum 12: huius triens eſt 4, quo ducto in baſim 100. pro-

ueniunt 400 pedes cubici, quibus conus datus BADC æqualis eſt.

Demonſtr. Intelligatur ſuper eâdem baſi B CO, & altitudine AE erectus eſſe cylindrus

d *per* 10.12 BF. Hic coni BADC triplus [d] eſt. Atqui cylindrus BF producitur ex baſi BDCO ductâ in altitudinem totam AE. Ergo conus BADC producitur ex eâdem baſi ductâ in altitudinis AE trientem. Quod erat demonſtr.

Alia coni recti dimenſio facilior.

Fig. 15. Axem coni duc in ſemiſſem radij FB: proueniet area trianguli [a] BEA, quod conum genuit. Tum ex triente radij BE, tamquam radio, elice peripheriam [b] illi debitam: in quam ducta trianguli area dabit cubos, quibus conus BACD æqualis eſt.

a *per prob.* 4.*cap.* 11.
b *per prob.* 3.*cap.* 12
c *Archim*
d *per cor.* 1. *p.* 4.*l.* 6.

Demonſtr. Biſeca EB in N, & iunge AN, cuius triens eſto NQ. Erit [c] punctum Q, centrum grauitatis trianguli BAE. Ex Q duc QP parallelam ad NE. vt AQ ad AN, [d] ſic QP eſt ad NE. Sed AQ eſt duæ tertiæ ipſius AN. Ergo etiam QP eſt duæ terræ ipſius NE, ac prode vna tertia eius duplæ BE. Ergo peripheriæ a grauitatis centro Q deſcriptæ, radius QP eſt triens ipſius BE. Ergo peripheria centri grauit, Q, rectè eſt inuenta. Atqui ſoliditas coni BACD producitur ex triangulo BAE ducto [e] in peripheriam centri grauitatis Q. Ergo coni BACD ſoliditas nota eſt. Quod erat demonſtr.

e *per* 2 *par tem prob.* 18. *cap.* 18.

PROBLEMA V.

Curuam coni recti ſuperficiem metiri.

Fig. 15. OMnis coni recti curua ſuperficies producitur ex circumferentiâ baſis ductâ in ſemiſſem lateris coni.

a *per prob.* 4.*cap.* 12.

Metire igitur aliquo genere menſuræ coni latus AB, & baſis diametrum BC; ex quâ eodem genere menſuræ inueni circumferentiam [a] BDCO. Ea in lateris BA ſemiſſem ducta dabit quadrata eiuſdem menſuræ, quibus conica ſuperficies æqualis eſt.

Exempl. Ex notâ per menſuram baſis diametro BC reperta ſit circumferentia BCDO 150. pedum. Latus verò AB inuentum ſit pedum 12. Circumferentia 150 ducta in ſemiſſem lateris 6 efficit pedes quadratos 900, quibus æquatur data ſuperficies conica.

b *Demonſtrauimus in ſelectis ex Archim. p* 11 *cor* 1 *item Cyl & annul l.* 2.*p.*2
c *per prob.* 4.*cap.* 11.

Demonſtr. Curua ſuperficies coni recti eſt æqualis triangulo, [b] cuius baſis eſt circumferentia baſis coni, altitudo autem latus coni. Atqui hoc triangulum producitur [c] ex ſuâ baſi (nempe baſis circumferentiâ) in ſemiſſem altitudinis (nempe lateris coni). Ergo & coni ſuperficies curua producitur ex circumferentiâ baſis in lateris ſemiſſem. Quod erat demonſtrandum.

Superficies cylindricam & conicam ad circulum reductas, & inſignes vtriuſque proprietates vide in ſelectis noſtris ex Archimede theorematis prop. 11, 12, 13, 14 *& corollarijs earumdem.*

Quod attinet ad ſuperficiem coni ſcaleni, nondum reperta eſt ratio, quâ reuocari ad menſuram poſſit.

PROBLEMA VI.

Fig. 17.

Trunci conici duobus parallelis circulis (AL, EQ) intercepti ſoliditatem inuenire.

ALtitudo trunci ſit ON, circulorum diametri CD, AF. Metire aliquo genere menſuræ ON, AF, CD. Tum vt differentia diametrorum AF, CD ad minorem diametrum, ita trunci altitudo NO fiat ad aliud. Iſtud exhibebit OB altitudinem coni CEBD, qui trunco deeſt. Hanc adde altitudini trunci NO; & habebis NB altitudinem coni totius AGBF Metire igitur per modum 2. problematis 4 (is enim facilior) tam conum AGBF, quàm conum CEBD, & hunc ab illo ſubtrahe. Reſiduum dabit ſoliditatem trunci quæſitam.

Exempl. altitudo trunci NO eſto pedum 10, diameter maior AF, 14, minor CD, 12: harum ergo differentia eſt pedum 2. Fiat per regulam Trium vt differētia 2 ad minorem diametrum CD 12, ita trunci altitudo NO 10 ad alium numerum. Dabit is altitudinem ignotam OB 60 pedum, cui ſi addas NO 10, fit tota altitudo incognita NB pedum 70. His ita inuentis per prob. 4 reperiatur ſoliditas coni AGBF pedum cubicorum & coni CBED. Minorem ſubtrahe à maiori: remanent pedes cubici, quibus truncus conicus æqualis eſt.

Demon-

Demonſtr. Ducatur DP parallela lateri CA, eritque CD par ipſi AP, ac proinde diametrorum AF, CD differentia eſt FP. Per 2.6. FP eſt ad PA, (hoc eſt ad DC), vt FD ad DB. Atqui rurſum per 2.6. FD eſt ad DB vt NO ad OB. Ergo FP eſt ad AP, ſeu CD, vt NO ad OB. Ritè ergo inuenta fuit OB. Cætera demonſtratio ex conſtructione patet.

Corollarium

Ex hoc Problemate habetur dimenſio doliorum, quæ componuntur plerumque ex duobus truncis conicis ABDC, ABFE, baſi communi AGBO ex aduerſo inſiſtentibus. De his agam vberiùs *cap.* 19. Hic ſolùm moneo, vt liquoris dolio contenti quantitas habeatur à diametris AB, CD, & latere AC, deducendam eſſe aſſerum craſſitiem, antequam operatio in Problemate præſcripta inſtituatur. *Fig.* 18.

Corollarium 2.

Dimenſio ſuperficiei conicæ inter duos parallelos circulos GL, EQ conſtitutę habetur ex *Corollario prop.* 3. *lib.* 2. *Cylind. & Annularium*, vbi oſtendi eam æqualem eſſe rectangulo ſub AC trunci latere, & ſemiſſe peripheriarum AGFL, CEDQ comprehenſo. *Fig.* 17.

Accedimus deinceps ad corporis omnium perfectiſſimi, ſphæræ videlicet dimenſionem; quam totam Archimedis ingenio debemus. Huius ſelecta de ſphærâ & Cylindro theoremata faciliori methodo demonſtrata Elementis Geometriæ ſubnexui.

PROBLEMA VII.

Datæ ſphæræ diametrum metiri.

QVouis puncto A, in ſuperficie ſphæricâ aſſumpto, eo tanquam polo deſcribe in ſuperficie ſphæricâ circumferentiam BECD; culus diametrum metire hunc in modum. *Fig.* 19. 20

In circumferentiâ deſigna tria puncta vtcumque, E, B, D. Tria horum interualla EB, BD, DE circino accepta tranſcribe in chartam aut æquam terræ ſuperficiem, ex iiſque conſtrue [a] triangulum KIL. Per tria puncta K, I, L deſcribe [b] circulum, eiuſque diametrum IM; quam metire. Erit enim circulus KILM æqualis circulo BECD, vt patet; adeoque diameter IM, par diametro BC intra ſphæram latenti. a per 22.1. b per 5.4.

Accipiatur deinde circino interuallum AB, diſtantia nimirum poli à circumferentiâ BECD, atque eo latere fiat ſupra iam inuentam IM triangulum æquicrure INM: & per tria puncta I, N, M [c] deſcribe circulum INMP, eiuſque diametrum NP; quam metire. Ea enim ſphæræ diametro æqualis erit. c per eand.

Demonſtr. Circuli BECD diameter eſto BC, ducanturque AB, AC. Quoniam A polus eſt circuli BECD, triangulum BAC rectum eſt circulo BECD. Quare ſi per illud ſphæra ſecetur, ſectio ACFB erit circulus maximus, eiuſque diameter erit diameter ſphæræ. Atqui circulus NMPI, circulo ACFB æqualis eſt; triangulum enim INM cui circulus NMPI eſt circumſcriptus, æquilaterum eſt triangulo BAC, cui circulus ACFB circumſcribitur. Nam IM oſtenſa eſt par BC, & per conſtr. IN, MN, æquales ſunt ipſis BA, CA. Ergo etiam diameter circuli NMPI, diametro circuli ACFB, adeoque & ſphæræ diametro, æqualis eſt, vna igitur eſt vtriuſque dimenſio. Quod erat demonſtrandum.

Interualla punctorum in ſuperficie ſphæræ accipiuntur circino, cuius crura ſunt inflexa, ſeu incurua, eodemque circuli in ſphæricâ ſuperficie deſcribuntur.

PROBLEMA VIII.

Sphæricæ ſuperficie dimenſio.

MEtire diametrum ſphæræ, ex quâ [a] elice circumferentiam, vtriuſque ſemiſſes per inuicem multiplicatæ dabunt [b] aream maximi ſphæræ circuli: quæ quater ſumpta ipſam ſphæræ ſuperficiem dabit. a per probl. 3. cap. 12. b per probl. 4. cap. 12.

Nobiliſſimum quippe Archimedis theorema eſt, omnis ſphæræ ſuperficiem eſſe quadruplam maximi circuli; cuius demonſtrationem reperiet lector in *ſelectis ex Archim. prop.* 24.

Exempl. Sphæræ diameter reperta ſit pedum 3. Ex hac elicitur circumſerentia pedum $9\frac{48}{113}$. Diameter 3, & circumferentia $9\frac{48}{113}$ inter ſe multiplicatæ, efficiunt pedes quadratos $28\frac{31}{113}$. Huius producti ſemiſſis, nimirum pedes quadrati $14\frac{31}{226}$ conficiunt aream maximi circuli. Hæc quater ſumpta facit quadratos pedes $65\frac{124}{226}$, quibus ſphærica ſuperficies æqualis eſt.

Ad inueniendam aream maximi circuli quoniam perinde eſt, ſiue ſemiſſes diametri & circumferentiæ inter ſe multiplices; ſiue totas, modò producti ſumas dimidium, ea ex duabus via tenenda, quâ fractiones euitantur. Idem in triangulo, pyramide, cono, aliiſque vſui venit.

Aliter & facilius.

Multiplica diametrum ſphæræ per circumferentiam, productum ipſa erit ſphæræ ſuperficies.

Demonſt. productum ex diametro & circumferentiâ quadruplum eſt producti ex ſemidiametro, & ſemicircumferentiâ, hoc eſt maximi ſphæræ circuli. Arqui etiam ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt maximi circuli. Ergo productum ex diametro & circumferentiâ, ſuperficiei ſphæræ æquale eſt. Quod erat demonſt.

PROBLEMA IX.

Superficiei ſphæricæ ſegmenta, datis ſegmentis axeos, metiri.

Fig. 21. SEgmenta ſuperficiei ſphæricæ parallelis circulis (EHF, BGC) diuiſæ, eam habent rationem ad totam ſphæræ ſuperficiem, quam axis ſegmenta, hoc eſt eorum altitudines, ad axem totum. Demonſtrationem vide *prop.* 27. *ſelect. ex Archimede.*

Hinc in promptu eſt ſegmentorum ſphæricæ ſuperficiei dimenſio. Oporteat metiri ſegmentum EHDF, cuius axis PD notus ſit in partibus axis totius AD. Metire totam ſphæræ [d] ſuperficiem. Deinde fiat vt axis AD, ad ſegmentum axis PD, ita ſphæræ ſuperficies tota ad aliud; erit hoc, ipſum EHDF ſegmentum quæſitum.

[d] *præced.*

Eodem modo menſurabitur ſegmentum ſuperficiei inter duos parallelos circulos BGC, EHF interceptæ.

Quod ſi ſegmentum BEFC non exiſteret inter circulos parallelos, tunc metire, vt iam tradidi, tam ſegmentum BDC, quàm ſegmentum EDF. Maius aufer à minore. Reſiduum dabit ſegmentum quæſitum.

PROBLEMA X.

Dimenſio ſphæræ.

OMnis ſphæra producitur ex ſuperficie ſphæricâ ductâ in ſextantem diametri, ſeu trientem ſemidiametri.

Exemplum. Per *Problema* 8, reperta ſit ſphæræ ſuperficies pedum quadratorum $452\frac{44}{113}$ ex diametro pedum 12: huius ſextans ſunt pedes 2; per quos multiplicata ſuperficies $452\frac{44}{113}$ producit pedes cubicos $904\frac{88}{113}$, pro ſoliditate ſphæræ datæ.

Demonſtratio pendet ex nobiliſſimo Archimedis theoremate, cuius demonſtrationem intellectu perfacilem dedi *prop.* 38. *ſelect. ex Archimede.* Eſt autem tale: omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis par eſt ſuperficiei ſphæræ, altitudo autem radius ſphæræ. Ex *hoc* igitur *theoremate, & Problemate* 4. res patet.

PROBLEMA XI.

Sectorem [a] ſphæræ (ACBD) metiri.

[a] *vide def.* 1 *ante ſelecta ex Archim.*

Fig. 22. SEctor ſphæræ producitur ex ſuâ ſphæricâ ſuperficie, ductâ in trientem radij ſphæræ.

Metire igitur ſuperficiei ſphæricæ ſegmentum CBD, eiuſque ex. gr. pedes quadratos duc in trientem radij AB. Prouenient pedes cubici, quibus ſector æqualis eſt. Eadem eſt ſectoris ACED dimenſio.

Demonſt.

Demonſtr. Archimedeum eſt theorema ſphæræ ſectorem æquari cono, cuius baſis eſt ſphærica ſectoris ſuperficies, altitudo autem radius ſphæræ: cuius demonſtrationem vide in *ſelectis ex Arch. prop.* 29. Atqui hic conus fit [b] ex triente altitudinis in baſim. Ergo & ſector &c. b *per probl.* 4.

PROBLEMA XII.

Sphæræ ſegmenta, datâ eorum altitudine, metiri.

SEcta ſit ſphæra circulo CQD in duo ſegmenta QCBD, QCED, quæ metiri oporteat. *Fig.* 23.
Diameter ad circulum CQD recta, ſit BOE, ac proinde ſegmentorum altitudines ſint OB, OE. Quoniam minor ſphæricus ſector ACBD componitur ex cono CAD, & ſegmento QCBD, maior verò eodem cono exceditur à ſegmento maiore; metire primò [d] ſectores, deinde [e] conum: qui ablatus à ſectore minori, relinquit ſegmentum QCBD; additus verò ſectori maiori, exhibet ſegmentum CEDQ. d *per præc.* e *per probl.* 4

Diameter circuli CQD, ad dimenſionem coni QCAD neceſſaria, reperitur ſub initium *Problematis* 7. Coni autem altitudo OA etiam nota eſt; quia ſemidiameter tota BA reperta eſt *Probl.* 7. & BO datur, ergo & reliqua OA nota eſt.

Detur deinde ſegmentum ſphæræ inter duos circulos CQD, FRG (ſiue paralleli ij ſint, ſiue non) interiectum. Metire ſegmenta vtraque RFBG, QCBD. Minus aufer à maiori. Reſiduum dabit ſegmentum RFCQDG.

Aliter.

Metiri oporteat ſegmenta QCBD, QCED. Vt OE ad radium AE, ita fiat OB ad aliam BK. Conus ex baſe CQD, & altitudine OBK, æqualis eſt [a] ſegmento QCBD. Hunc igitur conum metire. a *per prop.* 31. *ſelectorum noſtr. ex Archim.*

Pari modo vt OB ad radium, ita fiat OE ad aliam Z. Conus ex baſi CQD, & altitudine conſtante duabus rectis OE, & Z, æquatur [b] ſegmento QCED. Quare hoc per *Probl.* 4, menſurato, habetur ſegmenti ſoliditas. b *per eand.*

Hæc praxis breuior eſt præcedenti.

Corollarium.

Ex hoc Problemate habetur dimenſio vaſorum ſphæricorum: ea enim ſunt ſphæræ ſegmenta, ſed inania.

Eſto vas ſphæricum QBDC: ad opus dimenſionis eius nota eſſe debent diameter orificij BQCE, altitudo vaſis, & diameter ſphæræ, cuius vas eſt ſegmentum: quæ nota facies hunc in modum.

Bacillo ſeu funiculo ſubtende arcum aliquem EBF, & biſeca tam arcum, quàm ſubtenſam, in punctis B & G, per quæ extenſa recta funiculi ductu vel regulæ, eſt diameter [o] circuli ECQB, quam metire. o *patet ex* 30. & 1. *lib.* 3.

Deinde BC diametrum iam inuentam biſeca in A, & ex A demitte perpendiculum donec fundum baſis contingat in D. Erit AD vaſis altitudo, quam metire.

Denique fiat vt DA iam nota ad radium AB etiam notum, ita hic idem ad aliud. Hoc erit notum, & æquale [p] rectæ AH, quæ cum DA diametrum ſphæræ conſtituet. Cùm igitur DA, & AH ſint notæ etiam diameter tota erit nota. p *per corol.* 13. 6.

His ſic inuentis, vas ipſum metiere, vt in Problemate præſcriptum fuit.

PROBLEMA XIII.

Sphæroïdis tam longæ quàm latæ dimenſio.

S*Phæroïs longa eſt quæ fit ab ellipſi circa maiorem axem circumactâ: lata ſphæroïs eſt, quæ fit ab eâdem ellipſi circa minorem axem reuolutâ.* *Fig.* 25.

Omnis ſphæroïdeos ſoliditas producitur à maximo eius circulo OBDC, ducto in duos trientes illius axis, circa quem producta eſt ſphærois. a *vide lem. ante probl.* 2. *cap.* 17.

Metire igitur mechanicè [a] axes AE, BC; & ex BC elice [b] aream circuli maximi OBDC. Hæc ducta in duos trientes axis AE, circa quem ſphæroïs producta eſt, dabit ſoliditatem ſpæroïdis quæſitam. b *per probl.* 4. *cap.* 12.

Digitized by Google

Demonſtr. Intelligantur duo coni DBAC, DBEC inſcripti eſſe ſphæroidi. Demonſtraui *lib.1.Cylind. & Annul. prop.25*, ſphæroidem huius rhombi conici eſſe duplam. Conus autem

c per probl. 4.cap.18.

BAC fit ex c baſi OBDC ductâ in trientem altitudinis AO, quæ eſt ſemiſſis axeos AE, vterque ergo (ſunt enim æquales) totus nempe rhombus, fit ex baſi OBDC ductâ in trientes duos ſemiaxeos, hoc eſt in trientem vnum axis totius AE. Ergo ſoliditas horum dupla, ipſius nempe ſphæroideos, fit ex eodem circulo OBDC ducto in duos trientes axeos AE. Quod erat demonſtrandum.

PROBLEMA XIV.

Fig.26.

Sphæroïdeos ſegmenta (BFACE, BDGCE) circulo ad axem (AD) recto ſecta, metiri.

a per probl. 4.cap.18.

INtelligantur ſegmentis inſcripti eſſe coni EBAC, EBDC; axis autem AD biſectus ſit in N. Inuentis mechanicè altitudinibus QD, QA, & diametro BC, metire a conos BAC, BDC. Tum fiat vt QD ad ſummam rectarum ND, QD, ita numerus cuborum coni EBAC ad alium numerum: dabit hic cubos ſegmenti BFACE.

Et ſi fiat vt QA ad ſummam rectarum NA, QA, ita numerus cuborum coni EBDC ad alium numerum: dabit ille cubos ſegmenti EBDGC.

Demonſtratio patet ex *Archim. lib. de ſphæroïd. & conoid. prop.31*, ubi demonſtrat conum BACE eſſe ad ſegmentum BFACE vt QD ad ſummam rectarum ND, QD, & conum BDCE eſſe ad ſegmentum BDGCE, vt QA ad ſummam rectarum NA, QA.

PROBLEMA XV.

Fig. 27.

Truncum ſphæroïdeos circulis ad axem rectis (CSF, HVG) vtrimque terminatum, metiri.

a vide lem. ante probl. 2 cap.17.
o Clauius l.1. Aſtrol. in ſchol. lem.50.

MEtire axem AD, & diametros CF, HG, nec non trunci axem alterum OP, adeoque eius ſemiſſes OQ, PQ omnia a mechanicè. Axem verò alterum IK ſphæroidis totius, cuius truncus datur, ita reperies. Centro C interuallo ſemiaxis dati AQ deſcribe arcum, qui OQ ſecet in N. Ex C per N ducatur recta occurrens axi AD in M. Erit recta o CM par ſemiſſi axis quæſiti IK. Hæc verò effici vt poſſint, rectæ OQ, CO, AQ deſcribendæ prius ſunt in æquâ ſuperficie ſeruatis ad O & Q rectis angulis, ac tum quæ iam præſcripta ſunt, exequenda. Axem IK ſic inuentum, itidem metire. Quia ergo QK, QI axis ſemiſſes iam notæ ſunt, ſupra verò etiam QP, QO factæ ſunt notæ; etiam PK, SI notæ erunt.

b per probl. 13.
c per probl. 14.

Igitur ex diametro AD, & axe IK, elice ſoliditatem b ſphæroideos IABD; & ex diametro HG, ac altitudine PK c reperi ſoliditatem ſegmenti HKG; & ex diametro CF ac altitudine OI, ſoliditatem ſegmenti CIF. Tum aufer cubos ſegmentorum HKG, CIF, à cubis totius ſphæroidis; remanebunt cubi, quibus truncus FSCHVG æqualis eſt.

Corollarium.

Ex Problemate habetur dimenſio capacitatis eorum doliorum, quæ ad trunci ſphæroidici figuram accedunt. Sed in dimenſione mechanicâ linearum, craſſitudo aſſerum ab inuentis lineis ſubducenda eſt.

PROBLEMA XVI.

Conoïdis parabolicæ tam obtuſæ quàm acutæ dimenſio.

Fig. 28.

COnoïs parabolica obtuſa eſt quæ fit à ſemiparabola BAD circa axem (AD) reuolutâ: acuta verò quæ fit ab eâdem ſemiparabolâ circa ordinatim axi applicatam (BD) circumactâ.

Parabolica conois obtuſa (BACF) producitur ex baſi (BFCN) quæ circulus eſt, ductâ in ſemiſſem axis DA.

Conoïs

Conois parabolica acuta (ABEG) producitur ex baſi (DGAI) quæ etiam circulus eſt, ductâ in 8 decimas-quintas altitudinis DB.

Demonſtratio 1. partis patet ex noſtrâ *prop.31. lib.1. Cylind. & Annul.* vbi demonſtraui Cylindrum BK conoïdi parabolicæ obtuſæ BACF circumſcriptum, eſſe duplum conoidis. Quare cùm ª Cylindrus BK producatur ex baſi BFCN in altitudinem totam DA; eius ſemiſſis, nempe conois BACF, producetur ex baſe eâdem, in altitudinis eiuſdem DA, ſemiſſem. ª *per prob.1*

Quod ad 2^am partem attinet, non tradidit Archimedes quàm proportionem habeat conoïs parabolica acuta ad obtuſam, vel ad Cylindrum AL acutæ circumſcriptam. Quare ex eo dimenſio huius ſolidi non habetur. Nos ergo *prop.27. lib.5. Cylind. & Annul.* demonſtrauimus acutam eſſe ad obtuſam, vt baſis, ſiue ordinatim applicata BD eſt ad 16 decimasquintas axis DA; eandem verò acutam eſſe ad Cylindrum AL ſibi circumſcriptum, vt 8 ad 15: ex quo poſtremo manifeſta eſt ſecundæ partis demonſtratio.

PROBLEMA XVII.

Conoïdis hyperbolicæ obtuſæ dimenſio.

Obtuſa eſt quæ gignitur à ſemihyperbolâ (GFMH) circa axem (FH) reuolutâ: acuta verò, quæ gignitur ab eâdem ſemihyperbolâ circa ordinatim axi applicatam (GH) circumactâ. Fig.29.

Reperiatur ex conicis hyperbolæ datæ axis tranſuerſus, eiuſque ſemiſſis ſit X, quam metire, vti & axem HF, ac diametrum GI.

Demonſtratum eſt ab Archimede in libro de Conoid. & ſphæroïd. *prop.27*, conum maximum NGFI conoïdi hyperbolicæ obtuſæ NGMFI inſcriptum eſſe ad conoidem, vt compoſita ex axe HF, & duplâ X, ad compoſitam ex axe HF & triplâ X.

Quare ſi notus fiat ª conus NGFI, ac deinde fiat vt compoſita ex axe HF, & duplâ X, quæ nota eſt, ad compoſitam ex axe HF & triplâ X, quæ etiam nota eſt; ita conus NGFI, & ipſe notus, ad aliud; erit hoc ipſa conois quæſita, in cubis menſuræ aſſumptæ. ª *per prob.4*

Scholium.

Quam proportionem habeat conoïs hyperbolica acuta (FGK) ad conum ſibi inſcriptum, & ad conoidem hyperbolicam obtuſam (GFI) adhuc latet. Imo, quod admiratione dignum eſt, inuentâ hac proportione haberi quadraturam hyperbole oſtendi lib. 5. Cylind. & Annul. prop.45.

PROBLEMA XVIII.

Dimenſio corporum & ſuperficierum Annularium.

Annularia corpora, ſi quæ alia, affectiones habent planè admirabiles. De his atque vnà de Cylindricis, quatuor libros vulgaui anno 51: *quibus anno deinde* 59. *quintum adiunxi.*

Huiuſmodi ſolidorum duas quaſi claſſes, ſiue genera conſtituo. Primi generis ſunt, quæ fiunt ex quâcumque figurâ planâ (CKBF) axem aliquem (KF) habente, circa aliquam lineam (XZ, quæ Axis reuolutionis dicitur) hâc lege in orbem ductâ, vt (KF) axis figuræ, reuolutionis tempore axi reuolutionis (XZ) ſemper æquidiſtet. Multiplices horum formas expreſſas, reperiet lector in ſchematiſmis lib. 3 & 4. Cylindr. & Annul. *præſertim in ſchematiſmo* 8, *Fig.* 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66. Fig.41.

Secundi generis ſunt ea omnia, quæ gignuntur ex reuolutione figurarum vel axem nullum habentium, aut certè, dum reuolutio fit, non parallelam axi reuolutionis. Vide Figuras 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 *&c.* libri 5. Cyl. & Annul.

Quanta ſit horum corporum varietas intelligi poterit ex figuris iam citatis, & definitionibus libro tertio Annul. *ac inprimis* quinto *præfixis.*

Quia verò definitionum iam facta eſt mentio, monendus mihi eſt lector, vt errorem emendet, qui irrepſit in definitionem 1, lib. 3. Cylind. & Annul. Paginâ 116, verſu 1 *hæc leguntur*: Sicut recta ABC in vno feratur plano, & figura dum circumducitur, ſibi ipſi maneat parallela, *quæ ſic emenda,, vel potius ſupple*: ſic vt recta ABC in vno feratur plano ad EK recto, & figura dum circumducitur, EK ſibi ipſi maneat parallela.

Solidorum ac ſuperficierum annularium primi generis dimenſio.

Fig. 41. Soliditas cuiuſcumque corporis annularis primi generis producitur ex figurâ genitrice (ECKBF) ductâ in peripheriam mediam (ED) cuius radius eſt diſtantia axis figuræ (FK) ab reuolutionis axe (XZ)

Exemplum. Figura ECKBF quæ annulum genuit, reperta ſit pollicû quadratorum 1000, peripheria verò media ED pollicum 2000. Hæc inuicem multiplicantia efficiunt pollices cubicos 2000000, quibus ſolidum annulare æquale eſt.

Superficies verò annulares primi generis producuntur ex circumferentiâ (CKBF) figuræ genitricis ductâ in eamdem peripheriam mediam (AD).

Exempl. Peripheria CKBF eſto pollicum 100, ED pollicum 30. Hæ ductæ in inuicem efficiunt pollices quadratos 3000, quibus annularis ſuperficies propoſita æqualis eſt.

Demonſtratio primæ partis deducitur ex prop. noſtrâ 5 *lib. 3. Annular.*. quæ ita habet: Omnis annulus qui à figurâ planâ quacumque, axem habente reuolutionis axi perpendicularem, producitur, æqualis eſt cylindro, cuius baſis eſt figura annulum deſcribens, altitudo autem peripheria media. Geometricam huius theorematis demonſtrationem attuli ibidem. Demonſtrationes Cauallerij, & Guldini non concludunt: Guldini quidem quia aſſumpto indemonſtrato nititur, de quo mox infra. Cauallerij autem quia per ſuperficies concludit de ſolido, & per lineas de ſuperficie, quæ argumentatio per ſe eſt nulla, cùm inter lineas & ſuperficies, atque inter has & ſolida proportio non ſit. Hunc modum probandi hauſit à Kepplero in *Stereometriâ novâ theor. 2.* vbi aliquod iſtius methodi rudimentum apparet. Cæterum ratiocinatio à Kepplero iſthic allata planè ageometrica & vitioſa eſt, & a mente Archimedis quam non eſt aſſecutus, penitus aliena.

Demonſtratio partis ſecundæ patet ex *prob. 6. lib. 4. Annularium*, quæ eſt eiuſmodi: ſuperficies annuli, quem figura plana curuilinea quæcumque genuit, æqualis eſt curuæ ſuperficiei cylindri recti, cuius baſis eſt genitrix annuli figura, altitudo verò peripheria media. Geometricam huius theorematis demonſtrationem loco iam citato reperies.

Solidorum & ſuperficierum annularium ſecundi generis dimenſio.

Fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11. l. 5. cyl. & Annul. Soliditas cuiuſcumque corporis annularis ſecundi generis producitur ex figurâ (DECB) quæ annulum genuit, ductâ in circuli circumferentiam, quam in reuolutione (Z) centrum grauitatis figuræ (DBCE) deſcripſit.

Superficies verò annulares ſecundi generis producuntur ex perimetro figuræ annulum gignentis ductâ in circumſerentiam à figuræ grauitatis centro deſcriptam.

Bimembris iſta aſſertio, ſeu potiùs regula generalis quæuis rotunda ſolida metiendi à Paulo Guldino noſtro abſque demonſtratione vllâ aſſumitur *cap. 8. lib. 2, Centrobarices*: à qua deinde reliqua libri illius ſecundi pars, tertius verò quartuſque integri dependent. Eſt porro ea regula longè pulcherrima ac vſus prope immenſi: veritatis autem tam eſt arcanæ, tantumque abeſt vt abſque demonſtratione legitimâ aſſumi poſſit, vt nudè propoſita nullam veriſimilitudinem oſtendat. Quæ etiam cauſa me impulit vt in eius demonſtrationem incumberem; quam dedi libro 5 Cyl. & Annul. primâ & ſecundâ parte eiuſdem libri.

CAPVT XIX.

Dimenſio liquidorum.

CVm humidum non ſuo ſed alieno termino contineatur, manifeſtum eſt vt eius quantitas cognoſcatur, inueniendam eſſe vaſis, quo continetur, quantitatem. Quamuis autem vaſis quantitas, ſeu potius capacitas iiſdem rationibus quibus aliud quodcumque ſolidum, indagari poſſit: tamen quia ſolidum inane ſpatium varias intra ſe operationes admittit, quas ſolida plena excludunt, fit vt liquidorum dimenſio etiam methodo perficiatur ſibi propriâ, quam hoc capite ſtatui exponere; ſed ſtrictim & quàm potero, clarè. Neque enim probare poſſum quorumdam hoc in genere ſcribendi rationem, qui in re non admodum difficili eâ prolixitate, & (quod etiam deterius eſt) obſcuritate verſantur, vt tyronibus deſperationem intelligendi, peritioribus tædium moueant vel riſum. Quod tribus verbis ſi ad figuram referas, exponi poteſt, longis & obſcuris verborum ambagibus intricant magis quã explicant; ſoliciti nimirum vt ſtylum in Geometrico argumento exerceant, de accuratâ verò ſchematis deſcriptione vnicè ſecuri, vt ſubinde vix duæ treſue litteræ textus deſignatrices

cum

cum litteris ſchemati appictis conueniant. Non eò iſta dico, vt (quod agreſtis ingenij eſt) puritatem ſermonis contemnam: ſed hoc ago ne intempeſtiuâ ſermonis curâ breuitas amittatur & claritas, quibus primæ in omni ſcriptione partes debentur.

Menſuræ liquidorum

Pro locorum varietate ſunt variæ. Hoc omnibus commune, vnam eſſe minimam, ſiue primam, ex quâ cæteræ maiores componuntur. Quantitas liquidi minimam menſuram efficiens à repub. determinanda eſt: quæ quia offertur plerumque contenta vaſe irregulari, aut certe non rectangulo, artificio Geometrico ad cubos ex.gr. pollicares (vt infra tradam) erit reducenda.

Menſuræ liquidorum in pleriſque Belgij locis vſitatiores ſunt hæ,

Chopina			*een vperken*
Pinta	Æ	2	Chopinis
Poculum	Æ	4	Chopinis, 2 pintis.
Stupa	Æ	8	Chopinis, 4 pintis, 2 poculis.
Cadus	Æ	400	Chopinis, 200 pintis, 100 poculis.

Quæ requirantur ad dimenſionem liquidi.

Metiri liquidum ex.gr. dolium vini, nihil aliud eſt, quàm inuenire quot contineat menſuras, ex.gr. quot chopinas, vel pintas &c. Vt hoc obtineatur, tria ſunt exequenda.

1. Quantitas liquidi, ſiue capacitas vaſis liquidum continentis metienda eſt cubis pollicaribus (hi enim ſunt huic negotio accommodati) hoc eſt indagare oportet, quot pollices cubicos contineat.

2. Iiſdem cubis pollicaribus metienda eſt vna aliqua liquidi menſura, ex. gr. vna chopina, vel vna pinta.

3. Ex collatione cuborum totius liquidi, cum cubis menſuræ vnius, eliciendus eſt per regulam proportionum (vt docebo infra) numerus menſurarum, in dato liquido contentarum.

Hæc tria igitur, quantum erit neceſſe deinceps exequemur. Porro quod ad primum attinet, id iam effectum eſt *cap.* 17. *&* 18. Non facilè enim vas offeretur liquidum continens, cuius quantitas per iſthic tradita in placito genere cuborum non innoteſcat. Tamen circa perticam, ſeu regulam menſoriam, cuius formam tradidi *cap.* 5. ad *defin.* 8, obſerua, neceſſe eſſe vt pollices ſinguli (qui ſunt partes decimæ vnius pedis) diuiſi ſint in 10 partes æquales; conuenire autem vt hæ ſingulæ rurſum in 10 æquales ſubdiuidantur, aut in 5 ſaltem, vel duas. Vbi etiam illud nota, commodius eſſe, vt numerus pollicum applicatione regulæ inuentus accipiatur pro integro, non verò (vt aliàs fieri aſſolet) numerus pedum ex. gr. hoc numero 38.6′·9″ deſignentur pollices 38, ſex decimæ vnius pollicis, & nouem centeſimæ eiuſdem. Non verò pedes 38; 6 decimæ vnius pedis, & 9 centeſimæ.

Cæterum quia vaſa, ſiue dolia, quibus cereuiſia & vinum, ſolent contineri plerumque conſtant ex duobus truncis conicis, in huius ſolidi dimenſione facili & expeditâ præcipua cura verſari debet. Geometrica trunci conici dimenſio tradita iam eſt *prob.* 6. *cap.* 18. Sed quia hæc requirit integrationem vtriuſque trunci ACDB, AEFB, aliam hîc nouam afferemus, quæ trunci integratione non indigeat. *Fig.* 18.

PROBLEMA I.

Capacitatem vaſis ex duobus conicis truncis compoſiti, aliter quàm prob.6.cap.18, reddere notam in cubis pollicaribus.

SEctio vaſis per axem FI eſto planum GAHKCD: Sectio autem vnius trunci ſit GACD, GD eſt diameter minoris circuli, ſeu baſeos trunci, AC diameter baſeos maioris, quæ ſunt ambæ ad axem rectæ. Intelligatur deinde, ductâ GM parallelâ ad FB, adeoque ad AB rectâ, trapezium FGAB diremptum eſſe in rectangulum FGMB, & triangulum MGA; quæ ſi ſimul vtraque circa axem FB circumagantur, producetur à rectangulo FGMB, cylindrus; à triangulo ſegmentum coni intus cauum, ſiue tubus conicus; à toto trapezio FGAB truncus ipſe, cuius ſectio eſt DGAC; qui proinde ex dicto cylindro & tubo conico compoſitus *Fig.* 30.

poſitus eſt. Itaque ad dimenſionem trunci tantùm opus duo illa ſolida metiri : quod fiet hunc in modum.

Praxis. Regulâ menſoriâ axem FB, & diametros GD, AC fac notas in pollicibus, hoc eſt, reperi quot pollices contineant, ſubductâ vtrobique aſſerum craſſitie. Tum verò etiam noti erunt radij GF, AB, eorumque differentia AM. His peractis,

n per prob. 4. cap. 12. Semiſſem axeos FB, ſiue GM, duc in differentiam AM : prouenient pollices quadrati trianguli *n* rectanguli AMG.

Trientem NM differentiæ AM adde radio minori GF, ſeu MB, erit tota NB nota: ex quâ tamquam radio elice *o* circumferentiam ipſi debitam. Hanc circumferentiam duc in aream trianguli AMG : producentur *o* cubi pollicares quibus æquatur tubus conicus, à triangulo circa FB rotato genitus.

a per prob. 3 cap. 12. o per 2. partĕ prob. 18 cap. 18.

Axem FB duc in minorem radium FG : productum dabit *p* pollices quadratos rectanguli FGMB. Tum ex FQ ſemiſſe minoris radij FG tamquam radio elice *q* circumferentiam : quâ ductâ in aream rectanguli FGMB, prouenient cubi pollicares debiti cylindro genito à rectangulo FGMB circa FB totato.

p per prob. 2. cap. 11. q per prob. 3. cap. 12.

Denique cubos policares tubi conici & cylindri collige in vnam ſummam: hæc dabit policares cubos, quibus trunci AGDC inane ſpatium æquale eſt.

Quod ſi truncus alter AHKC priori, vt fit plerumque, ſimilis & æqualis eſt, duplicata capacitas prioris, dabit capacitatem totius vaſis. Sin verò diſſimilis eſt, menſurabitur eâdem methodo, quà prior.

Demonſtratio. Biſeca MA in E, & duc rectam GE, cuius triens ſit OE. Erit O centrum grauitatis trianguli MGA. Ducatur deinde OP ad axem FB recta, adeoque parallela ad AB. Vt GO ad GE *c* ſic OS ad EM. Sed GO eſt duæ tertiæ ipſius GE. Ergo OS etiam eſt duæ tertiæ ipſius EM, hoc eſt vna tertia eius duplæ MA. Ergo OP radius circumferentiæ ab grauitatis centro O circa axem FB deſcriptæ, componitur ex MB, ſiue GF, & triente ipſius AM. Bene ergo inuenta eſt circumferentia centri grauitatis O. Atqui ſoliditas tubi conici geniti à triangulo MGA, circa FB circumacto, producitur *d* à triangulo MGA ducto in circumferentiam centri grauitatis O. Ergo nota eſt tubi dicti ſoliditas.

c per coroll. 1. p. 4 l. 6. d per 2. partĕ prob. 18. cap. 18.

Rectè etiam fuiſſe inuentam ſoliditatem cylindri BG, demonſtratum eſt in modo 2. *probl. 1. cap.* 18.

Totus igitur truncus, cuius ſectio AGCD, notus eſt : quod erat demonſtrandum.

Non ſolum hæc praxis, ſed etiam illa quam tradidi cap. 18. probl. 6, eiuſque corollario, facilior eſt ijs quæ paſſim traduntur; cum neutra egeat dimenſione trium vaſis circularium arearum, AGB, CKD, ELF, quas aliæ requirunt.

PROBLEMA II.

Vnam aliquam liquidi menſuram, ex. gr. chopinam vel pintam notam facere in cubis policaribus.

HOc opus quàm accuratiſſimum ſit oportet, quia vna menſura ſemel ad cubos reducta ad omnes deinde cuiuſuis liquidi dimenſiones adhibetur. Quoniam igitur, ſi vnam menſuram tantùm ſemel acceptam tentemus ad cubos reducere, ſiquis in opere error vel tantillus committatur, is in magni liquidi dimenſione toties multiplicatur quoties vna menſura in liquido continetur, quamplurimas oportebit menſuras accipere, & quot omnibus ſimul ſumptis policares cubi debeantur inuenire : tum verò quot vni menſuræ conueniant, per regulam Auream innoteſcet.

Fig. 31. *Praxis.* Oporteat ex. gr. pintam ad cubos reducere. Paretur vas parallelepipedale rectangulum plurium cadorum capax AF, cui infundantur aliquot pintarum centuriæ quàm accuratiſſimè dimenſæ, ex. gr. 600, quæ efficiunt 3 cados : & pertingat liquidi ſuperficies vſque in KLED. Debet autem vas ita collocari vt planum ABC exactè æquidiſtet horizonti. Explora deinde quot pollices contineant latera AB, BC, BD (ſubductâ aſſerum craſſitie) quæ per inuicem *a* multiplicata, dabunt cubos policares, quibus liquidum AKEC æquale eſt. Sint ex. gr. pollices cubici 39609. Tum ita ratiocinare ; 600 pintæ æquantur cubis policaribus 39609 : igitur vna pinta quot policaribus cubis æqualis erit? Per regulam proportionum (quæ hîc abſoluitur ſolà diuiſione cuborum 39609 liquidi AKEC, per 600 pintas eodem liquido contentas, reperiuntur cubi policares debiti pintæ vni 66.0'.1''.5'''.

a iuxta prob. 1 c. 17

PRO-

PROBLEMA III.

Dati liquidi quouis vaſe contenti dimenſio.

VAs liquidum continens ſi (quod fit plerumque) ex duobus truncis conicis compoſitum ſit, ad cubos pollicares reuoca per *probl.* 1 *cap. huius*, aut per *probl.* 6 *cap.* 18: ſi alterius figuræ exiſtat, reducetur ad cubos per ea, quæ toto *cap.* 17, & 18 ſunt tradita. Quoniam igitur ſcitur liquidum propoſitum quot cubos pollicares contineat, & per *prob. præced.* notum eſt etiam quot pollicares cubos contineat vna menſura, ex. gr. vna pinta; inde quot pintæ in dato liquido contineantur, innoteſcet hunc in modum. Statuamus repertum eſſe liquidum datum æquari cubis pollicaribus 60,000, pintam vero vnam cubis pollic. 66. 0′. 1″. 5‴. Tum ita ratiocinare: cubi policares 66. 0′. 1″. 5‴ efficiunt pintam 1; igitur pollicares cubi 60,000 quot pintas efficiunt? Per regulam proportionum (quæ hic abſoluitur ſolâ diuiſione cuborum 60,000 totius liquidi, per cubos 66. 0′. 1″. 5‴ vnius pintæ) reperiuntur pintæ in dato liquido contentæ 908.

CAPVT XX.

Dimenſio corporum Mundanorum.

PROBLEMA I.

Orbis terræ ſuperficiem metiri.

PEr ſuperficiem Terræ ſemper intelligo ſuperficiem totius globi ex terrâ & aquâ compoſiti, niſi contrarium indicauero.

Demonſtratum eſt *prob.* 8. *cap.* 18. cuiuſuis globi ſuperficiem haberi ex diametro globi multiplicatâ per circumferentiam eiuſdem. Capite autem 6. *prob.* 4. oſtendimus circumferentiam orbis terræ veræ proximam eſſe milliariorum Bonon. 26010, ex quâ elicitur diameter milliar. Bonon. 8279 [illegible]. Quare ſi milliaria Bonon. 26010 ducantur in mill. Bonon. 8279, fractione neglectâ, prouenient milliaria quadrata Bonon. 215(336,790 conſtituentia ſuperficiem Terræ proximam veræ.

Si placet ad pedes quadratos reuocare, ſic operare: Quia milliare Bonon. continet 5000 pedum Bonon, ſi hæc ducantur in ſe, prouenient 25(000,000 pedum quadratorum pro milliari quadrato Bonon. Quare ſi quadrata milliaria ſuperficiei Terræ iam inuenta ducantur in 25(00,000 pedum quadratorum vnius milliaris quadrati, prouenient 5,383(419,750(000,000 pedum quadratorum Bonon. in ſuperficie orbis Terræ contentorum.

Et quia milliare horarium, triplum eſt Bononienſis, ac proinde milliare horarium quadratum noncuplum eſt milliaris quadrati Bonon. vt patet ex *prob.* 6. *cap.* 13, ſi numerus quadratorum milliariorum Bonon. iam inuentus diuidatur per 9, prouenient milliaria quadrata horaria ſuperficiei Terræ 23(926,310.

Quod ſi hæc ipſa voluerimus reducere ad pedes Rhynlandicos, quorum 18,000 conficiunt milliare vnius horæ; duc 18,000 in ſe: prouenient 324(000,000 quadrati pedes pro vno quadrato milliari horario: per quæ ſi multiplices quadrata milliaria iam inuenta, 23(926,310; prouenient pedum quadratorum Rhynland. 7,752(124,440(000,000, quibus Terræ ſuperficies æqualis eſt.

Superficies Terræ proxima veræ continet

Milliaria quadrata Bonon. 215(336,790
Milliaria quadrata horaria 23(926,310
Pedes quadratos Bonon. 5,383(419,750(000,000
Pedes quadratos Rhynl. 7,752(124,440(000,000
Mill. quadr. Bonon. continet pedum quadr. Bonon. 25(000,000
Milliare quad. horar. continet ped. quad. Rhenolandicos. 324(000,000

Superficies Terræ omnium hactenus inuentarum minima ea eſt, quæ continet.

Milliaria quadrata Bonon. 534(030,859
Milliaria quadr. horaria. 14(890,680
Pedes quadr. Rhynlandicos 4,824(580,320(000,000

Hæc Terræ ſuperficies minima, deducta eſt ex minimâ diametro & minimâ circumferentiâ, quas vide ad finem *prob. 4. cap. 6.*

PROBLEMA II.

Quantam ſuperficiei Terrenæ partem occupatura ſit tota hominum collectio in extremo judicio.

IMperiti Geometriæ vniuerſam terræ ſuperficiem vix ſuffecturam arbitrantur. Quantùm errent ex ijs, quæ hic ſubiungam, apparebit.

Quoniam tam mundi duratio, quàm hominum multitudo ſunt nobis incognitæ, ſtatuenda erunt quædam, vt certi aliquid liceat de quæſtione propoſitâ definire. Ponantur verò hæc 1. mundum duraturum 10,000 annorum. 2. Numerum hominum ſimul viuentium ſemper eſſe 1,000(000,000, id eſt mille millionum. 3. Singulis 50 annis totum genus humanum innouari adæquatè 4. Singulis hominibus detur ſpacium 5 pedum quadratorum Rhynl.

His poſitis, dico locum a totâ illâ hominum collectione occupandum, minorem fore reſpectu ſuperficies terreſtris quàm ſit, 1 reſpectu 4824 quod ſpatium minus eſt quàm Anglia, & vix quintam æquat partem Hiſpaniæ.

Demonſtratio. Vt propoſitum conficiatur efficaciùs, aſſumam terræ ſuperficiem omnium hactenus inuentarum minimam, quam ſatis conſtat eſſe verâ minorem; videlicet pedum quadrat. rhynland. 4,824(580,320(000,000.

Quia per poſitionem 1, mundus ſtabit 10,000, annorum, & numerus ſimul viuentium ſemper eſt mille milliones per poſit. 2, & hic numerus per poſit. 3, ſingulis 50 annis totaliter innouatur; manifeſtum eſt in totâ hominum collectione toties contineri mille milliones, quoties 50 continetur in 10,000, nimirum ducenties. Quare tota hominum collectio efficiet ducenta millia millionum, 200,000(000, 000. Per hunc numerum ſi diuidatur numerus ſuperficiei terrenæ minimæ ſupra allatus, proueniet quotiens $24122\frac{180329999999}{200000000000}$ qui indicabit, quoties hominũ tota collectio ſtare poſſit in ſuperficie Terræ, ſingulis vnum pedem quadratum rhynl. occupantibus. Hic quotiens ſi rurſum diuidatur per 5 proueniet quotiens nouus $4824\frac{180320000000}{1000000000000}$, indicans quoties tota collectio hominum ſtare poſſit in ſuperficie terræ, ſingulis 5 pedes quadratos rhynl. occupantibus, ac proinde quota ea ſit terrenæ ſuperficiei pars, quæ à dictâ hominum collectione occuparetur, dando ſingulis, vt dixi pedes quadr. 5. Itaque quoniam numerus partem occupatam denominans, eſt 4824 cum fractione, ac proinde maior quàm 4824, liquet partem ſuperficiei terrenæ occupatam minorem eſſe parte quatermilleſimâ octingenteſimâ vigeſimâ quartâ.

Reliquum eſt vt oſtendam hoc terræ ſpatium eſſe minus Angliâ.

Fig. 32. Circulus terræ maximus ſit BFCH, in quo perpendiculariter ſe interſecent duæ diametri BC, FH. Ex B in D & E numerentur vtrimque duo gradus, ducaturque recta DE, quæ diametro BC occurret perpendiculariter in G. Abſcindatur deinde plano ad BC recto ſuperficies DVEB. Hæc erit minor quàm Angliâ; ſi enim circini crure vno fixo in puncto maximè centrali huius prouinciæ, crus alterum ad duos gradus deductum per ſuperficiem globi Geographici circumduxeris, ſuperficies hoc circuitu comprehenſa, erit ipſa DVEB, totaque exiſtet intra limites Angliæ, adhuc excluſâ magnâ eiuſdem portione. Experimentum ipſe ſumpſi in globo cuius diameter erat pedum fere trium. Atqui ſuperficies quæ ab hominum collectione ſupra dictâ occuparetur, minor eſt ſuperficie DVEB; quod ſic oſtendo. Quia arcus BD eſt grad. 2, erit FD grad. 88. cuius ſinus DK, ſeu GA, eſt 99939; quo ſublato ab AB radio 100000, relinquuntur 61 pro BG: per quæ ſi diuidatur BC diameter 200000, prodit quotiens $3278\frac{42}{61}$ indicans quoties BG contineatur in BC. Quare cùm ſit

a per. p. 27. ſelect. noſtrorum ex Archim. vt BG ad BC, ita a ſuperficies DVEB ad totam Sphæræ terr. ſuperficiem, idem quotiens $3278\frac{42}{61}$ etiam indicabit quoties ſuperficies DVEB contineatur in ſuperficie totâ Sphæræ terreſtris. Atqui ſupra oſtenſum eſt ſuperficiem à ſupradictâ hominum collectione occupandam contineri pluſquam vicibus 4824 in ſuperficie terrenâ, ac proinde ſæpius quàm portio

DVEB,

DVEB, quam iam oſtendi contineri ſolùm vicibus 3278. Ergo ſuperficies ab hominum collectione occupandâ minor eſt quam DVEB; hoc eſt (vt ſupra probauimus) minor quàm Anglia.

Nihil eſt igitur, quod vereantur aliqui in iudicandæ hominum multitudini locus deſit. Illud nobis curæ ſit, ita vitam inſtituere, vt in die illâ tremendâ non hæreamus in terrâ damnandi cum impiis, ſed corporibus induti glorioſis, in nubibus obuiam Chriſto rapiamur in aëra.

PROBLEMA III.

Quinta orbis Terræ pars ſit aliquod regnum, vel prouincia, licet tam eius, quàm Terræ quantitas ignoretur, facili coniecturâ explorare.

EXemplum ſtatuamus in regno Hiſpaniæ. In globo Geographico intra eam portionem, quæ Hiſpaniam repræſentat, eligatur punctum, quàm maximè fieri poteſt, medium, ſeu centrale, in quo vno circini crure fixo, alterum ita deducito, vt eo per ſuperficiem globi circumducto, ſuperficies eo circuitu incluſa, oculorum iudicio ſit quàm proximè æqualis Hiſpaniæ. Tum eam circini aperturam transfer in Æquatorem & vide quot gradus comprehendat. In caſu propoſito reperi contineri gradus 4 min. 20. Fig. 32.

His peractis, circulum Terræ maximum referat BFCH, in quo perpendiculariter ſe interſecent diametri BC, FH, & ex B numerentur in D, & E, vtrimque gradus 4. 20′: Deinde per D & E plano ad BC recto abſcindatur ſuperficies DVEB, quæ erit Hiſpaniæ æqualis. Et quoniam arcus BD eſt grad. 4. 20′, erit arcus DF grad. 85. 40′, cuius ſinus DK, ſeu GA eſt 99714; quo oblato à radio 100000, remanent 286 pro BG: per quæ ſi diuidatur diameter BC 200000, fit quotiens 699 $\frac{84}{286}$ indicans quoties BG contineatur in BC. Atqui vt BG ad BC, ita a eſt ſuperficies DVEB ad ſuperficiem totam terreſtris globi. Ergo idem quotiens 699 $\frac{84}{286}$ indicat etiam, quot vicibus ſuperficies DVEB, hoc eſt Hiſpánia, contineatur in totâ ſuperficie Terræ, nempe plus quam 699 vicibus. Hiſpania igitur eſt pars orbis Terræ minor quàm ſexcenteſima nonageſima nona. Fig. 32. a per p. 27. ſelectorum noſtr. ex Archim.

Similis coniectura, eodem artificio de aliis etiam prouinciis formabitur.

PROBLEMA IV.

Quæ ſit inter Zonas frigidam, torridam, temperatam magnitudinis proportio, licet tam earum, quàm Terrenæ ſuperficiei quantitas ignoretur, inuenire.

CIrculus Terræ maximus per polos B, C tranſiens, eſto BFCH; axis mundi BC; diameter Æquatoris FH, diametri Tropicorum IL, & PQ; diametri circulorum Polarium DE, & RT. Fig. 33.

Polaris circuli à polo diſtantia, nimirum arcus DB eſt grad. 23. 30′. quibus ſubductis à 90, reſtant grad. 66. 30′ pro arcu DF; cuius ſinus DK, ſeu GA, 91706 ſi auferatur à radio AB 100000, remanent 8294 pro BG.

Diſtantia Tropici ab Æquatore, arcus nempe IF, eſt gr. 23. 30′. huius ſinus IX, ſiue MA eſt 39874.

Quod ſi MA 39874 auferas ab GA 91706, remanent pro GM 51832. Igitur BG, GM, MA ſunt inter ſe vt hi numeri 8294; 51832; 39874.

Atqui ſegmenta ſuperficiei ſphæricæ, quarum latitudines ſunt arcus BD, DI, IF (hoc eſt zonæ ipſæ, frigida, temperata, torrida) eam inter ſe rationem habent a quam partes axis BG, GM, MA. Ergo etiam zonæ frigida, temperata, torrida ſunt inter ſe vt hi numeri 8294, 51832, 39874. a per p. 27. ſelect à nobis ex Arch.

Frigida	8294
Temperata	51832
Torrida	39874

Itaque temperata continet frigidam plus quàm ſexies, torridam minus duplo, vt diuiſione factâ apparebit: vtriſque verò ſimul ſumptis maior eſt, quod patebit additione.

Tacquet Geometria practica. I 2 Nota

Nota : *cùm zonâ temperata vna comparatur cum torridâ , vnam eius ſemiſſem tantùm accipi : Æquator enim torridam zonam diuidens, duas quaſi torridas zonas vtrimque conſtituit.*

PROBLEMA V.

Orbem Terræ metiri.

PRoblemate 10, *cap.* 18, demonſtratū eſt ſoliditatem globi cuiuſuis haberi ex ſuperficie globi ductâ in diametri ſextantē. Superficies Terræ proxima veræ *Probl.* 1. reperta eſt in milliarijs quadratis Bonon. in milliarijs quadratis horarijs; in pedibus quadratis Rhynl. Diameter Terrę verę proxima inuenta eſt *cap.* 6. *Probl.* 4. milliariorū Bonon. 8279, (quorum ſextans eſt 1379); milliariorum verò horariorū 2759, quorum ſextans eſt 459, fractionibus vbiq; (quod hic ſine detrimento licet) neglectis. Itaque ſi milliaria quadr. Bonon. ſuperficiei Terræ 215(336,790 ducantur in milliaria Bonon. 1379, ſextantem diametri, proueniunt milliaria cubica Bonon. 296,949(433,410 pro ſoliditate Terræ. Quod ſi milliaria quadrata horaria ſuperficiei Terrę 23(926,310 ducātur in milliaria horaria 459 ſextantem diametri, prouenient milliaria cubica horaria 10,982(176,290 pro eâdem ſoliditate Terræ. Denique vt habeatur ſoliditas Terræ in pedibus cubicis Rhynlandicis, prius ſextans diametri, mill. nimirum Rhynlandica 459, reducenda ſunt ad pedes Rhynl. quod fiet ſi 459 ducantur in 18000, tot enim in vno milliari horario Pedes Rhynl. continentur. Productum huius multiplicationis exhibet 8(262,000 Pedes Rhynl. pro ſextante diametri: per quos ſi multiplicentur pedes quadr. Rhynlandici ſuperficiei Terræ 7,752(124,440(000,000, prouenient pro ſoliditate Terræ pedes cubici Rhynlan. 64,048(052,123(280,000(000,000 quæ omnia ſequenti Tabellâ exhibentur.

Soliditas Orbis Terræ veræ proxima

Continet

Milliaria cubica Bonon.	296,949(433,410
Milliaria cubica Horar.	10,982(176,290
Pedes cubicos Rhynlan.	64,048(052,123(280,000(000,000.

Milliariare cubicum Bonon. continet Ped. cub. Bonon. 125,000(000,000. Milliare cubicum Horar. continet Ped. cubic. Rhynl. 5(832,000(000,000.

Quod ſi deſideretur ſoliditas Terræ minima, ad hanc aſſumenda eſt minima ſuperficies *præced. Problemate* inuenta, diameter item minima quæ *cap.* 6. *Probl.* 4. reperta fuit milliariorum Bonon. 6531 (quorum ſextans eſt 1088), milliariorum verò horariorum 2177, quorum ſextans eſt 362, fractionibus vbique omiſſis. Cum his datis operando vt ſupra, prodibit Terræ ſoliditas minima, vt in Tabellâ ſequenti cernitur.

Orbis Terræ ſoliditas omnium hactenus inuentarum minima

Continet

Milliaria cubica Bonon.	145,825(574,592
Milliaria cubica Horaria	5,390(426,160
Pedes cubicos Rhynlandicos	1(746,498(075,840(000,000

PROBLEMA VI.

Soliditatem Oceani explorare.

PRænoſci debent Oceani ſuperficies, & profunditas. Superficies, vt in omnibus ſphæris Geographicis cernitur, ſuperficiei terrarum fere æqualis eſt, ac proinde dimidia ſuperficiei totius globi terraquei. Tantam ergo hic aſſumemus. Profunditas quo artificio exploranda ſit, dicam in Staticâ. Interim ex nautarum experimentis Oceani ordinaria profunditas non excedit 500 paſſus. Alicubi profunditatis inſcrutabilis eſt. Vt exceſſus defectu compenſetur, demus æquare cam vbique vnum milliare Bonon. hoc eſt trientem milliaris horarij, hoc eſt 6000 pedum Rhynlandicorum.

His datis, ſoliditas măris ſic innoteſcet. Terræ diameter continet milliaria Bonon. 8279. ab hac aufer 1. milliare profunditatis Oceani, remanent 8278. Superficies globi cuius diame-

ter eſt milliaria Bonon. 8278, reperitur per *Probl.* 8. *cap.* 18 milliariorum quadr. Bonon. 215(225,656: quæ ducta in ſextantem diametri 8278, nimirum in 1379, exhibent [b] milliaria cubica Bonon. globi, cuius diameter eſt 8278, nempe (296,796(179,624: quibus ſubductis à ſoliditate ſphæræ, cuius diameter eſt 8279, hoc eſt à ſoliditate Terræ conſtante milliarijs cubicis Bonon.(296,949(433,410, remanēt milliaria cubica Bonon. 153(253,786 quibus æqualis eſſet Oceani ſoliditas, ſi totam globi terraquei ſuperficiem occuparet. Nunc quando ſolùm dimidiam partem occupat, numeri poſtremi ſemiſſis 76(626,893 exhibet milliaria cubica Bonon. ſoliditatis Oceani. Per hanc ſi diuidatur Terræ ſoliditas(296,949(433,410. reperietur in hâc illa contineri plus quàm vicibus 3875. Ex quo apparet quàm ridiculi fuerint nonnulli Philoſophi, qui neſcio quibus freti coniecturis, elementa decuplam inter ſe habere proportionem exiſtimarunt.

b *per probl.* 10 *cap.* 18.

PROBLEMA VII.

Modus generalis inueſtigandi magnitudinem cuiuſuis Aſtri.

VT inueniatur magnitudo Aſtri cuiuſcumque, prænoſci debent eius diſtantia à Terræ centro vel ſuperficie, & quantitas apparens diametri, ſiue angulus BFC, ſub quo Aſtrum videtur, is enim metitur quantitatem arcus, adeóque & diametri BC, quæ ab arcu inſenſibiliter differt. Quo artificio innoteſcant diſtantiæ Lunæ ac Solis à Terrâ, expoſui *cap.* 8. & 9. Sed accuratiùs iſta deduxi Aſtronomiæ *libro* 3, vbi etiam traditus eſt modus obſeruandi diametrum apparentem Solis & Lunæ.

Fig. 34.

His ergo datis, magnitudo Aſtri ita inueſtigabitur. Centrum terræ eſto A; oculus F in ſuperficie Terræ; BFC angulus ſub quo videtur Aſtrum EBDC. Centro F per N Lunæ centrum intelligatur deſcripta peripheria circuli GCBK. Quoniam [a] angulus BFC notus eſt, etiam notus eſt arcus BC, quota nimirum pars ſit peripheriæ totius KBCG. Quare cùm Aſtri diameter arcum ſubtēdens ab arcu inſenſibiliter differat, ſcietur etiā quota pars peripheriæ KBCG ſit Aſtri diameter. Deinde quia FN diſtantia Aſtri à Terrâ, nota [b] eſt in Terræ ſemidiametris AF, eſtque FN radius peripheriæ KBCG, etiam ipſa peripheria KBCG in Terræ ſemidiametris fiet [c] nota. Atqui iam inuenimus ſupra quota Peripheriæ KBCG pars ſit diameter BC. Ergo etiam hæc in Terrę ſemidiametris aut in partibus ſemidiametri innoteſcet; hoc eſt innoteſcet proportio diametri ipſius Aſtri ad diametrum Terræ. Quæ ratio

a *per hyp.*
b *per hyp.*
c *per probl.* 3, *cap.* 12.

Diam. Aſtri. Diam. Ter. X; Z

ſi per 4 terminos continuetur, hoc eſt ſi fiat vt diameter Aſtri ad diametrum Terræ, ita hæc ad X, & ita X ad Z; erit Aſtrum ad Terram, vt diameter Aſtri ad quartum numerum Z; vti patet ex vltimâ, *lib.* 12.

NOTA *BC diametrum apparentem minorem eſſe diametro verâ; ſed inſenſibiliter, vt oſtendi in* Aſtron. lib. 4. *Quare BC tum hìc tum* Probl. 7 *&* 8 *aſſumo pro verâ, ſic enim Lunæ & Solis magnitudo colligetur (quod intendo) verâ minor.*

Corollarium.

Quò diſtantia Aſtri à Terrâ, & diameter eiuſdem apparens aſſumuntur minora, eò minor prouenict Aſtri moles, & è conuerſo. Patet ex diſcurſu toto Problematis.

PROBLEMA VIII.

Inquiritur magnitudo Lunæ.

SOlem eſſe Terrâ maiorem, Lunam Terrâ minorem, manifeſtum eſt ex eclipſe Lunari. Sed quantò hæc minor, ille maior, deinceps inueſtigabitur.

Fig. 34.

Terræ centrum eſto A; in ſuperficie Terræ oculus F; angulus ſub quo Luna ſpectatur, BFC; peripheria centro F per Lunæ centrum deſcripta, ſit KNG. Demonſtraui *Probl.* 1. *cap.* 8. EN diſtantiam Lunæ Perigeæ à Terrâ in quadraturis eſſe maiorem 50 ſemidiametris Terræ. Deinde ex obſeruatione omnium Aſtronomorum conſtat diametrum [f] apparentem Lunæ Perigeæ, ſiue angulum BFC maiorem eſſe minutis 30. Aſſumam tamen diſtantiam EN ſemid. Terræ 50, & apparentem diametrum 30 minutorum: ſic enim certò conſtabit molem Lunæ ex ijs deductam, fore verâ minorem.

f *vide Riccciolum pag.* 233 *col.* 1.

Quoniam FN radius peripheriæ KBCG eſt ſemid. Terræ 50, ac proinde diameter tota continet ſemidiametros Terræ 100. Ex eâ per *Prob.3.cap.12.* elicitur peripheria KNG ſemid. Terræ $314\frac{18}{113}$, ſiue $314.1'.5''.9'''.2''$. Eſt autem angulus BFC, adeóque & arcus BC 30. min. Si ergo peripheria tota, hoc eſt gradus 360 efficiunt ſemid. Terræ $314.1'.5''.9'''.2''$ & 30 minuta, ſiue $\frac{1}{2}$ gradus vnius quot efficiet ſemidiametros? Per regulam proport. proueniunt $0.4'.3''.6'''.3''.3',2''$. vnius ſemidiametri Terræ pro arcu BC, hoc eſt pro diametro Lunæ, quæ ab arcu BC quoad ſenſum non differt. Quæ quidem quantitas Lunaris diametri vera minor eſt, cùm deducta ſit ex diſtantiâ, & apparente diametro quæ minores ſunt veris. Sed demus Lunæ diametrum eſſe $0.4'.3''.6''.3''.3'.2''$ quarum Terræ ſemidiameter eſt 1, ac proinde tota Terræ diameter eſt 2; imò demus ſolum eſſe $0.4'.3'.6'''$: & continuetur ratio $0.4'.3''.6'''$. ad 2 per quatuor terminos

Diam. Lunæ	Diam. Ter.		
$0.4'.3''.6'''$	2	$9.1'.7''.5'''$.	$42.0'.9''.1'''$.

d per 18.12 erit vt primus $0.4'.3'',6'''$ ad quartum $42.0'.9''.1'''$, ita Luna d ad Terram. Diuiſo autem quarto per primum, quotiens prodit 96 cum fractione?

Itaque certum eſt Lunam eſſe maiorem parte 97ma Terræ.

Nota, terminis tertio & quarto, loco fractionum ipſis adhærentium, adiectam eſſe vnitatem; vnde euaſerunt iuſto maiores, ex quo etiam capite, præter cætera, prodijt Lunæ quantitas verâ minor.

Corollarium.

Semidiameter Lunæ certò maior eſt milliarijs Bonon.711.

Nam ſemid. Terræ eſt ad ſemid. Lunæ in minori ratione, quàm 2 ad $0.4'.3''.6'''$. Semidiameter autem Terræ minima hactenus inuentarum continet mill. Bonon. 3265. vnde per *reg.prop.* elicitur Lunæ ſemid. maior milliarijs Bonon.711.

Scholium.

Si data aſſumamus cum Ricciolo veris ſimiliora, nimirum diſtantiam mediocrem Lunæ à Terræ centro ſemid. Terræ 59. & diametrum apparentem min.30'.30''. reperiemus diametrum Lunæ veram eſſe ad diametrum Terræ vt $26\frac{1}{3}$ *ad* 100; *atque inde Lunam eſſe ad Terram vt* 1 *ad* 55. *Quæ magnitudo ad veram propiùs accedit.*

PROBLEMA IX.

Inquiritur magnitudo Solis.

ASſumatur ſchema *Problematis præced.*

Ex obſeruatione omnium Aſtronomorum conſtat diametrum Solis apparentem, ſiue angulum BFC maiorem eſſe minutis 29: & *cap.9.Probl.1.* demonſtraui FN diſtantiam Solis à Terrâ maiorem eſſe 949 ſemidiametris Terræ. Sed aſſumamus vtrumque iuſto minus, diametrum videlicet apparentem minutorum 29, & diſtantiam FN ſemid. Terræ 949: ſic enim certò conſtabit molem Solis inde deductam adhuc eſſe verâ minorem.

Ex oculo F tanquam centro per centrum Solis N deſcripta intelligatur peripheria KNG.

a per probl. 3.cap.12. Quoniam radius FN eſt 949 ſemid. Terræ, ex hoc elicietur a circumferentiæ KNG ſemiſſis $2981\frac{48}{113}$. Sed omittamus fractionem: ſic enim adhuc minor euadet Sol. Cùm igitur ſemiſſis circumferentiæ, hoc eſt minuta 10800, efficiant ſemidiametros Terræ 2981; minuta 20 quot ſemid. Terræ efficient? Per *reg.prop.* proueniunt ſemid. Terræ $8\frac{48}{10800}$ pro arcu BC, ſiue diametro Solis minutorum 29. Verùm vt adhuc minor euadat Sol, aſſumamus pro Solis diametro tantùm ſemidiametros Terræ 8, ſiue diametros 4, ſic vt diameter Terræ ſit ad diametrum Solis, vt 1 ad 4. Hæc ratio ſi per quatuor terminos continuetur

Diam. Terræ.	Diam. Sol.		
1	4	16	64

b per 18.12 erit vt primus terminus nempe, 1, ad quartum 64, ita b Terra ad Solem.

Certum eſt igitur Solem plus quàm quater & ſexagies eſſe Terrâ maiorem.

Atque hoc quidem omnino certum. Cęterùm ſatis etiam exploratum eſt Solem continere Terram ampliùs quàm 1727 vicibus. Nam *cap. 9. Probl. 2*, oſtendi diſtantiam Solis à Terrâ continere plùs quàm 2850 Terræ ſemidiametros: & ſatis etiam certò conſtat diametrum Solis apparentem maiorem eſſe minutis 30. Ex quibus datis per diſcurſum *praced.* elicitur Solis diameter maior 12 ſemidiametris Terræ. Atque inde ratione 1 ad 12 per quatuor terminos continuatâ (1.12.144.1728.) habetur ratio Terræ ad Solem minor eâ, quæ eſt 1 ad 1727.

Imo verò cùm ex accuratiſſimis Lunæ dichotomæ obſeruationibus Ricciolus inuenerit Solis à Terrâ diſtantiam [a] cootinere ſemidiametros Tertæ plures quàm 7000, vt dixi in *Scholio Probl. 2. cap. 9.* reperietur inde Sol Terrâ maior plùs quam vicies ſepties millies. Quam ſaltem magnitudinem Soli tribuendam confirmatur ex ſerutinio Vendelini, qui ex ſuis Lunę dichotomæ obſeruationibus deduxit Solis à Terrâ diſtantiam æquare ſemidiametros Terræ ſaltem 13740; ex quâ moles Solis reperitur maior Terrâ plus quàm ducenties millies. Igitur

x vide hoc accuratiùs deducta Aſtron. noſtral. 3. n. 19

Summa eorum, quæ de Solis diſtantiâ & magnitudine hactenus demonſtrauimus,

Hæc eſt.

Certum eſt [a] diſtantiam Solis à Terra excedere ſemidiametros Terræ 950, hoc eſt milliariorum Italicorum Bonon. tres milliones.

Imo ſatis certum [b] eſt excedere milliariorum Bonon. milliones nouem.

Valde probabile eſt [c] excedere milliatium Bonon. milliones 43.

Certum eſt Solem [d] eſſe Terrâ maiorem plus quàm ſexageſies & quater.

Fere certum eſt [e] Solem eſſe Terrâ maiorem plùs quàm millies ſeptingenties.

Valde probabile eſt Solem [f] eſſe maiorem Terrâ plus quàm vigeſies ſepties millies.

a *per probl. 1. cap 9.* b *per probl. 2. cap 9.* c *per dicta ibid. probl. 2 eiuſque Scholio.* d *per probl. 8. hic.* e *Schol.* f *ibid.*

PROBLEMA X.

Inquiritur amplitudo Orbis Magni.

ORbis magnus eſt cælum Solis vel potius ea ſphæra, cuius radius eſt diſtantia Solis à centro Terrę, ita dictus ab Aſtronomis paſſim, comparatione orbis longè minoris, quem Luna percurrit.

Semidiameter Orbis Magni (vt dixi) eſt diſtantia Solis à centro Terræ; quam *cap. 9. Probl. 1.* demonſtraui maiorem eſſe 950 ſemidiametris Terræ. Quare ſi ratio 1 ad 950 per quatuor terminos continuetur.

1 950 902500 857(375000

erit [a] vt primus nempe 1, ad quartum 857(375000, ita Terra ad Orbem Magnum. Cùm igitur ſecundus terminus 950 aſſumptus ſit vero minor, etiam quartus erit vero minor. a *per 18. 12*

Quare certum eſt Orbem Magnum continere terram ſæpius, quàm 857375000 vnitatem.

Imò cùm ex accuratiſſimis Lunaris dichotomiæ obſeruationibus, ſatis conſtet diſtantiam Solis à centro Terræ nunquam minorem eſſe 7000 ſemidiametrorū Terr., ſi ratio 1, ad 7000 per quatuor terminos continuetur, 1 7000, 49000000, 343000(000000, erit Terra minor ad Orbem Magnum quàm 1, ad 343000(000000.

o *vide Aſtron. lib. 3. n. 19.*

CAPVT XXI.

Solidorum auctio & diminutio, transformatio, comparatio.

AVgere corpora & diminuere in ratione datâ, ſeu (quod idem eſt) dato corpore aliud exhibere iuxta rationem datam maius minuſue, ſi corpora non requirantur ſimilia, facilè erit Geometriæ ſtudioſo elementum Euclidis vndecimum ac duodecimum non ignoranti. Pyramides enim, Coni, Priſmata, Cylindri, cùm ea quæ eiuſdem ſunt generis, comparantur; ſi baſes habeant æquales, ſunt inter ſe vt altitudines; ſi eaſdem altitudines, inter ſe

ſunt vt baſes; ſi neque baſi, neque altitudine conueniant, rationem habent inter ſe ex baſium & altitudinum rationibus compoſitam. Ex quibus horum corporum auctio ac diminutio iuxta rationem datam in promptu eſt vel tyronibus ipſis, quorum exercitationi proinde hoc argumentum relinquo.

At ſi duo corpora ſimilia, ex.gr. duo cubi, duæ ſphæræ, duo ſimiles coni &c. deſiderentur quæ datam inter ſe habeant proportionem, ardua res petitur, quæ non niſi duarum mediarum proportionalium inter duas datas rectas inuentione poſſit abſolui. Atque hoc eſt celeberrimum illud Problema, quod Deliacum veteres appellarunt, in cuius ſolutionem Platonis hortatu omnes Græciæ Geometræ ſummo conatu incubuerunt. Modi ac viæ ad duas medias reperiendas ſubtilitate mirabili à Platone, Architâ, Menecbmo, Eratoſthene, Philone Byſantio, Herone, Apollonio Pergæo, Nicomede, Diocle, Sporo, Pappo excogitati, ab Eutocio in commentario ad 2 Archimedis librum de Sphærâ & Cylindro recenſentur. Antiquorum inuentis ſua recentiores addidêre Vbernerus, Villalpandus, Gregorius à S. Vincentio, Carteſius. Verùm quia tanta conſtructionum varietas diſpendio potius, quàm adiumento ſolet eſſe tyronibus, ex omnibus tres potiſſimum modos, quorum tam conſtructio, quàm demonſtratio eſt cæteris viſa facilior, ſelegi, breuiterque expoſui ac demonſtraui in *Scholio prop.13.libri 6. noſtrorum elementorum*, ad quem locum ſtudioſos remitto.

Reſtant quædam à tyronibus notanda.

1. Corpora ſimilia definiri *defin. 9.lib.11.* & *defin.4.lib.12.*

2. Inter ſimilia corpora cenſeri ſphæras, quemadmodum circuli cenſentur inter ſimilia plana.

3. Corpora ſimilia eſſe inter ſe in triplicatâ ratione laterum homologorum. Demonſtratum id eſt de parallelepipedis *p.33.lib.11*: de omni Priſmate *corol.2. p.9. lib* 12. de Pyramidibus *p.8.lib.12*: de Conis & Cylindris *p.12.lib.12.* de Sphæris *p.18.lib.12.*

4 Latera homologa definiri *defin.11.lib.5.* In ſphæris latera homologa cenſentur ipſæ diametri; in Conis & Cylindris diametri baſium.

5. Omnes Sphæras eſſe neceſſariò ſimiles: ſimiliter omnes Cubos neceſſariò ſimiles eſſe, vt patet ex *defin.9.lib.11.* omnes enim cubi continentur 6 quadratis, quæ ſunt plana ſimilia. Hoc ipſum ad reliqua corpora regularia extende.

PROBLEMA I.

Dato ſolido aliud ſimile iuxta datam rationem maius vel minus exhibere.

Fig. 35. 36. DEtur primò Sphæra, cuius diameter A, & ratio data ſit A ad B. Oporteat exhibere Sphæram nouam eiuſmodi, vt ſphæra data ſit ad nouam, vt A eſt ad B.

b per ſchol. p.1.3.lib.6. Inter A & B terminos rationis datæ inueniantur duæ mediæ [b] proportionales, X, Z, ſic vt A ſit ad X, ſicut X eſt ad Z, & X ſit ad Z, ſicut Z ad B. Sphæra diametri X eſt quæſita.

Dem. Nam cùm per conſtr. A, X, Z, B ſint quatuor continuè proportionales, erit ratio *c per defin. 10.lib.5.* primæ A ad quartam B triplicata [c] rationis, quam prima A habet ad ſecundam X. Atqui ratio ſphæræ cuius diameter A, ad ſphæram cuius diameter X, eſt etiam triplicata rationis A ad X per 18.12. Ergo ratio ſphæræ cuius diameter A, ad ſphæram diametri X, æqualis eſt rationi A ad B. Quod erat demonſtr.

Datus deinde ſit Cylindrus vel Conus, cui alius petatur ſimilis in ratione datâ.

Diameter baſis ſit A, ratio data A ad B: inter A & B inueniantur duæ mediæ X, Z. Erit X diameter baſeos Coni aut Cylindri quæſiti. Quare ſi circa X deſcribatur circulus, & ſupra eum fiat Conus vel Cylindrus ſimilis dato, is erit qui quæritur.

Demonſtratio eadem, ſed per 12.12.

Detur tandem Cubus, vel Priſma quoduis, vel Pyramis, cuius latus ſit A: ratio autem data ſit A ad B.

Rurſum inter A & B inueniantur mediæ X & Z: ſolidum quod ſuper X tanquam latere ipſi A homologo extruetur ſimile dato, eſt ipſum quod quæritur.

Demonſtratio eadem, ſed per 33.*lib.*11, vel per *coroll.2.p.19.lib.12.* vel per 8.*lib.*12.

Quod ſi ratio data numeris exprimatur, tunc inter duos datos numeros inueniendi ſunt duo medij proportionales, ſi id erit poſſibile, vt docui *lib.5. Arith. cap. 7. Probl.2.* Sin verò id impoſſibile eſt, reperientur duæ mediæ proportionales Geometricè. Exemplum eſto in duplica-

Digitized by Google

plicatione cubi. Termini rationis datæ ſunt 2 & 1: inter hoſ [a] nulli poſſunt reperiri medij proportionales numeri ſeu integri, ſeu fracti. Quare vt Problema abſolui poſſit ad Geometriam oportebit refugere. Latus ergo cubi dati eſto A, cuius dupla ſit B. Inter A, & B inueniantur duæ rectæ mediæ prop. X, Z. Erit X latus cubi qui dati duplus eſt.

a per theor. 2. cap 7 l. 5 Arithm. noſtræ. Fig. 36.

PROBLEMA II.

Priſmati Pyramidem, Cylindro Conum, Sphæræ Cylindrum exhibere æqualem, & contra.

SVper baſi Priſmatis fiat Pyramis triplo altior Priſmate; & ſuper baſi Cylindri fiat Conus triplo altior Cylindro: erit Pyramis [d] Priſmati, & Conus [e] Cylindro æqualis.

Contra ſi Pyramidi Priſma, vel Cono Cylindrus petatur æqualis, ſumantur altitudines ſubtriplæ, retentiſque ijſdem baſibus, erit Priſma Pyramidi triplo ſe altiori, & Cylindrus Cono etiam triplo altiori æqualis.

d per 7. 12. e per 10. 12.

Vt datæ Sphæræ PV Cylindrum æqualem exbibeas, ſume FO duas tertias diametri FN pro altitudine Cylindri, & maximum Sphæræ circulum pro baſi. Patet ex *prop. 32 ſelectorum noſtr. ex Archimede*, Cylindrum GIKH altitudinis FO, æquari Sphæræ. Fig. 38.

His perceptis quis non pariter credat in promptu eſſe Cylindro æqualem exhibere ſphæram? Atqui hoc non niſi per duas medias obtinebitur, pro quo ſit

PROBLEMA III.

Dato Cylindro (AB) ſphæram æqualem inuenire.

EX diametro AE baſis Cylindri ſume AS duas tertias, atque inter latus Cylindri AL, & AS inueni duas medias XA, ZA, vt ſint 4 proportionales continuè LA, XA, ZA, AS. Harum proportionalium tertiæ ZA parem accipe FO, quam auge dimidiâ ſui parte ON, ſic vt FO ſit duæ tertiæ totius FN. Sphæra PV, cuius diameter eſt FN, Cylindro dato AL æqualis erit. Fig. 37. 38.

Demonſtr. Sphæræ Cylindrum HQ circumſcribe, à quo per O abſcinde Cylindrum GK, qui per præced Sphæræ FPN æqualis eſt. Sumptâ deinde ex Cylindri AB latere AL rectâ AC, pari AS, duabus tertijs baſeos AE, per C abſcinde Cylindrum AM. Quoniam GH diameter baſeos Cylindri GK eſt par ſphæræ diametro FN, quæ [a] eſt ſeſquialtera ipſius FO, ſiue GI; etiam GH erit ſeſquialtera ipſius GI. Sed etiam AE eſt ſeſquialtera [b] ipſius AC. Ergo GH eſt ad GI, vt AE ad AC; & permut. GH eſt ad AE, vt GI ad AC. Ergo Cylindri GK, AM [c] ſimiles ſunt, ac proinde eorum ratio triplicata [d] eſt rationis quæ eſt inter baſium diametros GH, AE, ſeu inter altitudines GI, CA. Atqui GI, ſeu FO eſt par rectæ ZA, adeóque ratio GI ad CA eſt ratio ZA ad CA. Ergo ratio Cylindrorum GK, AM eſt triplicata rationis ZA, ad CA, hoc eſt (quia [e] continuè proportionales ſunt LA, XA, ZA, CA) rationis LA ad XA. Atqui etiam ratio Cylindri AL ad Cylindrum AM eſt triplicata rationis LA ad XA, nam Cyl. AL, eſt ad Cyl. AM, vt [f] LA ad CA, ratio autem LA ad CA eſt triplicata [g] rationis LA ad XA. Ergo ratio Cylindri AB ad Cylindrum AM par eſt rationi Cylindri GK ad eundem AM. Ergo Cylindrus GK, hoc eſt ſphæra FPN, æqualis eſt Cylindro AL. Quod erat demonſtrandum.

a per conſtr. b per conſtr. c per defin. 4. 12. d per 12. 12. e per conſtr. f per 13. 12. g per defin. 10. 5.

PROBLEMA IV.

Superficies Cylindricam, Conicam, Sphæricam ad Circulum reducere.

1. INter latus Cylindri recti & baſis diametrum inueni [a] mediam proportionalem: hæc eſt radius circuli, qui curuæ ſuperficiei Cylindricæ æqualis eſt. Demonſtrationem *vide in ſelectis noſtris ex Archimede prop. 11.* *a per 13. 6.*

2. Inter latus coni recti, & radium baſis inueni mediam prop. Hæc eſt radius circuli, qui conicæ ſuperficiei curuæ æqualis eſt. Demonſtrationem habes *in ſelectis ex Arch. prop. 13.*

3. Circulus cuius radius eſt ſphæræ diameter, æquatur ſuperficiei ſphæricæ. Demonſtrationem vide in *ſelectis ex Arch. prop. 24. eiuſque corollario.*

PRO-

PROBLEMA V.

Dato parallelepipedo cubum æqualem inuenire.

Fig. 39. 40. *a per* 16.2. *b per* 31.11. *c per* 34.11

SI datum parallelepipedum non habeat baſim quadratam, ad eam reducatur, quod fiet ſi baſi parallelogrammæ fiat æquale [a] quadratum AM, ſuperque illo ſtatuatur in eâdem altitudine parallelepipedum AR; erit hoc [b] dato æquale.

Sit iam factum, quod quæritur, & cubus FK æqualis eſto parallelepipedo AR. Igitur [c] BA altitudo eſt ad altitudinem FN, ſiue FG, vt baſis FQ ad baſim AM, hoc eſt vt quadratum ex FG ad quadratum ex AC. Oportet igitur, datis duabus rectis BA, AC, inuenire aliam FG, talem, vt ſit quemadmodum BA ad FG, ita quadratum FG ad quadratum AC: quod non niſi per duas medias perficitur hunc in modum.

*d per Scho. p.*13.6.

Inter BA & AC [d] inueniantur duæ mediæ XA, ZA, vt ſint 4 continuè proportionales BA, XA, ZA, AC. Tertia ZA eſt quæſita. Vnde ſi ipſi ZA ſumatur æqualis FG; cubus rectæ FG eſt parallelepipedo AR æqualis.

e per defin. 10.5. *f per conſtr.* *g per cõſtr.* *i per* 20.6. *k per* 34.11

Demonſtr. Quoniam BA, XA, ZA, AC ſunt continuè proportionales, ratio BA ad ZA eſt duplicata [e] rationis BA ad XA, hoc [f] eſt rationis ZA ad AC, hoc eſt [g] rationis FG ad AC: Sed etiam ratio quadrati FG ad quadr. AC duplicata [i] eſt rationis FG ad AC. Ergo ratio BA ad FG, ſiue FN, æqualis eſt rationi quadrati FG ad quadratum AC, hoc eſt baſeos AQ ad baſim AM. Ergo [k] parallelepipedũ AR & cubus FK æquales ſunt: quod petebatur.

PROBLEMA VI.

Dato cylindro parallelepipedum, ſiue aliud priſma, vel dato cono pyramidem proximè æqualem exhibere.

o per prob. 7. *cap.*12.

CIrculo, qui cylindri vel coni baſis eſt, inueniatur æqualis figura [o] rectilinea, qualis deſideratur. Super eâ ſtatuatur priſma eiuſdem altitudinis cum cylindro, vel pyramis eiuſdem altitudinis cum cono: æquale erit priſma cylindro; pyramis cono.

a per 11.12. *eiuſque Coroll.*

Demonſt. Cùm cylindrus & priſma æquè alta, ſint inter ſe [a] vt baſes; baſes autem æquales ſint; etiam ipſa erunt æqualia. Eadem eſt ratio coni & pyramidis.

PROBLEMA VII.

Datæ ſphæræ cubum proximè æqualem inuenire.

b per prob. 2. *c per prob.* 6. *d per prob.* 5.

SPhæræ æqualis [b] reperiatur cylindrus; cylindro [c] æquale parallelepipedum; parallelepipedo [d] æqualis cubus: erit is ſphæræ datæ æqualis.

Igitur ad ſphæræ cubaturam opus eſt quadraturâ circuli, atque inſuper duabus medijs.

PROBLEMA VIII.

Dato annulo circulari cylindrum vel ſphæram proximè æqualem inuenire.

Fig. 41. *a per prob.* 5. *cap.*12.

SI hoc problema Geometricè ſoluatur, habebitur linea recta circulari æqualis.

Circumferentiæ ED à centro E genitoris circuli CKBF circa A deſcriptæ, reperiatur [a] quam proximè æqualis recta. Cylindrus, cuius baſis eſt circulus annuli genitoris CKBF, altitudo autem recta peripheriæ ED æqualis, ipſi annulo æquatur; & cylindrica eiuſdem ſuperficies ſuperficiei annuli etiam æqualis eſt. Demonſtraui *prop.* 5. *lib.* 3. *Cylind. & Annul. & prop.*6. *lib.*4.

Inuento cylindro æquali, habetur & ſphæra per *prob.* 3.

PROBLEMA IX.

Dati annuli circularis ſuperficiem ad circulum reducere quam proximè.

Fig. 41.

INter CB genitoris circuli CKBF diametrum, & peripheriam ED à genitoris circuli centro E deſcriptam circa A, reperiatur media proportionalis. Hæc erit radius circuli, qui ſuperficiei annulari æqualis eſt.

Demon-

Demonſtraui *lib.* 4 *Cyl. & Annul. prop.* 24. Porro ad conſtructionem iam traditam neceſſe eſt, vt prius circumferentia ED reducatur ad lineam rectam; quod fiet quàm proximè per *prob.* 5. *cap.* 12. Quare etiam ab huius ſolutione problematis pendet circuli quadratura.

PROBLEMA X.

Quoduis annulare ſolidum in rectum extendere.

VT ſtatum quæſtionis intelligas, vide quæ dixi ſub initium *prob.* 18. *cap.* 18. & inprimis lege definitionem primam *lib.* 5. *Cyl. & Annul.*

Solutio problematis habetur, ſi figura quæ ſolidum annulare genuit, ducatur in longitudinem parem ei circumferentiæ, quam figuræ centrum grauitatis circa reuolutionis axem deſcripſit: atque ita corporis annularis non tantùm ſoliditas, ſed etiam ſuperficies in rectam æqualem, & ſoliditatem & ſuperficiem erit extenſa.

Demonſtratio pendet à theoremate, quod demonſtraui *lib.* 5. *Cyl. & Annul. totâ parte* 1 *&* 2.

PROBLEMA XI.

Annulo parabolico obtuſo circularem cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

DVæ æquales & ſimiles parabolæ BDC, BGC ita ſint diſpoſitæ, vt axes DF, GF habeant indirectum & parallelos axi reuolutionis XZ, baſim verò BC communem & tam ad DFG quàm XZ perpendicularem. Hæ parabolæ circa XZ circumactæ annulum producunt parabolicum, quem obtuſum voco. *Fig.* 42.

Oporteat igitur huic annulo cylindrum abſolutè æqualem reperire.

Conſtr. Diuide ſemibaſim FC in 8 æquales partes, & fiat vt tres octauæ ipſius FC ad FA, ita GD ad aliam, quam vocemus Y. Dico cylindrum cuius altitudo eſt Y, baſis verò circulus diametri BC, ſeu RQ, æqualem eſſe dato parabolico annulo.

Demonſtr. Conois parabolica duplicata, genita à parabolis BDC, BGC circa DG rotatis, eſt ad annulum genitum ab iiſdem rotatis circa XZ, [a] vt tres decimæ ſextæ ipſius FC ad FA. Atqui cylindrus QP conoidi parabolicæ circumſcriptus, conoideos [b] duplus eſt. Ergo cylindrus QP eſt ad annulum parabolicum, vt 6 decimæſextæ ipſius FC ad FA, hoc eſt vt tres octauæ ipſius FC ad FA. Atqui cylindrus QP eſt ad cylindrum eiuſdem ſecum baſis, ſed altitudinis Y, vt GD eſt ad Y, hoc eſt [c] vt tres octauæ ipſius FC ad FA. Ergo cylindrus QP ad cylindrum altitudinis Y, & baſis eiuſdem, eamdem rationem habet, quam ad annulum parabolicum. Quare cylindrus ille annulo dicto æqualis eſt. Quod erat propoſitum.

a demonſtraui lib. 5 Cyl. & Annul. prop. 47.
b ibid. per prop. 21. l. 1.
c per conſt.

PROBLEMA XII.

Annulo parabolico acuto cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

DVæ æquales & ſimiles parabolæ BDC, BGC, ita ſint diſpoſitæ, vt axes FD, FG habeant poſitos indirectum & perpendiculariter ad reuolutionis axem XZ, baſim verò communem BC perpendicularem ad BFC, & reuolutionis axi XZ parallelam. Hæ parabolæ circa XZ rotatæ producunt annulum, quem voco Parabolicum acutum. *Fig.* 43.

Pari modo ſolidum, quod fit à parabolà BDC circa baſim BC reuolutâ, Conoïdem parabolicam acutam appello.

Conſtructio. Fiat vt quinta pars axis FG ad FA reuolutionis radium, ita CB baſis ad aliam, quam vocemus S. Ex hac ſume octo decimasquintas. Dico cylindrum cuius baſis eſt circulus diametri DG, altitudo autem octo decimæquintæ ipſius S, æqualem eſſe annulo dato.

Demonſtr. Conoïdi acutæ parabolicæ circumſcriptus ſit cylindrus QN: cylindro autem altitudinis S ſupra baſim eius inſcripta intelligatur parabolica conoïs acuta. Cylindrus QN eſt ad acutam conoidem parab. DBGC, vt [a] 15 ad 8. Pari modo cylindrus altitudinis S ad ſibi inſcriptam, eſt vt 15 ad 8. Igitur permutando vt cylindrus QN eſt ad cylindrum altitudinis S, ita conoïs acuta parabolica DBGC eſt ad illam alteram. Atqui cylindrus QN eſt ad

a Demonſtraui lib. 5. Cyl. & Annul. in Coroll. prop. 20.

cylin-

cylindrum altitudinis S, vt [b] altitudo CB ad altitudinem S, hoc eſt [c] vt quinta pars axis FG ad FA. Ergo etiam conois acuta parabolica BDGC eſt ad illam alteram conoidem acutam parab. cylindro altitudinis S inſcriptam, vt quinta pars axis FG ad FA. Atqui etiam conoïs acuta parab. DBGC eſt ad datum annulum acutum parabolicum, vt [d] quinta pars axis FG ad FA. Ergo conoïs DBGC ad annulum datum & ad conoïdem dictam cylindro altitudinis S inſcriptam, eamdem rationem habet, ac proinde dicta conoïs acuta annulo dato æqualis eſt. Atqui cylindrus cuius baſis eſt circulus diametri DG, ſeu QP, altitudo verò octo decimæ-quintæ rectæ S, conoidi dictæ æqualis eſt (nam cylindrus cuius baſis eſt circulus diametri DG, altitudo S, ad cylindrum cuius eadem baſis, altitudo autem 8 decimæ-quintæ ipſius S, eſt [o] vt 15 ad 8; & idem ille cylindrus altitudinis 8, eſt ad dictam conoïdem acutam parab. ſibi inſcriptam vt [e] 15 ad 8). Ergo cylindrus cuius baſis eſt circulus diametri DG, altitudo autem 8 decimæquintæ rectæ S, dato annulo acuto parabolico æqualis eſt. Quod erat demonſt.

b per 13. 12
c per conſt
d demonſtrau lib. 5 cyl. & Annul prop. 25
o per 13. 12
e per Cor p. 20. lib. 5. cyl. & Annul.

Scholium.

Quis primo aſpectu non putet annulo parabolico cylindrum parabolicum æqualem exhibere facilius eſſe, quàm circularem? Atqui hunc quidem problemate hoc & præcedenti ex noſtris Annularibus, fauente Deo, iam in lucem protulimus: alterum nemo dabit, quin vnà circuli quadraturam exhibeat,

PROBLEMA XIII.

Solido annulari hyperbolico Sphæram abſolutè æqualem exhibere.

Fig. 44.

Esto hyperbola BGC, cuius axis FG; centrum A; baſis ad axem recta BC; axis reuolutionis XZ ad FGA rectus.

Oporteat ſolido annulari, genito ab hyberbolâ BGC circa XZ in orbem ductâ ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

Conſtr. Si latus rectum hyperbolæ axi debitum, tranſuerſo axi (nimirum ipſi GA bis ſumptæ) æqualis eſt, erit ſphæra cuius diameter eſt ipſa hyperbolæ baſis BC dato annulari ſolido hyperbolico æqualis. Quod ſi latus rectum tranſuerſo axi eſt inæquale, fiat vt latus rectum ad axem tranſuerſum, ita ſphæra diametri BC ad aliam ſphæram: erit hæc dato hyperbolico annulari ſolido æqualis.

Demonſtr. habetur ex *prop. 42. lib. noſtri 5, Cyl. & Annul.* quæ vna ex iſtius libri præcipuis eſt.

Equidem fateor me hoc inuento lætatum fuiſſe, adeoq; veniſſe in ſpem fore vt alterum quoque annulare ſolidum quod fit ab hyperbolâ BDC circa eamdem axem XA, ad ſphæram reducerem. Quo obtento, haberi quadraturam hyperbolæ demonſtraui ibidem prop. 43. At me quidem hactenus ſpes iſta fefellit.

PROBLEMA XIV.

Similium corporum proportionem cognoſcere.

Fig. 45.

Dentur ex. gr. duæ ſphæræ FG, KL quarum diametri ſint A, B. Quæritur quanto ſphæra FG maior ſit ſphærâ KL.

Ratio diametri A ad diametrum B continuetur [a] per 4 terminos, hoc eſt fiat vt A ad B, ita B ad C; & C ad D. Erit ſphæra FG ad ſphæram KL, vt recta prima A ad quartam rectā D.

Nam ſphæra eſt ad ſphæram in triplicatâ ratione diametrorum per 18. 12; hoc eſt per defin. 10. 5, vt A prima proportionalium ad D quartam.

a per 13. 6. vel potius per prob. Scholij

Exemplum addamus numericum. Diameter ſphæræ minoris eſto vnius pedis, diameter ſphæræ maioris 10. Quæritur ſphærarum proportio.

Continuetur ratio diametrorum quæ eſt 1 ad 10, per quatuor terminos.

1——10——100——1000

Erit ſphæra minor ad maiorem vt primus terminus, nempe 1, ad quartum 1000, ac proinde maior ſphæra minorem continet millies, licet diameter maior minorem ſolùm decies contineat. Pari modo ſi diameter ſit ad diametrum vt 1 ad 3, continuetur ratio 1 ad 3 per quatuor terminos 1. 3. 9. 27. Erit ſphæra minor ad maiorem vt 1 ad 27.

Quæ de ſphæris tradidimus ad omnia ſimilia corpora extende. Ex quibus ſanè manifeſtò apparet homines Geometriæ imperitos quàm grauiter falli neceſſe ſit in æſtimandâ magnitudine corporum, inter quæ verſantur aſſiduè, & quæ quocumque ſe verterint, in eorum manus atque oculos incurrunt.

F I N I S.

401146167

Digitized by Google

Digitized by Google

1461677

Digitized by Google

Digitized by Google

G. 86

Digitized by Google